土木学会論文報告集
第 248 号・1976 年 4 月

河川流域の地形構造を考慮した出水系モデルに関する研究

A STUDY ON THE RUNOFF SYSTEM MODEL BASED ON THE TOPOGRAPHICAL FRAMEWORK OF RIVER BASIN

高棹琢馬*・椎葉充晴**
By Takuma TAKASAO and Michiharu SHIIBA

1. まえがき

河川流域は，複雑に分布する山腹斜面と河道との集合体からなっている．出水現象の解明にあたり，これらの地形構造がどのように出水に関与するかを明らかにすることは重要な課題である．

地形構造と出水現象との関連を解明するには，大別して２つの方法が考えられる．１つは，出水系を black box と考えて，その応答関数を求め，流域の地形諸量と応答関数との関係を解明しようとする方法である．もう１つは，流域の物理的構造を直接組込んだ出水系モデルを構成することによって流域の構造と出水現象との関連を明らかにしようとする方法である．前者の方法の本質的欠点は，流域構造の出水特性への影響の物理的機構について知ることができないことである．これに対して，後者の方法は出水過程そのものを特に流域の地形構造との関連において表現しようとするものであって，地形構造と出水特性との関連を解明しようとする目的に対して本質にせまる方法といえるであろう．

本論文は，後者の立場をとり，流域の地形構造を組込んだ出水系モデルを構成することを目的とし，出水系モデルの基本的構成法について考察しようとするものである．複雑な地形構造と出水の非線形性から考えてこのような出水系モデルとして，電子計算機による数値シミュレーションモデルを考えることにし，本論文では出水過程を考慮して流域の地形構造を電子計算機システムに置き換える系統的な手法を展開する．

2. 出水系モデルの基本的構成

流域の地形構造を考慮した出水系モデルを構成するには，流域を１つのネットワークとみなすのが適当であると考えられる．地形構造を考慮した出水系モデルに関する研究はほとんどこの考え方を基礎としている．

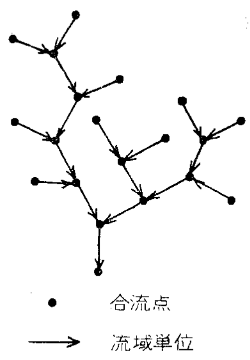
本章では，流域をネットワーク構造に変換する基本的方法をまとめておく．

(1) stream network とそのグラフ

１つの水系において，水源（水流の出発する地点）と河川合流点，および対象地点（対象水系の最下流端）からなる集合を $\boldsymbol{E}_1$ とし，$\boldsymbol{E}_1$ の要素を合流点とよぶことにする．また，$P_i \in \boldsymbol{E}_1$ を上流側合流点，$P_j \in \boldsymbol{E}_1$ を下流側合流点とする河道区分を $\overline{P_iP_j}$ とかくことにし，河道区分 $\overline{P_iP_j}$ とそれに接続する山腹斜面とをまとめて流域単位とよび (P_iP_j) のように表わす．

流域単位の全体を $\boldsymbol{E}_2$ とかくと，$\boldsymbol{E}_1$ と $\boldsymbol{E}_2$ の和集合 $\boldsymbol{E}$ は集合論でいうネットワークであって，本論文では特に stream network とよぶ．

stream network の各合流点 P_i に節点とよぶ空間内の点 p_i を対応させ，各流域単位 (P_iP_j) に節点 p_i を始点とし節点 p_j を終点とする有向辺を対応させることによって，stream network をグラフを用いて表わすことができる．



図―1
STREAM NETWORK のグラフ

図―1 に，stream network をグラフを用いて表わした例を示す．

なお，stream network 内の流域単位の接続関係を stream network の構造とよぶと，stream network のグラフはその stream network の構造を節点と有向辺を用いて表わしたものとみることができる．

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

（2）　stream network 上の流れ

stream network 上の雨水の流れを考え，河道区分 $\overline{P_iP_j}$ の下流側合流点 P_j を通過する雨水を流域単位 (P_iP_j) の流出とよぶ．また，P_i を下流側合流点とする流域単位が存在するとき，その流域単位の流出を流域単位 (P_iP_j) の流入とよぶ．なお，P_i が水源であれば，流域単位 (P_iP_j) の流入は 0 であるとする．

さらに，流域単位 (P_iP_j) を，(P_iP_j) のシステムパラメーターと (P_iP_j) への降雨の作用のもとに，(P_iP_j) の流入系列を (P_iP_j) の流出系列に変換する流れシステムとみなす．

（3）　河川流域の出水系モデルの基本的構成

河川流域の地形構造を組込んだ出水系モデルとして，stream network のすべての流域単位の流出系列を求める電子計算機によるモデルを考える．このモデルの基本は流域単位のシステムモデルの構成と network の追跡にある．本論文では，流域単位のシステムモデルの具体的構成についてはふれない．流域単位のシステムモデルとしては，流域単位の流出が下流側の条件によらず決定されるものであればよいことを指摘するにとどめておく．

さて，流域単位のシステムモデルの存在を仮定しよう．

stream network 上の流れの追跡を，水源からの流入を 0 とし，流域単位のシステムモデルによって上流から逐次各流域単位の流出系列を求め，最下流の流域単位の流出系列を求めることで終了する過程として考える．このとき，地形諸量は各流域単位のシステムパラメーターの形で，stream network の構造は追跡過程そのものに組込まれることになる．このようにして構成される出水系モデルを stream network flow モデルとよぶことにする．

stream network flow モデルの基本的構成は概念的には単純であるが，流域単位の個数が大きい大規模な stream network を対象とする場合を考えると，これらの構成を可能にするような系統的な stream network 解析が必要となってくる．次章以降で，stream network flow モデル構成のための基本的問題を明らかにし，これらの問題を解決する stream network 構造の解析手法を展開する．

3. stream network flow モデル構成のための基本的問題

本章では，stream network 上の流れを電子計算機によって追跡する場合の基本的問題を考察し，どのような stream network 構造解析が必要とされるかを明らかにする．

（1）　計 算 順 序

電子計算機では 2 個以上の操作を同時に実行することはできないから，電子計算機によって各流域単位の流出系列を求めていくには，全流域単位を 1 列に並べ順番に計算していかざるを得ない．この順序を以後計算順序とよぶ．

いま，1 つの stream network $\boldsymbol{E}$ が与えられているものとする．$\boldsymbol{E}$ 上の任意の 2 つの流域単位を $\tilde{i}, \tilde{j}$ とする．

流域単位 $\tilde{i}$ の下流側合流点が流域単位 $\tilde{j}$ の上流側合流点でもあるとき，流域単位 $\tilde{i}$ は流域単位 $\tilde{j}$ に流入するといい，$\tilde{i} \to \tilde{j}$ とかくことにする．$\boldsymbol{E}$ 上の流域単位 $\tilde{i}_0$ と $\tilde{i}_q$ とが有限個の $\boldsymbol{E}$ 上の流域単位 $\tilde{i}_t (0 < t < q)$ の列で，$\tilde{i}_0 \to \tilde{i}_1 \to \cdots \to \tilde{i}_{q-1} \to \tilde{i}_q$ という関係のもとにむすばれているとき，流域単位 $\tilde{i}_0$ は流域単位 $\tilde{i}_q$ の上流にあるということにする．そうすると，次の要請 (3.1) は必然である．

> 流域単位 $\tilde{i}$ が流域単位 $\tilde{j}$ の上流にあるとき，流域単位 $\tilde{i}$ の流出は流域単位 $\tilde{j}$ の流出に先だって計算されねばならない．………………………(3.1)

しかし，stream network 内には，流域単位 $\tilde{i}$ と流域単位 $\tilde{j}$ のどちらが上流にあるともいえない場合があるから，計算順序に対する (3.1) の要請だけでは計算順序は一意に定まらない．

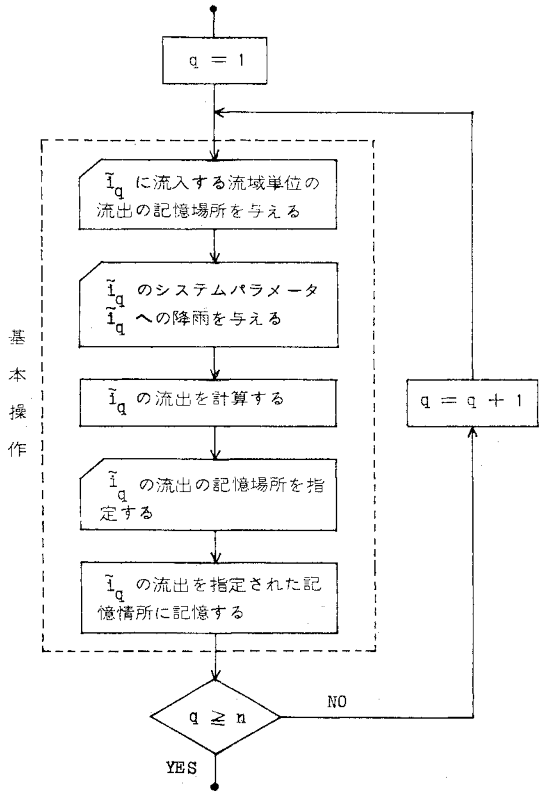
（2）　記憶の様式と記憶場所指定の様式

いま，流域単位の総数を n とし，(3.1) の要請を満たすようなある計算順序が定められているものとする．この計算順序で q 番目 $(1 \leq q \leq n)$ に計算する流域単位を $\tilde{i}_q$ と表わし，stream network 上の流れの追跡を，電子計算機システムの上で図―2 に示すような基本操作の n 回の繰り返し過程に置き換えることを考える．

図―2 に示す操作を実行するには，各流域単位の流出系列の計算機内での記憶場所を決定しておかねばならない．以下に，各流域単位の流出系列の記憶の様式と，その記憶場所の指定の様式を述べる．

いま，流域単位の総数を n とし，1 個の流域単位の流出系列を記憶するのに m 個の記憶場所が要るものとする．このとき，各流出を記憶する基本的様式として以下の様式が考えられる．

> 各流出系列の記憶場所として (l, m) 次元の配列 $Q(l, m)$ を用意する．ここに l は n を越えない自然数である．………………………………(3.2)



図―2 STREAM NETWORK 追跡の電子計算機システム

各流域単位 $\tilde{i}$ に自然数 $N(\tilde{i})$ $(1\leq N(\tilde{i})\leq l)$ を対応させる.……………………………………(3.3)

各流域単位 $\tilde{i}$ の流出を

$Q(N(\tilde{i}),1),\ Q(N(\tilde{i}),2),\ \cdots,\ Q(N(\tilde{i}),m)$

に記憶する.……………………………………(3.4)

ただし，この様式で仮に全流出をすべて相異なる場所に記憶するとすれば，(3.2) で $l=n$ とし，(3.3) で $\tilde{i}$ と $N(\tilde{i})$ とが1対1に対応するようにしなければならない，また，記憶場所を共有することがあれば，$l<n$ となり (3.3) の対応は1対1ではない. 以後，簡単のため m 個の記憶容量を1単位の記憶容量とよび，(3.2) の l を流出記憶の単位数とよぶことにする.

さて，次に記憶場所の指定の様式を考えよう. 上述した流出の記憶の仕方から，流域単位 $\tilde{i}$ の流出の記憶場所を指定するには自然数 $N(\tilde{i})$ を指定すればよいことがわかる. 以後，この $N(\tilde{i})$ を流域単位 $\tilde{i}$ の流出の記憶場所とよぶ. 図―2 の流れ図中の記憶場所という用語もこの意味で再解釈することにする. 図―2 で，流域単位 $\tilde{i}_q$ に流入する流域単位が存在しないとき，基本操作の第1段階の表現は無意味となるが，この場合には記憶場所として 0，0 を与え，流入がないことを表わすようにしておく.

(3) 最適追跡方策

以上の準備のもとで，network上の流れの追跡方策について考察する. 追跡方策を確定するには，計算順序を定め，流出記憶の単位数を決定し，各流域単位の流出の記憶場所を決定しなければならない.

計算順序がすでに決定されている場合についてまず考察する. この場合，最も簡単な方法は，流出記憶の単位数を n(n は流域単位の総数) とし，各流域単位 $\tilde{i}$ とその流出の記憶場所 $N(\tilde{i})$ とを1対1に対応させる方法である.

たとえば，各流域単位 $\tilde{i}$ について

$N(\tilde{i})=\tilde{i}$ の計算順位………………………(3.5)

とすればよい. この場合，各流域単位の流出はすべて相異なる場所に記憶させることになる.

しかし，この方法は流域単位の総数 n が大きい場合，記憶容量の点で問題となる. いま，15 分間隔で 2 日間の出水を解析することにし，流域単位の数が 100 であるとすれば，(3.2) で $m=192$, $l=n=100$ であるからほぼ2万語もの記憶容量を計算機内に必要とすることになる. 由良川流域荒倉上流 (流域面積 150 km²) で5万分の1の地形図から流域単位の個数をみると 105 であるから，この問題の解決が要求されることがわかる. ゆえに，何らかの方法で流出の記憶場所を共有することを考え，計算機内で使用される記憶容量を節約することを考えることにする.

そこで，各流域単位の流出はそれが流入する流域単位の流出の計算がすめば必要でないことに注目して，すでに決定してある計算順序にしたがって流れを追跡する過程で不要になった流出を記憶から消し去り，引き続く計算過程で必要な流出のみを記憶するような方策を考える.

このような方策を採用すれば，この計算順序のもとで流れを追跡する限り，使用される記憶容量は最小となることは明らかである.

以上は，すでに計算順序が決定されているものとして考察したものであるが，いま，(3.1) の要請を満たすすべての計算順序を考え，それぞれについて上述したような記憶容量を節約する方策をとるものとしよう. この中で，最も記憶容量が少なくてすむ追跡方策を最適追跡方策とよぶことにする.

流域単位数の大きい stream network 上の流れを追跡する場合を考慮して，追跡方策としては上述した最適追跡方策を採用することにする. したがって，最適追跡方策の計算順序，流出記憶の単位数，流出の記憶場所などを決定しなければならない. これらはすべて stream network の構造から定まるものであって，これらの情

報を得るための stream network 構造の解析手法を開発する必要がある.

4. において，最適追跡方策を具体的に求めるための stream network 構造の解析手法を提示し，stream network flow モデルの完全な構成をはかる.

4. stream network flow モデルの構成

本章では，前節で定義した最適追跡方策を求める方法を考え，stream network flow モデルを完全に構成する.

（1） 最適追跡方策の決定法

a） 流出記憶の単位数

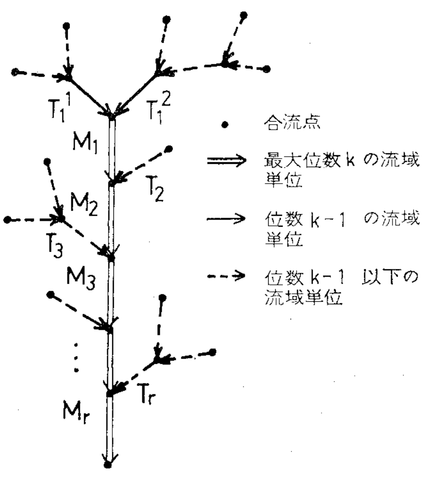
3. **(3)** で述べたように，常に引き続く計算過程で必要な流出系列のみを記憶するような方策によって，stream network 上の流れを追跡することにするとき，必要な流出記憶の単位数に関する次の命題を証明しておこう.

［命題］ 流域単位 $\tilde{i}$ の位数とは，流域単位 $\tilde{i}$ の河道区分の strahler 方式による位数[1]のことをいうものとする.

そうすると，最下流の流域単位の位数が k であるような stream network 上の流れを追跡するために必要・十分な流出記憶の単位数は k である.

［証明］ 最下流流域単位の位数 k に関する数学的帰納法による. $k=1$ のときは明らかだから， $k=1, 2, \cdots, n$ のときこの命題が成立するものとして $k=n+1$ のときもこの命題が成立することを示そう.

いま，最大位数 k をもつ流域単位が全部で r 個あるものとし，これらの r 個の流域単位を上流から順に M_1, $M_2, \cdots, M_r$ と表わすことにする. また，流域単位 M_1 に流入する流域単位を $T_1{}^1$, $T_1{}^2$ と表わし，流域単位 M_q $(2 \leqq q \leqq r)$ に流入する流域単位で M_{q-1} でない方を T_q と表わすことにする（図—**3** 参照).



図—3 流出記憶の単位数に関する定理の証明に用いる記号の説明

また，この stream network 上の流れを追跡するために必要かつ十分な流出記憶の単位数を l とする.

位数の定義により，流域単位 $T_1{}^1$, $T_1{}^2$ の位数は $k-1=n$ であり，流域単位 T_q $(2 \leqq q \leqq r)$ の位数は $k-1=n$ 以下である.

さて，$M_1, M_2, \cdots, M_r$ の中では M_1 の流出系列を最も先に計算する必要があることは明らかである. したがって，$T_1{}^1$ または $T_1{}^2$ の流出系列をまず求める. かりに，$T_1{}^1$ の流出系列をまず計算することにすると，$T_1{}^1$ の位数は n だから帰納法の仮定により，$T_1{}^1$ の流出系列を計算するのに必要・十分な流出記憶の単位数は n である. ゆえに，$l \geqq n$ である. $T_1{}^1$ の流出系列を計算し，それを 1 単位の記憶容量に記憶すると $(l-1)$ 単位の記憶容量が余る. 次に，$T_1{}^2$ の流出系列を計算しなければならないが，$T_1{}^2$ の位数は n だから帰納法の仮定により，$l-1 \geqq n$ でなければならない. $T_1{}^1$, $T_1{}^2$ の流出系列が求められれば，M_1 の流出系列が計算されるから，結局 $l \geqq n+1$ であれば M_1 の流出系列を求めることができる.

M_1 の流出系列を求め，それを 1 単位の記憶容量に記憶すれば，$(l-1)$ 単位の記憶容量が余る. T_2 の流出系列を求めるのに必要な流出記憶の単位数は T_2 の位数が n 以下であることから n 以下であるが，$l-1 \geqq n$ であるからこれは可能である. M_1, T_2 の流出系列が求められれば，M_2 の流出系列が計算されるから，結局 $l \geqq n+1$ であれば M_2 の流出系列を求めることができる.

以下，$M_3, \cdots, M_r$ まで同様に考えて，$l \geqq n+1$ であれば M_r の流出系列を求めることができることがわかる. すなわち，$l=n+1$ である. （証明終）

この命題を，後の引用のために流出記憶の単位数に関する定理とよぶことにする.

由良川流域荒倉上流の流域単位の個数は先述したように 105 であるが，最下流流域単位の位数はわずか 4 であるから，この定理によると必要な記憶容量はわずか 4 単位である.

一般に，1 つの水系で位数が u の流路区間の個数を N_u とかくことにすると

$$N_u=(1/4)^{k-u} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4.1)$$

なる 1/4 則の関係が成立することが知られている[2),3)]. ここに k は最下流河道区分の位数である. 1/4 則によれば，水系内の流路区間の総数 N は，

$$N=N_1+N_2+\cdots+N_k=\frac{1}{3}(4^k-1) \cdots\cdots\cdots (4.2)$$

であり，k の増大とともに飛躍的に増加する. 河道区分

が流路区間の細分であることを考えると，流域単位の個数もまた k の増大とともに飛躍的に増大する．この事実を考慮すれば，流出記憶の単位数に関する定理がいかに有効であるかがわかる．

b) 計算順序

流出記憶の単位数に関する定理の証明の中でのべた計算順序が，最適追跡方策の計算順序であることは明らかである．この計算順序の原則を，流出記憶の単位数に関する定理の説明に使った図―3 を用いて説明しよう．

まず，全流域単位を，T_1^1 および T_1^2 の上流にある流域単位の集合 $\boldsymbol{L}(T_1^1)$，T_1^2 および T_1^2 の上流にある流域単位の集合 $\boldsymbol{L}(T_1^2)$，$T_q(2\leq q\leq r)$ および T_q の上流にある流域単位の集合 $\boldsymbol{L}(T_q)$，および $M_1, M_2, \cdots, M_r$ に分割する．

いま，流域単位の集合 A, B があって，A に属するすべての流域単位の流出の計算順位は B に属するすべての流域単位の流出の計算順位より上位であるとき，$A<B$ とかくことにする．このかき方で，計算順位を

$$\boldsymbol{L}(T_1^1)<\boldsymbol{L}(T_1^2)<\{M_1\}<\boldsymbol{L}(T_2)<\{M_2\}$$
$$<\boldsymbol{L}(T_3)<\cdots<\{M_{r-1}\}\boldsymbol{L}(T_r)<\{M_r\}\cdots(4.3)$$

とする．ただし，$\{M_q\}(1\leq q\leq r)$ は流域単位 M_q だけを要素とする集合である．(4.3) で，$\boldsymbol{L}(T_1^1)$ と $\boldsymbol{L}(T_1^2)$ の順序を入れかえてもよい．

この原則を $\boldsymbol{L}(T_1^1)$，$\boldsymbol{L}(T_1^2)$，$\boldsymbol{L}(T_q)$ $(2\leq q\leq r)$ に繰り返し適用していけば，最適追跡方策の計算順序が得られる．

以下では，この原則にしたがうような系統的な計算順序の決定法を考える．順をおって説明しよう．

（i） すべての流域単位の位数を求める．

（ii） 最下流流域単位の位数 k を求める．

（iii） 各流域単位にラベルとよぶ k 次元数ベクトルを対応させる．ラベルは以下の原則によって下流から決定していく．すなわち，最下流流域単位のラベル $\boldsymbol{x}=(x_i)$ は，

$$\begin{cases}x_i=0, & i=1, 2, \cdots, k-1\\ x_k=1\end{cases}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.4)$$

とする．

また，位数 m の流域単位 $\tilde{i}$ が，位数 $m+r$ $(r\geq 0)$ でラベル $\boldsymbol{y}=(y_i)$ をもつ流域単位 $\tilde{j}$ に流入するとき，流域単位 $\tilde{i}$ のラベル $\boldsymbol{x}=(x_i)$ は

$$\begin{cases}x_i=y_i, & i\neq m\\ x_m=y_m+1\end{cases}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.5)$$

とする．ただし，$r=1$ の場合，すなわち位数 m の流域単位 $\tilde{i}$ が位数 $m+1$ の流域単位 $\tilde{j}$ に流入する場合については，位数の定義により，位数 m をもち流域単位 $\tilde{j}$ に流入する流域単位で $\tilde{i}$ と異なるものがもう一つ存在する．これを $\tilde{i}'$ とすると，$\tilde{i}$ と $\tilde{i}'$ とは (4.5) によれば同じラベルをもつことになるので，任意の一方のラベル $\boldsymbol{x}$ を $\boldsymbol{x}'=(\boldsymbol{x}_i')$；

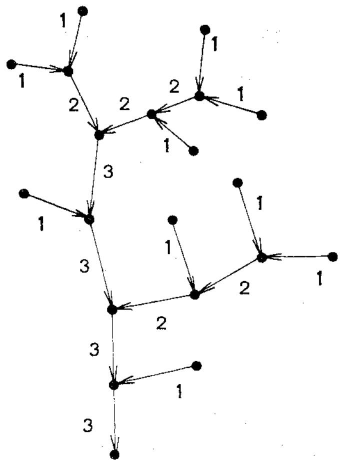
$$\begin{cases}x_i'=x_i, & i\neq m+1\\ x_{m+1}'=x_{m+1}+0.5\end{cases}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots(4.6)$$

に修正する．

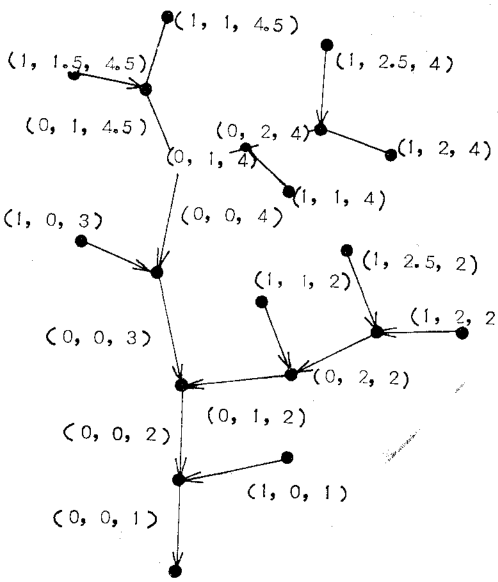
（iv） こうして全流域単位にラベルがつけられると，このラベルを用いて各流域単位の流出の計算順序を求めることができる．すなわち，流域単位 $\tilde{i}, \tilde{j}$ のラベルをそれぞれ $\boldsymbol{a}=(a_i)$，$\boldsymbol{b}=(b_i)$ とするとき，$\boldsymbol{a}, \boldsymbol{b}$ に対してある自然数 $q(1\leq q\leq k)$ が存在して，

$$\begin{cases}a_i=b_i, & i>q\\ a_q>b_q\end{cases}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4.7)$$

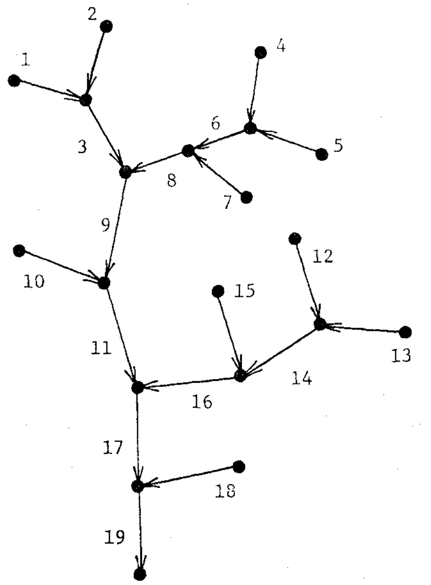
なる関係があるとき，流域単位 $\tilde{i}$ の流出系列は流域単位 $\tilde{j}$ の流出系列より先に計算するものとする．



図―4 STRAHLER 方式による位数解析



図―5 ラ ベ ル づ け



図—6 計 算 順 位

ラベルのつけ方によりすべての流域単位に相異なるラベルがつけられるから，(4.7) を成立させる自然数 q は必ず存在する．ゆえに，計算順序は確定する．

以上に述べた計算順序の決定の方法が，流出記憶の単位数に関する定理における計算順序の原則にしたがうことは明白であろう．

図—4 に，ある stream network をグラフを用いて表わし，位数をかき入れたものを示す．**図—5** で，この stream network の各流域単位のラベルを示し，**図—6** に計算順序を示す．

c） 記憶場所の決定

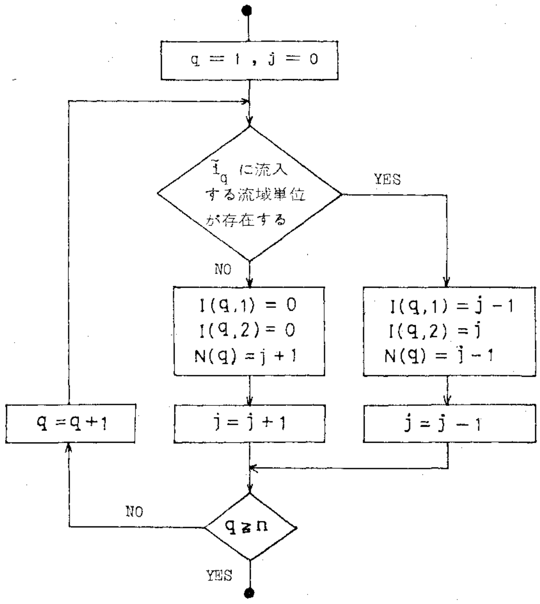
流出記憶の単位数，計算順序が求められれば，次に各流域単位の流出系列の記憶場所を決定しなければならない．

いま，対象とする stream network の最下流流域単位の位数を k，流域単位の総数を n とする．流出記憶の単位数に関する定理により，この network の流出記憶の単位数は k である．前項でのべた方法で決定した計算順序で第 q 位 $(1 \leqq q \leqq n)$ に計算する流域単位を $\tilde{i}_q$ と表わすことにし，$\tilde{i}_q$ の流出系列の記憶場所を $N(q)$ $(1 \leqq N(q) \leqq k)$ とする．

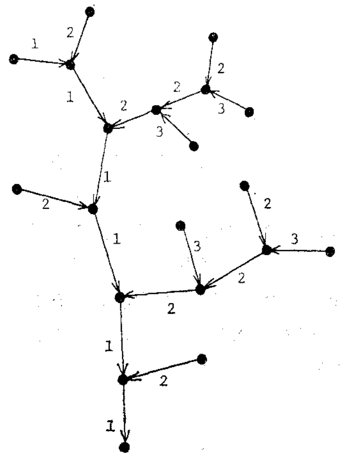
また，**図—2** で示したように各流域単位 $\tilde{i}_q$ の流入の記憶場所を求める必要があり，これを $I(q, 1)$, $I(q, 2)$ とする．

$N(q)$, $I(q, 1)$, $I(q, 2)$ を求める手順を**図—7** に示す．

この手順によって，**図—6** に示した計算順序をもとに各流域単位の流出系列の記憶場所を決定した例を**図—8** に示す．



図—7 記憶場所の決定手順



図—8 記憶場所の決定例

(2) stream network flow モデルの構成

a） stream network flow モデルの構成

前節で，最適追跡方策を求める方法が得られたので，stream network flow モデルが構成されることになる．

すなわち，まず対象とする stream network の構造をもとに前節でのべた方法で，流出記憶の単位数，計算順位，各流域単位の流入・流出の記憶場所を求める．これから**図—2** に示した流れ図にしたがって各流域単位の流出を求める．

このようにして構成される stream network flow モデルの特徴を列挙すると以下の通りである．

（i） 地形諸量は各流域単位のシステムパラメーターの形で，stream network の構造は追跡過程そのものにそれぞれ組込まれるので，このモデルは流域の地形構造を組込んだモデルである．

（ii） 各流域単位のシステムパラメーター，降雨は流域単位ごとに違っていてもさしつかえないから，このモデルによって降雨，システムパラメーターの空間的分布が出水におよぼす影響をみることができる．

（iii） 流域単位のシステムモデルとして非線形モデルを考えることができるから，出水の非線形性にも対拠できる．

（iv） 流域内のすべての合流点の流出を求めていくから，必要であれば流域内の任意の合流点での流出系列を出力するようにすることができる．

（v） 最適追跡方策を採用することによって計算機内で使用される記憶容量を大幅に節約でき，追跡方法の適用範囲が飛躍的に大きくなる．

b）検　　討

前項でのべた出水計算法はすべての流域単位の流出系列を上流から逐一求めていくものであるが，いくつかの仮定のもとでは水系内に同様の流出をすると考えられる流域単位が存在するから，これを利用して計算量を減らすことができる．

仮に，流域単位 $\tilde{i}$ の流出が計算されていて，流域単位 $\tilde{j}$ が $\tilde{i}$ の流出と同じであることが前もってわかっているものとすれば，$\tilde{j}$ の流出を計算する必要はない．ただし，$\tilde{j}$ の流出を求める必要が生じる段階まで $\tilde{i}$ の流出を記憶していなければならないから，上述した出水計算法の場合より多くの記憶容量を必要とすることになる．

そこで，記憶容量に余裕があるという前提のもとで，上述した事実を利用して計算量を減らすことを考える．

そのためには，どのような場合に同様の流出をするかを判断することが必要であるが，この判断基準は本章で構成した stream network flow モデルの基本的構成に対する考察によって得られる．このような判断基準は単に計算量を減らすのに役立つだけでなく，流量測定地点の選定など他の水工目的にも役立つものと考えられる．

次章で，この判断基準を明らかにし，これを stream network flow モデルに導入することを考える．

5．stream network 構造の識別指標とその stream network flow モデルへの導入

（1） stream network 構造と出水特性

前章で構成された stream network flow モデルを基礎に stream network の構造と出水特性との関係について考察しよう．

stream network flow モデルは，各流域単位への降雨，各流域単位のシステムパラメーターを，network の追跡方策を媒介として最下流流域単位の流出に変換するモデルとしてみることができる．しかも，network の追跡方策は stream network の構造だけに依存して決定されるので，stream network からの出水は，stream network の構造と各流域単位への降雨と，各流域単位のシステムパラメーター（地形諸量・抵抗特性値など）から決定されるといえる．

そこで，まず，

対象とする流域内で降雨は空間的には一様である．……………………………………………(5.1)

と仮定する．

いま，対象とする stream network を $\boldsymbol{E}$ と表わし，$\boldsymbol{E}$ 上の流域単位 $\tilde{i}$ を最下流流域単位とする $\boldsymbol{E}$ の部分 stream network を $\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ と表わすことにすると，$\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ の構造の違いによって $\boldsymbol{E}$ 内の全流域単位は集合 $\boldsymbol{B}_1, \boldsymbol{B}_2, \cdots, \boldsymbol{B}_p$ に分割される．ここに，各 $\boldsymbol{B}_t (1 \leq t \leq p)$ は $\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ の構造が同一であるような流域単位 $\tilde{i}$ の集合である．

地形諸量は stream network 構造と強い相関があることが多くの研究者によって確認されている[4]ので，各 $\boldsymbol{B}_t$ 上で地形量以外のシステムパラメーターの散らばりが小さければ，各 $\boldsymbol{B}_t$ に属する流域単位のシステムパラメーターは同じであるとしても大きな誤差を生じることはないであろう．

そこで，

各 $\boldsymbol{B}_t$ に属する流域単位のシステムパラメーターは同一である．………………………………(5.2)

と仮定する．

いま，$\tilde{i}, \tilde{j} \in \boldsymbol{B}_t$ なる任意の流域単位 $\tilde{i}, \tilde{j}$ を考えると，$\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ と $\boldsymbol{E}\{\tilde{j}\}$ の構造は同一であり，したがって $\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ を構成する各流域単位と $\boldsymbol{E}\{\tilde{j}\}$ を構成する各流域単位とは1対1に対応する．この対応において $\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ 上の流域単位 $\tilde{i}_0$ と $\boldsymbol{E}\{\tilde{j}\}$ 上の流域単位 $\tilde{j}_0$ が対応するとすれば，$\boldsymbol{E}\{\tilde{i}_0\}$ と $\boldsymbol{E}\{\tilde{j}_0\}$ の構造は同一である．ゆえに，仮定(5.2)により，$\tilde{i}_0$ と $\tilde{j}_0$ とのシステムパラメーターは同一である．これは，$\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ と $\boldsymbol{E}\{\tilde{j}\}$ とがまったく同じ stream network となることを意味し，降雨に対する仮定(5.1)から，$\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ と $\boldsymbol{E}\{\tilde{j}\}$ との出水はまったく同じであるという結論に達する．

以上の議論から，$\boldsymbol{B}_t$ に属するすべての流域単位の出水は同一であることになる．すなわち，仮定(5.1)，(5.2)が成立するとき，各流域単位からの流出特性の差異はその流域単位を最下流流域単位とする部分 stream network の構造の差異によって決定される．

この場合，B_t に属する流域単位の出水計算は1度でよいから，これを利用して計算量を減らすことができる．

そのためには，stream network の構造が同じであるか否かを識別することのできるような指標が要る．次節でこのような指標について考察する．

(2) stream network 構造の識別指標

前節で述べたように，stream network の構造を識別できる指標があれば出水解析上非常に都合がよい．

最近，藤田が stream network の構造が「重複度ベクトル」によって表現されることを明らかにした[5]．筆者らは，これとは別に stream network の識別指標について考察し，stream network の構造を2進整数で表現できることを見いだし，これを河道配置数とよぶことにした．

河道配置数は，一次元の数であることと，それが2進数表現である点で計算機の使用に適している．

以下，この河道配置数を得るための基礎的考察をのべる．

a) 連結マトリックス

前節で述べたように，stream network の構造を識別できる指標があれば，出水解析上非常に都合がよい．stream network の構造を表わすにはグラフによる方法と行列による方法がある．ここでは後者の方法を検討する．

まず，対象とする stream network $\boldsymbol{E}$ から次のようにして正方行列 $A(\boldsymbol{E})$ をつくることを考える．すなわち，$\boldsymbol{E}$ の流域単位の個数を n とし，流域単位の全体に1から n までの番号をつけ，それらを順に $\tilde{i}_1, \tilde{i}_2, \cdots, \tilde{i}_n$ とする．行列 $A(\boldsymbol{E})$ を n 次の正方行列とし，その (l, m) 成分 a_{lm} $(1 \leqq l, m \leqq n)$ を

$$\begin{cases} \text{流域単位 } \tilde{i}_l \text{ が流域単位 } \tilde{i}_m \text{ に流入するとき} \\ \qquad a_{lm}=1 \\ \text{それ以外のとき} \\ \qquad a_{lm}=0 \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5.3)$$

と定める．

このように定義された行列 $A(\boldsymbol{E})$ は stream network の流域単位の接続関係，すなわち stream network の構造を表わす．以後，この $A(\boldsymbol{E})$ を stream network $\boldsymbol{E}$ の連結マトリックスとよぶことにする．

stream network の特性から $A(\boldsymbol{E})$ は次のような性質をもつ．

(i) $1 \leqq m \leqq n$ なるすべての m に対して，$a_{lm}=0$ となるような l がただ1つ存在する．このとき流域単位 $\tilde{i}_l$ は最下流の流域単位である．

(ii) 任意に固定した m $(1 \leqq m \leqq n)$ に対して，$a_{lm}=1$ $(1 \leqq l \leqq n)$ となるような l は2個あるか，もしくはまったくないかのどちらかである．後者の場合，$\tilde{i}_m$ は最上流にある流域単位の1つである．

さて，stream network $\boldsymbol{E}$ の流域単位の番号づけを変えると，連結マトリックス $A(\boldsymbol{E})$ も変化し，$\boldsymbol{E}$ に対して一意に定まらない．そこで連結マトリックスに以下のような条件を課することにする．

(iii) $1 \leqq l \leqq m \leqq n$ なる l, m に対しては $a_{lm}=0$ である．

(iv) $m(1 \leqq m \leqq n)$ を任意に固定したとき，$a_{l_j m}=1$ $(1 \leqq l_j \leqq n,\ j=1, 2)$ なる l_1, l_2 が存在すれば，l_1, l_2 は連続した整数である．

(v) $a_{l_j m_j}=1,\ a_{l_j+1, m_j}=1$ $(1 < l_j < n,\ 1 \leqq m_j \leqq n,\ j=1, 2)$，$l_1+1 < l_2$ なるとき，$m_1 < m_2$ である．

この，(iii)，(iv)，(v) を整列形の条件とよび，この条件を満たす連結マトリックスを整列形連結マトリックスとよぶことにする．整列形連結マトリックスでは数字1が右下りの段階状に並ぶ（図—**9** (d)）．

ここで，stream network $\boldsymbol{E}$ のすべての整列形連結マトリックスの中で上述した階段部分の面積が最小となるものを stream network $\boldsymbol{E}$ の標準形連結マトリックスとよび，$\tilde{A}(\boldsymbol{E})$ と表わす．

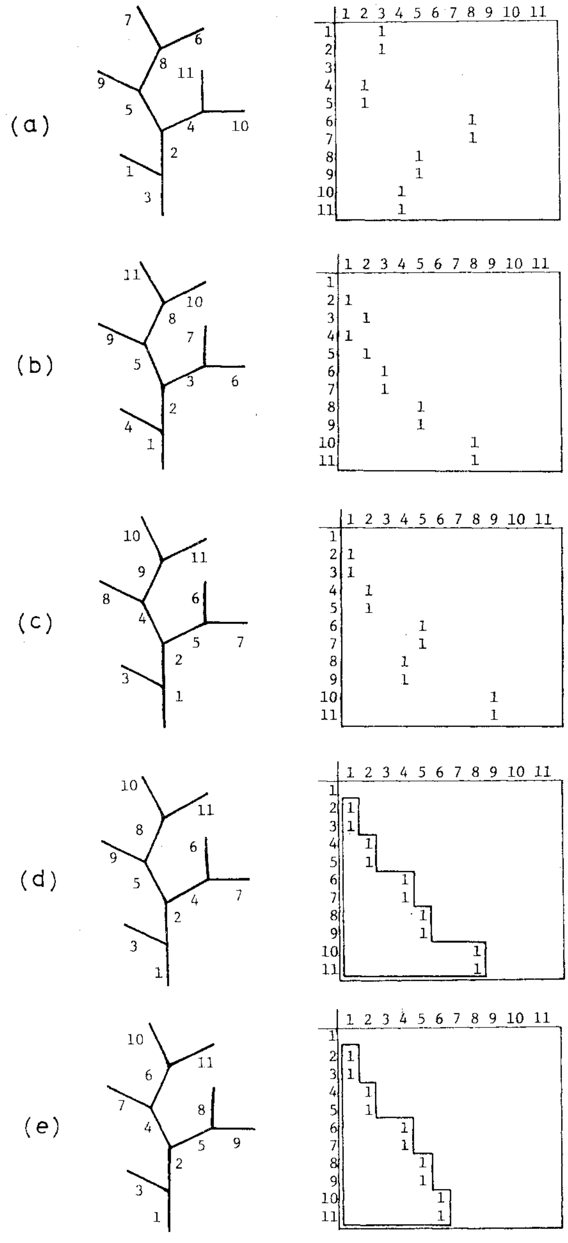
この定義により，$\tilde{A}(\boldsymbol{E})$ は stream network $\boldsymbol{E}$ に対してただ1つに定まるから，2つの stream network $\boldsymbol{E}^1, \boldsymbol{E}^2$ の構造が同一であるか否かは，$\tilde{A}(\boldsymbol{E}^1)=\tilde{A}(\boldsymbol{E}^2)$ であるか否かによって判定できる．

図—**9** に連結マトリックスの例を示す．図—**9** の (a)，(b)，(c) はそれぞれ整列形の条件 (iii)，(v) に反する例，条件 (iv)，(v) に反する例，条件 (v) に反する例であり，(d) は整列形であるが標準形でない例，(e) は標準形連結マトリックスの例である．いずれも同一の stream network を対象とし，それぞれ対応する流域単位の番号づけを示している．また，連結マトリックスでは0を省略して空白にしている．

b) stream network 構造の数値化

前項で，stream network $\boldsymbol{E}$ の構造は，その標準形連マトリックス $\tilde{A}(\boldsymbol{E})$ によって一意的に表わされることをのべた．しかし，行列のままでは扱いにくいので $\tilde{A}(\boldsymbol{E})$ と1対1に対応する数値化された指標を考えることが望ましい．このような指標を得るために以下のように考える．

結$A(\boldsymbol{E})$ を stream network $\boldsymbol{E}$ の整列形連結マトリックスとし，$\boldsymbol{E}$ の流域単位の個数を n とする．このとき，$A(\boldsymbol{E})$ の第 j 列 $(1 \leqq j \leqq n)$ に1があるかないかにしたがって，$\epsilon_j=1$ または0と定義した n 項数列 $\{\epsilon_j\}$ から，2進整数 $\epsilon\{A(\boldsymbol{E})\}$，



図—9 連結マトリックスの例

$$\epsilon\{A(\boldsymbol{E})\}=\sum_{j=1}^{n}\epsilon_j\times 2^{j-1}\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5.4)$$

をつくり，この $\epsilon\{A(\boldsymbol{E})\}$ を $A(\boldsymbol{E})$ の2進数表現とよぶことにする．たとえば，$\boldsymbol{E}$, $A(\boldsymbol{E})$ を図—**9** (d) に示すものとすれば，$\epsilon\{A(\boldsymbol{E})\}=10011011_{(2)}$ である．ただし，添字 (2) は2進法による表示であることを示すものとする．

逆に，$\epsilon\{A(\boldsymbol{E})\}$ が与えられれば，前項でのべた連結マトリックスの性質 (i), (ii)，整列形の条件 (iii), (iv), (v) を考慮して整列形連結マトリックス $A\{\boldsymbol{E}\}$ が定まる．ゆえに，整列形連結マトリックス $A(\boldsymbol{E})$ とその2進数表現 $\epsilon\{A(\boldsymbol{E})\}$ とは1対1に対応する．

特に，$A(\boldsymbol{E})$ として $\tilde{A}(\boldsymbol{E})$ をとったときの $\epsilon\{\tilde{A}(\boldsymbol{E})\}$ を $\epsilon(\boldsymbol{E})$ とかき，stream network $\boldsymbol{E}$ の河道配置数とよぶ．$\epsilon(\boldsymbol{E})$ は $\tilde{A}(\boldsymbol{E})$ と1対1に対応するから，$\epsilon(\boldsymbol{E})$ は求める stream network 構造の識別指標である．たとえば，$\boldsymbol{E}$ を図—**9** に示すものとすれば，図—**9** の (e) に示す標準形連結マトリックスから $\epsilon(\boldsymbol{E})=111011_{(2)}$ となる．

なお，標準形連結マトリックスの定義により，stream network $\boldsymbol{E}$ の整列形連結マトリックス $A(\boldsymbol{E})$ の全体を $\boldsymbol{A}$ とするとき，

$$\epsilon(\boldsymbol{E})=\epsilon\{\tilde{A}(\boldsymbol{E})\}=\min_{A(\boldsymbol{E})\epsilon\boldsymbol{A}}\{\epsilon\{A(\boldsymbol{E})\}\}\quad\cdots(5.5)$$

が成立する．

さて，この河道配置数の定義を流域単位にまで拡張しておこう．$\tilde{i}$ を stream network $\boldsymbol{E}$ 上の流域単位とし，$\tilde{i}$ を最下流流域単位とする $\boldsymbol{E}$ の部分 stream network $\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ を考える．$\boldsymbol{E}$ 上の流域単位 $\tilde{i}$ の河道配置数とは，$\epsilon(\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\})$ のことである．

c) 河道配置数の求め方

stream network $\boldsymbol{E}$ の河道配置数 $\epsilon(\boldsymbol{E})$ は，定義によれば $\boldsymbol{E}$ の標準形連結マトリックス $\tilde{A}(\boldsymbol{E})$ から求められる．しかし $\boldsymbol{E}$ から $\tilde{A}(\boldsymbol{E})$ を求めることは容易でないから，$\epsilon(\boldsymbol{E})$ を求める方法を別に考えた方がより好都合である．

そこで，河道配置数の間の演算 $*$ を以下のように定義する．X, Y をそれぞれ stream network $\boldsymbol{E}^X$, $\boldsymbol{E}^Y$ の河道配置数とする．$\boldsymbol{E}^X$, $\boldsymbol{E}^Y$ の最下流合流点を同一の合流点としその下流に新たに1個の流域単位をつけ加えてできる stream network を，$\boldsymbol{E}^X$, $\boldsymbol{E}^Y$ により生成される stream network とよび $\boldsymbol{E}^X\otimes\boldsymbol{E}^Y$ と表わす．この表記法を使って河道配置数 $X=\epsilon(\boldsymbol{E}^X)$, $Y=\epsilon(\boldsymbol{E}^Y)$ の間の演算 $*$ を

$$X*Y=\epsilon(\boldsymbol{E}^X\otimes\boldsymbol{E}^Y)\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5.6)$$

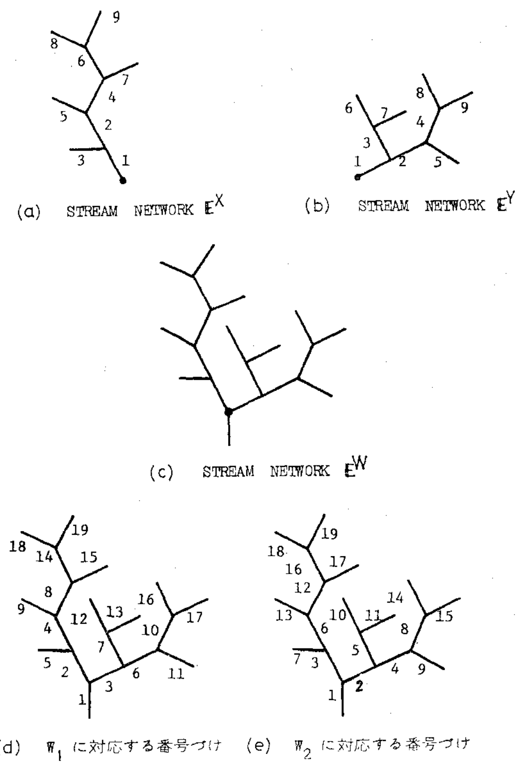
と定義する．

最上流の流域単位の河道配置数は 0 であり，任意の stream network は最上流の流域単位から出発して次々に上記に定義した演算 $\otimes$ を有限回行うことによって得られるから，結局演算 $*$ がわかれば任意の stream network の河道配置数を求めることができる．

演算 $*$ を具体例をあげて説明する．たとえば，河道配置数 $X=\epsilon(\boldsymbol{E}^X)$, $Y=\epsilon(\boldsymbol{E}^Y)$ をそれぞれ

$$X=101011_{(2)},\quad Y=1111_{(2)}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(5.7)$$

とする．図—**10** の (a), (b) に stream network $\boldsymbol{E}^X$, $\boldsymbol{E}^Y$ をグラフを用いて表わし，標準形連結マトリックス $\tilde{A}(\boldsymbol{E}^X)$, $\tilde{A}(\boldsymbol{E}^Y)$ を得るような流域単位の番号づけを示す．また，$\boldsymbol{E}^X$, $\boldsymbol{E}^Y$ により生成される stream network



図—10　河道配置数の演算*の説明

$\boldsymbol{E}^X \otimes \boldsymbol{E}^Y$ を $\boldsymbol{E}^W$ とかくことにし $\boldsymbol{E}^W$ の河道配置数を W とする．図—**10** の (c) に $\boldsymbol{E}^W$ を示す．

定義により，

$$X * Y = W \quad \cdots\cdots (5.8)$$

である．

W を求めるために以下にのべるような操作をする．

まず，河道配置数 X の2進法による表示を 0 と 1 の数字の並びとみなし，次にのべる原則によって，X から数字の並びの系列 $X_1, X_2, \cdots$ をつくる．

（i）　X の 2^{i-1} $(i \geqq 1)$ の位の数字を x_i とする；

$x_i = 0$ or 1,

$X = \cdots x_i \cdots x_3 x_2 x_1$.

（ii）　X の末桁の数字を X_1 とし，X から X_1 をとり除いた数字のならび $X^{(1)}$ をつくる；

$\boldsymbol{X_1 = x_1}$,

$X^{(1)} = \cdots x_3 x_2$.

（iii）　以下，下記の手順を繰り返す．

数字の並び，$X_1, X_2, \cdots, X_i, X^{(i)}$ が得られているものとし，

$X^{(i)} = \cdots x_{n_i+3} x_{n_i+2} x_{n_i+1}$

とする．ただし，n_i は数字の並び $X_1, X_2, \cdots, X_i$ の中の 0 の個数と 1 の個数の和で，$n_1 = 1$ である．

X_i の中に数字1が k 個含まれているとする．

$k > 0$ のとき，$X^{(i)}$ の下 $2k$ 桁の数字の並びを X_{i+1}；

$X_{i+1} = x_{n_i+2k} x_{n_i+2k-1} \cdots x_{n_i+1}$

として次へ進む．この場合，$n_{i+1} = n_i + 2k$ となる．

$k = 0$ のとき，$X_j = \phi$ $(j \geqq i+1)$ としてそこで終る．ϕ は空なることを示す．

したがって，この原則によればいまの例では

$$\begin{cases} X_1 = 1,\ X_2 = 01,\ X_3 = 01,\ X_4 = 01,\ X_5 = 00 \\ X_6 = X_7 = \cdots = \phi \end{cases} \quad \cdots\cdots (5.9)$$

なる数の並びが得られる．Y についても，同じ原則から

$$\begin{cases} Y_1 = 1,\ Y_2 = 11,\ Y_3 = 0001,\ Y_4 = 00 \\ Y_5 = Y_6 = \cdots = \phi \end{cases} \quad \cdots\cdots (5.10)$$

なる数の並びが得られる．

これらの数の並びから，河道配置数 W を以下の手順により定める．

（iv）　末桁を1とし，X_i, Y_i を交互に並べて 2 進整数をつくる．この並びで ϕ は無視するものとする．

X_1 が先にくるか Y_1 が先にくるかで2通りのつくり方があるから，それらを W_1, W_2 とすると

$$\left.\begin{aligned} W_1 &= \cdots Y_i X_i Y_{i-1} X_{i-1} \cdots Y_1 X_1 1 \\ W_2 &= \cdots X_i Y_i X_{i-1} Y_{i-1} \cdots X_1 Y_1 1 \end{aligned}\right\} \cdots\cdots (5.11)$$

となる．いまの例では

$$\begin{cases} W_1 = \cdots \underbrace{\phi}_{Y_5}\ \underbrace{0\,0}_{X_5}\ \underbrace{0\,0}_{Y_4}\ \underbrace{0\,1}_{X_4}\ \underbrace{0\,0\,0\,1}_{Y_3}\ \underbrace{0\,1}_{X_3}\ \underbrace{1\,1}_{Y_2}\ \underbrace{0\,1}_{X_2} \\ \quad \underbrace{1}_{Y_1}\ \underbrace{1}_{X_1}\ 1 \\ \quad = 10001011101111 \\ W_2 = \cdots \phi\ \underbrace{0\,0}_{X_5}\ \underbrace{\phi}_{Y_5}\ \underbrace{0\,1}_{X_4}\ \underbrace{0\,0}_{Y_4}\ \underbrace{0\,1}_{X_3}\ \underbrace{0\,0\,0\,1}_{Y_3}\ \underbrace{0\,1}_{X_2} \\ \quad \underbrace{1\,1}_{Y_2}\ \underbrace{1}_{X_1}\ \underbrace{1}_{Y_1}\ 1 \\ \quad = 1000100010111111 \end{cases} \quad \cdots\cdots (5.12)$$

である．

（v）　求める河道配置数 W は

$W = \min(W_1, W_2)$

であり，いまの例では W_1 である．

なお，このようにして，W が定められる理由は以下の通りである．

先にのべた整列形連結マトリックスとその2進数表現の定義から，W_1 は $\boldsymbol{E}^X$ の最下流流域単位に番号2をつけたときにできる整列形連結マトリックスの中で，階段部分の面積が最小となる整列形連結マトリックスの2進数表現であることを示すことができる（詳細は補遺参照）．図—**10** の (d) に，この整列形連結マトリックスを

得るような流域単位の番号づけを示す．

同様に，W_2 は $\boldsymbol{E}^Y$ の最下流流域単位に番号 2 をつけたときにできる整列形連結マトリックスの中で，階段部分の面積が最小となる整列形連結マトリックスの2進数表現である．図—10 の (e) に，この整列形連結マトリックスを得るような流域単位の番号づけを示している．

河道配置数の性質 (5.5) により，求める河道配置数 W は W_1, W_2 の小さい方である．

(3) 河道配置数の応用

a) 河道配置数の stream network flow モデルへの導入

前節で，stream network の構造を識別する指標である河道配置数を定義し，河道配置数を求める具体的方法を示した．本節では，この河道配置数を stream network flow モデルに導入することを考える．

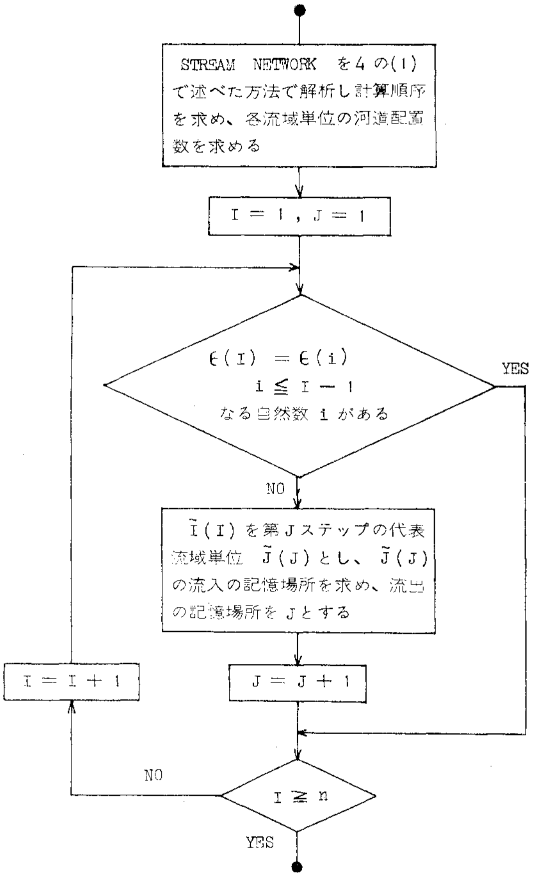
いま，対象とする stream network を $\boldsymbol{E}$ とし，前節で説明した演算 $*$ によって $\boldsymbol{E}$ 上のすべての流域単位の河道配置数を求め，$\boldsymbol{E}$ 上のすべての流域単位を同じ河道配置数をもつ流域単位ごとに分類するものとする．$\boldsymbol{E}$ の全流域単位の中で，ある河道配置数 μ をもつ流域単位の集合を $\boldsymbol{B}(\mu)$ と表わすことにすれば，この分類により全流域単位はある有限個数（これを p 個とする）の互いに相異なる河道配置数 $\mu^1, \mu^2, \cdots, \mu^p$ をもつ流域単位の集合 $\boldsymbol{B}(\mu^1), \boldsymbol{B}(\mu^2), \cdots, \boldsymbol{B}(\mu^p)$ の直和に分解される．ここに p は対象とする stream network $\boldsymbol{E}$ によって異なるが，先述した由良川流域荒倉上流では流域単位総数 105 に対して 24 であり，一般に $\boldsymbol{E}$ の流域単位総数に比べるとかなり小さいものと考えてよい．

河道配置数の性質により，各 $\boldsymbol{B}(\mu^t)$ $(1 \leqq t \leqq p)$ は $\tilde{i}$ を最下流流域単位とする $\boldsymbol{E}$ の部分 stream network $\boldsymbol{E}\{\tilde{i}\}$ が同一の構造をもつような流域単位 $\tilde{i}$ の集合である．ゆえに，(1) でのべた降雨とシステムパラメーターに対する仮定 (5.1), (5.2) が成立すれば，(1) でのべた議論により，同じ $\boldsymbol{B}(\mu^t)$ に属する流域単位の流出はすべて同一である．ゆえに，このとき，$\boldsymbol{B}(\mu^t)$ に属する流域単位から任意の 1 個の流域単位を選び，これを $\boldsymbol{B}(\mu^t)$ の代表流域単位とよぶことにすれば，stream network 上の流れの追跡は p 個の代表流域単位の流出を求めることに帰着する．

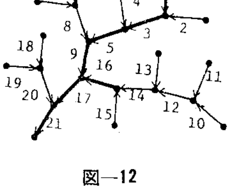
さて，この p 個の代表流域単位の流出を求める手順を考察しよう．各代表流域単位の流入はそれが最上流にあるのでない限り，他の代表流域単位の流出から求められることになるので，この p 個の代表流域単位の計算順序が適切に決定され，各代表流域単位の流入と流出の記憶場所が決定されている必要がある．

代表流域単位，代表流域単位の計算順序，および代表流域単位の流入・流出の記憶場所は，**4.** (1) で決定した計算順序をもとにして，図—11 に示す手順で決定するとよい．混乱をさけるために，J 番目に計算すべき代表流域単位を第 J ステップの代表流域単位とよぶ．図—11 で，n は代表流域単位の総数，I は **4.** (1) でのべた方法で決定した計算順位であり，$\tilde{I}(I)$ はこの計算順位 I をもつ流域単位，$\epsilon(I)$ は $\tilde{I}(I)$ の河道配置数，$\tilde{J}(J)$ は第 J ステップの代表流域単位である．

図—11 に示した手順により，図—12 に示す stream network を解析して，代表流域単位，代表流域単位の計算ステップ，流入・流出の記憶場所を決定した結果を表—1 に示しておく．図—12 に **4.** (1) でのべた方法による計算順序を示しておく．表—1 で○印をつけた計算順位をもつ流域



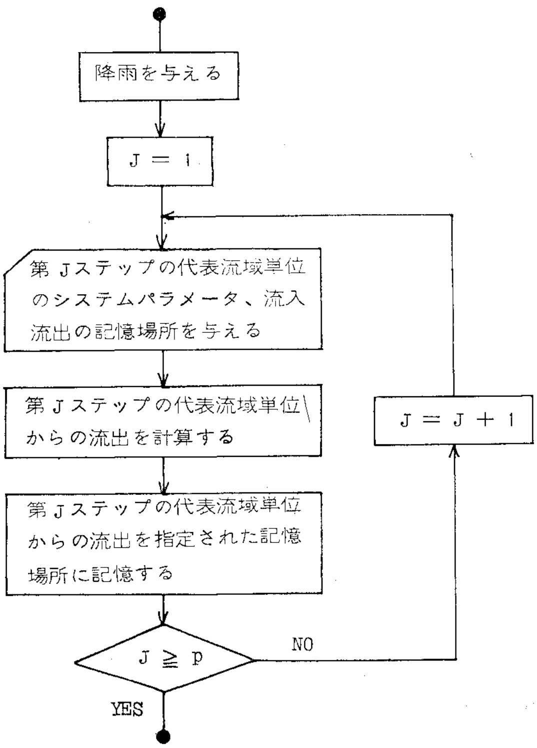
図—11 代表流域単位，計算ステップ，流入・流出の記憶場所の決定手順



図—12
STREAM NETWORK

表—1 河道配置数による STREAM NETWORK の解析例

計算順位 I	河道配置数	流入の記憶場所		流出の記憶場所	ステップ J
○ 1	0	0	0	1	1
2	0				
○ 3	1	1	1	2	2
4	0				
○ 5	11	2	1	3	3
6	0				
7	0				
8	1				
○ 9	1111	3	2	4	4
10	0				
11	0				
12	1				
13	0				
14	11				
15	0				
○ 16	1011	3	1	5	5
○ 17	1011101111	4	5	6	6
	0				
19	0				
20	1				
○ 21	10111010011111	6	2	7	7



図—13 河道配置数を組込んだ STREAM NETWORK 追跡

単位が代表流域単位であり，これらの代表流域単位を図—12 に太線で示しておく．

こうして，代表流域単位が決定され，計算ステップ，流入・流出の記憶場所が決定されれば，図—13 に示す手順で各代表流域単位の流出を求めていけばよい．図—13 で p は代表流域単位の個数である．

以上の出水計算法では，流出記憶の単位数は p 単位であり，計算量はすべての流域単位の流出を計算する場合に比較して p/n に減少する．

b) 検　　討

前項にのべた出水計算法は，次の前提に基づいている．

（i） 記憶容量に余裕がある．

（ii） 降雨は空間的に一様である．

（iii） 流域単位のシステムパラメーターは stream network 構造による層別化のもとで同一である．

まず，stream network 構造を解析し，代表流域単位の個数が p であれば，必要な流出記憶の単位数は p であるから，前提 (i) が満たされるかは容易に確かめられれる．

前提 (ii), (iii) は必ずしも満たされない．その場合，降雨・システムパラメーターを平均化することによって，前項の出水計算法を適用することが考えられる．この場合，**4.** でのべた各流域単位の流出をすべて求めていく計算法の近似法としての意味をもつ．

また，前提 (ii), (iii) は出水の同一性が stream network 構造だけから決定されるように課したものであることを考えると，河道配置数のほかに降雨・システムパラメーターに関する同一性の判定指標を加えて出水の同一性の判定指標を構成すれば，前提 (ii), (iii) が成立しない場合にも前項の計算法と同様の考え方で出水計算をすることができるであろう．この点に関しては今後の検討課題としたい．

なお，本論文で展開した stream network 構造の解析は各所で提示したアルゴリズムに従い電子計算機によって実行されることをつけ加えておく．

6. あとがき

本論文では，流域の地形構造を組込んだ出水系モデルとして電子計算機による数値シミュレーションモデルを考え，出水過程を考慮して流域の地形構造を電子計算機システムに置換する系統的な手法を提示した．

本論文で展開した手法によれば，非線形分布型モデルが容易に構成される．

また，水系の構造を識別する指標として河道配置数を考案し，これを利用して河川流域の地形諸量が水系の構造と強い相関をもつという計量地形学の経験則を出水計算に組込む方法を示した．

さらに，河道配置数は単に出水計算の簡略化に際して

役立つだけでなく，他の水工目的に対しても役立つであろうし，地形諸量の解析に際しても有益であると考えられる．

さて，一般に出水現象のような大規模な自然現象の解明においては，物理的実験はほとんど不可能といってよい．出水特性と地形構造との関連の解明が困難であることの一因がここにある．本論文で展開した河川流域のシミュレーションモデルによって数値実験の道が開かれ，出水特性と地形構造との関連の解明が進むであろう．

最後に研究にあたり有益な助言をいただいた京都大学工学部 池淵助教授に謝意を表します．

補　　遺

(1) <階級>の定義

stream network $\boldsymbol{E}$ が与えられているものとし，$\boldsymbol{E}$ の最下流流域単位を $\tilde{i}_1$ と表わすことにする．$\boldsymbol{E}$ 上の任意の流域単位 $\tilde{i}$ を考えたとき，次の3つの場合のいずれかが成立つ．

(i) $\tilde{i}=\tilde{i}_1$．(ii) $\tilde{i}\rightarrow\tilde{i}_1$．(iii) $\boldsymbol{E}$ 上の流域単位 $\tilde{i}_t$ $(2\leq t\leq q-1,\ q>1)$ が存在して，$\tilde{i}\rightarrow\tilde{i}_{q-1}\rightarrow\tilde{i}_{q-2}\rightarrow\cdots\rightarrow\tilde{i}_2\rightarrow\tilde{i}_1$ となる．

$\boldsymbol{E}$ における $\tilde{i}$ の<階級>は，(i) の場合 1 であるといい，(ii) の場合 2 であるといい，(iii) の場合 q であるということにする．

(2) 整列形マトリックスの2進数表現の性質

stream network $\boldsymbol{E}$ の連結マトリックスが整列形となるような $\boldsymbol{E}$ の各流域単位への番号づけを φ で表わす．整列形の条件より φ は次の3条件を満たさねばならない．

(φ・i) 階級の小さい流域単位ほど若い番号をつける．

(φ・ii) 階級の等しい流域単位群には一連の番号をつける．

(φ・iii) 番号の若い流域単位に流入する流域単位ほど若い番号をつける．

条件 (φ・i)～(φ・iii) を満たす番号づけ φ を考え，それによる $\boldsymbol{E}$ の整列形連結マトリックスの2進数表現を $\epsilon(\boldsymbol{E},\varphi)$ と表わすことにする．$\epsilon(\boldsymbol{E},\varphi)$ のいくつかの性質をのべておく．

いま，$\boldsymbol{E}$ の流域単位の総数を $n(\boldsymbol{E})$ と表わす．また，φ により番号 $l(1\leq l\leq n(\boldsymbol{E}))$ を与えられる流域単位を $\tilde{i}_{\varphi(l)}$ と表わすことにする．そうすると，次のことがいえる．

x_l を $\epsilon(\boldsymbol{E},\varphi)$ の 2^{l-1} の位の数字とすると，$\tilde{i}_{\varphi(l)}$ に流入する流域単位が2つあるとき，$x_l=1$ であり，$\tilde{i}_{\varphi(l)}$ に流入する流域単位が存在しないとき，$x_l=0$ である．

条件 (φ・i)，(φ・ii) と上記の事実を考慮して，$\epsilon(\boldsymbol{E},\varphi)$ をもとにして $\boldsymbol{E}$ の全流域単位を階級の大きさに従って分割することができる．これを説明しておく．

階級が r である流域単位の集合を $\boldsymbol{C}_r$ と表わすことにしよう．階級が r 以下である流域単位の個数を n_r と表わすことにし，$n_0=0$ とおく．

$$\boldsymbol{C}_1=\{\tilde{i}_\varphi(1)\},\quad n_1=1$$

であることは明白．条件 (φ・i)，(φ・ii) により，$\boldsymbol{C}_r$ は

$$\boldsymbol{C}_r=\{\tilde{i}_{\varphi(l)}|n_{r-1}<l\leq n_r\}$$

と表わされる．$\boldsymbol{C}_r$ が得られているとき，$\boldsymbol{C}_{r+1}$ を得る方法を示しておく．

まず，$k=\sum_{l=n_{r-1}+1}^{n_r}x_l$ を計算する．先述したことにより $k=0$ のとき，$\boldsymbol{C}_{r+1}=\phi$ であり，$k>0$ のとき，

$$n_{r+1}-n_r=2k$$

であり，

$$\boldsymbol{C}_{r+1}=\{\tilde{i}_{\varphi(l)}|n_r<l\leq n_r+2k\}$$

である．

結局，ある自然数 Z で $\boldsymbol{C}_{Z+1}=\phi$ となるところまで上記の手順を繰り返せば，$\boldsymbol{E}$ の全流域単位が $\boldsymbol{C}_1,\cdots,\boldsymbol{C}_Z$ に分割される．

階級による全流域単位の分割に対応して，$\epsilon(\boldsymbol{E},\varphi)$ を数のならびとみなして分割することが考えられる．これを，例をあげて説明する．$\boldsymbol{E}$ を図―**9** に示す stream network とし，φ を図の (d) に示すものとする．このとき，$\epsilon(\boldsymbol{E},\varphi)$ は 100110111 である．階級の変わり目に記号 | を挿入し，$\epsilon(\boldsymbol{E},\varphi)$ の分割を示すことにする．上述した階級による全流域単位の分割の場合の原則を適用して

$$\epsilon(\boldsymbol{E},\varphi)=|00|0100|11|01|1$$

という分割を得る．本文中の河道配置数の分割もこの意味である．

(3) 河道配置数の求め方に関する補足

stream network $\boldsymbol{E}^X$, $\boldsymbol{E}^Y$ を考え，$\boldsymbol{E}^W=\boldsymbol{E}^X\otimes\boldsymbol{E}^Y$ とおく．$\boldsymbol{E}^X$, $\boldsymbol{E}^Y$ のそれぞれの連結マトリックスが整列形となるような番号づけを1組み考え，それらを φ^X, φ^Y とする．いま，$\boldsymbol{E}^W$ の各流域単位に対する番号づけで，$\boldsymbol{E}^X$ に属する流域単位の φ^X による番号の大小関係・$\boldsymbol{E}^Y$ に属する流域単位の φ^Y による番号の大小関係を保ち，かつ2の (φ・i)～(φ・iii) の条件を満たすものを考える．たとえば stream network $\boldsymbol{E}^X$, $\boldsymbol{E}^Y$, その番号づけ φ^X, φ^Y を本文中図―**10** の (a), (b) に示すものとすると，上述したような $\boldsymbol{E}^W$ の各流域単位への番号づけとしては，図―**10** (d), (e) に示したものが考えられる．この例でも明らかなように，上述したような $\boldsymbol{E}^W$ の各流域単位への番号づけはちょうど2種類あり，このうち $\boldsymbol{E}^X$ の最下流流域単位に番号2を与える方を $\varphi^X\times\varphi^Y$, $\boldsymbol{E}^Y$

の最下流流域単位に番号2を与える方を $\varphi^Y \times \varphi^X$ と表わすことにする．

逆に，$\boldsymbol{E}^W$ の連結マトリックスが整列形となるようなすべての番号づけは，φ^X, φ^Y を適当にとることによって上述した2種類のうちのいずれかになることは容易にわかる．

さて，φ^X, φ^Y を与えると，2進数表現 $\epsilon(\boldsymbol{E}^X, \varphi^X)$，$\epsilon(\boldsymbol{E}^Y, \varphi^Y)$ が得られる．このとき，2進数表現 $\epsilon(\boldsymbol{E}^W, \varphi^X \times \varphi^Y)$，$\epsilon(\boldsymbol{E}^W, \varphi^Y \times \varphi^X)$ は，$\epsilon(\boldsymbol{E}^X, \varphi^X)$，$\epsilon(\boldsymbol{E}^Y, \varphi^Y)$ から計算することができる．それには，$\epsilon(\boldsymbol{E}^X, \varphi^X)$，$\epsilon(\boldsymbol{E}^Y, \varphi^Y)$ を（**2**）で述べたように階級によって分割し，それらの分割された数のならびを交互にならべて末位を1とすればよい．この作り方は，本文の河道配置数の求め方のところで述べたものと同じであり，そこの X, Y を $\epsilon(\boldsymbol{E}^X, \varphi^X)$，$\epsilon(\boldsymbol{E}^Y, \varphi^Y)$ で，W_1, W_2 を $\epsilon(\boldsymbol{E}^W, \varphi^X \times \varphi^Y)$，$\epsilon(\boldsymbol{E}^W, \varphi^Y \times \varphi^X)$ でおきかえたものである．

この計算法は，$\varphi^X \times \varphi^Y$，$\varphi^Y \times \varphi^X$ の作り方を検討することにより容易に理解される．

さて，$\boldsymbol{E}^X$ の最下流流域単位に番号2をつけたときにできるすべての $\boldsymbol{E}^W$ の整列形連結マトリックスのうち階段部分の面積が最小となるものの2進数表現を求めよう．いま便宜上，

$$\epsilon(\boldsymbol{E}^W, \varphi^X \times \varphi^Y) = \epsilon(\boldsymbol{E}^X, \varphi^X) \cdot \epsilon(\boldsymbol{E}^Y, \varphi^Y)$$

とかくことにする．今までの議論より，求める2進数表現は，

$$\min_{\text{for all}\,\varphi^X, \varphi^Y} \epsilon(\boldsymbol{E}^X, \varphi^X) \cdot \epsilon(\boldsymbol{E}^Y, \varphi^Y)$$
$$= \min_{\text{for all}\,\varphi^X} \epsilon(\boldsymbol{E}^X, \varphi^X) \cdot \min_{\text{for all}\,\varphi^Y} \epsilon(\boldsymbol{E}^Y, \varphi^Y)$$
$$= \epsilon(\boldsymbol{E}^X) \cdot \epsilon(\boldsymbol{E}^Y)$$

となり，これは本文中の W_1 に等しい．

参 考 文 献

1) Strahler A.N. : Hypsometric (Area-altitude) analysis of erosional topolography. Bull. G.S.A., 63, 1117-1142, 1952.
2) Ishihara T., Iwasa Y., Takasao T. : Stochastic study of channel distribution in river basins, Proc. IHS, 1967.
3) 石原藤次郎・高棹琢馬・瀬能邦雄：河道配列の統計則に関する基礎的研究，京大防災研究所年報，第12号，昭44.
4) Chow V. T. : Handbook of applied hydrology, Mc Graw-Hill Book Campany, 1964.
5) 藤田睦博：流域地形構造とその統計則に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，No. 234, 1975-2.

（1975.6.2・受付）