

## 横荷重を受ける吊橋の変形と応力について

DEFORMATIONS AND STRESSES OF SUSPENSION  
BRIDGES UNDER LATERAL LOADS

小松定夫\*・西村宣男\*\*

By Sadao KOMATSU and Nobuo NISHIMURA

## 1. ま え が き

補剛トラスを有する長大吊橋において、弦材は風荷重による応力に対して設計される場合が多い。また横構斜材も、道路・鉄道併用橋のように偏心荷重によって大きなねじりモーメントを受ける場合の中央径間中央部付近を除けば、おおむね風荷重による応力によって断面が設計される。このように吊構造のかなりの主要部材の断面が風荷重による応力によって算定されることを考えると、吊橋の水平横荷重に対する解析法も、鉛直荷重に対する解析法と同程度に厳密であることが必要である。

水平横荷重を受ける吊橋に関する解析手法は、鉛直荷重に対する解析法と同様に、膜理論によるものとマトリックス法によるものとに大別される。前者は Moisseiff-Lienhardt<sup>1)</sup>によって最初に発表されたもので、吊構造は水平方向の曲げ剛性のみを有するものと仮定し、吊材の傾斜張力の水平成分によって、ケーブルと吊構造に荷重が分配されるものとして基礎方程式が組立てられている。まず支間長 500 m 位までの中スパン吊橋に対しては均等分配法、さらにそれ以上の長大吊橋に対しては正確を期すために弾性分配法を考えた。吊構造からケーブルへ伝達される分配荷重を仮定し試行錯誤計算法により真のつり合い状態を得ようとするものである。この点について、後に多くの研究者によって、計算法の改良がなされた。Ellis<sup>2)</sup>は補剛桁の分担荷重を有限個の未知集中荷重に置き換え、未知集中荷重に関する多元連立方程式を直接解く方法、Erzen<sup>3)</sup>は基礎微分方程式を差分方程式に置換して直接解く方法を示している。さらに福田<sup>4)</sup>は三連モーメント式を適用して差分表示の改良を行うとともに、タワーの変形を考慮した多径間吊橋の解法を示している。また Selberg<sup>5)</sup>は吊材の傾斜を有限三角級数

で表わし、ケーブルと横構の水平曲げ弾性方程式を満足するように未知係数を決定する簡易計算法を考えた。同種の解法としてはタワーの変形をも考慮して連続補剛吊橋に拡張した Waltking<sup>6)</sup>の研究、ケーブルと補剛桁の剛性比に関するパラメーター解析を行った Topaloff<sup>7)</sup>の研究がある。

一方、マトリックス法に属するものとして、後藤<sup>8)</sup>はケーブルおよび吊材の伸びを無視して、ケーブル格点におけるつり合いおよび吊構造の三連モーメント式を行列方程式で表現して離散的力学量についての解を与えている。吉塚<sup>9)</sup>は一般変形法を適用している。この方法ではタワーの変形および吊構造のねじりモーメントを考慮している。比較的新しく完成したサラザール橋の横荷重に対する構造解析<sup>10)</sup>にはマトリックス法が採用されている。

ところで以上の諸研究では、吊構造全体を1本の水平曲げ部材に置き換え、横荷重に対しては鉛直軸まわりの曲げ変形のみ考慮している場合が多く、曲げモーメントおよびせん断力は上下横構に均等に分配されるとしている。実際には補剛トラスの上弦材格点に吊材が取り付けられることが多いので、吊橋が水平横方向に変位したとき吊材の傾斜による吊材張力の水平成分が、吊構造のせん断中心に対し補剛トラス高のほぼ1/2の偏心量をもつ偏心分布横荷重として吊構造に作用する。したがって吊橋は水平横方向に変位すると同時にねじり変形を生ずる。また吊構造の横断面形状を保持するに十分剛な対傾構が設けられていなければ断面変形も生ずる。このような変形状態を考えると横荷重による上下横構の応力は一致しなくなる。わずかに Eßlinger<sup>11)</sup>は中間対傾構を省略した特殊な形式の吊橋が横荷重を受ける場合について、ねじれおよび断面変形を含んだ遷移マトリックスを与えている。

本研究では3径間2ヒンジ吊橋および連続吊橋が水平横荷重を受ける場合について、吊材張力の水平成分によ

\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学教室

\*\* 正会員 大阪大学講師 工学部土木工学教室

るねじれや吊構造の横断面変形を考慮した基礎方程式を誘導し、Galerkin 法を適用して解いている。さらに数値計算によって水平横荷重載荷時のねじれ変形や横断面変形、およびこれらの変形が応力に与える影響について考察を加える。

## 2. 基礎方程式の誘導

### (1) 仮定

基礎方程式の誘導にあたり以下の仮定を設ける。

- i) 吊構造は 2 軸対称箱型断面で、せん断中心は図心と一致している。
- ii) 横たわみに付随するわずかな鉛直変位は無視する。
- iii) 左右のケーブルの水平横方向変位は相等しいとする。
- iv) 塔の変形の影響については福田<sup>4)</sup>、Waltking<sup>6)</sup> および吉塚<sup>9)</sup> らによって明らかにされており、横たわみに対して特に大きな影響を与えないので、本研究では省略する。
- v) 吊構造の横断面変形による吊構造の諸剛性の変化は僅少であり無視する。
- vi) 吊材はすべて補剛トラスの上弦材格点に結合されている。
- vii) 横構トラスの曲げ変形に付随するせん断変形、すなわち、横構斜材の伸縮による付加たわみの影響は無視する。弦材と斜材の断面積比が大きき、パネル数の少ないトラスでは斜材の伸縮による付加たわみは無視できないが、パネル数の多い長大吊橋では影響が少ない<sup>15)</sup>。
- viii) いわゆる膜理論を適用する。

### (2) 横たわみに関するつり合い式

図-2 に示すようにケーブルおよび吊構造の横方向変位  $u_c, u_s$  のほかに吊構造の横断面内にはねじれ角  $\varphi$  と断面変形（ずれ角） $\theta$  が生ずる。吊橋の横方向変位に関しては、吊材の傾斜張力が重要な役割りを演ずる。図-2 の変形状態を考慮するとき、吊材の傾斜は

$$\beta = \frac{1}{\eta(z)} \left\{ u_s - u_c + \frac{h}{2} (\varphi - \theta) \right\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $h$  は補剛トラス高、 $\eta(z)$  は吊材長を表わす。

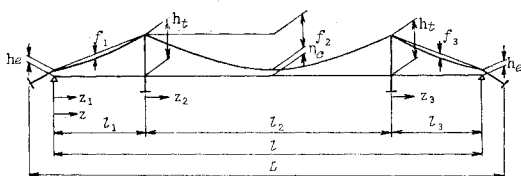


図-1 吊橋一般図

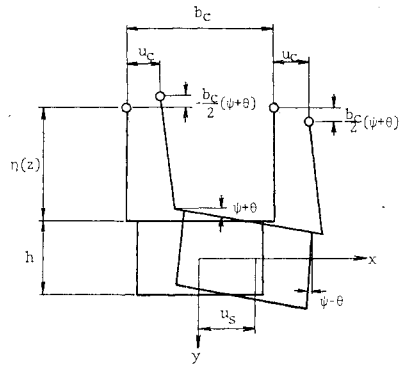


図-2 座標と変位

式 (1) の下線部は  $u_s$  や  $u_c$  と比較するとかなり小さいが、対傾剛性が小さい場合には  $u_s - u_c$  とは同程度の値となる。吊材力の水平成分  $X = -m_s \beta$  を考慮してケーブルおよび吊構造におけるつり合いを考えると

$$-2 H_d u_c'' - \frac{m_s}{\eta(z)} \left\{ u_s - u_c + \frac{h}{2} (\varphi - \theta) \right\} = p_c \dots \dots \dots (2)$$

$$EI_y u_s^{IV} + \frac{m_s}{\eta(z)} \left\{ u_s - u_c + \frac{h}{2} (\varphi - \theta) \right\} = p_s \dots (3)$$

式 (2) および (3) の下線部を省略すれば Moisseiff の基礎方程式に一致する。

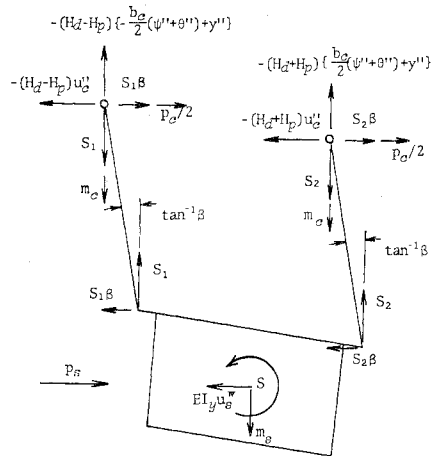


図-3 吊橋断面に作用する外力と内力

### (3) ねじれに関するつり合い式

吊材は補剛トラスの上弦材格点において結合されている。そこで、吊材の傾斜による吊材力の水平成分  $X$  は吊構造に対して、前項の水平横たわみに関するケーブルと吊構造間の内力として作用すると同時に、吊構造のせん断中心に対して  $h/2$  偏心しているから分布ねじり荷重および分布ずれ荷重としても作用する。

$$m_t = -\frac{h}{2} m_s \beta, \quad m_\theta = \frac{h}{2} m_s \beta \dots \dots \dots (4)$$

著者らがすでに発表した吊構造の横断面変形を考慮し

た吊橋のねじりに関する弾性方程式<sup>13)</sup>の荷重項に式(4)を追加すると

$$aw'' - b_1w - b_2\varphi' - b_1\theta' = 0 \dots\dots\dots(5)$$

$$\begin{aligned} & -b_2w' - \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2}H_d\right)\varphi'' \\ & - \left(b_2 + \frac{b_c^2}{2}H_d\right)\theta'' = m_t \\ & - \frac{m_s h}{2\eta(z)} \left\{u_s - u_c + \frac{h}{2}(\varphi - \theta)\right\} + H_p b_c y'' \end{aligned} \dots\dots\dots(6)$$

$$\begin{aligned} & -b_1w' - \left(b_2 + \frac{b_c^2}{2}H_d\right)\varphi'' - \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2}H_d\right)\theta'' + \tau\theta \\ & = m_0 + \frac{m_s h}{2\eta(z)} \left\{u_s - u_c + \frac{h}{2}(\varphi - \theta)\right\} + H_p b_c y'' \end{aligned} \dots\dots\dots(7)$$

ここに

$$a = EA_c b^2 h^2 / 4, \quad b_1 = Gbh(t_1 b + t_2 h) / 2$$

$$b_2 = Gbh(t_1 b - t_2 h) / 2$$

$\tau$ : 対傾構せん断剛性,  $A_c$ : 弦材断面積

$t_1$ : 主構の換算板厚,  $t_2$ : 横構の換算板厚

また  $H_p$  はケーブルの付加水平張力であり, 次式で与えられる.

$$H_p = -\frac{E_c F_c}{L_c} \int_L y'' \frac{b_c}{2} (\varphi + \theta) dz \dots\dots\dots(8)$$

ここに

$E_c$ : ケーブルのヤング係数,  $F_c$ : ケーブル断面積

以上の式(2), (3), (5), (6), (7) および(8)より  $u_s, u_c, w, \varphi, \theta$  および  $H_p$  を求めることになる.

### 3. 基礎方程式の解法 I

変位  $u_c, u_s, w, \varphi$  および  $\theta$  に対して境界条件を満足するように選んだ級数解を仮定する. そしてそれぞれの座標関数を  $\bar{u}_{c,m}, \bar{u}_{s,m}, \bar{w}_m, \bar{\varphi}_m$ , および  $\bar{\theta}_m$  と表わし式(2), (3), (5), (6) および(7)にガラーキン法を適用する.

$$\begin{aligned} & -2H_d \int_L u_c'' \bar{u}_{c,m} dz - \int_L \frac{m_s}{\eta(z)} \\ & \cdot \left\{u_s - u_c + \frac{h}{2}(\varphi + \theta)\right\} \bar{u}_{c,m} dz = \int_L p_c \bar{u}_{c,m} dz \end{aligned} \dots\dots\dots(9)$$

$$\begin{aligned} & \int_L EI_y u_s'' \bar{u}_{s,m} dz + \int_L \frac{m_s}{\eta(z)} \\ & \cdot \left\{u_s - u_c + \frac{h}{2}(\varphi - \theta)\right\} \bar{u}_{s,m} dz = \int_L p_s \bar{u}_{s,m} dz \end{aligned} \dots\dots\dots(10)$$

$$\begin{aligned} & \int_L aw'' \bar{w}_m dz - \int_L b_1 w \bar{w}_m dz - \int_L b_2 \varphi' \bar{w}_m dz \\ & - \int_L b_1 \theta' \bar{w}_m dz = 0 \dots\dots\dots(11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \int_L b_2 w' \bar{\varphi}_m dz - \int_L \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2}H_d\right) \varphi'' \bar{\varphi}_m dz \\ & - \int_L \left(b_2 + \frac{b_c^2}{2}H_d\right) \theta'' \bar{\varphi}_m dz \\ & + \int_L \frac{m_s h}{2\eta(z)} \left\{u_s - u_c + \frac{h}{2}(\varphi - \theta)\right\} \bar{\varphi}_m dz \\ & = \int_L (m_t + H_p b_c y'') \bar{\varphi}_m dz \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \int_L b_1 w' \bar{\theta}_m dz - \int_L \left(b_2 + \frac{b_c^2}{2}H_d\right) \varphi'' \bar{\theta}_m dz \\ & - \int_L \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2}H_d\right) \theta'' \bar{\theta}_m dz \\ & - \int_L \frac{m_s h}{2\eta(z)} \left\{u_s - u_c + \frac{h}{2}(\varphi - \theta)\right\} \bar{\theta}_m dz \\ & + \int_L \tau \theta \bar{\theta}_m dz = \int_L (m_0 + H_p b_c y'') \bar{\theta}_m dz \dots\dots(13) \end{aligned}$$

3 径間 2 ヒンジ吊橋に対しては, 各径間において次の境界条件を用いる.

$$\begin{aligned} & u_{c,i}(0) = 0, \quad u_{c,i}(l_i) = 0, \quad u_{s,i}(0) = 0, \quad u_{s,i}(l_i) = 0, \\ & u_{s,i}''(0) = 0, \quad u_{s,i}''(l_i) = 0, \quad w_i'(0) = 0, \quad w_i'(l_i) = 0, \\ & \varphi_i(0) = 0, \quad \varphi_i(l_i) = 0, \quad \theta_i(0) = 0, \quad \theta_i(l_i) = 0 \end{aligned}$$

$$(i=1, 2, 3) \dots\dots\dots(14)$$

ここに添字  $i$  は径間を表わす記号である. 式(14)の境界条件を満足する変位の級数解は

$$\begin{aligned} & u_{c,i} = \sum_{n=1}^N a_{i,n} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i}, \quad u_{s,i} = \sum_{n=1}^N b_{i,n} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i}, \\ & w_i = \sum_{n=1}^N c_{i,n} \cos \frac{n\pi z_i}{l_i}, \quad \varphi_i = \sum_{n=1}^N d_{i,n} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i}, \\ & \theta_i = \sum_{n=1}^N e_{i,n} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots(15) \end{aligned}$$

座標関数は

$$\begin{aligned} & \bar{u}_{c,i,m} = \sin \frac{m\pi z_i}{l_i}, \quad \bar{u}_{s,i,m} = \sin \frac{m\pi z_i}{l_i}, \\ & \bar{w}_{i,m} = \cos \frac{m\pi z_i}{l_i}, \quad \bar{\varphi}_{i,m} = \sin \frac{m\pi z_i}{l_i}, \\ & \bar{\theta}_{i,m} = \sin \frac{m\pi z_i}{l_i} \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots\dots(16) \end{aligned}$$

と与えられる. 式(15) および(16)をガラーキン公式(9)~(13)に代入する. 2 ヒンジ吊橋ではケーブルの水平張力を介して各径間が力学的に影響しあうが, ケーブル付加水平張力  $H_p$  に仮定値を与えるとガラーキン公式は各径間で独立となり, 3 径間吊橋全体系では, 未定係数  $\{a_{i,n}; b_{i,n}; c_{i,n}; d_{i,n}; e_{i,n}\}$  に関する 3 組 ( $i=1, 2, 3$ ) の  $5N \times 5N$  の係数マトリックスが与えられる. 式(9)~(13)のうち  $z$  の関数  $\eta(z_i)$  を含む項に対しては Simpson 公式による数値積分を適用し, 係数マトリックスの要素を計算する.

最初,  $H_p=0$  として  $5N$  元の連立方程式の解として与えられる係数  $\{d_{i,n}; e_{i,n}\}$  ( $i=1, 2, 3$ ) を用いて式(8)によりケーブルの付加水平張力  $H_{p1}$  を求める. 次

に、 $H_p=H_{p1}$  と置き、再び係数計算を行い、式 (8) により与えられるケーブル付加水平張力を  $H_{p2}$  と表わすと、真のケーブル付加張力  $H_p$  は、次の直線補間式により与えられる。

$$H_p = \frac{H_{p1}^2}{2H_{p1} - H_{p2}} \dots\dots\dots(17)$$

ところで、上述の解法によると  $5N$  元の連立方程式を解く必要がある。かりに  $N=20$  としても 100 元の連立方程式になる。また多くの要素は  $z$  の関数  $\eta(z)$  を含む数値積分によって与えられ、ほとんど零要素とならないので、帯行列を構成せず、計算時間の点であり効率の良い解法ではない。

基礎方程式 (2), (3), (5), (6) および (7) から容易に分かるように、吊材傾斜式 (1) 中のねじれ角  $\varphi$  とずれ角  $\theta$  に関する項 (下線部) を省略できるならば、横たわみに関する式 (2) と (3), およびねじれに関する式 (5), (6) および (7) とに分離できる。

すなわち、式 (9), (10) はそれぞれ

$$-2H_d \int_L u_c'' \bar{u}_{cm} dz - \int_L \frac{m_s}{\eta(z)} (u_s - u_c) \bar{u}_{cm} dz = \int_L p_c \bar{u}_{cm} dz \dots\dots\dots(18)$$

$$\int_L EI_y u_s'' \bar{u}_{sm} dz + \int \frac{m_s}{\eta(z)} (u_s - u_c) \bar{u}_{sm} dz = \int_L p_s \bar{u}_{sm} dz \dots\dots\dots(19)$$

となる。両式を用いて式 (15) のケーブルおよび吊構造の横たわみに関する級数解の係数  $a_{i,n}$ ,  $b_{i,n}$  を求め、以下のねじれに関するガラーキン公式において吊材張力の水平成分によるねじり荷重、ずれ荷重を考慮する。式 (12) および (13) より

$$\begin{aligned} & - \int_L b_2 w' \bar{\varphi}_m dz - \int_L \left( b_1 + \frac{b_c^2}{2} - H_d \right) \varphi'' \bar{\varphi}_m dz \\ & - \int_L \left( b_2 + \frac{b_c^2}{2} - H_d \right) \theta'' \bar{\varphi}_m dz \\ & = \int_L (m_t + H_p b_c y'') \bar{\varphi}_m dz \\ & - \int_L \frac{m_s h}{2 \eta(z)} (u_s - u_c) \bar{\varphi}_m dz \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & - \int_L b_1 w' \bar{\theta}_m dz - \int_L \left( b_2 + \frac{b_c^2}{2} - H_d \right) \varphi'' \bar{\theta}_m dz \\ & - \int_L \left( b_1 + \frac{b_c^2}{2} - H_d \right) \theta'' \bar{\theta}_m dz + \int_L r \theta \bar{\theta}_m dz \\ & = \int_L (m_\theta + H_p b_c y'') \bar{\theta}_m dz \\ & + \int_L \frac{m_s h}{2 \eta(z)} (u_s - u_c) \bar{\theta}_m dz \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

$$(m=1, 2, \dots, N)$$

2 ヒンジ吊橋および連続吊橋に対する解法の詳細は文献 17) 中、著者らの分担執筆した 1.4 を参照されたい。

このように横たわみとねじれを分離した計算法の精度を数値計算によって調べた。その一例として、表-2 の諸元を有する 2 ヒンジ吊橋が図-6 の荷重状態 1 を受ける場合について、式 (9)~(13) による厳密解と式 (11) (18)~(21) による実用解とを比較して表-2 に示す。対傾構剛性  $r=10^3$  ton ときわめて小さい場合ですら、吊構造の横たわみについて 2% 程度の差を生ずるにすぎない。吊橋の横たわみに関して重要な役割を演じている吊材張力の水平成分は吊材の傾斜  $\beta$  に比例する。吊材の傾斜角を吊構造重心の水平横たわみ  $u_s$  とケーブルの水平横たわみ  $u_c$  の差より  $\beta_1=(u_s-u_c)/\eta(z)$  とした場合と、これに吊構造のねじれとずれ変形による吊構造の重心とハンガー取付点との水平移動量の差を考慮した  $\beta_2=\{u_s-u_c+h(\varphi+\theta)/2\}/\eta(z)$  を比較すると表-1 の下 2 段のように、厳密解と実用解それぞれについて、かなりの差が認められる。しかしながら厳密解では  $\beta_2$ 、また実用解では  $\beta_1$  を吊材の傾斜として用いており、これらの値は良く一致している。この点が両解法の結果に大きな差を生じない要因となっており、計算上きわめて都合のよい特性である。

表-1 厳密解と実用解の比較

着目量	着目点 $z_2$	$\gamma = 1.5 \times 10^3$ ton		$\gamma = 10^3$ ton	
		厳密解	実用解	厳密解	実用解
吊構造たわみ (m)	$l_2/2$	9.118	9.087	9.272	9.087
ケーブルたわみ (m)	$l_2/2$	8.616	8.630	8.553	8.630
上弦材力 (ton)	$l_2/2$	2720	2711	2781	2742
下横構斜材力 (ton)	0	383	385	525	526
ねじれ角 (rad)	$l_2/2$	-0.00688	-0.00690	-0.0187	-0.0189
ずれ角 (rad)	$l_2/2$	0.000059	0.000059	0.0236	0.0240
$(u_s - u_c)/\eta$	$l_2/2$	0.2510	0.2285	0.3595	0.2285
$(u_s - u_c + \frac{h}{2}(\varphi + \theta))/\eta$	$l_2/2$	0.2284	0.2059	0.2220	0.0891

#### 4. 基礎方程式の解法 II

##### (1) 第 1 段階 (横たわみ)

前節において示した実用解においては、横たわみ  $u_c$ ,  $u_s$  に対して級数解を仮定しているの、ガラーキン公式を用いて未定係数  $a_{i,n}$ ,  $b_{i,n}$  に関する係数行列の各項を求める際に  $u_{c,i} \bar{u}_{c,i,n}/\eta(z_i)$  などを数値積分しなければならない。この点を改良して、本節では横たわみとねじれを分離する方法についてより一層実用性のある解法を示す。

横たわみに関する微分方程式 (2), (3) において  $\varphi$  と  $\theta$  を省略した式に対して、吊材の傾斜  $(u_s - u_c)/\eta(z_i)$  を有限三角級数で表わす Selberg<sup>5)</sup> の方法を用いる。

$$\frac{u_s - u_c}{\eta(z_i)} = \sum_{n=1}^N a_{n,i} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} \quad (i=1, 2, 3) \dots\dots(22)$$

ケーブルおよび吊構造における水平横方向のつり合い式

は

$$-2 H_d u_c'' = p_c + m_s \sum_{n=1}^N a_{n,i} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} \dots\dots\dots(23)$$

$$EI_y u_s^{IV} = p_s - m_s \sum_{n=1}^N a_{n,i} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} \dots\dots\dots(24)$$

ケーブルにおけるつり合い式は各径間ごとに適用する。境界条件式 (14) に対して  $u_{c,i}$  は

$$u_{c,i} = \frac{p_c l_i^2}{4 H_d} \frac{z_i}{l_i} \left( 1 - \frac{z_i}{l_i} \right) + \frac{m_s l_i^2}{2 H_d \pi^2} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n,i}}{n^2} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} \dots\dots\dots(25)$$

一方、吊構造におけるつり合い式は 2 ヒンジ吊橋に対しては各径間ごとに適用し

$$u_{s,i} = u_{s,i,0} - \frac{m_s}{EI_y} \left( \frac{l_i}{\pi} \right)^4 \sum_{n=1}^N \frac{a_{n,i}}{n^4} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} \dots\dots\dots(26)$$

ここに、 $u_{s,i,0}$  は外力  $p_s$  による単純ばりとしてのたわみを表わす。

また連続吊橋に対する式 (24) の解を求める際には、まず 3 連モーメント式を用いることによって中間支点上の曲げモーメント  $M_1$  および  $M_2$  を未定係数  $a_{n,i}$  の一次結合で表わす。

$$\left. \begin{aligned} M_1 &= \frac{6E}{4C_1C_3 - C_2^2} \{ 2C_3(\psi_1^l - \psi_1^r) - C_2(\psi_2^l - \psi_2^r) \} \\ M_2 &= \frac{6E}{4C_1C_3 - C_2^2} \{ 2C_1(\psi_2^l - \psi_2^r) - C_2(\psi_1^l - \psi_1^r) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

ここに

$$C_1 = \frac{l_1}{I_{y1}} + \frac{l_2}{I_{y2}}, \quad C_2 = \frac{l_2}{I_{y2}}, \quad C_3 = \frac{l_2}{I_{y2}} + \frac{l_3}{I_{y3}}$$

$$\psi_j^l = \psi_{j,0}^l - \frac{m_s}{EI_{y,j}} \left( \frac{l_j}{\pi} \right)^3 \sum_{n=1}^N \frac{a_{n,j}}{n^3} \cos n\pi \quad (j=1, 2)$$

$$\psi_j^r = \psi_{j,0}^r - \frac{m_s}{EI_{y,j+1}} \left( \frac{l_{j+1}}{\pi} \right)^3 \sum_{n=1}^N \frac{a_{n,j+1}}{n^3}$$

$\psi_{j,0}^l$  および  $\psi_{j,0}^r$  はそれぞれ中間支点  $j$  の左および右において各径間を単純ばりとしたときの荷重  $p_s$  によるたわみ角を表わす。

任意径間の両端に作用する支点上曲げモーメントを  $M_L$  および  $M_R$  と表わすと吊構造のたわみ  $u_{s,i}$  は

$$u_{s,i} = u_{s,i,0} - \frac{m_s}{EI_{y,i}} \left( \frac{l_i}{\pi} \right)^4 \sum_{n=1}^N \frac{a_{n,i}}{n^4} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} + \frac{M_L l_i^2}{6 EI_{y,i}} \left\{ 2 \frac{z_i}{l_i} - 3 \left( \frac{z_i}{l_i} \right)^2 + \left( \frac{z_i}{l_i} \right)^3 \right\} + \frac{M_R l_i^2}{6 EI_{y,i}} \left\{ \frac{z_i}{l_i} - \left( \frac{z_i}{l_i} \right)^3 \right\} \dots\dots\dots(28)$$

図-1 に示す 3 径間連続吊橋に対しては、式 (28) の  $M_L$  と  $M_R$  は各径間において式 (27) で与えられる支点上の曲げモーメント  $M_1$  および  $M_2$  と次のように対応している。

左側径間  $M_L=0, M_R=M_1$

中央径間  $M_L=M_1, M_R=M_2$

右側径間  $M_L=M_2, M_R=0$

さらに吊材傾斜を表わす式 (22) に含まれる未定係数は次の変位適合条件式により決定される。

$$u_{s,i}(z_{ik}) - u_{c,i}(z_{ik}) = \eta(z_{ik}) \sum_{n=1}^N a_{n,i} \sin \frac{n\pi z_{ik}}{l_i} \dots\dots\dots(29)$$

( $i=1, 2, 3; k=1, 2, \dots, N$ )

左辺の  $u_{c,i}(z_{ik})$  および  $u_{s,i}(z_{ik})$  はそれぞれ式 (25) および (28) において、径間  $l_i$  の  $(N+1)$  等分点  $z_{ik}$  における値を用いる。3 径間 2 ヒンジ吊橋では各径間独立で 3 組の  $N$  元連立方程式、また 3 径間連続吊橋では  $3N$  元連立方程式が与えられ、これを解くことによって係数  $a_{n,i}$  を得ることができる。具体的な条件式を Appendix に示す。

吊材傾斜を有限三角級数で表わす場合の項数  $N$  について Selberg は等分布横荷重を満載された単径間吊橋に対して 3 項 ( $n=1, 3, 5$ ) のみで十分な精度の解が与えられることを計算例によって示している。Waltking は中央径間に 2 項 ( $n=1, 3$ )、側径間に 1 項 ( $n=1$ ) のみで対称荷重を受ける連続吊橋を解析している。一般的な荷重状態については Selberg や Waltking のような最小限の項数では十分な精度の解を得ることは難しいが、横たわみ  $u_{c,i}$  と  $u_{s,i}$  に対して級数解を求める前節の解法よりかなりの計算時間の節約が見込まれる。

横たわみに関する断面力を一般的に表わすと

$$M_{y,i} = M_{y,i,0} - m_s \left( \frac{l_i}{\pi} \right)^2 \sum_{n=1}^N \frac{a_{n,i}}{n^2} \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} + M_L \left( 1 - \frac{z_i}{l_i} \right) + M_R \frac{z_i}{l_i} \dots\dots\dots(30)$$

$$Q_{x,i} = Q_{x,i,0} - m_s \frac{l_i}{\pi} \sum_{n=1}^N \frac{a_{n,i}}{n} \cos \frac{n\pi z_i}{l_i} + \frac{M_R - M_L}{l_i} \dots\dots\dots(31)$$

ここに  $M_{y,i,0}$ 、 $Q_{x,i,0}$  はそれぞれ荷重  $p_s$  による単純ばりとしての曲げモーメントおよびせん断力を表わす。2 ヒンジ吊橋では  $M_L=M_R=0$  である。

## (2) 第 2 段階 (ねじれ)

第 1 段階の計算により各径間ごとの吊材傾斜は有限級数の和で与えられる。その結果を式 (4) で表わされる付加的なねじり荷重、ずれ荷重と考へて、ねじれに関するガラーキン公式 (11)、(20) および (21) に代入する。

2 ヒンジ吊橋については式 (15) の  $w_i, \varphi_i, \theta_i$  の級数を用いると各径間ごとに  $N$  組の 3 元連立方程式が与えられる。

$$A_{n,i} x_{n,i} = P_{n,i} \quad (n=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots(32)$$

ここに

$$x_{n,i} = \{c_{n,i}; d_{n,i}; e_{n,i}\}$$

$$A_{n,i} = \begin{pmatrix} as^2 + b_1 & b_2s & b_1s \\ b_2s & \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) s^2 & \left(b_2 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) s^2 \\ b_1s & \left(b_2 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) s^2 & \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) s^2 + r \end{pmatrix}$$

$$p_{n,i} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{l_i} \int_{l_i} m_1 \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} dz_i + 2 H_p b_c y'' \frac{1 - \cos n\pi}{n\pi} - \frac{m_s h}{2} a_{n,i} \\ \frac{2}{l_i} \int_{l_i} m_0 \sin \frac{n\pi z_i}{l_i} dz_i + 2 H_p b_c y'' \frac{1 - \cos n\pi}{n\pi} + \frac{m_s h}{2} a_{n,i} \end{pmatrix}$$

ここに

$$s = n\pi/l_i$$

連続吊橋に対しては、両端支点の境界条件を満足する級数解を用いる。

$$w = \sum_{n=1}^N c_n \cos \frac{n\pi z}{l}$$

$$\varphi = \sum_{n=1}^N d_n \sin \frac{n\pi z}{l}$$

$$\theta = \sum_{n=1}^N e_n \sin \frac{n\pi z}{l} \dots\dots\dots(33)$$

さらに、中間支点反力  $T_1, T_2, T_{01}$ , および  $T_{02}$  を外力と考えてガラーキン公式を適用すると

$$A_n x_n = B_n R' \quad (n=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots(34)$$

ここに

$$R' = \{T_1; T_2; T_{01}; T_{02}; 1\}$$

$$B_n = \frac{2}{l} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \frac{n\pi l_1}{l} & \sin \frac{n\pi(l_1+l_2)}{l} & 0 & 0 & r_{1,n} \\ 0 & 0 & \sin \frac{n\pi l_1}{l} & \sin \frac{n\pi(l_1+l_2)}{l} & r_{2,n} \end{pmatrix}$$

$$r_{1,n} = -\frac{m_s h}{2} \sum_{i=1}^3 \int_0^{l_i} \sum_{m=1}^N a_{m,i} \sin \frac{m\pi z_i}{l_i} \sin \frac{n\pi(z+l_{i-2}+l_{i-1})}{l} dz + l H_p b_c y'' \frac{1 - \cos n\pi}{n\pi} + \int_l m_1 \sin \frac{n\pi z}{l} dz$$

$$r_{2,n} = \frac{m_s h}{2} \sum_{i=1}^3 \int_0^{l_i} \sum_{m=1}^N a_{m,i} \sin \frac{m\pi z_i}{l_i} \sin \frac{n\pi(z+l_{i-2}+l_{i-1})}{l} dz + l H_p b_c y'' \frac{1 - \cos n\pi}{n\pi} + \int_l m_0 \sin \frac{n\pi z}{l} dz$$

ただし

$$L_1 = l_0 = 0$$

式 (34) を用いて係数ベクトル  $\{c_n; d_n; e_n\}$  を中間支点反力  $R'$  の一次結合で表わす。これらを中間支点変位の拘束条件式

$$\left. \begin{aligned} \sum_{n=1}^N d_n \sin \frac{n\pi l_1}{l} = 0, \quad \sum_{n=1}^N d_n \sin \frac{n\pi(l_1+l_2)}{l} = 0 \\ \sum_{n=1}^N e_n \sin \frac{n\pi l_1}{l} = 0, \quad \sum_{n=1}^N e_n \sin \frac{n\pi(l_1+l_2)}{l} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(35)$$

に代入して、反力  $R = \{T_1; T_2; T_{01}; T_{02}\}$  を求める。再び式 (34) に代入して、係数  $\{c_n; d_n; e_n\}$  を求めることができる。ねじりに関する断面力計算式は、文献 13) を参照されたい。

(3) 計算過程と精度

本節で述べた解法の数値計算過程を図-4 に示す。また前節の変位に対して級数解を仮定する解法 I を解法 II と同様、横たわみに関する部分 (第 1 段階) とねじりに関する部分 (第 2 段階) とに分離した解法 (文献 17) 1.4 に示した方法) と本節の吊材傾斜を級数に仮定する

方法 (解法 II) について、第 1 段階における解の収束性と計算時間を比較して図-5 に示す (表-2 の諸元を有する連続吊橋に図-6 の荷重状態 1 が作用した場合)。級数の項数  $N$  に対する各種力学量に含まれる級数の打ち切り誤差の程度は、両解法において大きな差は見られない。両解法とも  $N=10$  とすれば工学的に十分な精度が得られる。一方計算時間については、解法 II は解法 I に比べて平均的に 50 分の 1 程度であり、解法 II が断然優れている。第 2 段階の収束性は両解法において本質的な相違点がないので、ほとんど同様である。第 2 段階の計算時間については解法 II が若干勝っている。

5. 数値計算例

計算例として、本州四国連絡橋の道路・鉄道併用吊橋の一試案の基本諸元 (表-2) を有する吊橋に図-6 の横荷重が作用した場合の変形および応力特性を示す。

(1) 吊構造の変形

図-7 は荷重状態 1 におけるねじれ角とずれ角のスパン方向分布を表わしている。設計風速に相当する風荷重

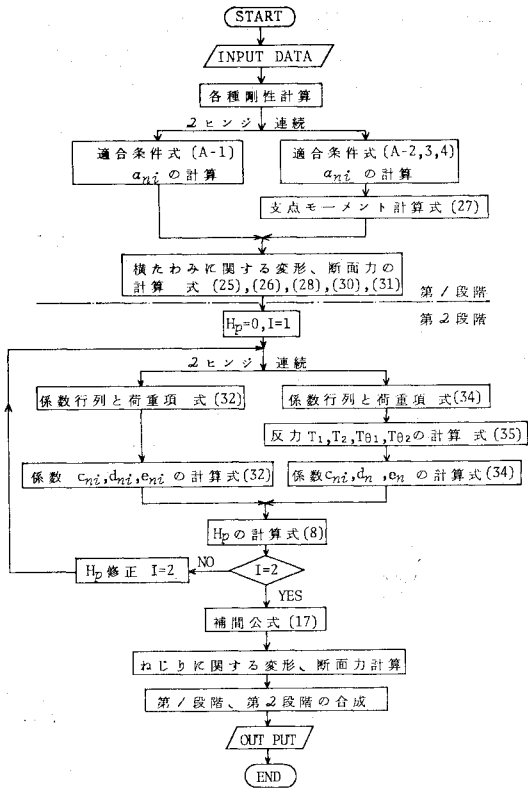


図-4 計算過程 (解法 II)

表-2 吊橋諸元

スパン	$l_2$ ( $l_1=l_3$ )	1100m (260m)
ケーブル間隔	$b_c$	37m
ケーブルサグ	$f$	100m
トラス高	$h$	13m
補剛トラス間隔	$b$	32m
補剛トラス格間長	$\lambda$	13m
吊構造重量	$m_s$	28.7t/m
ケーブル重量	$m_c$	6.62t/m
ケーブル伸び剛性	$E_c F_c$	$1.541 \times 10^7 t$
ケーブルと補剛トラス上弦材の間隔	$h_e$	2m
	$h_t$	102m
	$n_e$	2m
弦材断面積	$A_c$	0.122m <sup>2</sup>
主構斜材断面積	$A_d$	0.0668m <sup>2</sup>
横構斜材断面積	$A_b$	0.0373m <sup>2</sup>

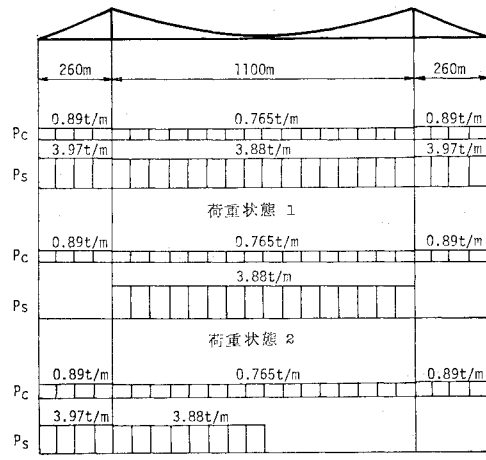


図-6 荷重状態

考えられるが、軌道の横断方向傾斜 (カント) は鉛直偏心活荷重のみによる場合より大きくなる可能性がある。カント最大量はこのような組み合わせ荷重状態を考慮して検討する必要があると思われる。

中央径間中央点における吊構造断面のねじれ変形とずれ変形を合成した断面の変形状態を3種の対傾構せん断剛性  $r=1.5 \times 10^5 \text{ ton}$ ,  $10^4 \text{ ton}$  および  $10^3 \text{ ton}$  について比較し図-8に示す。実在する吊橋の  $r$  値は Emmerich 橋を除けば、ほとんどが  $10^5 \text{ ton}$  以上である。この程度の大きさの  $r$  値に対してはねじれ角が卓越している。 $r$  値の低下に伴ってずれ角が急増する。

(2) 吊構造の部材力

横荷重によってケーブルおよび吊構造が水平横方向に変位し、吊構造には曲げモーメントとせん断力が作用する。さらに吊材張力の水平分力によりねじれ変形やずれ変形が惹起され、吊構造の断面力としてパイモーメン

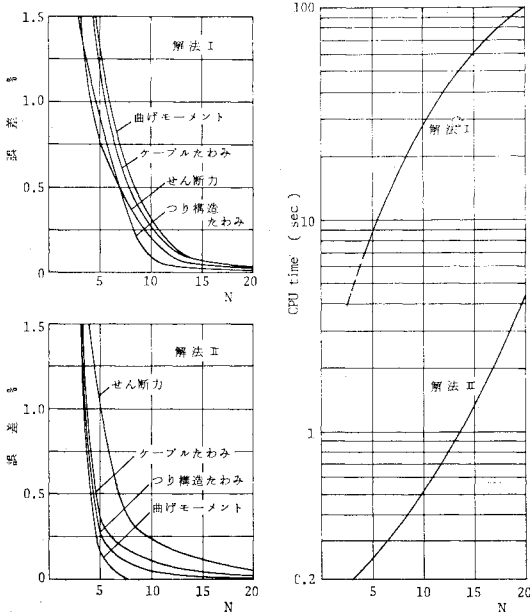


図-5 解の収束性と計算時間

によって生ずる橋面傾斜角 ( $\varphi + \theta$ ) は鉛直活荷重偏心載荷時に生ずる橋面傾斜角と同程度の大きさである。風荷重と鉛直偏心活荷重 (主として列車荷重) の組み合わせ載荷時には風速は設計風速の 1/2, 風圧力は 1/4 程度と

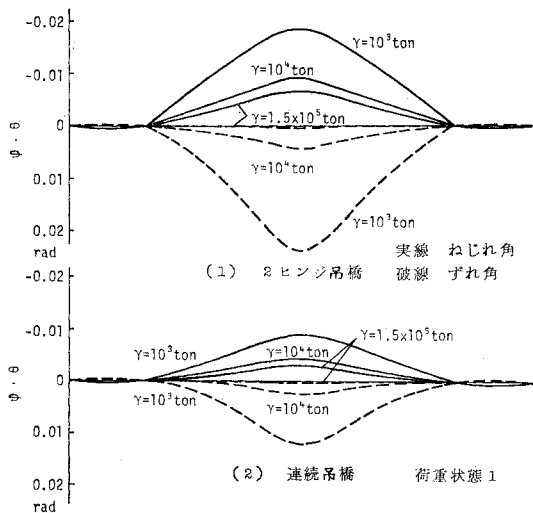


図-7 ねじれ角およびずれ角の分布

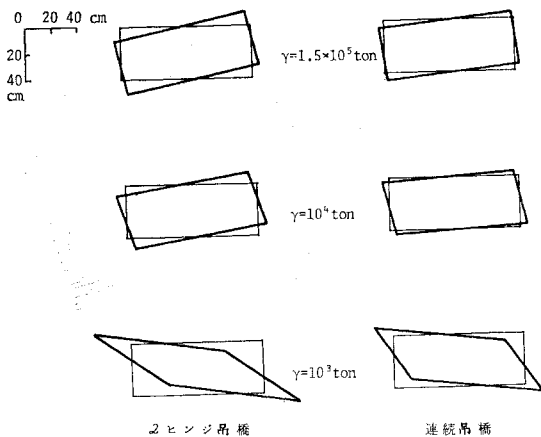


図-8 吊構造断面の変形状態 (中央径間中央)

ト、ねじれモーメントおよびずれモーメントが追加される。従来、吊橋の水平横荷重に対する応力計算では前者の曲げモーメントとせん断力のみを考慮したことが多い。これに対して、後者のねじれに関係した断面力が部材力に与える影響も設計上重要である。この影響の程度は吊橋の形状や種々の剛性によって異なる。形状や剛性に関係したパラメーターに対する検討は次章に譲って、ここでは表-2 に示す諸元の道路・鉄道併用橋計画案を対象として、水平横荷重を受ける吊橋の応力特性について考察する。

まず荷重状態 1 について、吊構造対傾構のせん断剛性  $\gamma$  と横構斜材力 および 弦材力の最大値との関係を図-9 に示す。ねじれに関係する断面力の影響は、上下横構斜材力差および上下弦材力差として現われる。横構斜材力にはねじれの影響が強く現われ、 $\gamma$  値の低下とともに上下横構の応力差が一層顕著になる。 $\gamma = 10^3 \text{ ton}$  における応力差は、それ以上に対傾構剛性を大きくしても残存す

る。一方、弦材力に対するねじれの影響は、 $\gamma$  値が大きい範囲ではほとんど現われない。 $\gamma$  値が低下するとずれ角の増大が原因となってパイモーメントが大きくなり、上下弦材に若干の応力差が生ずる。このことから、この項における以下の考察においてはもっぱら横構斜材力に着目する。

図-10 に横構斜材力のスパン方向分布を示す。これらの計算例からわかるように、上下横構の応力差は必ずしもせん断力が最大となる中間支点付近で最大となる保証はないので、吊構造に作用する横荷重を任意載荷長の移動荷重と考えてスパン方向各点における最大部材力を求め 図-11 を得た。これによると中央径間  $l_2/4$  および  $l_2/4$  付近の応力差が著しいことがわかる。

計算例の吊橋に設置される対傾構のせん断剛性は  $\gamma =$

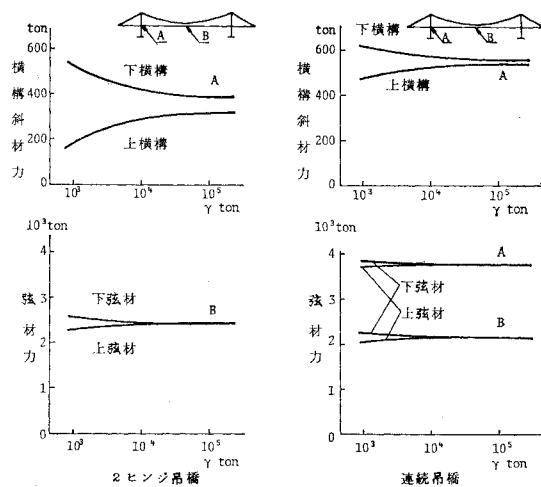


図-9 吊構造の部材力と  $\gamma$  値の関係

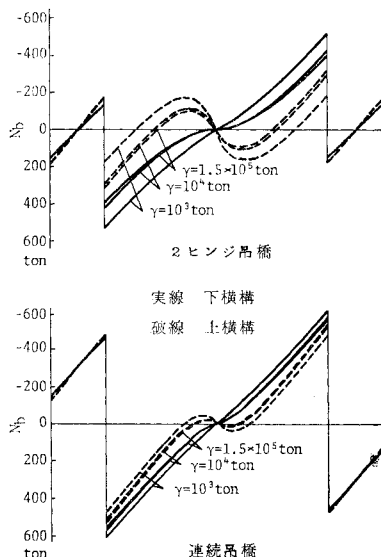


図-10 上下横構斜材力のスパン方向分布 (荷重状態 1)



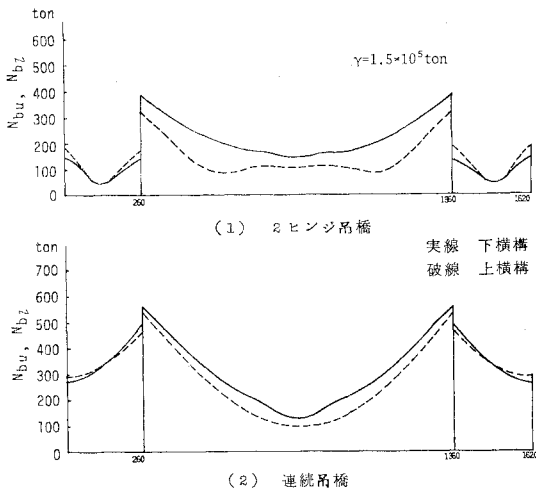


図-11 横構斜材力最大値のスパン方向分布

$1.5 \times 10^5 \text{ ton}$  である。この場合、図-6 の3種の荷重状態について、ケーブルの横たわみ  $u_c$ 、吊構造横たわみ  $u_s$ 、弦材力および横構斜材力のスパン方向分布を図-12 および図-13 に示す。同一諸元の吊橋においては上下横構斜材力の差は連続吊橋よりも2ヒンジ吊橋において著しく現われる。これはケーブルと吊構造の横たわみの差が連続吊橋よりも2ヒンジ吊橋において著しいことに起因している。

### 6. 構造特性を表わす無次元パラメーター

前節において指摘した横荷重によって生ずる橋面傾斜や上下横構斜材力の差などは吊橋の形状や剛性によって異なるから、これらの現象に対し特に強い影響を与える

形状パラメーターや剛性パラメーターを明らかにすることが重要である。既往の研究では Topaloff<sup>7)</sup> や伊藤<sup>14)</sup> らがねじれ変形を省略した吊橋の横たわみ現象を支配するいくつかのパラメーターを示している。それらを参考にし、吊橋のねじれ変形を含む横たわみ現象を支配する構造特性パラメーターを次元解析によって求めた。さらに実在する長大吊橋についてこれらパラメーターの分布範囲を調査し、表-3 にまとめた。なお、2.(1) で述べたようにタワーの変形や横構の曲げに伴うせん断変形を本研究では省略しているため、これらに関連したパラメーターは含んでいない。また、対傾構剛性は  $1.5 \times 10^5 \text{ ton}$  と固定している。

パラメーター解析の結果、橋面傾斜角や上下横構斜材力差の変化に大きく影響するパラメーターは  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$

表-3 横荷重を受ける吊橋の力学特性を支配する無次元パラメーターの分布範囲

パラメーターの記号	実橋分布範囲 $l_2 > 500 \text{ m}$	パラメーター解析に用いた数値
$\pi_1 = l_1/l_2$	0.18 - 0.50	0.2, 0.35, 0.5
$\pi_2 = \sqrt{2}H_d/EI_y l_2$	2.8 - 10.7	4.0, 6.0, 8.0
$\pi_3 = E_c F_c r_2^2 / L_c^4 H_d l_2$	1.5 - 3.7	2.0, 3.0
$\pi_4 = GJ / (GJ + b^2 H_d / 2)$	0.6 - 0.95	0.8, 0.875, 0.95
$\pi_5 = l_2 / f_2$	9.0 - 11.1	10.0
$\pi_6 = m_s / (m_s + 2m_c)$	0.69 - 0.86	0.7
$\pi_7 = p_s / (m_s + 2m_c)$	0.015 - 0.11	0.1
$\pi_8 = p_s / P_c$	2.0 - 6.0	5.0
$\pi_9 = n_c / f_2$	0.0 - 0.098	0.05
$\pi_{10} = \sqrt{GJ} / \alpha l_2$	27.0 - 49.0	40.0
$\pi_{11} = b_2 / b_1$	0.48 - 0.85	0.6
$\pi_{12} = l_2 / b_c$	22.0 - 56.0	40.0

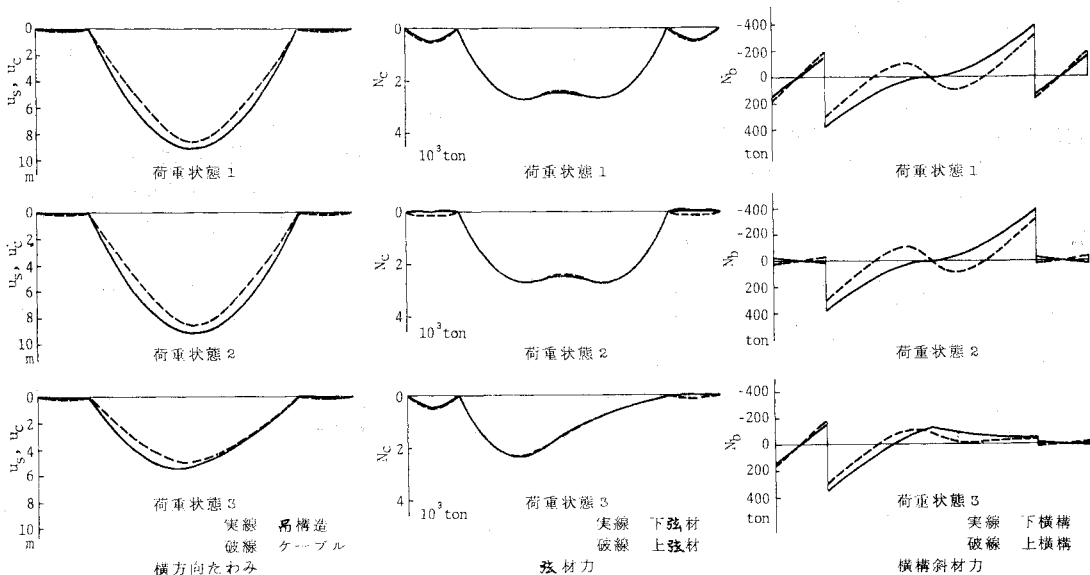
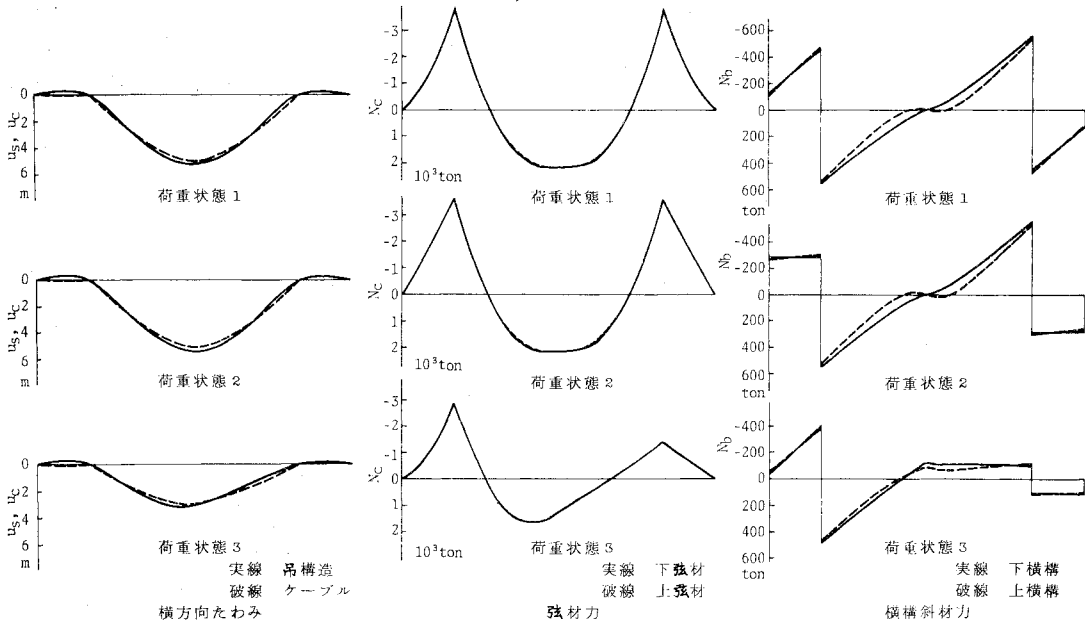


図-12 変形および部材力のスパン方向分布 (2ヒンジ吊橋)



図—13 変形および部材力のスパン方向分布 (連続吊橋)

および  $\pi_4$  であることが判明した。  $\pi_5 \sim \pi_{12}$  は影響の程度が著しくないので表—3 のような実橋値の平均的な値に固定して、パラメーター解析結果の整理を行った。なお荷重状態はケーブルおよび吊構造のせん断中心の高さに等分布荷重満載とした。

中央径間および側径間中央点における橋面傾斜角の無次元量  $(\varphi + \theta)GJ/p_s h l_2^2$  を 2 ヒンジ吊橋について表—4 に、連続吊橋について表—5 に与えた。中央径間の橋面傾斜角は同一諸元に対しては、2 ヒンジ吊橋において連続吊橋よりもかなり大きい。

次に中央径間、側径間それぞれについて支点近傍の横構せん断力の無次元量  $4Q_{bu}/p_s l_2$  (上横構せん断力)、 $4Q_{bl}/p_s l_2$  (下横構せん断力)、および両者のうちの大きな値を基準として両者の差を百分率で表現し表—6 および表—7 に与えた。吊構造に作用する横荷重を吊構造がすべて担う場合、中央径間での上記の無次元量は 1 になる。

表—4 2 ヒンジ吊橋の橋面傾斜角  $(\varphi + \theta)GJ/p_s h l_2^2$

$\pi_1$		0.2		0.35		0.5	
$\pi_4$	$\pi_2$	Main	Side	Main	Side	Main	Side
0.8	4.0	-0.0108	0.0007	-0.0115	0.0019	-0.0125	0.0028
	6.0	-0.0150	0.0009	-0.0159	0.0025	-0.0168	0.0029
	8.0	-0.0170	0.0010	-0.0180	0.0026	-0.0185	0.0024
0.875	4.0	-0.0146	0.0006	-0.0152	0.0018	-0.0159	0.0025
	6.0	-0.0204	0.0008	-0.0211	0.0025	-0.0216	0.0024
	8.0	-0.0232	0.0010	-0.0239	0.0023	-0.0239	0.0018
0.95	4.0	-0.0221	0.0004	-0.0223	0.0012	-0.0225	0.0014
	6.0	-0.0309	0.0006	-0.0312	0.0014	-0.0311	0.0009
	8.0	-0.0353	0.0007	-0.0356	0.0014	-0.0351	-0.001

表—5 連続吊橋の橋面傾斜角  $(\varphi + \theta)GJ/p_s h l_2^2$

$\pi_1$		0.2		0.35		0.5	
$\pi_4$	$\pi_2$	Main	Side	Main	Side	Main	Side
0.8	4.0	-0.0036	0.0002	-0.0045	0.0010	-0.0051	0.0020
	6.0	-0.0080	0.0005	-0.0091	0.0018	-0.0097	0.0028
	8.0	-0.0112	0.0007	-0.0123	0.0023	-0.0126	0.0029
0.875	4.0	-0.0047	0.0002	-0.0057	0.0010	-0.0062	0.0020
	6.0	-0.0107	0.0005	-0.0118	0.0018	-0.0120	0.0027
	8.0	-0.0150	0.0007	-0.0161	0.0022	-0.0159	0.0027
0.95	4.0	-0.0069	0.0002	-0.0080	0.0009	-0.0081	0.0019
	6.0	-0.0157	0.0005	-0.0169	0.0015	-0.0163	0.0022
	8.0	-0.0223	0.0007	-0.0231	0.0019	-0.0220	0.0019

もし横構斜材の断面を径間内で一定とする設計を行うなら、径間内の最大せん断力を与える表—6 および表—7 を用いて容易に断面を決定できる。しかし多くの吊橋のようにスパン各点における最大軸力を対象として変断面として断面決定を行う場合は、上下横構に水平せん断力を均等分配する慣用的な設計法と本法のような立体解析法のいずれかを選択するための資料として、表—6 および表—7 が貢献できる。なお、慣用法と本法との差は表—6 および 7 に与えた上下横構せん断力差の 2 分の 1 である。

弦材力はねじれの影響をほとんど受けないが、パラメーター  $\pi_1, \pi_2$  に対して弦材力を  $N_c \cdot 16 b^2 / p_s l_2^2$  と無次元表示して表—8 および表—9 に与えた。横荷重  $p_s$  を吊構造がすべて担う場合には、この無次元量は 2 ヒンジ吊橋の中央径間中央では 1 に、側径間中央では  $(l_1/l_2)^2$  となる。

表一6 2 ヒンジ吊橋の上下横構せん断力  $4Q_0/p_s L_2$

$\pi_4$	$\pi_2$	$\pi_1$	0.2						0.35						0.5											
			2.0		3.0		2.0		3.0		2.0		3.0		2.0		3.0									
			Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side								
0.8	4.0	Upper	0.621	0.224	0.636	0.226	0.615	0.390	0.629	0.394	0.608	0.525	0.619	0.530	0.660	0.180	0.645	0.177	0.665	0.311	0.652	0.307	0.673	0.434	0.662	0.428
		Lower	5.9	19.6	1.5	21.7	7.5	20.2	3.6	22.1	9.7	17.3	6.5	19.2	16.4	29.6	5.9	32.6	19.4	29.2	10.2	32.3	20.4	23.1	12.4	26.7
	6.0	Upper	0.458	0.231	0.478	0.235	0.451	0.394	0.469	0.400	0.444	0.492	0.461	0.499	0.516	0.170	0.500	0.167	0.523	0.289	0.504	0.283	0.529	0.384	0.513	0.376
		Lower	11.4	26.4	3.5	29.0	13.9	26.5	7.0	29.2	16.1	21.9	10.3	24.7	0.367	0.234	0.391	0.238	0.360	0.387	0.382	0.394	0.357	0.447	0.377	0.457
	8.0	Upper	0.478	0.165	0.415	0.161	0.447	0.274	0.425	0.267	0.449	0.344	0.430	0.334	0.439	0.165	0.415	0.161	0.447	0.274	0.425	0.267	0.449	0.344	0.430	0.334
		Lower	16.4	29.6	5.9	32.6	19.4	29.2	10.2	32.3	20.4	23.1	12.4	26.7												
0.875	4.0	Upper	0.597	0.222	0.616	0.225	0.593	0.387	0.610	0.392	0.587	0.520	0.602	0.528	0.684	0.182	0.665	0.178	0.688	0.315	0.671	0.309	0.693	0.438	0.679	0.431
		Lower	12.6	18.0	7.3	20.6	13.8	18.7	9.0	21.3	15.3	15.8	11.3	18.3	0.424	0.228	0.450	0.233	0.418	0.389	0.443	0.397	0.415	0.484	0.457	0.495
	6.0	Upper	0.550	0.173	0.523	0.169	0.555	0.294	0.531	0.286	0.559	0.391	0.537	0.381	0.478	0.173	0.523	0.169	0.555	0.294	0.531	0.286	0.559	0.391	0.537	0.381
		Lower	22.9	24.2	14.0	27.6	24.7	24.3	16.5	27.8	25.8	19.2	18.7	23.0	0.328	0.231	0.359	0.236	0.323	0.381	0.351	0.390	0.323	0.437	0.349	0.450
	8.0	Upper	0.478	0.168	0.448	0.163	0.484	0.280	0.455	0.271	0.485	0.354	0.458	0.341	0.545	0.215	0.566	0.218	0.543	0.375	0.563	0.381	0.541	0.505	0.559	0.512
		Lower	31.4	27.1	19.9	30.9	33.3	26.5	22.9	30.6	33.2	19.1	23.8	24.1												
0.9	4.0	Upper	0.736	0.189	0.715	0.185	0.738	0.327	0.718	0.320	0.739	0.455	0.721	0.446	0.350	0.218	0.379	0.223	0.348	0.371	0.375	0.380	0.348	0.458	0.375	0.471
		Lower	26.0	12.2	20.9	15.1	26.4	12.8	21.7	15.9	26.8	9.8	22.5	12.9	0.624	0.183	0.595	0.178	0.626	0.312	0.598	0.303	0.625	0.417	0.599	0.404
	6.0	Upper	0.624	0.183	0.595	0.178	0.626	0.312	0.598	0.303	0.625	0.417	0.599	0.404	0.242	0.220	0.276	0.225	0.241	0.360	0.273	0.390	0.245	0.406	0.275	0.421
		Lower	57.0	18.1	47.9	22.5	57.5	16.4	48.9	25.6	56.5	5.0	48.1	12.0												
	8.0	Upper	0.564	0.180	0.530	0.174	0.566	0.301	0.534	0.291	0.562	0.385	0.531	0.370												
		Lower	57.0	18.1	47.9	22.5	57.5	16.4	48.9	25.6	56.5	5.0	48.1	12.0												

表一7 連続吊橋の上下横構せん断力  $4Q_0/p_s L_2$

$\pi_4$	$\pi_2$	$\pi_1$	0.2						0.35						0.5											
			2.0		3.0		2.0		3.0		2.0		3.0		2.0		3.0									
			Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side	Main	Side								
0.8	4.0	Upper	0.905	0.856	0.913	0.857	0.878	0.745	0.887	0.747	0.874	0.826	0.880	0.829	0.912	0.830	0.904	0.829	0.904	0.673	0.896	0.671	0.922	0.726	0.916	0.723
		Lower	0.8	3.1	1.0	3.3	2.9	9.6	1.0	10.1	5.2	12.2	3.9	12.8	0.753	0.731	0.772	0.733	0.788	0.704	0.740	0.709	0.727	0.796	0.742	0.802
	6.0	Upper	0.789	0.676	0.770	0.674	0.722	0.575	0.769	0.570	0.818	0.644	0.804	0.638	0.789	0.676	0.770	0.674	0.722	0.575	0.769	0.570	0.818	0.644	0.804	0.638
		Lower	4.5	7.5	0.3	8.1	8.4	18.2	3.7	19.6	11.0	19.1	7.7	20.5	0.635	0.637	0.662	0.640	0.609	0.670	0.634	0.677	0.625	0.751	0.646	0.760
	8.0	Upper	0.695	0.560	0.668	0.557	0.704	0.504	0.678	0.497	0.738	0.579	0.718	0.570	0.695	0.560	0.668	0.557	0.704	0.504	0.678	0.497	0.738	0.579	0.718	0.570
		Lower	8.6	12.1	0.9	12.9	13.6	24.7	6.4	26.6	15.3	22.9	10.0	25.0												
0.875	4.0	Upper	0.893	0.856	0.903	0.857	0.864	0.744	0.875	0.747	0.863	0.827	0.871	0.830	0.924	0.830	0.914	0.829	0.918	0.674	0.907	0.671	0.934	0.725	0.926	0.722
		Lower	3.4	3.0	1.3	3.2	5.9	9.5	3.6	10.2	7.6	12.3	6.0	13.0	0.723	0.730	0.747	0.733	0.691	0.702	0.714	0.708	0.701	0.793	0.720	0.801
	6.0	Upper	0.818	0.677	0.794	0.674	0.819	0.577	0.795	0.571	0.844	0.646	0.825	0.638	0.818	0.677	0.794	0.674	0.819	0.577	0.795	0.571	0.844	0.646	0.825	0.638
		Lower	11.6	7.3	6.0	8.0	15.6	17.8	10.1	19.5	16.9	18.5	12.8	20.4	0.592	0.636	0.626	0.639	0.565	0.666	0.598	0.675	0.588	0.745	0.615	0.757
	8.0	Upper	0.738	0.561	0.704	0.558	0.747	0.508	0.714	0.499	0.775	0.585	0.749	0.573	0.738	0.561	0.704	0.558	0.747	0.508	0.714	0.499	0.775	0.585	0.749	0.573
		Lower	19.8	11.7	11.1	12.8	24.3	23.8	16.2	26.2	24.1	21.5	17.8	24.3												
0.95	4.0	Upper	0.866	0.854	0.877	0.855	0.834	0.739	0.846	0.743	0.839	0.822	0.848	0.826	0.951	0.832	0.941	0.831	0.948	0.678	0.936	0.675	0.957	0.730	0.949	0.726
		Lower	9.0	2.5	6.8	2.8	12.0	8.2	9.7	9.1	12.4	11.2	10.6	12.1	0.658	0.725	0.584	0.728	0.625	0.690	0.650	0.697	0.646	0.778	0.667	0.787
	6.0	Upper	0.883	0.682	0.858	0.677	0.885	0.589	0.859	0.582	0.899	0.662	0.878	0.653	0.883	0.682	0.858	0.677	0.885	0.589	0.859	0.582	0.899	0.662	0.878	0.653
		Lower	25.4	6.0	31.9	7.0	29.4	14.6	24.3	16.5	28.2	14.9	24.1	17.1	0.499	0.628	0.535	0.632	0.473	0.649	0.509	0.659	0.509	0.721	0.539	0.734
	8.0	Upper	0.832	0.569	0.795	0.565	0.839	0.525	0.804	0.515	0.855	0.610	0.824	0.596	0.832	0.569	0.795	0.565	0.839	0.525	0.804	0.515	0.855	0.610	0.824	0.596
		Lower	40.1	9.5	32.8	10.7	43.6	19.2	36.7	21.8	40.4	15.4	34.6	18.7												

7. 結 論

以上、水平横荷重を受ける吊橋の吊構造のねじれ変形、横断面変形を考慮した解析法を示し、道路・鉄道併用橋の一計画案に関する数値計算による現象の把握、および構造特性を表わす無次元パラメーターの影響について考察したが、結果を要約すれば次のようになる。

(1) 従来、吊橋の横荷重に対する解析ではケーブルおよび吊構造の横たわみ、吊構造の曲げモーメント、せん断力が設計計算に取り入れられていたが、吊橋の剛性によっては、吊構造の橋面傾斜、ねじりモーメントおよびずれモーメントをも考慮した解析法を採用して、より合理的な設計を行う必要があるものと思われる。

(2) 補剛トラスを有する吊橋の横たわみに伴って生ずるねじれ変形は、偏心活荷重によって生ずるねじれ変形と同程度になる場合もある。道路・鉄道併用橋で橋面傾斜角に制限が設けられる場合には鉛直偏心活荷重と横荷重との組み合わせ状態を考慮することが必要である。

(3) 吊構造のねじれ変形によって、上下横構斜材にはかなりの応力差が生ずる。対傾構せん断剛性  $r$  が小さくなると吊構造の横断面変形の増大により、この傾向が顕著になるから、 $r$  値は  $10^3$  ton 以上とすることが望ましい。

(4) 上下横構斜材の応力差に著しい影響を与えるパラメーターは  $\pi_1 \sim \pi_4$  である。吊構造に作用するせん断力を上下横構に均等に分配する従来の設計法による応力と、本法による応力との差の程度は前節で与えた表一6および表一7を用いて容易に判断できる。この差が著しい場合には本法のような解析法を採用する必要があると思われる。

横荷重を受ける吊橋の変形や応力に対して、本解析法では省略している塔の変形、横構のせん断変形などがそれぞれ若干の影響を与える。また本文では中間支点および端点において剛対傾構が設けられているか、吊構造横断面の4隅に

表-8 2 ヒンジ吊橋の弦材力  $16 N_c b^2 / p_s l_2^2$

着目点		$\pi_1$	0.2			0.35			0.5		
		$\pi_2$	4.0	6.0	8.0	4.0	6.0	8.0	4.0	6.0	8.0
中央径間	$z_2/4$	Upper	0.403	0.257	0.180	0.403	0.257	0.180	0.403	0.257	0.180
		Lower	0.403	0.257	0.180	0.403	0.257	0.180	0.403	0.257	0.180
	$z_2/2$	Upper	0.453	0.231	0.120	0.453	0.231	0.120	0.453	0.231	0.120
		Lower	0.457	0.236	0.126	0.457	0.236	0.126	0.457	0.236	0.126
	max.	Upper	0.454	0.262	0.180	0.454	0.262	0.180	0.454	0.262	0.180
		Lower	0.457	0.263	0.180	0.457	0.263	0.180	0.457	0.263	0.180
$z/l_2$		0.45	0.30	0.25	0.45	0.30	0.25	0.45	0.30	0.25	
側径間	$z_1/2$	Upper	0.041	0.041	0.041	0.123	0.119	0.113	0.234	0.201	0.168
		Lower	0.040	0.039	0.039	0.122	0.117	0.111	0.233	0.200	0.168

表-9 連続吊橋の弦材力  $16 N_c b^2 / p_s l_2^2$

着目点		$\pi_1$	0.2			0.35			0.5		
		$\pi_2$	4.0	6.0	8.0	4.0	6.0	8.0	4.0	6.0	8.0
中央径間	支点	Upper	0.511	0.398	0.313	0.479	0.377	0.304	0.492	0.403	0.335
		Lower	0.511	0.397	0.312	0.476	0.373	0.299	0.489	0.397	0.329
	$z_2/4$	Upper	0.143	0.120	0.102	0.160	0.128	0.105	0.154	0.120	0.097
		Lower	0.143	0.120	0.101	0.160	0.127	0.104	0.153	0.119	0.096
	$z_2/2$	Upper	0.321	0.213	0.136	0.329	0.214	0.135	0.326	0.214	0.137
		Lower	0.324	0.220	0.144	0.333	0.221	0.144	0.330	0.220	0.145
側径間	$z_1/2$	Upper	0.214	0.156	0.113	0.107	0.053	0.017	0.027	0.061	0.077
		Lower	0.215	0.158	0.115	0.108	0.056	0.020	0.025	0.058	0.073

ウインドシュアーが設けられて、ねじれ変形やずれ変形が拘束されているものとして、式(14)の境界条件を用いた。実際には対傾構の剛性があまり大きくなって、上下横構のいずれか一方の高さにウインドシュアーが設けられる場合も多い。このような吊橋では支点上で吊構造断面のせん断変形が許容され、ねじれ角、ずれ角および水平横たわみの間に  $\varphi + \theta = 0$ ,  $u_s \pm (\varphi - \theta)h/2 = u_s \pm \varphi h = 0$  などの関係が成立し、式(14)の境界条件とは異なる。これらの諸問題は変形法による立体解析法<sup>10)</sup>を用いれば解決することができる。したがって設計の最終段階における照査には、一般の変形法による立体解析法を導入することが適当であると思われる。

謝辞：最後に本研究の数値計算において元大阪大学大学院生 西村春久氏（現神戸製鋼所構造研究所）に多大な協力を得た。記して謝意を表する次第である。

Appendix

水平横たわみに関する変位の適合条件式

吊材傾斜の級数解に含まれる未定係数  $a_{n,i}$  は以下に示す連立方程式の解として与えられる。

(1) 2 ヒンジ吊橋

式(29)の左辺の  $u_{s,i}(z_{ik})$ ,  $u_{c,i}(z_{ik})$  に式(25)および(26)を代入すると、各径間ごとに  $N$  元の連立方程式が与えられる。

$$\sum_{n=1}^N \left\{ \eta(z_{ik}) + \frac{m_s}{EI_{y,i}} \frac{1}{S_i^4} + \frac{m_s}{2H_d} \frac{1}{S_i^2} \right\} a_{n,i}$$

$$\cdot \sin \frac{n\pi z_{ik}}{l_i} = u_{s,i,0}(z_{ik}) - \frac{p_c l_i^2}{4H_d} \frac{z_{ik}}{l_i} \left( 1 - \frac{z_{ik}}{l_i} \right) \quad (k=1, 2, \dots, N) \dots\dots (A.1)$$

吊材長  $\eta(z)$  は各径間において、次の近似式によって与えられる。記号は図-1を参照されたい。

左側径間

$$\eta(z_1) = h_0 + (h_l - h_0) \frac{z_1}{l_1} - \frac{4f_1}{l_1^2} z_1 (l_1 - z_1)$$

中央径間

$$\eta(z_2) = h_l - \frac{4f_2}{l_2^2} z_2 (l_2 - z_2)$$

右側径間

$$\eta(z_3) = h_l + (h_l - h_0) \frac{l_3 - z_3}{l_3} - \frac{4f_3}{l_3^2} z_3 (l_3 - z_3)$$

(2) 連続吊橋

連続吊橋については、式(29)の左辺  $u_{s,i}(z_k)$ ,  $u_{c,i}(z_k)$  として式(25)および式(28)を使用する。その際、式(28)中の端モーメント  $M_L, M_R$  は式(27)で与えられる中間支点上曲げモーメント  $M_1, M_2$  で置き換える。 $M_1, M_2$  には3つの径間における吊材傾斜の未定係数  $a_{n,1}, a_{n,2}$ , および  $a_{n,3}$  が含まれているから、 $3N$  元の連立方程式を解いて未定係数を定めることになる。

左側径間：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N a_{n,1} \left[ \left\{ \eta(z_{1k}) + \frac{m_s}{EI_{y,1} S_1^4} + \frac{m_s}{2H_d S_1^2} \right\} \sin S_1 z_{1k} \right. \\ & \quad \left. + 2C_3 D_1 \frac{m_s}{EI_{y,1} S_1^3} \cos n\pi \right] - \sum_{n=1}^N a_{n,2} D_1 \frac{m_s}{EI_{y,2} S_2^3} \\ & \quad \cdot (2C_3 + C_2 \cos n\pi) + \sum_{n=1}^N a_{n,3} C_2 D_1 \frac{m_s}{EI_{y,3} S_3^3} \\ & = u_{s,1,0}(z_{1k}) - \frac{p_c l_1^2}{4H_d} \frac{z_{1k}}{l_1} \left( 1 - \frac{z_{1k}}{l_1} \right) \\ & \quad + D_1 \{ 2C_3 (\psi_{1,0}^l - \psi_{1,0}^r) - C_2 (\psi_{2,0}^l - \psi_{2,0}^r) \} \\ & \quad \dots\dots\dots (A.2) \end{aligned} \quad (k=1, 2, \dots, N)$$

中央径間：

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N a_{n,1} \frac{m_s}{EI_{y,1} S_1^3} (2C_3 D_2 - C_2 D_3) \cos n\pi \\ & \quad + \sum_{n=1}^N a_{n,2} \left[ \left\{ \eta(z_{2k}) + \frac{m_s}{EI_{y,2} S_2^4} \right. \right. \\ & \quad \left. \left. + \frac{m_s}{2H_d S_2^2} \right\} \sin S_2 z_{2k} - D_2 \frac{m_s}{EI_{y,2} S_2^3} \right. \\ & \quad \cdot (2C_3 + C_2 \cos n\pi) + D_3 \frac{m_s}{EI_{y,2} S_2^3} \\ & \quad \left. \cdot (2C_1 \cos n\pi + C_2) \right] + \sum_{n=1}^N a_{n,3} \frac{m_s}{EI_{y,3} S_3^3} \\ & \quad \cdot (C_2 D_2 - 2C_1 D_3) = u_{s,0,2}(z_{2k}) \\ & \quad - \frac{p_c l_2^2}{4H_d} \frac{z_{2k}}{l_2} \left( 1 - \frac{z_{2k}}{l_2} \right) + D_2 \{ 2C_3 (\psi_{1,0}^l - \psi_{1,0}^r) \\ & \quad - C_2 (\psi_{2,0}^l - \psi_{2,0}^r) \} + D_3 \{ 2C_1 (\psi_{2,0}^l - \psi_{2,0}^r) \\ & \quad - C_2 (\psi_{1,0}^l - \psi_{1,0}^r) \} \dots\dots\dots (A.3) \end{aligned}$$

$$(k=1, 2, \dots, N)$$

右側径間

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^N a_{n,1} C_2 D_4 \frac{m_s}{EI_{y1} S_1^3} \cos n\pi - \sum_{n=1}^N a_{n,2} D_4 \frac{m_s}{EI_{y2} S_2^3} \\ & \cdot (2 C_1 \cos n\pi + C_2) + \sum_{n=1}^N a_{n,3} \\ & \cdot \left[ \left\{ \eta(z_{3k}) + \frac{m_s}{EI_{y3} S_3^4} + \frac{m_s}{2 H_d S_3^2} \right\} \sin S_3 z_{3k} \right. \\ & \left. + 2 C_1 D_4 \frac{m_s}{EI_{y3} S_3^3} \right] = u_{s,3,0}(z_{3k}) \\ & - \frac{p_c l_3^2}{4 H_d} \frac{z_{3k}}{l_3} \left( 1 - \frac{z_{3k}}{l_3} \right) + D_4 \{ 2 C_1 (\psi_{2,0}^l - \psi_{2,0}^r) \\ & - C_2 (\psi_{1,0}^l - \psi_{1,0}^r) \} \dots \dots \dots (A.4) \end{aligned}$$

$$(k=1, 2, \dots, N)$$

ここに

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{l_1^2}{4 C_1 C_3 - C_2^2} \frac{1}{I_{y,1}} \left\{ \frac{z_{1k}}{l_1} - \left( \frac{z_{1k}}{l_1} \right)^3 \right\} \\ D_2 &= \frac{l_2^2}{4 C_1 C_3 - C_2^2} \frac{1}{I_{y,2}} \\ & \cdot \left\{ 2 \frac{z_{2k}}{l_2} - 3 \left( \frac{z_{2k}}{l_2} \right)^2 + \left( \frac{z_{2k}}{l_2} \right)^3 \right\} \\ D_3 &= \frac{l_2^2}{4 C_1 C_3 - C_2^2} \frac{1}{I_{y,2}} \left\{ \frac{z_{2k}}{l_2} - \left( \frac{z_{2k}}{l_2} \right)^3 \right\} \\ D_4 &= \frac{l_3^2}{4 C_1 C_3 - C_2^2} \frac{1}{I_{y,3}} \\ & \cdot \left\{ 2 \frac{z_{3k}}{l_3} - 3 \left( \frac{z_{3k}}{l_3} \right)^2 + \left( \frac{z_{3k}}{l_3} \right)^3 \right\}, S_i = \frac{n\pi}{l_i} \end{aligned}$$

参 考 文 献

- 1) Moisseiff L.S. and Lienhard F. : Suspension Bridges under the Action of Lateral Forces, Trans. ASCE, Vol. 98, pp. 1080-1141, 1933.
- 2) Ellis C.A. and Pratley P.L. : 1) に対する討議 Trans. ASCE, Vol. 98, pp. 1097-1107, 1933.
- 3) Erzen C.Z. : Lateral Bending of Suspension Bridges, Proc. ASCE, ST, Vol. 81, Separate No. 663, April,

- 1955.
- 4) Fukuda T. : Multispan Suspension Bridges under Lateral Loads, Proc. ASCE, ST 1, Vol. 94, pp. 133-152, 1968.
- 5) Selberg A. : Berechnung des Verhalten von Hängebrücken unter Windbelastung, Stahlbau 14, Heft 21/22, S. 106-108, 1941.
- 6) Waltking F.W. : Hängebrücken unter Statischen Wind, Bauing. 25, Heft 4, S. 133-140, 1950.
- 7) Topaloff B. : Stationärer Winddruck auf Hängebrücken, Stahlbau 23, Heft 5, S. 109-113, 1954.
- 8) 後藤茂夫 : 有限変形法による吊橋の解法, 土木学会論文集, No. 156, pp. 1-10, 昭和 43 年.
- 9) 吉塚純治 : 横荷重を受ける長大吊橋の応力計算, 橋梁と基礎, Vol. 6, 1972.
- 10) Boynton R.M., Werth A.R. and Geyer W.F. : Tagus River Suspension Bridge, Analysis of Superstructure by Linearized Deflection Theory, Symposium on Suspension Bridges, Lisbon, Nov., 1966.
- 11) EBlinger M. : Ein Rechenverfahren für die antimetrische Belastung von Hängebrücken, Stahlbau 32, Heft 9, S. 257-270, 1963.
- 12) 小松定夫・西村宣男 : 薄肉弾性ばり理論によるトラスの立体解析, 土木学会論文報告集, No. 238, 昭和 50 年.
- 13) 小松定夫・西村宣男 : 吊橋の横断面変形を考慮した吊橋の立体解析, 土木学会論文報告集, No. 236, 昭和 50 年.
- 14) Ito M. : The Lateral Motion of Suspension Bridges, Trans. JSCE, No. 81, pp. 10-16, 1962.
- 15) 小松定夫・西村宣男 : 吊橋の鉛直および水平たわみにおける補剛トラス, 横構トラスのせん断変形の影響, 土木学会関西支部講演会, I-23, 昭和 50 年 4 月.
- 16) 小松定夫・西村宣男・松野幹雄・中川知和 : 自由度低減を考慮したマトリックス法による吊橋の立体構造解析, 土木学会関西支部講演会, I-52, 昭和 50 年 4 月.
- 17) 土木学会 : 本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書, 別冊 4, アーチの解析と吊橋解析の追補, 昭和 49 年.
- 18) 小松定夫 : 上部構造の強度設計, 土木学会関西支部講習会テキスト, 長大橋梁の諸問題, 昭和 48 年 3 月.

(1975. 9. 13・受付)