土木学会論文報告集
第 249 号・1976 年 5 月

載荷された円柱体に関する一考察

BEHAVIOUR OF A LOADED CYLINDRICAL BODY IN GRAVITATIONAL FIELD

平 井 敦*
By Atsushi HIRAI

1. 序 言

昭和46年（1971），筆者はある仮定をおいて変形する物体の力学に一つの考え方[1]を示した．またその討議への回答において[2]，筆者の考えを補足したが，訂正を要する点もありこれだけで諸先学のご同意をいただけたとは思えないとするのが公平な見方であろう．

われわれ工学者が対象とする物体は地球上の重力場のなかにある．弾性理論の対象としている物体などにはその例が多い．然りとすればこれらを対象としている理論には重力場的な色彩がなんらかの形で潜んでいるのではなかろうかという想いが前記小論[1),2)]（以後原著と簡記する）を生んだのであるが，その結果は電磁理論とも密接な関連のある形式を示した．しかしこのような問題意識の下に，ある仮説から出発したこれら小論はいわば総論であって，次にすべきことはその仮説をテストできる形で提示する各論を示すことである．重力場的な，また電磁論的な考えがそもそも主体なので，まず最初にこの考えがどのような結果を生むかを示し，それが妥当か否かを検討する道を開くことに焦点をおいて，エネルギー消費に関する議論は後回しにして，各論の稿を書くことにする．

最近いわゆる上記原著を読みなおしたところ，ベクトルを勾配場と環流場とにわけて取り扱うと思考の混乱が避けられることに気付いたので，筆者の見解を以前述べた形とは別な姿で要約して紹介するが，これは盾の他の片面を見ていただくことが筆者の考えている世界が妄想であるか否かを判断していただく資料の一つになると信ずるからである．またこのように整理することが，各論を展開するのに都合が良いことに気付いたからでもある．

* 正会員 工博

1) 変形する物体の力学に関する一考察，土木学会論文報告集，190号（1971-6月）p. 1.

2) 同上，討議回答，土木学会論文報告集，205号（1972-9月）p. 156.

2. 基礎理論の整理

地表上のいわゆる重力の作用する場にたとえば円柱体のような物体をおきその頂部に質量 M なる物体を載荷させたときの円柱体の内部について考えてみる．この内部ではいわゆる逆二乗の法則が支配する[1),2)]．電磁理論でいえば静電場に相当するものとも考えられるが筆者は力場とよんでいる（これを S-1 の世界とよぶ）．

この力場でいわゆる電気量に対応するものは，筆者が質源の体積密度と呼称したもので，重力質量に相当するものと考えられ，逆二乗の法則による力場の強さを $\boldsymbol{R}_1$，円柱体の物質に関する定数を ε とすれば上記体積密度 m は次式で与えられる．

$$m=\frac{\mathrm{div}\,\varepsilon\boldsymbol{R}_1}{4\pi} \quad\cdots\cdots(2.1)$$

筆者はまた質源の面積密度の概念を導入してこれを重荷（Juka）と称したが，これは電荷に対応するものである．変形する物体内部に剛体（$\varepsilon=\infty$）がある場合[2)]，その表面に重荷 w が現われるがそれは次式で与えられる．

$$w=\frac{\varepsilon}{4\pi}(\boldsymbol{R}_1\boldsymbol{n}) \quad\cdots\cdots(2.2)$$

$\boldsymbol{n}$ は境界面の法線方向の単位 Vector.

この章の最初に大地の上におかれた円柱体に質量 M なる物体を載荷させると漠然と述べたが，物質定数 ε, μ, γ, k なる（以後簡単のため ε なる物質定数を持つと略称する）物質定数を持つ円柱体を大地（$\varepsilon=\infty$ と考える）の上に置き，その上に質量 M なる剛体を載荷したときの，ε なる物体の内部の力場（S-1 の世界）について考えるわけである．電気量に対応するものが既述の如く質量 M で，その単位面積当りの量が重荷 w に相当する．この重荷 w によって大地には符号反対の重荷が

誘起される．前述の如く電荷に対応するものが重荷であるが，この重荷の間の，すなわち M と大地との間にはさまれた ε の内部の力場 $\boldsymbol{R}_1$ については原著に述べた如く，

$$\boldsymbol{R}_1=-\mathrm{grad}\,\varphi \quad \cdots\cdots(2.3)$$

ε なる物体を構成する質量同士の影響は，M の影響に比して省略し得るものといまの段階では考える．このような力場が考えられるか否かについて，討議回答[2]に一例を示した．半無限体の集中載荷の場合である．

式 (2.3) の rot をとると

$$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{R}_1=-\mathrm{rot}\,\mathrm{grad}\,\varphi=0 \quad \cdots\cdots(2.4)$$

すなわち力場 $\boldsymbol{R}_1$ は式 (2.4) で特長づけられいわゆる勾配場である．その意味で式 (2.3)，(2.4) の $\boldsymbol{R}$ に指標 1 を付けてある．

φ と変位ベクトル $\boldsymbol{S}$ とに関連して，ある仮説を昭和 20 年頃に導入した．すなわち

$$\dot{\varphi}+\frac{4\pi k}{\varepsilon}\varphi=-\left(\frac{c}{\varepsilon}+r\right)\mathrm{div}\,\boldsymbol{S}$$

本稿の目的は筆者の考えが根本的に誤りの思考であるや否やを見極めることにあるので，エネルギーの消費に関連する定数 $k=0$ として論を進める．この考え方が成立することが明らかになってから $k\fallingdotseq 0$ の場合に拡張することは容易なことであるので，$k\fallingdotseq 0$ の場合は別な機会にゆずり，本稿では

$$\frac{d\varphi}{dt}=-\left(\frac{c}{\varepsilon}+r\right)\mathrm{div}\,\boldsymbol{S} \quad \cdots\cdots(2.5)$$

一般的に Vector $\boldsymbol{S}$ は勾配場と環流場とに分けられるが，上記 $\boldsymbol{S}$ は今の段階では両者に関連あるものと考え指標を付けない（他の Vector の場合でも指標の無い場合は両者に関連あることを意味する）．

変形する物体についての変位 Voctor $\boldsymbol{S}$ に関する基本式を筆者の記号で書けば

$$\frac{d^2\boldsymbol{S}}{dt^2}=\frac{2c}{\mu}\left(\frac{c}{\varepsilon}+r\right)\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{S}-\frac{c^2}{\varepsilon\mu}\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{S} \quad \cdots\cdots(2.6)$$

この式は弾性論に示されているものと同じものである．式 (2.6) は物体の変形を記述するものと筆者は考えるが，弾性学に登場するその他の関係式は採用しない．すなわちいわゆる直応力 σ やせん断応力 τ の概念からは意識的に遠ざかって，別な理論体系を探求しようとするのが筆者の目的である．

式 (2.5) の仮説を式 (2.6) に持ちこむと，

$$\frac{d}{dt}\left[-\frac{\mu}{2c}\dot{\boldsymbol{S}}-\mathrm{grad}\,\varphi\right]=\frac{c}{\varepsilon}\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\frac{\boldsymbol{S}}{2} \quad \cdots(\mathrm{a})$$

いま次のような Vector を導入すると，

$$\boldsymbol{R}=-\frac{\mu}{2c}\dot{\boldsymbol{S}}-\mathrm{grad}\,\varphi \quad \cdots\cdots(2.7\cdot\mathrm{a})$$

$$\boldsymbol{W}=\frac{1}{2}\mathrm{rot}\,\boldsymbol{S} \quad \cdots\cdots(2.8)$$

前式 (a) は次の如く表わされる．

$$\varepsilon\dot{\boldsymbol{R}}=c\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{W} \quad \cdots\cdots(2.9)$$

なお式 (2.8) は単なるおきかえであると簡単に考えるかも知れないが，この項を単なる剛体の回転と弾性学が考えて考慮外においたことが[3]筆者には理解できない．

式 (2.7) の rot をとると，

$$\mu\dot{\boldsymbol{W}}=-c\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{R} \quad \cdots\cdots(2.10)$$

式 (2.9)，(2.10) はご存知の如く Maxwell の電磁方程式と同じ形式を持っているが，Sommerfeld[4] は「Maxwell の方程式に力学的な説明を加えようとすることは何の甲斐もない」と述べているが，これも式 (2.8) への認識の差ではなかろうか．

これで筆者の基本式群は一応出揃ったわけであるが，各論を展開するのには不便であることが判明したので以下の如くさらに整理をすすめる．

式 (2.7) の div をとる前に，Vector $\boldsymbol{R}$ および $\boldsymbol{S}$ は環流場と勾配場に分けられるのでそれぞれ指標 2 および 1 を付して区別すると環流場（S-2 の世界）では

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{div}\,\boldsymbol{R}_2=0\\ \mathrm{div}\,\boldsymbol{S}_2=0\end{array}\right\} \quad \cdots\cdots(2.11)$$

ゆえに

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{R}_1=-\nabla^2\varphi-\frac{\mu}{2c}\mathrm{div}\,\dot{\boldsymbol{S}}_1 \quad \cdots\cdots(2.12\cdot\mathrm{a})$$

この関係を平井仮説 式 (2.5) に代入すると

$$\ddot{\varphi}=(C_1)^2\{\nabla^2\varphi+\mathrm{div}\,\boldsymbol{R}_1\}$$

ただし，

$$C_1=\sqrt{\frac{2c}{\mu}\left(\frac{c}{\varepsilon}+r\right)} \quad \cdots\cdots(2.13\cdot\mathrm{a})$$

式 (2.1) を想起するならば

$$\ddot{\varphi}=(C_1)^2\left\{\nabla^2\varphi+\frac{4\pi m}{\varepsilon}\right\} \quad \cdots\cdots(2.14\cdot\mathrm{a})$$

物質が存在する場の Potential φ を上の微分方程式の解であると筆者は考えているわけである．式 (2.3) のところで ε なる物体を構成する質量同士の影響は M に比し省略し得るものと考えたが[5]，このことは式 (2.14・a) の右辺第二項を省略するということである．この場合には式 (2.7・a)，(2.12・a)，(2.14・a) はそれぞれ次の如くなる．

$$\boldsymbol{R}_2=-\frac{\mu}{2c}(\dot{\boldsymbol{S}}_1+\dot{\boldsymbol{S}}_2)-\mathrm{grad}\,\varphi \quad \cdots\cdots(2.7\cdot\mathrm{b})$$

$$\frac{\mu}{2c}\mathrm{div}\,\dot{\boldsymbol{S}}_1=-\nabla^2\varphi \quad \cdots\cdots(2.12\cdot\mathrm{b})$$

$$\ddot{\varphi}=(C_1)^2\nabla^2\varphi \quad \cdots\cdots(2.14\cdot\mathrm{b})$$

物質が存在する場の Potential φ を式 (2.14・a) の解

3) Love, Math. Theory of Elasticity. p. 50.
4) アーノルド・ゾンマーフェルド，島内訳（講談社）：変形体の力学，p. 118.
5) 原著 1) p. 7 の式 (3.43) の div $R=0$ の条件は本稿に述べた意味を持つ．

であると述べたが，このことは Bernhard Riemann が電気間の Potential ψ を次の方程式の解としたことに対応する．

$$\ddot{\psi}=(V)^2\{\nabla^2\psi+4\pi\rho\}$$

ρ：ある一点の電気密度

V：伝播速度

S-1 の世界の R_1 の波動方程式は式 (2.14·b), (2.3) より

$$\ddot{\boldsymbol{R}}_1=-\mathrm{grad}\,\ddot{\varphi}=-(C_1)^2\,\mathrm{grad}\,\nabla^2\varphi$$
$$=(C_1)^2\cdot\nabla^2\{-\mathrm{grad}\,\varphi\}=(C_1)^2\nabla^2\boldsymbol{R}_1 \quad\cdots(2.15)$$

変位 $\boldsymbol{S}$ については $\mathrm{rot}\,\boldsymbol{S}=0$ なる勾配場に対し，

$$\ddot{\boldsymbol{S}}_1=(C_1)^2\nabla^2\boldsymbol{S}_1 \quad\cdots\cdots\cdots(2.16)$$

この式の C_1 は原著で伝播速度 V_2 と記号したものである．不用意に伝播速度という言葉を使用したが C_1 は速度の元 (dimension) を持つある定数と筆者は考える．

次に S-2 の世界すなわち環流場に足を踏みいれよう．S-1 の特色は φ の存在であったが，S-2 の特色は式 (2.8) で与えられる Vector $\boldsymbol{W}$ の存在であるといえよう．弾性論では一顧もされなかったが，電磁理論でいえば式 (2.10) が語る如く $\boldsymbol{W}$ は磁場に相当し筆者は渦場と呼称する．S-1 の世界は重力場的な色彩が強かったが，S-2 の世界は電磁場的な色合いが濃いといえる．したがってこの世界ではエネルギーの流転があるが，本稿では $k=0$ とする．

式 (2.8) の div をとると，

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{W}=\frac{1}{2}\mathrm{div}\,\mathrm{rot}\,S=0 \quad\cdots\cdots\cdots(2.17)$$

すなわち $\boldsymbol{W}$ は S-2 の世界に属する．

まず式 (2.6) において $\mathrm{div}\,\boldsymbol{S}=0$ とおいて S-2 の世界の $\boldsymbol{S}$ の波動方程式を求めると

$$\ddot{\boldsymbol{S}}_2=(C_2)^2\nabla^2\boldsymbol{S}_2 \quad\cdots\cdots\cdots(2.18)$$

ただし

$$C_2=\sqrt{\frac{c^2}{\varepsilon\mu}} \quad\cdots\cdots\cdots(2.13\cdot\mathrm{b})$$

式 (2.8) の rot をとるにあたり，$\mathrm{div}\,S_2=0$ であるゆえ，

$$\ddot{\boldsymbol{S}}=(C_2)^2\nabla^2\boldsymbol{S}_2=-(C_2)^2\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{S}_2$$
$$=-2(C_2)^2\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{W}$$

$$\therefore\ \mathrm{rot}\,\ddot{\boldsymbol{S}}_2=-2(C_2)^2\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{W}$$
$$\ddot{\boldsymbol{W}}=-(C_2)^2\,\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{W}$$

式 (2.17) を考慮し

$$\ddot{\boldsymbol{W}}=(C_2)^2\nabla^2\boldsymbol{W} \quad\cdots\cdots\cdots(2.19)$$

式 (2.9), (2.10) より

$$\ddot{\boldsymbol{R}}=-\frac{c^2}{\varepsilon\mu}\mathrm{rot}\,\mathrm{rot}\,\boldsymbol{R}$$
$$=\frac{c^2}{\varepsilon\mu}[\nabla^2\boldsymbol{R}-\mathrm{grad}\,\mathrm{div}\,\boldsymbol{R}]$$

表—1 (昭 49.11.4)

S-1 系	S-2 系
力場（勾配場）	渦場（環流場）
$\mathrm{rot}\,\boldsymbol{S}_1=0,\ \mathrm{rot}\,\boldsymbol{R}_1=0$	$\mathrm{div}\,\boldsymbol{S}_2=0,\ \mathrm{div}\,\boldsymbol{R}_2=0,\ \mathrm{div}\,\boldsymbol{W}=0$
$C_1=\sqrt{\frac{2c}{\mu}\left(\frac{c}{\varepsilon}+r\right)}$（縦波）	$C_2=\sqrt{\frac{c^2}{\varepsilon\mu}}$（横波）
$\ddot{\boldsymbol{S}}=(C_1)^2\nabla^2\boldsymbol{S}_1$	$\ddot{\boldsymbol{S}}_2=(C_2)^2\nabla^2\boldsymbol{S}_2$
$\boldsymbol{R}_1=-\mathrm{grad}\,\varphi$	$\boldsymbol{W}=\frac{1}{2}\mathrm{rot}\,\boldsymbol{S}_2$
$\ddot{\varphi}=(C_1)^2\nabla^2\varphi$	$\ddot{\boldsymbol{W}}=(C_2)^2\nabla^2\boldsymbol{W}$
$\ddot{\boldsymbol{R}}_1=(C_1)^2\nabla^2\boldsymbol{R}_1$	$\ddot{\boldsymbol{R}}_2=(C_2)^2\nabla^2\boldsymbol{R}_2$

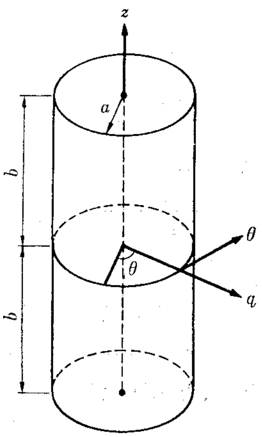
$\boldsymbol{R}$ は環流場であるとするならば $\mathrm{div}\,\boldsymbol{R}=0$ である．ゆえに上式より

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{\boldsymbol{R}}_2=\frac{c^2}{\varepsilon\mu}\nabla^2\boldsymbol{R}_2\\&\text{ただし}\\&\mathrm{div}\,\boldsymbol{R}_2=0\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots\cdots(2.20)$$

いままで述べた基本的な関係式を表示すると**表—1** の如し．

3. 重力場内の円柱体への載荷

図—1 のような半径 a，長さ $2b$ の円柱体を地上の剛体上に立て，その上面に全質量 M である剛体を載荷した場合の現象を筆者の理論でどのように取り扱うかを記述し，**2.** で要約した筆者の考え方の適否のご判断の資に供したい．円柱体と剛体との間のいわゆる摩擦力も Energy 消費に関する係数 k なども本稿では考えない．



図—1

この問題を解く基本式は前掲の**表—1** に与えられているが，検算の意味で S-2 系の式を原式 (2.9), (2.10) にもどり**図—1** の円筒座標で示すと次の如くなる．印刷上の都合で指標 2 を暫く省略する．

$$\varepsilon\frac{\partial R_Z}{\partial t}=c\frac{1}{q}\frac{\partial}{\partial q}(qW_\theta) \quad\cdots\cdots\cdots(3.1)$$

$$\varepsilon\frac{\partial R_q}{\partial t}=-c\frac{\partial W_\theta}{\partial Z} \quad\cdots\cdots\cdots(3.2)$$

$$\mu\frac{\partial W_\theta}{\partial t}=-c\left(\frac{\partial R_q}{\partial Z}-\frac{\partial R_Z}{\partial q}\right) \quad\cdots\cdots\cdots(3.3)$$

また，

$$\mathrm{div}\,\boldsymbol{R}_2=\frac{\partial R_Z}{\partial Z}+\frac{1}{q}\frac{\partial}{\partial q}(qR_q)=0 \quad\cdots\cdots(3.4)$$

さらに，

$$\mathrm{div}\ \boldsymbol{W}=0 \cdots\cdots(3.5)$$

これらの式より W_θ と R_q を消去すると

$$\frac{\partial^2 R_Z}{\partial t^2}=(C_2)^2\left[\frac{\partial^2 R_Z}{\partial Z^2}+\frac{\partial^2 R_Z}{\partial q^2}+\frac{1}{q}\frac{\partial R_Z}{\partial q}\right] \cdots\cdots(3.6)$$

同様にして W_θ と R_Z を消去すると，

$$\frac{\partial^2 R_q}{\partial t^2}=(C_2)^2\left[\frac{\partial^2 R_q}{\partial Z^2}+\frac{\partial^2 R_q}{\partial q^2}+\frac{1}{q}\frac{\partial R_q}{\partial q}-\frac{1}{q^2}R_q\right] \cdots\cdots(3.7)$$

W_θ に関する式は R_q と同型で

$$\frac{\partial^2 W_\theta}{\partial t^2}=(C_2)^2\left[\frac{\partial^2 W_\theta}{\partial Z^2}+\frac{\partial^2 W_\theta}{\partial q^2}+\frac{1}{q}\frac{\partial W_\theta}{\partial q}-\frac{1}{q^2}W_\theta\right] \cdots\cdots(3.8)$$

これらS-2系の式は**表—1**に示したものにほかならない．S-1系（勾配場）の式は**表—1**より（指標1を暫く省略），

$$\frac{\partial^2 R_Z}{\partial t^2}=(C_1)^2\left[\frac{\partial^2 R_Z}{\partial Z^2}+\frac{\partial^2 R_Z}{\partial q^2}+\frac{1}{q}\frac{\partial R_Z}{\partial q}\right] \cdots\cdots(3.9)$$

$$\frac{\partial^2 R_q}{\partial t^2}=(C_1)^2\left[\frac{\partial^2 R_q}{\partial Z^2}+\frac{\partial^2 R_q}{\partial q^2}+\frac{1}{q}\frac{\partial R_q}{\partial q}-\frac{1}{q^2}R_q\right] \cdots\cdots(3.10)$$

最初にS-1系の R_{1Z} の解を求めると

$$R_{1Z}=u(q)e^{-nt+mZ} \cdots\cdots(\mathrm{i})$$

とおけば，

$$\frac{\partial^2 u}{\partial q^2}+\frac{1}{q}\frac{\partial u}{\partial q}+\left\{m^2-\frac{n^2}{(C_1)^2}\right\}u=0 \cdots\cdots(\mathrm{ii})$$

ただし，

$$m^2-\frac{n^2}{(C_1)^2}=\alpha^2 \cdots\cdots(3.11)$$

$$\alpha q=\xi \cdots\cdots(\mathrm{iii})$$

とおくと (ii) より

$$\frac{\partial^2 u}{\partial \xi^2}+\frac{1}{\xi}\frac{\partial u}{\partial \xi}+u=0 \cdots\cdots(\mathrm{iv})$$

ゆえに，

$$u=AJ_0(\xi)+BY_0(\xi)$$

$\xi\to 0$ で，$Y_0\to-\infty$ となり，有界でなくなるゆえ $B=0$，したがって

$$R_{1Z}=A\cdot J_0(\alpha q)e^{-nt+mZ} \cdots\cdots(\mathrm{v})$$

式 (3.9) を満足する解として

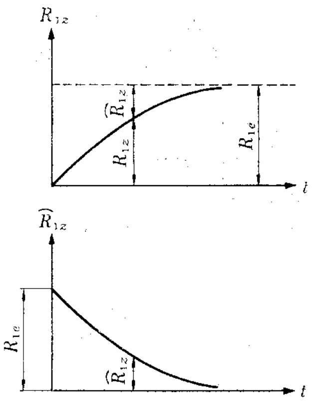
$$\left.\begin{array}{l} R_{1Z}=A\cdot J_0(\alpha q)e^{-nt}\cdot\sinh mZ \\ \text{ただし，} \\ \alpha q=\xi \end{array}\right\} \cdots\cdots(3.12)$$

いま

$$\hat{R}_{1Z}=R_{1e}-R_{1Z} \cdots\cdots(3.13)$$

とおくと，それぞれの初期条件は，

R_{1Z} に対し，



図—2

$$\left.\begin{array}{l} t\to\infty \ \text{で}\ R_{1Z}=R_{1e} \\ t\to 0 \ \text{で}\ R_{1Z}=0 \end{array}\right\} \cdots\cdots(3.14\cdot\mathrm{a})$$

$\hat{R}_{1Z}$ に対し，

$$\left.\begin{array}{l} t\to 0 \ \text{で}\ \hat{R}_{1Z}=R_{1e} \\ t\to\infty \ \text{で}\ \hat{R}_{1Z}=0 \end{array}\right\} \cdots\cdots(3.14\cdot\mathrm{b})$$

式 (3.13) を (3.9) 等に代入すると

$$\frac{\partial^2 \hat{\boldsymbol{R}}_1}{\partial t^2}=(C_1)^2\nabla^2\hat{\boldsymbol{R}}_1 \cdots\cdots(3.15\cdot\mathrm{a})$$

したがってその解も式 (3.12) と同型で

$$\hat{R}_{1Z}=A_i\cdot J_0(\alpha q)e^{-nt}\sinh mZ \cdots\cdots(3.15\cdot\mathrm{b})$$

円柱体の $t\to\infty$ における変形状態を $a\to a_e$，$b\to b_e$ とする．もし，

$$J_0(\alpha a_e)=0$$

すなわち，ξ_i を $J_0(\xi)=0$ の任意の正根として，

$$\alpha a_e=\xi_1,\ \xi_2,\ \cdots\xi_i\cdots$$

$$\alpha=\frac{\xi_1}{a_e},\ \frac{\xi_2}{a_e},\cdots\frac{\xi_i}{a_e}\cdots$$

などとおけば，$q=a_e$ で $J_0(\alpha a_e)=0$，すなわち式 (3.15・b) により $[\hat{R}_{1Z}]_{t=0}=0$ となる．式 (3.13) より

$$[R_{1Z}]_{t\to\infty}=R_{1e}$$

式 (3.15・b) は次の如く表わされる．

$$\hat{R}_{1Z}=A_i\cdot J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ$$

したがって一般的な解は，

$$\hat{R}_{1Z}=\sum_{\xi_i}A_i\cdot J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ \cdots(3.15\cdot\mathrm{c})$$

Σ は $J_0(\xi)=0$ のすべての正根についての和を表わす．

$\hat{R}_{1q}$ についても同様な計算のすすめ方によって

$$\hat{R}_{1q}=B_i\cdot J_1(\alpha q)e^{-nt}\cosh mZ \cdots\cdots(3.16\cdot\mathrm{a})$$

載荷された円柱体の $Z=0$ 点の $t\to\infty$ における半径が $a\to a_c$ として

$$J_1(\alpha a_c)=0$$

の根を考える．すなわち ζ_i を $J_1(\zeta)=0$ の任意の正根として

$$\alpha=\zeta_i/a_c$$

とおけば

$$\hat{R}_{1q}=B_i\cdot J_1\left(\frac{\zeta_i}{a_c}q\right)e^{-nt}\cosh mZ \cdots\cdots(3.16\cdot\mathrm{b})$$

したがって

$$\hat{R}_{1q}=\sum_{\zeta_i}B_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_c}q\right)e^{-nt}\cosh mZ \cdots(3.16\cdot\mathrm{c})$$

この段階で式 (2.4) の条件を想起することが肝要である．

$$\mathrm{rot}\ \boldsymbol{R}_1=0$$

$$\therefore\ \mathrm{rot}\ \hat{\boldsymbol{R}}_1=0$$

$$[\mathrm{rot}\ \hat{\boldsymbol{R}}_1]_\theta=\frac{\partial\hat{R}_{1q}}{\partial Z}-\frac{\partial\hat{R}_{1Z}}{\partial q}=0 \cdots\cdots\cdots\cdots(3.17)$$

式 (3.15・c)，(3.16・b) に上記の関係を利用すると

$$B_i\cdot J_1\left(\frac{\zeta_i}{a_c}\right)=-\frac{1}{m}\frac{\xi_i}{a_e}A_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)\cdots(3.18)$$

したがって式 (3.16・c) より

$$\hat{R}_{1q}=-\sum_{\xi_i}\frac{1}{m}\frac{\xi_i}{a_e}A_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\cosh mZ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.16\cdot\mathrm{d})$$

次に式 (2.14・b) を取り上げる．すなわち

$$\ddot{\varphi}=(C_1)^2\cdot\nabla^2\varphi$$

この解は

$$\left.\begin{array}{l}\varphi=H_i\cdot J_0(\alpha q)e^{-nt}\cosh mZ\\ \text{ただし}\\ \alpha^2=m^2-\dfrac{n^2}{(C_1)^2}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{i})$$

いま，

$$\hat{\varphi}=\varphi_k-\varphi \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{ii})$$

と考えると，

$$\hat{\varphi}=H_i\cdot J_0(\alpha q)e^{-nt}\cosh mZ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{iii})$$

式 (2.3) により

$$\hat{\boldsymbol{R}}_1=-\mathrm{grad}\ \hat{\varphi} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{iv})$$

(iii) を q で微分したものが $\hat{R}_{1q}$ であるゆえ

$$\hat{R}_{1q}=\alpha H_i J_1(\alpha q)e^{-nt}\cosh mZ$$

式 (3.16・d) と比較して，

$$H_i=-\frac{A_i}{m} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.19)$$

$$\therefore\ \hat{\varphi}=-\sum_{\xi_i}\frac{A_i}{m}J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\cosh mZ\cdots\cdots(3.20)$$

変位 $\boldsymbol{S}$ を考えるにあたり，S-1 の世界についてまず考える．高さ $2b$，直径 $2a$ の円柱体を大地の上におき，その上部に質量 M なる剛体を載荷したとき充分時間が経過すれば $b\to b_e$，$a\to a_e$ となるものとする．このような変形の内容は勾配場に属するものと環流場に属するものの総和であるが，電磁場の場合と異なり静電場と磁場とが区別されていないのでわれわれは苦労することとなる．思考の上で指標 1，2 と色分けして，その結果どんなことになるかを見るより仕方がない．充分時間が経過したときの変位 S_{1Z} を S_{1e} とする (図—**2** の R を S におきかえた図を想像されたい)．この場合引伸を正量とする．式 (3.13) と同様に

$$\hat{S}_{1Z}=S_{1e}-S_{1Z} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.21)$$

筆者はかつて「変位 $\boldsymbol{S}$ が $\boldsymbol{W}$ のなかに埋没してしまっていることが筆者の考え方の欠点である[2)]」と述べたことがあるが，この小論でやっと $\boldsymbol{S}$ に近づくこととなった．

$$\left.\begin{array}{l}\ddot{\boldsymbol{S}}_1=(C_1)^2\cdot\nabla^2\boldsymbol{S}_1\\ \text{ただし，}\\ \mathrm{rot}\ \boldsymbol{S}_1=0\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2.16)$$

いままで行ったような計算手順によって上式より次の解を得る．

$$\left.\begin{array}{l}\hat{S}_{1Z}=F_i\cdot J_0\left(\dfrac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ\\ \hat{S}_{1q}=G_i\cdot J_1\left(\dfrac{\zeta_i}{a_i}q\right)e^{-nt}\cosh mZ\end{array}\right\}\cdots\cdots(3.22)$$

$\mathrm{rot}\ \hat{\boldsymbol{S}}_1=0$ の条件に目をつけて

$$\mathrm{rot}\ \hat{S}_{1\theta}=\frac{\partial\hat{S}_{1q}}{\partial Z}-\frac{\partial\hat{S}_{1Z}}{\partial q}=0$$

式 (3.22) を代入して，

$$G_i\cdot J_1\left(\frac{\zeta_i}{a_e}q\right)=-\frac{1}{m}\frac{\xi_i}{a_e}F_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.23)$$

したがって，

$$\left.\begin{array}{l}\hat{S}_{1Z}=F_i\cdot J_0\left(\dfrac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ\\ \hat{S}_{1q}=-\dfrac{1}{m}\dfrac{\xi_i}{a_e}F_i\cdot J_1\left(\dfrac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\cosh mZ\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.24\cdot\mathrm{a})$$

さらに係数 F_i を整理するために平井仮説 式 (2.5) を利用する．

$$\mathrm{div}\ \hat{\boldsymbol{S}}_1=\left\{m-\frac{1}{m}\left(\frac{\xi_i}{a_e}\right)^2\right\}F_i\cdot J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)\cdot e^{-nt}\cosh mZ$$

また式 (3.20) より

$$\frac{\partial\hat{\varphi}}{\partial t}=\frac{n}{m}A_i\cdot J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\cosh mZ$$

これらの関係式を式 (2.5) に代入して

$$F_i=\frac{n}{\left(\dfrac{c}{\varepsilon}+r\right)\left\{\left(\dfrac{\xi_i}{a_e}\right)^2-m^2\right\}}A_i \cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{i})$$

式 (3.11) より

$$m^2-\alpha^2=\frac{n^2}{(C_1)^2} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{ii})$$

$$\left.\begin{array}{l}\therefore\ \hat{S}_{1Z}=-\displaystyle\sum_{\xi_i}\frac{2c}{\mu}\frac{A_i}{n}J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ\\ \hat{S}_{1q}=\displaystyle\sum_{\xi_i}\frac{2c}{\mu}\frac{1}{m}\left(\frac{\xi_i}{a_e}\right)\frac{A_i}{n}J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e q}\right)\cdot e^{-nt}\cosh mZ\end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.24\cdot\mathrm{b})$$

したがって，

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \hat{S}_{1Z}}{\partial t}&=\sum_{\xi_i}\frac{2c}{\mu}A_i\cdot J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ\\ \frac{\partial \hat{S}_{1q}}{\partial t}&=-\sum_{\xi_i}\frac{2c}{\mu}\frac{1}{m}\left(\frac{\xi_i}{a_e}\right)A_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)\\ &\cdot e^{-nt}\cosh mZ\end{aligned}\right\} \cdots\cdots(3.25)$$

式 (3.15・c), (3.16・d), (3.25) より円柱体の場合には次のような面白い関係式が導かれる．

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \hat{S}_{1Z}}{\partial t}&=\frac{2c}{\mu}\hat{R}_{1Z}\\ \frac{\partial \hat{S}_{1q}}{\partial t}&=\frac{2c}{\mu}\hat{R}_{1q}\end{aligned}\right\} \cdots\cdots(3.26\cdot a)$$

すなわち

$$\dot{\hat{\boldsymbol{S}}}_1=\frac{2c}{\mu}\hat{\boldsymbol{R}}_1 \cdots\cdots(3.26\cdot b)$$

次に S-2 の世界についていままでと同様な考察を進めるが，この世界は環流場である．$\boldsymbol{R}_2$ に関する式は (3.6), (3.7) である．

その解は，

$$R_{2Z}=\overline{A}_i\cdot J_0(\bar{\alpha}q)e^{-nt}\sinh mZ \cdots\cdots(3.27)$$

本稿では，n および m は S-1 系と S-2 系で同じと仮定したが再考すべき点であるかも知れない．上式中の $\bar{\alpha}$ は

$$\bar{\alpha}^2=m^2-\frac{n^2}{(C_2)^2} \cdots\cdots(3.28)$$

また

$$\hat{R}_{2Z}=R_{2e}-R_{2Z} \cdots\cdots(3.29)$$

とおくと，

$$\hat{R}_{2Z}=\overline{A}_i\cdot J_0(\bar{\alpha}q)e^{-nt}\sinh mZ \cdots\cdots(\mathrm{i})$$

式 (3.11) と (3.28) とについて考える．われわれが対象としている「変形する物体」の寸法が定数 C_1 と C_2 との差を問題とするほど大きなものでなければ

$$\alpha \fallingdotseq \bar{\alpha} \cdots\cdots(3.30)$$

と考えることができる．この式はまたこの理論の適用し得る範囲についていつか議論をしなければならないことを示唆する．しかし S-2 の世界を取り扱っているという感じを忘れないために暫く $\bar{\alpha}$ という記号を使用して計算を進める．(i) より

$$\hat{R}_{2Z}=\overline{A}_i\cdot J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ \cdots\cdots(\mathrm{ii})$$

したがって一般的な解は

$$\hat{R}_{2Z}=\sum_{\xi_i}\overline{A}_i\cdot J_0(\bar{\alpha}q)e^{-nt}\sinh mZ \cdots\cdots(3.31)$$

次に式 (3.7) に関連する解は

$$\hat{R}_{2q}=R_{2e}'-R_{2q} \cdots\cdots(3.32)$$

とおいて式 (3.16・a) を参考にすれば，

$$\hat{R}_{2q}=\overline{B}_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_c}q\right)e^{-nt}\cosh mZ$$

係数 $\overline{B}_i$ をさらに他の形に導くためには式 (2.20) の第2式を想起することが必要である．すなわち

$$\mathrm{div}\,\hat{\boldsymbol{R}}_2=\frac{1}{q}\frac{\partial}{\partial q}(q\hat{R}_{2q})+\frac{\partial \hat{R}_{2Z}}{\partial Z}=0$$

上式の第2項を $f(q)$ とおくと，

$$q\hat{R}_{2q}=-\int q\cdot f(q)+\mathrm{const.}$$

式 (3.31) より $f(q)$ を計算しこれを前記の式に代入して，

$$\hat{R}_{2q}=-\frac{a_e}{\xi_i}m\overline{A}_i e^{-nt}J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)\cosh mZ$$

すなわち

$$B_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)=-\frac{a_e}{\xi_i}m\overline{A}_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right) \cdots\cdots(3.33)$$

$$\therefore\ \hat{R}_{2q}=-\sum_{\xi_i}\frac{a_e}{\xi_i}m\overline{A}_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\cosh mZ \cdots\cdots(3.34)$$

次に式 (3.8) を考えるにあたり，式 (2.8) より

$$\hat{\boldsymbol{W}}=\frac{1}{2}\mathrm{rot}\,\hat{S}_2 \cdots\cdots(3.35)$$

式 (3.8) の解は

$$\hat{W}_\theta=\overline{\boldsymbol{D}}_i\cdot J_1(\bar{\alpha}q)e^{-nt}\sinh mZ \cdots\cdots(3.36\cdot a)$$

式 (2.10) は

$$\frac{\partial R_q}{\partial Z}-\frac{\partial R_Z}{\partial q}=-\frac{\mu}{c}\dot{W}_\theta$$

$$\therefore\ \frac{\partial \hat{R}_{2q}}{\partial Z}-\frac{\partial \hat{R}_{2Z}}{\partial q}=-\frac{\mu}{c}\frac{\partial \hat{W}_\theta}{\partial t} \cdots\cdots(3.37)$$

式 (3.31), (3.34) および (3.37) より

$$\overline{D}_i\cdot J_1(\bar{\alpha}q)=-\frac{a_e}{\xi_i}\frac{\varepsilon}{c}n\overline{A}_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)\cdots(3.38)$$

$$\therefore\ \hat{W}_\theta=-\sum_{\xi_i}\frac{a_e}{\xi_i}\frac{\varepsilon n}{c}\overline{A}_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ \cdots\cdots(3.36\cdot b)$$

$\mathrm{div}\,S=0$ の場合，すなわち S-2 の世界での式 (2.18) の解は，

$$\hat{S}_{2Z}=S_{2e}-S_{2Z} \cdots\cdots(3.39)$$

とおいて，

$$\hat{S}_{2Z}=\overline{F}_i\cdot J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ \cdots\cdots(3.40\cdot a)$$

$$\hat{S}_{2q}=\overline{G}_i\cdot J_1\left(\frac{\zeta_i}{a_c}q\right)e^{-nt}\cosh mZ \cdots\cdots(3.41\cdot a)$$

しかるに，

$$\mathrm{div}\,S_2=\frac{1}{q}\frac{\partial}{\partial q}(q\hat{S}_{2q})+\frac{\partial \hat{S}_{2Z}}{\partial Z}=0$$

この関係より，

$$\overline{G}_i\cdot J_1\left(\frac{\zeta_i}{a_c}q\right)=-\frac{a_e}{\xi_i}m\overline{F}_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right) \cdots\cdots(3.42)$$

$$\therefore\ \hat{S}_{2q}=-\frac{a_e}{\xi_i}m\overline{F}_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\cosh mZ \cdots\cdots(3.41\cdot b)$$

式 (3.35) により，

$$\frac{\partial \hat{S}_{2q}}{\partial Z}-\frac{\partial \hat{S}_{2Z}}{\partial q}=2\hat{W}_\theta$$

式 (3.40・a)，(3.41・b) および (3.36・b) を上式に代入すれば，$\bar{\alpha}=\xi_i/a_e$ とおいて

$$\bar{F}_i=\frac{2}{m^2-\bar{\alpha}^2}\frac{\varepsilon n}{c}\bar{A}_i$$

式 (3.28) を想起して，

$$\left.\begin{aligned}\bar{F}_i&=\frac{2c}{\mu}\frac{\bar{A}_i}{n}\\ \bar{G}_i&=-\frac{a_e}{\xi_i}\frac{m}{n}\frac{2c}{\mu}\bar{A}_i\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.43)$$

ゆえに式 (3.40・a)，(3.41・a) により次式が得られる．

$$\hat{S}_{2Z}=\sum_{\xi_i}\frac{2c}{\mu}\frac{\bar{A}_i}{n}J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\sinh mZ \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.40\cdot b)$$

$$\hat{S}_{2q}=-\sum_{\xi_i}\frac{2c}{\mu}\frac{a_e}{\xi_i}\frac{m}{n}\bar{A}_i\cdot J_1\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)e^{-nt}\cosh mZ \quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.41\cdot c)$$

時間 t でこれらの式を微分すると，

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial \hat{S}_{2Z}}{\partial t}&=-\frac{2c}{\mu}\hat{R}_{2Z}\\ \frac{\partial \hat{S}_{2q}}{\partial t}&=-\frac{2c}{\mu}\hat{R}_{2q}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.44\cdot a)$$

すなわち円柱体に関する本稿の問題では次式が成立する．

$$\hat{\boldsymbol{S}}=-\frac{2c}{\mu}\hat{\boldsymbol{R}}_2\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.44\cdot b)$$

S_{2Z} などの初期条件は **図—2** のところで述べたことに準ずる．式 (3.24・b)，(3.40・b) より，

$$\begin{aligned}[\hat{S}_Z]_{t=0}&=[\hat{S}_{1Z}]_{t=0}+[\hat{S}_{2Z}]_{t=0}\\ &=\frac{2c}{\mu}\frac{1}{n}\sum_{\xi_i}(\bar{A}_i-A_i)J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)\sinh mZ\end{aligned}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.45)$$

また

$$S_{1e}+S_{2e}=S_e\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.46)$$

特に円柱体上面側すなわち $Z=+b_e$ での S_e を示すものとして，$[S_e]$ とカッコを付して簡記することにする．$[S_e]$ は引伸を正とし，これは円柱体上面側の分とすれば，下面側についてもそれを考えなければならない．問題の簡略化のために円柱体の全重心の移動の影響は今は考えない．$[S_e]$ は，実測された総変形量（Z 方向）の半分である Δb より算出することができる．

初期条件は式 (3.45) において，$t=0$，$Z=+b_e$ で $\hat{S}_Z=[S_e]$ であるから

$$\left.\begin{aligned}[S_e]&=\frac{2c}{\mu}\frac{\sinh mb_e}{n}\sum_{\xi_i}(\bar{A}_i-A_i)J_0(\xi_i r)\\ r&=q/a_e\end{aligned}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.47)$$

上式の Σ の項を仮に $\phi(r)$ とすれば，

$$\begin{aligned}\phi(r)=[&(\bar{A}_1-A_1)J_0(\xi_1 r)\\ &+(\bar{A}_2-A_2)J_0(\xi_2 r)+\cdots]\end{aligned}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(\mathrm{i})$$

式 (i) に $r\cdot J_0(\xi_s r)dr$ を乗じて，0から1まで積分すれば右辺一般項は

$$\int_0^1 r\cdot J_0(\xi_i r)J_0(\xi_s r)dr$$

であるが，周知の如く $i\neq s$ のときは零である．したがって $i=s$ の項だけが残り他は零である．さて式 (3.47) に戻りこの両辺に $r\cdot J_0(\xi_s r)dr$ を乗じて，0から1まで積分する[6]．その結果，

$$(\bar{A}_s-A_s)=\frac{\mu}{2c}\frac{n}{\sinh mb_e}\frac{2[S_e]}{\xi_s\cdot J_1(\xi_s)}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.48)$$

円柱体上面での $[S_e]$ は Z 軸方向の総変形量 Δb より求められるが

$$\Delta b=b-b_e\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.49)$$

とすればこれは式 (3.45) を0から b_e まで積分したものである．すなわち，

$$\begin{aligned}&\int_0^{b_e}[\hat{S}_Z]_{t=0}dZ\\ &=\frac{2c}{\mu}\frac{1}{n}\sum_{\xi_i}(\bar{A}_i-A_i)\\ &\quad\times J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)\int_0^{b_e}\sinh mZ\cdot dZ\\ &=\frac{2c}{\mu}\frac{\cosh mb_e-1}{mn}\sum_{\xi_i}(\bar{A}_i-A_i)J_0\left(\frac{\xi_i}{a_e}q\right)\\ &=\Delta b\end{aligned}$$

この式と式 (3.47) とより

$$[S_e]=\frac{m\sinh mb_e}{\cosh mb_e-1}\Delta b\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.50)$$

最後に $\hat{R}_Z$ について考える．まず最初に質量 M は勾配場のみならず環流場にも影響を与えるものと考えて論を進めてみる．式 (3.15・c)，(3.31) より

$$\begin{aligned}[\hat{R}_Z]_{t=0}&=[\hat{R}_{1Z}+\hat{R}_{2Z}]_{t=0}\\ &=\sum_{\xi_i}(\bar{A}+A_i)J_0(\xi_i r)\sinh mZ\cdots(3.51)\end{aligned}$$

また

$$R_{1e}+R_{2e}=R_e\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(3.52)$$

円柱体上面でのすなわち $Z=+b_e$ での R_e を $[R_e]$ と簡記することにする．式 (3.51) より

$$[R_e]=\sum_{\xi_i}(\bar{A}_i+A_i)\sinh mb_e\cdot J_0(\xi_i r)$$

両辺に $r\cdot J_0(\xi_s r)dr$ を乗じて，0から1まで積分すると，

$$\bar{A}_s+A_s=\frac{1}{\sinh mb_e}\frac{2[R_e]}{\xi_s\cdot J_1(\xi_s)}\quad\cdots\cdots\cdots(3.53)$$

R_e については討議回答[2]式（8）により[7]

---

6) 公式 $\int_0^1 r\cdot J_0^2(\xi r)\mathrm{d}r=\frac{1}{2}[J_0^2(\xi)+J_1^2(\xi)]$

7) この式の a は場合によっては a_e とすべきなのかも知れない．

$$[R_e]=-\frac{4\pi}{\epsilon}w=-\frac{4\pi}{\epsilon}\frac{M}{\pi a^2}=-\frac{4M}{\epsilon a^2} \quad \cdots\cdots(3.54)$$

式 (3.48) と (3.53) を連立にとけば,

$$A_i=\frac{[R_e]-\dfrac{\mu}{2c}n[S_e]}{\xi_i\cdot J_1(\xi_i)\sinh mb_e} \quad \cdots\cdots(3.55)$$

$$\overline{A}_i=\frac{[R_e]+\dfrac{\mu}{2c}n[S_e]}{\xi_i\cdot J_1(\xi_i)\sinh mb_e} \quad \cdots\cdots(3.56)$$

次に質量 M は勾配場にだけしか影響を与えないとの立場をとると前記2式の代わりに次式が登場する.

$$A_s=\frac{2}{\sinh mb_e}\frac{[R_e]}{\xi_s\cdot J_1(\xi_s)} \quad \cdots\cdots(3.57)$$

$$\overline{A}_s=\frac{2}{\sinh mb_e}\frac{[R_e]+\dfrac{\mu}{2c}n[S_e]}{\xi_s\cdot J_1(\xi_s)} \quad \cdots\cdots(3.58)$$

どちらが実際の現象に合うかは事実に聞くより方法がないが，この思考実験の範囲で御気付きの点があるならばご教示いただきたい. Boundary Condition の取り扱いに別な道があるかも知れないとも考えている.

4. 結　　語

序言に述べた如く昭和 46 年 (1971) に発表した小論では胃の手術直前でいそいだため，説明の仕方に下手な箇所があったり，また一，二箇所修正を要する点もあって，これだけで筆者の主張をお認めいただけたとは思えない. この小論では **2.** において勾配場と環流場の立場から基礎理論の再整理を行い **表—1** の結果を得た. 実用上の立場からいえばこの表に示された式が基礎式であると考えても等価であり. いま $\mathfrak{H}$ なる Vector を考えるとこれら基礎式は次の二群の式で示されることになる.

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{\mathfrak{H}}_1=(C_1)^2\nabla^2\mathfrak{H}_1\\&\mathrm{rot}\,\mathfrak{H}_1=0\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(4.1)$$

および

$$\left.\begin{aligned}&\ddot{\mathfrak{H}}_2=(C_2)^2\nabla^2\mathfrak{H}_2\\&\mathrm{div}\,\mathfrak{H}_2=0\end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(4.2)$$

しばしば申し上げた如く，この小論は疑似科学的な言語で語られた妄想であるかも知れない. したがって遠慮のないご討議をいただきたい. しかし筆者は一介の工学者であるので，ご討議の折にはご丁寧なご教示を賜わるようお願い申上げたい. この小論を叩き台として，新しい芽が育つ転機となるならば望外の喜びである.

終りに臨んでこの研究にご鞭撻とご援助をいただいた田坂輝敬氏 (Mr. Teruyoshi TASAKA) に深い感謝の念を捧げるものである.

(1975.5.6・受付)