

圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材 つき板の座屈強度と設計

DESIGN METHOD FOR STIFFENED PLATES IN COMBINED COMPRESSION AND BENDING BASED ON THEIR BUCKLING STRENGTH

宇佐美 勉*・福本 晴士**

By Tsutomu USAMI and Yuhshi FUKUMOTO

1. 緒 言

この論文は、箱形または I 形断面部材の腹板を対象として、圧縮力と曲げモーメントを受ける 4 周単純支持の縦方向補剛材つき板（補剛板）の座屈強度およびそれに根拠を置いた設計への提案について述べたものである。

現行の道路橋示方書¹⁾、鋼鉄道橋設計標準²⁾には、圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の設計基準が設けられている。いずれの基準も、その根拠とするものは補剛板の座屈強度であり、フランジも含めた断面全体としての実際の耐荷力と腹板の座屈強度との差、すなわち、後座屈強度は安全率を適当に低減させることにより考慮されている。道路橋示方書では、補剛材またはフランジで仕切られた各サブパネルがその 4 周を単純支持としたときの局部座屈に対して安全になるような板厚を選ぶように規定している。また、補剛材の必要剛比は、それが等間隔に配置され一様圧縮を受ける補剛板に対する式を準用している。しかし、文献 3)、4) にも指摘され、また本論文でも検討しているように、不等間隔に補剛された板の補剛材必要剛比に等間隔に補剛され一様圧縮を受ける場合の必要剛比と同じ値を用いることは必ずしも安全であるとはいえない。さらに、道路橋示方書に限らず鋼鉄道橋設計標準でもそうであるが、宇佐美⁵⁾ および長谷川・太田・西野³⁾ によって指摘されている補剛材の部分降伏による補剛板の座屈強度の低下は考慮されていない。一方、鋼鉄道設計標準では、補剛材は等間隔に配置することを原則として補剛材が 1 本、2 本の場合に対して補剛板の幅厚比制限値、必要剛比を規定しているが、この規定には多少不合理な点があるようで、その改訂案が長谷川・太田・西野³⁾ によって報告されている。しか

しながら、必要剛比を求める式に、本論文で指摘するように、若干不備の点があること、および、幅厚比制限値よりも小さい幅厚比を持つ板に対する必要剛比の低減が考慮されていないため、一様圧縮のときの式とのすりつけができないなど、この改訂案も十分満足すべきものであるとはいえない。わが国以外では、DIN 4114⁶⁾ および Klöppel らの図表^{7)、8)} の併用による設計方法が著名であり、わが国でも広く用いられているようである。この基準では補剛材の曲げ剛性の大小によって 2 通りの設計方法が許されており、わが国の設計基準より設計の自由度は大きくなっている。すなわち、補剛板全体の線形弾性座屈強度が最も厳しい応力状態にあるサブパネル（危険パネルと称する）の 4 周単純支持としての線形弾性座屈強度と等しくなる補剛材の曲げ剛比を最小剛比と称し、考えている補剛板の補剛材剛比がこの最小剛比より大きいとき（剛な補剛材）には危険パネルが局部座屈に対して安全であるかどうかを照査し、また剛比が最小剛比より小さいとき（柔な補剛材）には補剛板全体の座屈係数から計算される座屈応力が作用応力に対して所要の安全率を有するかどうかを照査する設計方法である。この基準では、弾性座屈応力が板の比例限度（降伏応力の 80%）を越えるときは、ある係数を乗じて座屈応力を低減させるよう規定しているが、この低減係数は長方形断面の中心軸圧縮柱の曲げ座屈に対する低減係数をそのまま準用しており、理論的、実験的裏づけが十分でない。また、DIN 4114 では、圧縮力と曲げモーメントを受ける縦方向補剛材つき板に対しては、補剛材が 1 本の場合に最小剛比、座屈係数を求める式を与えているのみであり、補剛材の数が 2 本以上のときには Klöppel らの図表よりそれらの値を読み取ることになる。したがって、設計に電子計算機を使用するという立場からすればこの方法はきわめて不便である。DIN 4114 以外では、最近発表された Merrison Report⁹⁾ による設計指針がある。この指針は、わが国およびドイツにおける補剛板の設計

* 正会員 D.Sc. 岐阜大学助教授 工業短期大学部土木工学科

** 正会員 Ph.D. 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科

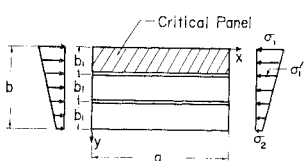
基準とは異なり、補剛板の極限強度に根拠を置いている。すなわち、補剛板の極限強度を各サブパネルの板としての耐荷力と補剛材のはり-柱 (Beam-Column) としての曲げ強度およびねじり座屈強度に分け、補剛板に作用する応力がこれらのいずれの強度に対しても安全になるように設計する方法である。ここでは、補剛材はまったく強度部材と考えられ、その所要剛性についての規定は設けられていない。

さて、この論文で提案する設計式は補剛板の座屈強度に基づいたものであり、現行のわが国の設計基準と思想的には変るところがない。まず等間隔に補剛された板の弾性座屈係数の近似式を導き、それをもとに補剛板の設計最小板厚、補剛材の必要剛比を与える式を求めている。これらの設計式は、DIN 4114 の剛な補剛材に対する設計概念を参考にして現行の道路橋示方書の一様圧縮を受ける補剛板に対する規定を拡張したものであり、応力勾配のない特別な場合には道路橋示方書の規定に一致する形となっている。次、不等間隔に補剛された板に対しては、まず補剛材によって仕切られた各サブパネルが作用応力によって同時に弾性座屈を起こすという条件で補剛材の最適位置を定め、その位置に補剛材が配置されたときの補剛板の設計最小板厚、補剛材の必要剛比を与える式を等間隔補剛板と同様な観点から求めている。以上の設計式は、いずれも、わが国の設計基準と同じ観点に立ち、板パネルの残留応力の影響を座屈パラメーター R_{cr} の低減という形で処理し、後座屈強度の影響を安全率の低減という形で考慮したものである。しかしながら、一様圧縮を受ける補剛板の非弾性座屈解析の結果³⁾ から、補剛板の座屈強度は板パネルの残留応力のみならず補剛材に存在する残留応力の影響を強く受けることがわかっているので、板パネルおよび補剛材の溶接残留応力を同時に考慮した非弾性座屈解析を行って補剛板の座屈強度 (基本強度) の検討を最後に行っている。

2. 補剛板の弾性座屈強度およびそれに基づく設計式の提案

(1) 等間隔に補剛された板 (Fig. 1)

補剛材を等間隔に配置することは、曲げモーメントが



$$\begin{aligned} \phi &= \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1} \\ \sigma'_1 &= \sigma_1 (1 - \phi/n) \\ \phi_1 &= \frac{\sigma_1 - \sigma'_1}{\sigma_1} = \frac{\phi}{n} \\ b_1 &= b/n \\ n &= \text{No. of subpanels} \end{aligned}$$

Fig. 1 Rectangular Flat Plate with Equally Spaced Stiffeners.

一方向から作用する場合には必ずしも有利な補剛方法ではない。しかし、正負の曲げモーメントが作用する場合または補剛材が多数となり補剛材の最適位置を見出すことが困難と考えられる場合にはこの補剛方法は有効な方法となる。後に述べるように、補剛材が3本以上となると最適位置を求めることはかなりめんどろになる。

座屈係数

まず、Fig. 1 に示すような4周単純支持補剛板の弾性座屈係数を求める。ただし、ここでは補剛材のねじり剛性の影響を無視する。このような補剛板の解析には、個々の補剛材をはり-柱と考えて Ritz-Timoshenko 法^{7),10)} または有限帯板法^{3),5)} を適用する方法などがあり、またそれとは別に、補剛材の効果を平均化した直交異方性板理論による方法^{11),12)} がある。ここで求めようとする座屈係数は、補剛材の必要剛比を求めるときに使用されるもので、閉じた形で表わされることが必要な条件となり、しかもできるだけ簡単で、かつパラメーターの広い範囲をカバーするものが望ましい。そのためには、広範囲にわたるパラメーター解析から近似公式を求める必要があるが、関連するパラメーターの数がこの場合は非常に多く、膨大な数値計算が必要となる。ところが、上述の解析方法のうち、直交異方性板理論による方法は精度のよい近似解が閉じた形で得られること、および、関連するパラメーターの数を他の方法より減らすことができる利点があるため、この方法によって座屈係数を求めることにする。

直交異方性板理論による板の座屈の基礎微分方程式は周知のように次式で表わされる^{10),13)}。

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここで、 D_x, D_y : x, y 軸方向の板の曲げ剛度、 H : 板のねじり剛度、 N_x : x 軸方向の圧縮力、 w : 座屈によって生ずる板のたわみである。上記の微分方程式を Fig. 1 の補剛板に適用する場合には、 D_x, D_y, H, N_x は近似的に次式で表わされる¹¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} D_x &= D + \frac{nEI}{b} & D_y &= H = D \\ N_x &= \sigma_1 \left(1 - \phi \frac{y}{b}\right) \left(t + \frac{nA_s}{b}\right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

ここで、 D : 板の曲げ剛度、 EI : 補剛材の曲げ剛度、 n : サブパネルの数、 b : 板の総幅、 t : 板厚、 A_s : 補剛材の断面積、 σ_1 : 板の上縁に作用する圧縮応力 (最大圧縮応力) であり、 ϕ は応力勾配係数と称し、上縁、下縁の圧縮応力 σ_1, σ_2 を用いて次式で定義される。

$$\phi = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1} \dots\dots\dots(3)$$

式 (2) を式 (1) に代入し、座屈波形を

$$w = \sin \frac{\pi x}{a} \sum_{i=1}^{\infty} A_i \cdot \sin \frac{i\pi y}{b} \dots\dots\dots (4)$$

と仮定して Galerkin 法を適用すれば最終的に係数 A_i ($i=1, 2, \dots$) に関する同次の連立一次方程式を得る。

$$\left\{ (1+i^2\alpha^2)^2 + nr \right\} A_i - k(1+n\delta)\alpha^2 \cdot \left\{ \left(1 - \frac{\phi}{2}\right) A_i + \frac{8\phi}{\pi^2} \sum_q \frac{A_q \cdot i \cdot q}{(i^2 - q^2)^2} \right\} = 0 \dots (5)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{EI}{bD} \quad (\text{曲げ剛比}) & \delta &= \frac{A_s}{bt} \quad (\text{面積比}) \\ \alpha &= \frac{a}{b} \quad (\text{板の縦横寸法比}) & k &= \sigma_1 \frac{b^2 t}{D\pi^2} \quad (\text{座屈係数}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

であり、最終項の総和は $i+q$ = 奇数の場合のみ考える。式 (5) を必要な項数のみ取り、固有値問題として座屈係数 k を求めればよい。

一様圧縮 ($\phi=0$) のときは、式 (5) で第 1 項のみを考えれば直交異方性板理論の範囲内で正解値を得る。

$$k_c = \frac{(1+\alpha^2)^2 + nr}{\alpha^2(1+n\delta)} \dots\dots\dots (7)$$

上式は Timoshenko¹⁰⁾ が第一近似解として求めた式と完全に一致し、わが国の設計示方書^{1), 2)}, DIN 4114⁹⁾ で採択されている式である。純曲げ ($\phi=2$) の場合には、第 3 項まで考えると、

$$k_b = \frac{9\pi^2}{32\alpha^2(1+n\delta)} \sqrt{1 + \left(\frac{27}{25}\right)^2 \frac{R_1}{R_3}} \dots\dots\dots (8)$$

を得る。ここに

$$R_i = (1+i^2\alpha^2)^2 + nr \quad i=1, 2, 3, \dots\dots\dots (9)$$

である。上式は Gienke¹¹⁾ によって求められた式と一致する。一様圧縮と純曲げの中間すなわち $0 < \phi < 2$ のときは第 2 項まで考えると

$$k_{c+b} = \frac{1}{\alpha^2(1+n\delta)} \cdot \frac{S_0(R_1+R_2) - \sqrt{S_0^2(R_1-R_2)^2 + 4S_{12}R_1R_2}}{2(S_0^2 - S_{12}^2)} \dots\dots\dots (10)$$

を得る。ここに、

$$S_0 = 1 - \phi/2 \quad S_{12} = 16\phi/9\pi^2$$

である。式 (8), (10) は直交異方性板理論の範囲内で正解値と非常に近い値 (誤差 1% 以内) を与える。なお、式 (7), (8), (10) の下記号, $c, b, c+b$ は、それぞれ、圧縮、曲げ、圧縮+曲げの略号を表わす。

さて、上で求めた座屈係数は一様圧縮の場合を除いてまだ複雑であるので、これらから近似式を作ること考えるが、その前にこれらの式の一般的性質を考察してみる。まず、式 (5) より、補剛材の影響は nr と $n\delta$ の形で式中に現われ、したがって、これらの値が一定ならば座屈係数は補剛材本数にかかわらず一定となることが

わかる。さらに、面積比 δ の影響は座屈係数との積でしか $(1+n\delta)$ の形で現われることがわかる。これらのことより、曲げ剛比を nr の形で与え、座屈係数を $(1+n\delta)k$ の形で求めれば、2 つのパラメーター n, δ の影響を消去できることになり、残るパラメーターは応力勾配係数 ϕ および板の縦横寸法比 α のみとなる。このような考えに従ってパラメーター解析を行い、得られた結果を Fig. 2 に示すように整理した。ここで、縦軸は一様圧縮のときの座屈係数 k_c を基準にした座屈係数注 1) を表わし、横軸は一様圧縮のときの有限板と無限板の境界となる板の寸法比

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{1+nr} \dots\dots\dots (11)$$

を基準にした板の寸法比を表わす。曲げ剛比は無補剛板に対応する $nr=0$ から $nr=48$ まで考えているが、図からわかるように、 k_c で基準化した座屈係数は横軸に α/α_0 を採ることにより曲げ剛比の値にほぼ無関係になり応力勾配係数のみの関数になると考えられる。図の点線は DIN 4114 における無補剛板に対するもので、 ϕ が 0 から 1 の間では

$$\left(\frac{k_{c+b}}{k_c}\right)_{DIN} = \frac{2.1}{2.1-\phi} \quad (0 \leq \phi \leq 1, 0 \leq \alpha \leq \infty) \dots\dots\dots (12)$$

で表わされる。 ϕ が 1 と 2 の間では k_{c+b}/k_c は ϕ および $\alpha(=\alpha/\alpha_0)$ の関数となり、式が少々複雑になるのでここでは省略する。図からわかるように、DIN 4114 の式は、 α/α_0 が 0.5 以上のときかなりよい近似式となるが、0.5 以下では少々高め座屈係数を与えることになる。そこで、この論文では、 $0 \leq \phi \leq 1$ のときは式 (12) を多少修正した式、 $1 \leq \phi \leq 2$ のときは DIN 4114 の曲線を直線で近似させた次式を用いる。

$$0 \leq \phi \leq 1 \text{ のとき} \quad \frac{k_{c+b}}{k_c} = \frac{2.1}{2.1-0.9\phi} \quad (0 \leq \alpha < \infty) \dots\dots (13\cdot a)$$

$$1 \leq \phi \leq 2 \text{ のとき} \quad \frac{k_{c+b}}{k_c} = 1.75 + 2.1(\phi^2 - \phi) \frac{\alpha}{\alpha_0} \quad (0 \leq \alpha \leq \alpha_0) \dots\dots (13\cdot b)$$

$$= 1.75 + 2.1(\phi^2 - \phi) \quad (\alpha_0 \leq \alpha)$$

ただし、純曲げのときの座屈係数 k_b は $\phi=2$ のときの k_{c+b} に含ませて考える。上式は Fig. 2 中に実線でプロットしてある。

設計最小板厚および補剛材の必要剛比

DIN 4114 の剛な補剛材に対する設計概念を基に補剛板の設計最小板厚、補剛材の必要剛比を定める。まず最小板厚を定めるが、等間隔補剛板の場合には、最上縁の

注 1) 座屈係数が最小となる板の寸法比 (α) より大きい α に対する座屈係数は最小値で代用する。

サブパネル (Fig. 1 の斜線部) が危険パネル (Critical Panel) になるので、このパネルが局部座屈に対して安全になるように板厚を定めればよい。すなわち、このパネルの4周を単純支持と考え、その上縁、下縁の作用応力度がそれぞれ σ_1, σ_1' のとき、 σ_1 に対応する座屈応力

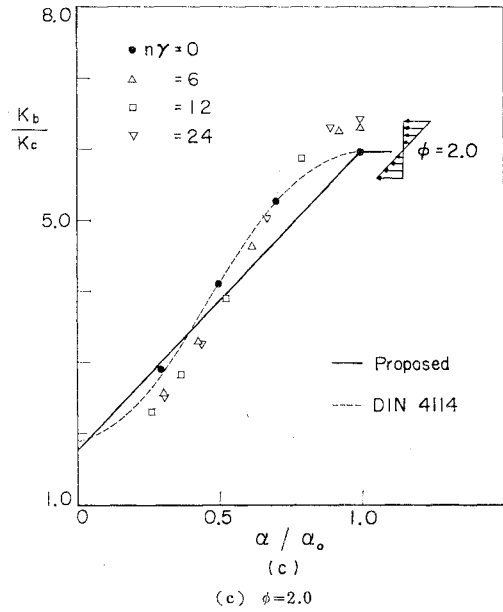
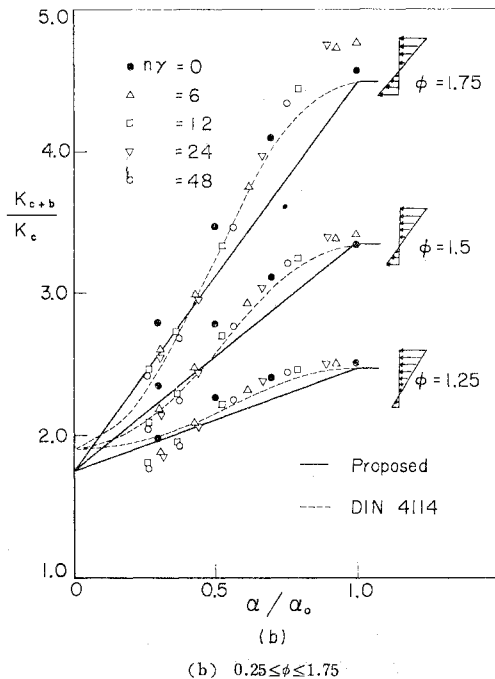
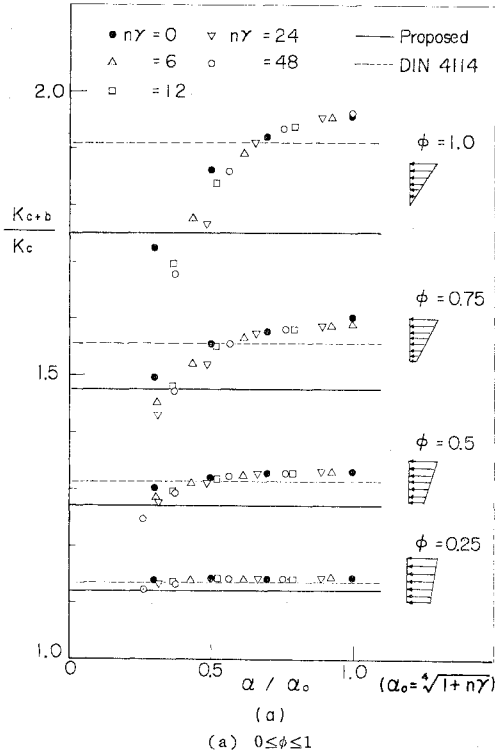


Fig. 2 Buckling Coefficient of Plates with Equally Spaced Stiffeners.

が安全率 $(s) \times$ 基本許容圧縮応力度 (σ_{ca0} — 許容圧縮応力度の上限値) に等しくなる板厚が補剛板に許される最小の板厚 t_0 になる。したがって、圧縮力と曲げモーメントを受ける無補剛板の最小板厚を求める式において、板幅、応力勾配係数を危険パネルの板幅 $b_1 = b/n$, 応力勾配係数 $\phi_1 \equiv (\sigma_1 - \sigma_1')/\sigma_1 = \phi/n$ に置き換えれば補剛板に対する設計最小板厚を求める式がただちに得られる。たとえば、道路橋示方書の規定を用いると、SS 41 鋼に対しては次式が成り立つ。

$$t_0 = \frac{b_1}{26 \phi_1^2 + 4 \phi_1 + 40} \left(b_1 = \frac{b}{n}, \phi_1 = \frac{\phi}{n} \right) \dots (14)$$

上式の最小板厚は、

$$\left. \begin{aligned} \text{安全率} &= s = 1.7 - 0.15 \phi_1 \\ \text{座屈パラメーター} &= R_{cr} = 0.70 + 0.15 \phi_1 \end{aligned} \right\} \dots (15)$$

のようになっており、無補剛板 ($n=1$) に対しては当然道路橋示方書の式に一致し、補剛板に対する安全率、座屈パラメーターは文献 3) の式と結果的に同一の式となっている。

次に、補剛材の必要剛比 τ_{req} を補剛板全体の座屈応力が危険パネルの4周単純支持としての座屈応力に等しくなるという条件から求める。ただし、危険パネルの座屈応力の上限は、式 (15) の安全率を用いて、 $s \cdot \sigma_{ca0}$ であると考え。したがって、板厚が前述の設計最小板厚より大きいときには、補剛材の剛比は補剛板の座屈応力を $s \cdot \sigma_{ca0}$ まで高めるに十分であればよいことになる。式の誘導については付録 (1) にゆずり、結果の式のみを記すと次のようになる。

$\alpha < \alpha_0$ のとき

$$\gamma_{req} = \rho \cdot 4 \alpha^2 n \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1 + n\delta) - \frac{(1 + \alpha^2)^2}{n} \leq \frac{1}{n} (\alpha_0^4 - 1) \dots (16 \cdot a)$$

$\alpha \geq \alpha_0$ のとき

$$\gamma_{req} = \frac{1}{n} (\alpha_0^4 - 1) \dots (16 \cdot b)$$

ここに

$$\alpha_0 = \sqrt{\rho_0 \cdot 2 n^2 \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1 + n\delta) - 1} \dots (17)$$

$$\rho = \frac{2.1 - 0.9\phi}{2.1 - \phi/n} \quad (0 \leq \phi \leq 1)$$

$$= \frac{2.1}{\left(2.1 - \frac{\phi}{n} \right) \left\{ 1.75 + 2.1(\phi^2 - \phi) \frac{\alpha}{\alpha_0} \right\}} \quad (1 \leq \phi \leq 2)$$

..... (18)

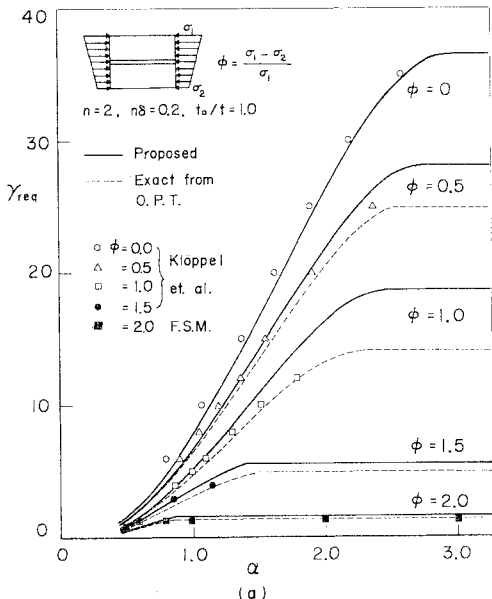
$$\rho_0 = \rho \quad (0 \leq \phi \leq 1)$$

$$= \frac{2.1}{\left(2.1 - \frac{\phi}{n} \right) \{ 1.75 + 2.1(\phi^2 - \phi) \}} \quad (1 \leq \phi \leq 2)$$

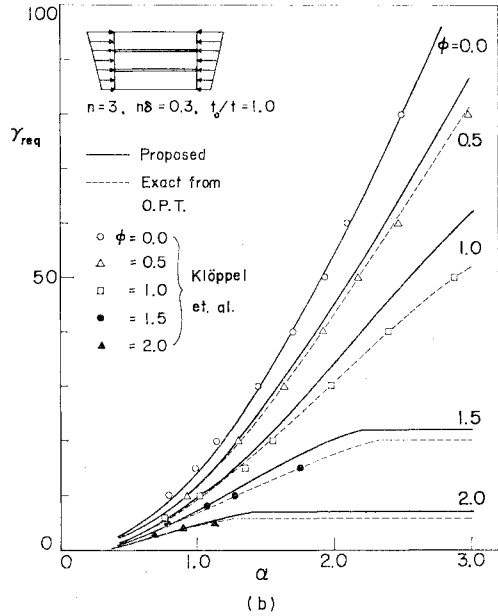
..... (19)

である。一様圧縮 ($\phi=0$) のときは $\rho=\rho_0=1.0$ となって式 (16) は道路橋示方書の必要剛比を求める式に完全に一致している。なお、板厚が最小板厚より小さいとき ($t < t_0$ のとき) には、式 (16), (17) で $t_0/t=1.0$ と置いた式を用いる。

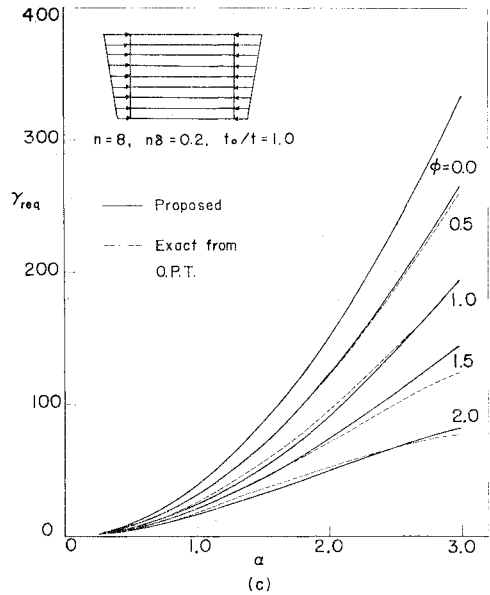
Fig. 3 は $t_0/t=1.0$ のときに式 (16)~(19) から得られる必要剛比を直交異方性板理論から得られる厳密解と比較したものである。補剛材が1本, 2本の場合には Klöppel らの図表^{7),8)}または有限帯板法³⁾ (F.S.M.) が



(a) One Stiffener ($n=2$)



(b) Two Stiffeners ($n=3$)



(c) Seven Stiffeners ($n=8$)

Fig. 3 Comparison of Design Formula and Exact Solutions for γ_{req} .

ら得られた正解値も同時にプロットしてある。直交異方性板理論による厳密解 (O.P.T.) は補剛材本数が多くなればなるほど正解値に近くなるのが当然であるが、補剛材が2本 ($n=3$) ですでに正解値とほとんど一致する。式(16)の必要剛比式は広い領域にわたって正解値の良好な安全側の近似式となっていることがわかる。長谷川・太田・西野は文献3)で等間隔補剛板の補剛材必要剛比を求める式を発表している。彼らは、パラメーター解析

から必要剛比の近似式を直接求めており、板厚が最小板厚より大きいときの必要剛比の緩和は考慮されていないが、式 (16), (17) で $t_0/t=1.0$ と置いた式に対応するものである。彼らの求めた必要剛比式を r_{req}^H と書くこと次式で表わされる。

$$r_{req}^H = \left\{ 1 - \frac{\alpha}{2(\alpha+1)}\phi \right\} r^* \dots \dots \dots (20)$$

ここで、 r^* は DIN 4114 によって規定される一様圧縮における最小剛比である。式 (20) の r_{req}^H を式 (16) の r_{req} で $t_0/t=1.0$ とおいた式と数多くの例について比較したところ、応力勾配係数 ϕ が 1.0 より小さいときには r_{req}^H は r_{req} とほとんど一致するが、 ϕ が 1.0 以上のときには有限板と無限板の境界近くの寸法比 ($\alpha \cong \alpha_0$) で r_{req}^H は r_{req} あるいは正解値に比べ著しく高めの値を与えることがわかった。この事実が顕著に表われる一例を Fig. 4 に示す。

(2) 不等間隔に補剛された板 (Fig. 5)

補剛材を等間隔に配置する方法は、応力勾配が大きくなるとかなり不経済な補剛方法となる。たとえば、SS 41 鋼の場合、 $\phi=1.5$ のときの無補剛板に対する幅厚比制限値は道路橋示方書に従えば 105 であるが、この板の中央に補剛材 1 本を配置したときの幅厚比制限値は式 (14) より 115 となり、幅厚比はわずか 10% 程度緩和されたにすぎない。このように応力勾配が大きいたときには、補剛材を高圧縮応力部に配置し、板を不等間隔に補

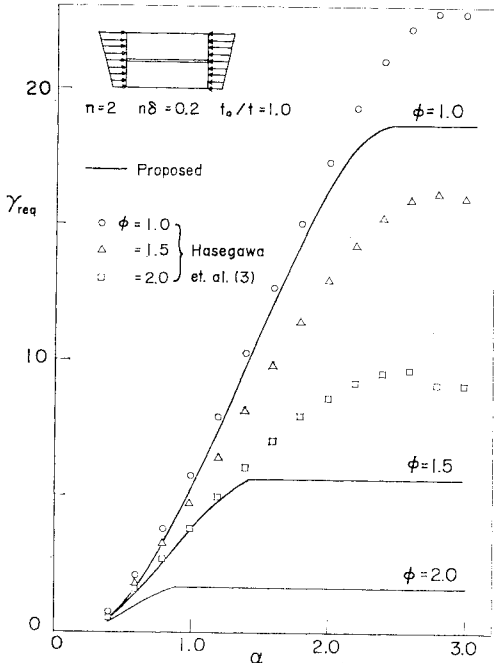


Fig. 4 Comparison of Proposed Design Formula and Hasegawa et. al.'s Equation for r_{req} .

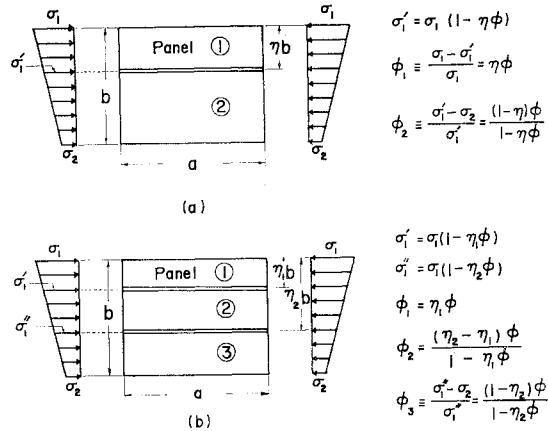


Fig. 5 Rectangular Plates with Unequally Spaced Stiffeners.

剛する方法が有効となる。

補剛材の最適位置

補剛材の最適位置を求める場合 2 つの考え方がる。第 1 の考え方は、補剛材軸が節線 (nodal line) となる座屈モードに対する補剛材の座屈係数を最大とするような補剛材位置を最適とする方法である。この考え方は、補剛材に上述の座屈モードを生ぜしめるほど剛な曲げ剛性を要求する設計方法の場合に有効である。この考えに従って、Stüssi-Dubas¹⁴⁾, Dubas¹⁵⁾ は補剛材が 1 本の場合に応力勾配係数 $\phi=0.5, 1.0, 1.5, 2.0$ のときの最適位置を求めている。補剛材の位置を Fig. 5(a) に示すように上縁から ηb とし、最適位置を $\eta_R^* b$ と書くと、 η_R^* は Table 1 の“条件 1”の欄に示すようになり、対応する座屈係数の最小値 k_{min} は同欄に示すようになる。補剛材が 2 本のときには、Rockey-Cook¹⁶⁾ が純曲げ ($\phi=2$) のときの最適位置を求めている。この位置は Fig. 5(b) の記号に従うと、 $\eta_1=0.123, \eta_2=0.275$ であり、座屈係数の最小値は $k_{min}=315$ である。補剛材の最適位置に関する第 2 の考え方は、各サブパネルの 4 周を単純支持としたときに作用応力によって各サブパネルが同時に座屈する補剛材位置を最適とする方法である。この考え方は、サブパネルに危険パネルを設定し、補剛材の座屈強度をこの危険パネルの座屈強度まで高めるために必要な曲げ剛性を補剛材に要求する設計方法 (DIN 4114 の剛な補剛材に対する設計方法) の場合に有効である。現行の道路橋示方書におけるプレートガーダー腹板の水平補剛材の位置はこの考えに従って定められている。この論文でも第 2 の考え方に従って補剛材の最適位置を定めることにする。なお、道路橋示方書では、各サブパネルの座屈強度を残留応力を考慮して求めているが、ここではそれを考慮せず、弾性座屈理論に従って座屈強度を求めることにする。計算式は付録 (2) に示す通りであり、計算結果を Table 1 (補剛材 1 本)、

$$\sigma'_1 = \sigma_1 (1 - \eta\phi)$$

$$\phi_1 = \frac{\sigma_1 - \sigma'_1}{\sigma_1} = \eta\phi$$

$$\phi_2 = \frac{\sigma'_1 - \sigma_2}{\sigma_1} = \frac{(1-\eta)\phi}{1-\eta\phi}$$

$$\sigma'_1 = \sigma_1 (1 - \eta_1\phi)$$

$$\sigma'_2 = \sigma_2 (1 - \eta_2\phi)$$

$$\phi_1 = \eta_1\phi$$

$$\phi_2 = \frac{(\eta_2 - \eta_1)\phi}{1 - \eta_1\phi}$$

$$\phi_3 = \frac{\sigma'_2 - \sigma_3}{\sigma_1} = \frac{(1-\eta_2)\phi}{1-\eta_2\phi}$$

Table 1 Optimum Stiffener Locations (One Stiffener)

Condition	ϕ	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0	
1	η_R^*	0.5	—	0.457	—	0.382	—	0.272	—	0.204	
	k_{min}	16.0	—	21.61	—	35.20	—	72.78	—	129.4	
2	Exact	η^*	0.5	0.482	0.459	0.428	0.386	0.330	0.275	0.235	0.206
		k	16.0	18.25	21.31	25.76	32.94	45.81	65.65	89.89	117.4
	Approximate	η^*	0.5	0.475	0.45	0.425	0.40	0.35	0.30	0.25	0.20
		k_1	16.0	18.79	22.12	26.11	30.88	41.25	56.57	80.84	123.5
		k_2	16.0	17.73	20.53	25.42	35.35	52.16	80.13	106.7	110.6
		k_3	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Table 2 Optimum Stiffener Locations (Two Stiffeners)

Condition	ϕ	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
Exact	η_1^*	1/3	0.318	0.299	0.275	0.244	0.204	0.169	0.145	0.127
	η_2^*	2/3	0.650	0.627	0.592	0.535	0.450	0.374	0.321	0.281
	k	36.0	41.11	48.10	58.60	76.20	109.8	158.9	216.3	282.6
Approximate	η_1^*	1/3	0.316	0.298	0.281	0.263	0.228	0.193	0.158	0.123
	η_2^*	2/3	0.653	0.627	0.588	0.537	0.471	0.406	0.340	0.274
	k_1	36.0	41.62	48.48	56.31	66.11	89.03	124.6	184.5	299.5
	k_2	36.0	39.98	45.95	62.45	87.84	115.5	152.9	203.4	275.0
	k_3	36.0	41.76	50.70	57.22	76.94	131.6	224.9	275.5	258.8
	k_4	—	—	—	—	—	—	—	—	—

Table 2 (補剛材2本)の“条件2 (厳密解)”と記した欄に示した。ここで、 η^* , η_1^* , η_2^* はそれぞれ η , η_1 , η_2 に対する最適値であり、 k はそのときの補剛板の座屈係数注2)である。Table 1の“条件1”, “条件2”の最適位置を比較すればわかるように、両者には大きな差がみられない。したがって、比較的簡単な“条件2”によって補剛材の最適位置を求める方法が有効になる。しかし、この方法でも、補剛材が3本以上となると、3次以上の多元連立方程式を解かねばならず、計算はやっかいになってくる。さて、次に、上で求めた補剛材の最適位置の近似公式を作ることを考える。Table 1, 2に示した η^* , η_1^* , η_2^* を応力勾配係数に対してプロットした

ものが Fig. 6 であり、これより図の実線で示した次の近似公式を求めた。

a) 補剛材が1本するとき

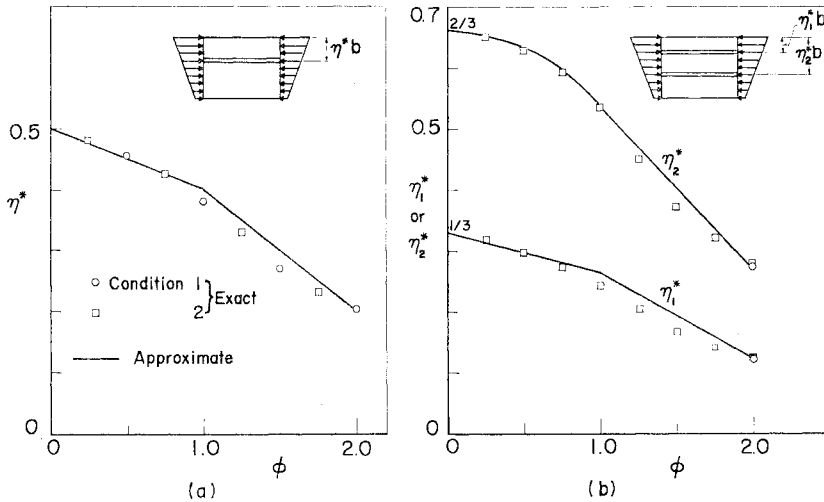
$$\left. \begin{aligned} \eta^* &= 0.5 - 0.1\phi \quad (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= 0.6 - 0.2\phi \quad (1 \leq \phi \leq 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

b) 補剛材が2本するとき

$$\left. \begin{aligned} \eta_1^* &= 1/3 - 0.07\phi \quad (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= 0.403 - 0.14\phi \quad (1 \leq \phi \leq 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots(22\cdot a)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta_2^* &= 2/3 - 0.1\phi^2 - 0.03\phi \quad (0 \leq \phi \leq 1) \\ &= 0.8 - 0.263\phi \quad (1 \leq \phi \leq 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22\cdot b)$$

上式から得られる数値は Table 1, 2 の“条件2 (近



(a) One Stiffener (b) Two Stiffeners
Fig. 6 Exact and Approximate Optimum Stiffener Locations.

注 2) k はサブパネルの座屈応力を補剛板の座屈応力に置換したときの座屈係数で、たとえば、補剛材1本するときには、付録(2)の記号を用いて $k=k_1=k_2$ である。

似公式”の欄に与えてある。同表の $k_i (i=1, 2, 3)$ は、最適位置の近似値を用いてサブパネル ④ (Fig. 5 参照) の座屈応力を求め、それより補剛板の座屈係数を求めた値である (付録 (2) 参照)。

最小板厚および補剛材の必要剛比

設計最小板厚は等間隔補剛板と同様な方法で求められる。補剛材が正確に最適位置にあれば各サブパネルは同時に座屈するはずであるから、どのパネルを危険パネルに選んでもよい。しかし、最適位置の近似式を用いたときには、各サブパネルの座屈応力から求められた補剛板の座屈係数 k_i は必ずしも一致せず、Table 1, 2 それぞれの k_i の最小値が補剛板の真の座屈係数 (表中に太字で示した座屈係数) となり、それに対応するサブパネルが危険パネルとなる。一般に、座屈係数 k_i は補剛材位置に対し非常に敏感であり、最適位置の近似値がよい精度であるのに、座屈係数の間にはかなりの相違が見られる場合がある。危険パネルは大半がサブパネル ① であるが、中にはそれ以外の場合もある。しかし、設計に利用する目的からすれば、応力勾配係数の値によって危険パネルを変えることは非常に複雑であること、危険パネルが ① 以外のときの座屈係数とサブパネルの座屈係数が補剛材位置に対して敏感な割には余り相違しないこと、およびサブパネル ① を危険パネルに設定すれば設計式が非常に簡単になることなどの理由により、ここではサブパネル ① を危険パネルと考える。補剛材が 1 本の場合、サブパネル ① の板幅は $\eta * b$ 、応力勾配係数は $\eta * \phi$ となるから、等間隔補剛板と同様に、式 (14) において、 $b_1 = \eta * b$ 、 $\phi_1 = \eta * \phi$ と置けばよい。同様に、補剛材が 2 本のときは、 $b_1 = \eta_1 * b$ 、 $\phi_1 = \eta_1 * \phi$ となる。このようにして求められた設計最小板厚を幅厚比 b/t_0 の形で表わし等間隔補剛板のときの値と比較して Table 3 に示す。応力勾配が大きくなるにつれ、不等間隔に補剛する方法が経済的になることがよくわかる。純曲げ ($\phi=2$) の場合、補剛材が 1 本のときの幅厚比制限値 b/t_0 は 229 で道路橋示方書のプレートガーダー腹板 (水平補剛材 1 本) の b/t_0 の値 256 とは差があるが、この主な理由は、同示方書の「3.2 圧縮力を受ける部材の板厚」と「8.4 腹板」に用いられている座屈パラメーター R_{cr} の式が、根拠は不明であるが、異なっているからである。

Table 3 Comparison of Width-Thickness Requirements between Equally and Unequally Stiffened Plates
Material : SS 41

		ϕ	0.0	0.25	0.5	0.75	1.0	1.25	1.5	1.75	2.0
One Stiffener	Equal		80.0	81.8	85.3	90.3	97.0	105	115	127	140
	Unequal		80.0	86.0	93.8	103	114	134	157	187	229
Two Stiffeners	Equal		120	122	124	128	133	139	146	154	163
	Unequal		120	128	138	150	163	190	225	273	346

すなわち、ここで求めた b/t_0 の値 229 は前者で規定する式 $R_{cr} = 0.7 + 0.15 \phi_1$ に基づいているが、256 は後者の式 $R_{cr} = 0.8 + 0.1 \phi_1$ によっているためである。ちなみに、後者の式を用いてここで述べた方法によって幅厚比制限値を求めると 267 となる。

補剛材の必要剛比も等間隔補剛板と同様な手法によって求められる。まず、上で求めた近似最適位置に補剛材があるときの補剛板の座屈係数の近似式を求める。座屈係数の計算には有限帯板法⁵⁾を用い、補剛材のねじり剛性は無視している。補剛材 1 本の場合について数値計算より得られた結果を等間隔補剛板と同様に $k_{c+b}/k_c - \alpha/\alpha_0$ 関係で整理したものが Fig. 7 である。ただし、 α_0 の式 (11) 中の n は 2 と考える。面積比 δ は 3 種類の値を与え、曲げ剛比 r は、 δ のそれぞれの値に対して、4 つの値を与えている。面積比の影響は応力勾配係数が 1.0 より大きくなると顕著になる。また、図中の $\phi \leq 1.0$ のときの実線は式 (13・a) を表わすが、不等間隔補剛板に対してこの式が有効であることがわかる。そこで、応力勾配係数が 1.0 以下のときは式 (13・a)、1.0 より大きいときには式 (13・b) に面積比 δ の影響を採り入れた次式を用いる。

$$\frac{k_{c+b}}{k_c} = 1.75 + \frac{2.1}{1+2\delta} (\phi^2 - \phi) \frac{\alpha}{\alpha_0} \quad (0 \leq \alpha \leq \alpha_0)$$

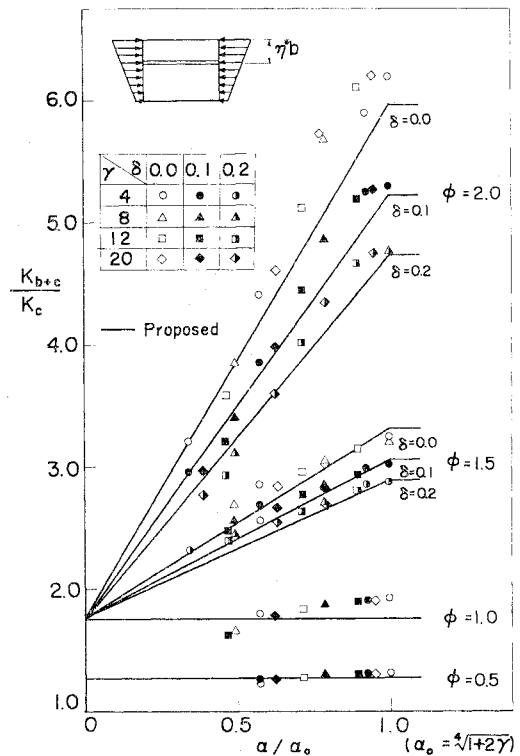


Fig. 7 Buckling Coefficient of Plates with One Unequally Spaced Stiffener.

$$= 1.75 + \frac{2.1}{1+2\delta}(\phi^2 - \phi) \quad (\alpha_0 \leq \alpha) \quad \dots\dots\dots(13\cdot b)'$$

なお、ここでは図を省略するが、補剛材が2本の補剛板に対しても、式(13・a), (13・b)'は少々安全側すぎるものの有効な近似式であることがわかった。

式(13・a), (13・b)'を用いて等間隔に補剛された板と同様な手法によって必要剛比を求めると、式(16)とまったく同じ式を得る。ただし、補剛材が1本のときは $n=2$, 2本のときは $n=3$ と置く。また、式(17)はそのまま成り立つが、式(18), (19)の ρ, ρ_0 は次式で置き換える。

$$\rho = \frac{2.1 - 0.9\phi}{2.1 - \eta^*\phi} \frac{1}{(n\eta^*)^2} \quad (0 \leq \phi \leq 1) \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$= \frac{2.1}{(2.1 - \eta^*\phi) \left\{ 1.75 + \frac{2.1}{1+2\delta}(\phi^2 - \phi) \frac{\alpha}{\alpha_0} \right\}} \cdot \frac{1}{(n\eta^*)^2} \quad (1 \leq \phi \leq 2)$$

$$\rho_0 = \rho \quad (0 \leq \phi \leq 1) \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$= \frac{2.1}{(2.1 - \eta^*\phi) \left\{ 1.75 + \frac{2.1}{1+2\delta}(\phi^2 - \phi) \right\}} \frac{1}{(n\eta^*)^2} \quad (1 \leq \phi \leq 2)$$

上式で、 n は上述のように考え、 η^* は補剛材が2本のときは η_1^* を表わすものとする。

上で求めた補剛材の必要剛比を $t_0/t=1.0, \delta=0.1$ の場合について有限帯板法で求めた厳密解と比較したものが Fig. 8(a) (補剛材1本) および Fig. 8(b) (補剛材2本) である。いずれの場合も提案式はほぼ満足すべきものであることがわかる。応力勾配係数 ϕ の値が1.0以下では、 ϕ の値によって補剛材所要剛比の値には大きな差がみられず、一様圧縮 ($\phi=0.0$) のときの式をそれ以外の応力状態の場合に準用する現行の道路橋示方書の考え方には余りむりが無いものの、 ϕ が1.0以上になるとこの考え方は危険側になることが図よりわかる。また、Fig. 8(a)には純曲げを受け水平補剛材1本(圧縮フランジから $0.2b$ の位置)を持つプレートガーダー腹板に対する、DIN 4114⁹⁾, 道路橋示方書¹⁾の必要剛比式および Stüssi・Dubas¹⁴⁾の求めた値が参考のためにプロットしてある。これらの式は、 $\alpha \leq 2.0$ では、提案式とほぼ同じ値を与えることがわかる。道路橋示方書では水平補剛材が2本のときも1本のときと同じ必要剛比で十分であると考えている。ところが、Fig. 8(b)からわかるように、水平補剛材が2本のときは道路橋示方書の必要剛比では α が大きくなると不足であり、 $\alpha=1.5$ のときは約2倍の剛比が必要となってくる。同示方書では、水平

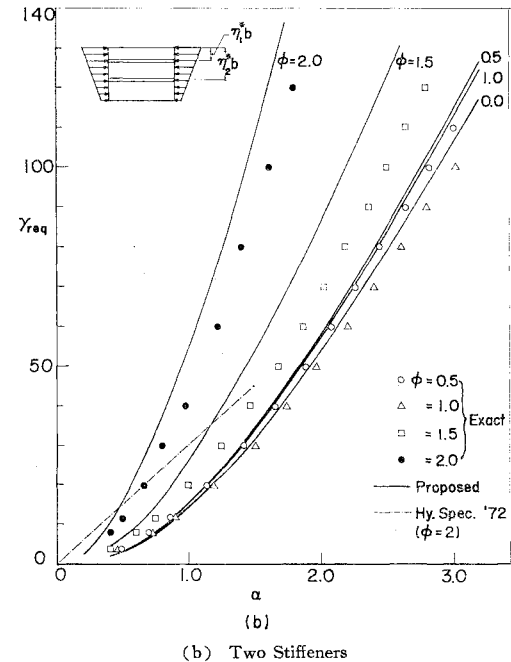
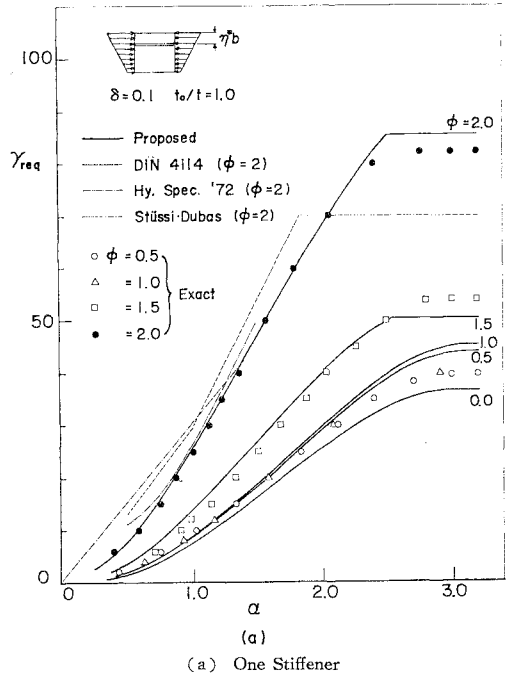


Fig. 8 Comparison of Proposed Design Formula and Exact Solutions for γ_{req} .

補剛材は圧縮フランジから $0.14b, 0.36b$ の位置に配置することを規定しており、この論文で求めた位置 ($0.123b, 0.274b$)とは異なっているため必ずしも2倍の剛比が必要であるか不明であるが、再検討の余地があるように思われる。

3. 補剛板の非弾性座屈強度

前節で求めた設計式はいずれもわが国の現行の設計基準と同じ観点から求められたものであった。ところが、補剛板の座屈強度は、補剛材に存在する残留応力によっ

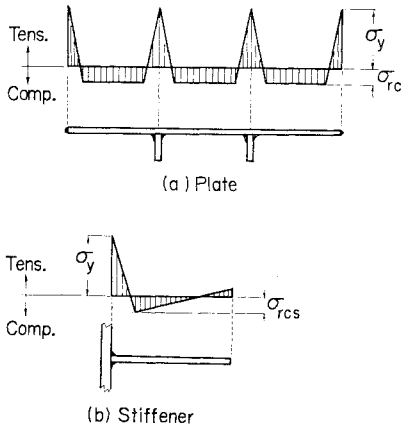
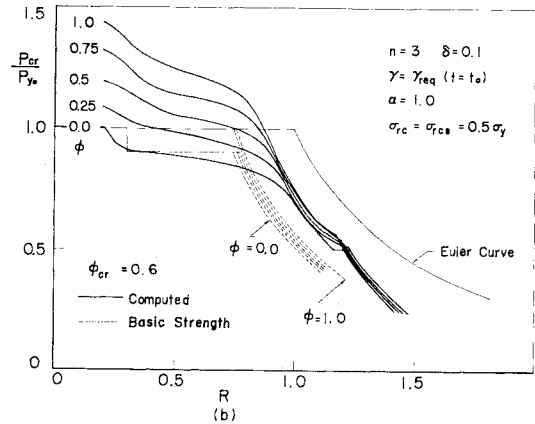


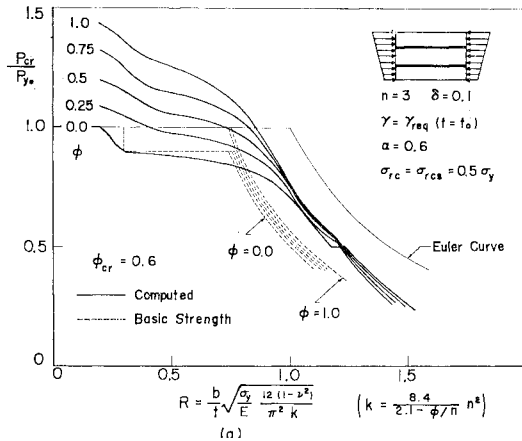
Fig. 9 Assumed Residual Stress Patterns.

てもたらされる補剛材の早期の降伏による剛性低下の影響を強く受ける^{3),5)}ので、ここでは、残留応力を考慮した非弾性座屈解析⁵⁾を行って補剛板の座屈強度(基本強度)を検討することにする。

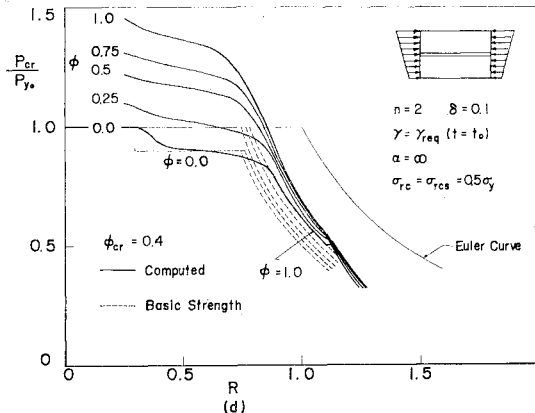
この解析方法は、塑性変形理論に基づき有限帯板法によって補剛板の座屈強度を求めるもので、補剛材の曲げ



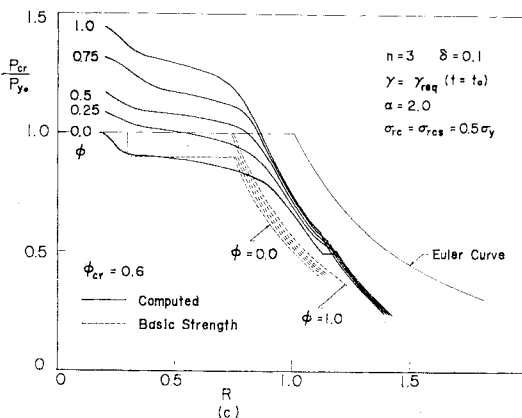
(c) Two Stiffeners ($\alpha=2.0$)



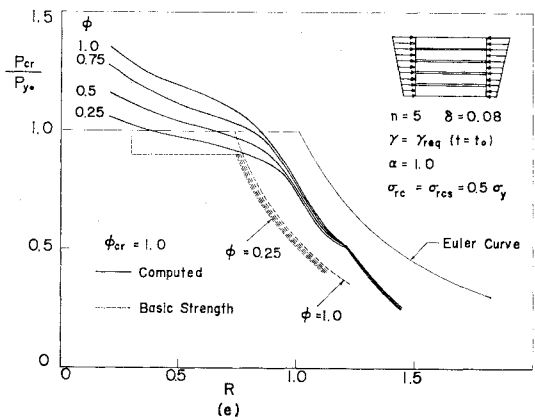
(a) Two Stiffeners ($\alpha=0.6$)



(d) One Stiffener ($\alpha=\infty$)



(b) Two Stiffeners ($\alpha=1.0$)



(e) Four Stiffeners ($\alpha=1.0$)

Fig. 10 Buckling Strength Curves for Plates with Equally Spaced Stiffeners.

剛性のほかにねじり剛性も考慮している。圧縮力と曲げモーメントの組合わせ荷重を受ける場合には荷重条件を指定しなければならないが、ここでは偏心圧縮すなわち圧縮力と曲げモーメントの比を一定にしてそれらが単調に増大する荷重条件を採用している。残留応力分布は文献 5) と同じ形の Fig. 9 を仮定し、板パネルおよび補剛材の最大圧縮残留応力（それぞれ、 σ_{rc} および σ_{rcs} ）はともに降伏応力の 1/2 としている。これらの分布形は、板パネルの残留応力に対しては各サブパネル間で、補剛材の残留応力に対しては補剛材自身で自己つり合い条件を満足するように定めたもので、文献 17) の実測データと良く一致している。計算は次のようにして行った。まず、弾性応力状態内で与えられた応力勾配係数に等価な圧縮力 P の偏心量を定め、この偏心量を一定にしながら P が単調に増大するときの補剛材断面の曲げモーメント-圧縮力-曲率-重心軸のひずみ関係をあらかじめ算定しておく。これらの関係の計算方法はすでに数多く発表されているが、ここでは接線剛性法^{18),19)} によった。なお、上記の計算には残留応力も考慮している。次に、上で求めた曲率と重心軸のひずみを座屈解析の入力データとして用い、入力データに対応する偏心圧縮力で座屈するときの補剛材の幅厚比を文献 5) の方法で求める。座屈解析に際しては、各サブパネルを 4 等分割して帯板要素を作り、帯板要素の剛性を求めるために各要素をさらに幅方向に 20 等分して数値計算を行った。このようにして得られた数値計算結果を座屈曲線の形にまとめたものが、Fig. 10 (等間隔補剛材) および Fig. 11 (不等間隔補剛材) である。ここで、縦軸は座屈荷重 P_{cr} を残留応力を考えないときの初期降伏偏心圧縮力 P_{y0} で無次元化した量であり、横軸は次式で定義される補剛材の等価幅厚比である。

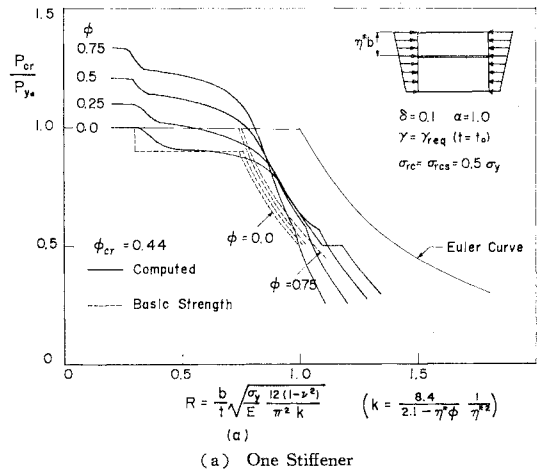
$$R = \frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_y}{E} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 k}} \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 σ_y : 降伏応力、 E : 弾性係数、 ν : ポアソン比であり、座屈係数 k は次式で定義される。

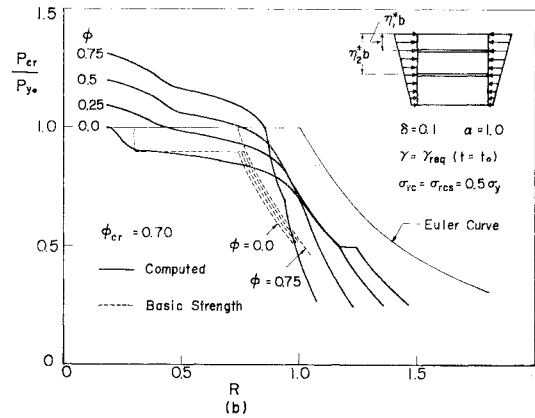
$$\text{等間隔補剛材のとき } k = \frac{8.4}{2.1 - \phi/n} n^2 \dots\dots\dots (26)$$

$$\text{不等間隔補剛材のとき } k = \frac{8.4}{2.1 - \eta^* \phi} \frac{1}{\eta^{*2}} \dots\dots\dots (27)$$

ただし、補剛材が 2 本のときは式 (27) で $\eta^* = \eta_1^*$ と考える。上述の座屈係数は、危険パネルの座屈応力を補剛材の座屈応力に置換したときの座屈係数である。なお、一様圧縮のときは $k = 4n^2$ となり、等価幅厚比は文献 5), 17) で用いたものに一致している。補剛材の剛比は式 (16), (17) で $t_0/t = 1.0$ とおいたときの必要剛比を用いている。これは、一様圧縮を受ける補剛材の解析では、 $t_0/t = 1.0$ のときの必要剛比を用いても座屈曲線に



(a) One Stiffener



(b) Two Stiffeners

Fig. 11 Buckling Strength Curves for Plates with Unequally Spaced Stiffeners.

大きな差が生じなかったからである²⁰⁾。なお、座屈曲線の横軸に式 (25)~(27) の等価幅厚比を採用したのは、残留応力のない弾性領域での座屈曲線が補剛材の寸法、補剛材本数および応力勾配係数などに無関係にほぼ 1 本の曲線 (図の Euler Curve) で表わされるため、種々の補剛材の座屈曲線を比較するのに非常に便利であるからである。さて、まず等間隔補剛材の座屈曲線から考察すると、弾性領域および非弾性領域の初期の部分では、座屈曲線は応力勾配に無関係にほぼ 1 本の曲線に収束し、Euler 曲線をほぼ平行移動したような形で座屈強度が低下している。これは主として板パネルに存在する残留応力の影響によるものと考えられる。座屈荷重が高くなるにつれ、応力勾配の小さい (ϕ の値が小さい) 板から座屈曲線は分岐し始める。これは、高圧縮力を受ける補剛材の降伏が進み、その有効曲げ剛性が極端に低下するためであり⁹⁾、応力勾配の小さい板ほどこの影響を早くから受けるためである。幅厚比が非常に小さい板では、座屈荷重は補剛材の全塑性強度に達し、ここでは残

留応力の影響はなくなる。不等間隔補剛板についても、補剛材の降伏による座屈強度の低下については等間隔補剛板と同様な傾向にあるが、板パネルの残留応力の影響を強く受ける低座屈荷重部の曲線は応力勾配の差の影響をかなり受ける。

さて、これらの座屈曲線で実用的な見地から重要な部分は $P_{cr}/P_{y0} \leq 1.0$ のときの座屈曲線である。なぜならば、許容応力度設計のもとでは、腹板は残留応力を考えないときの初期降伏荷重までを対象にすれば十分であり、もしそれ以上の強度を腹板に要求する場合（たとえば塑性設計法の場合）には、フランジ部の板厚制限も現行の鋼橋の規定よりも厳しくする必要がある。そこで、 $P_{cr}=P_{y0}$ のときの等価幅厚比を R_{cr} と記すと、この量は道路橋示方書または鋼鉄道橋設計標準に定義している座屈パラメーターと考えることができよう。この量を図から読み取り、危険パネルの応力勾配係数 ϕ_1 に対してプロットしたものが Fig. 12 である。図中の右上がりの直線は、板パネルの残留応力の影響のみを考慮した座屈パラメーターで、式 (15) で与えられる。したがって、Fig. 11, 12 から求めた R_{cr} の値がこの直線の上方にあるときの応力状態に対しては、前節で求めた最小板厚を有する補剛板は、縁応力度が降伏応力度に達する以前にその強度を失うことはないと考えられる。また、 R_{cr} の値が直線の下に位置するときの応力状態に対しては、補剛材の降伏による座屈強度の付加的な低下のため、設計最小板厚のもとで補剛板の強度は降伏応力度に達することができなくなると考えられる。これら2つの応力状態を分ける境界の ϕ_1 の値を ϕ_{1cr} と記すと、 ϕ_{1cr} は Fig. 12 より 0.15 前後であることがわかるが、実験データが皆無である現状から、ここでは多少安全をみて $\phi_{1cr}=0.2$ を採用することにする。次に、座屈強度に基づいた補剛板の基本強度 (Basic Strength) について検討を加える。まず、危険パネルの応力勾配係数 ϕ_1 が ϕ_{1cr} よ

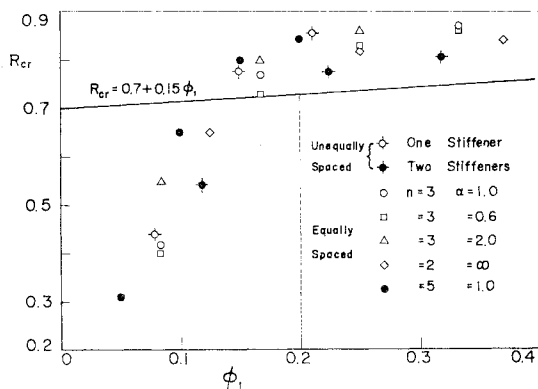


Fig. 12 Relations between Buckling Parameter R_{cr} and Stress Gradient Coefficient of Critical Panel ϕ_1 .

り大きいときには、上式の考察により板パネルの残留応力の影響のみを考慮すればよいから、現行示方書の無補剛板に対する基本強度式と同じ形の式が補剛板に対しても適用できよう。一方、 ϕ_1 が ϕ_{1cr} より小さいときには、板パネルの残留応力のみならず補剛材の部分降伏による付加的な座屈強度の低下も考慮しなければならないが、文献 21) の一様圧縮を受ける補剛板の基本強度式を参考にし、基本強度の上限を幅厚比の特に小さい板を除いて降伏応力の 90% として対処することにする。以上の考察から、補剛板の基本強度 σ_{1cr} は次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 & \text{a) } 0 \leq \phi_1 < \phi_{1cr} \text{ のとき} \\
 & \left. \begin{aligned}
 \sigma_{1cr} &= \sigma_y & (0 \leq R \leq 0.3) \\
 &= 0.9 \sigma_y & (0.3 < R \leq 0.74 + 0.15 \phi_1) \\
 &= \left(\frac{R_{cr}}{R} \right)^2 \sigma_y & (0.74 + 0.15 \phi_1 \leq R)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28\cdot a) \\
 & \text{b) } \phi_{1cr} \leq \phi_1 \text{ のとき} \\
 & \left. \begin{aligned}
 \sigma_{1cr} &= \sigma_y & (0 \leq R \leq R_{cr}) \\
 &= \left(\frac{R_{cr}}{R} \right)^2 \sigma_y & (R_{cr} \leq R)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots (28\cdot b)
 \end{aligned}$$

ここで、 ϕ_1 : 危険パネルの応力勾配係数、 ϕ_{1cr} : 0.2、 R_{cr} : 式 (15) で表わされる座屈パラメーター、 R : 式 (25) で表わされる等価幅厚比、である。式 (28) で表わされる補剛板の基本強度式は Fig. 10, 11 に $P_{cr}/P_{y0} = \sigma_{1cr}/\sigma_y$ としてプロットしてある。図中の ϕ_{cr} は ϕ_{1cr} を補剛板全体の応力勾配係数 ϕ に置換したときの値を表わす。たとえば、Fig. 10(a)~(c) の場合には等間隔補剛板で $n=3$ であるから、 $\phi_{cr} = n \cdot \phi_{1cr} = 0.6$ となる。したがって、この場合には、 $\phi < 0.6$ のときは式 (28・a)、 $\phi \geq 0.6$ のときは式 (28・b) が基本強度式となる。Fig. 10, 11 より、式 (28) の基本強度式は計算より求められた座屈曲線に比べ、一様圧縮の場合を除いて、十分安全側にあることがわかる。なお、式 (28) の基本強度式は文献 4) に採択されている式と同一であるが、 ϕ_{1cr} の値はここで述べた方法とは別の考察から求められたものである。

4. 結 言

圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛材つき板の設計式およびその根拠となる補剛板の座屈強度について述べた。対象とするものは箱形または I 形断面部材の腹板であり、4 周を単純支持と考え、等間隔または不等間隔に縦方向にリブで補剛された場合を考えた。得られた結論をまとめると次のようになる。

- (1) 等間隔に補剛された板の弾性座屈係数の近似式

を直交異方性板理論から式 (13) の形で求めた。

(2) 式 (13) を用いて導かれた補剛材の必要剛比 (式 16) は, $t_0/t=1.0$ (t_0 =設計最小板厚, t =板厚) のとき, 正解値に対し十分な精度をもつ。

(3) 補剛材または板の境界で囲まれた各サブパネルの4周を単純支持としたとき, それらが作用応力に対し同時に弾性座屈を起こす補剛材位置を最適位置と考えると, それは式 (21), (22) で近似的に表わされる。

(4) 上記の考えで求められた補剛材の最適位置は, Stüssi・Dubas¹⁴⁾, Dubas¹⁵⁾, Rockey・Cook¹⁶⁾ が剛な補剛材をもつ板の座屈係数を最大にするという条件から求めた最適位置とほとんど一致する。

(5) 等間隔補剛板と同様な手法により, 1本または2本の補剛材が不等間隔 (最適位置) に配置されたときの必要剛比式を導いた。結果の式は等間隔補剛板に対する式 (16) と同じ形となり, 式 (18), (19) をそれぞれ式 (23), (24) に置き換えればよい。

(6) 不等間隔補剛板では, 等間隔補剛板の場合とは逆に, 応力勾配が大きくなるにつれて補剛材の必要剛比は大きくなる。ただし, 応力勾配係数 ϕ (式(3)) の値が1.0以下では, ϕ の値によって補剛材必要剛比の値は大きな差がみられず, 一様圧縮 ($\phi=0$) のときの値をそれ以外の応力状態の場合に準用することができる。しかし, ϕ が1.0より大きくなるとこの考え方は危険側となり, 現行の道路橋示方書の規定は必ずしも安全側にある保証はない。

(7) 板パネルおよび補剛材に存在する溶接残留応力を同時に考慮し, 塑性変形理論に基づいた補剛板の非弾性座屈強度を求めた。その結果, 圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板の座屈強度も, 一様圧縮の場合と同様に, 補剛材の部分降伏による剛性低下の影響を強く受けることがわかった。

(8) 上記の影響は応力勾配がある程度大きくなると設計時に考慮する必要がなくなるが, その限界の応力勾配を危険パネル (Fig. 1, 5 の最上縁サブパネル) に作用する応力の勾配係数 ϕ_1 で表わすと0.2程度が適当であろう。

(9) 式 (28) で表わされる補剛板の基本強度は, 残留応力を考慮して求めた座屈強度に対し十分安全側にある。

以上述べた結論の内, (8) に対しては実験的検証がぜひとも必要である。この論文で述べた設計式は, 箱形断面などから腹板のみを取り出し, それに圧縮力と曲げモーメントを作用させたときの座屈強度に基づいたものである。したがって, 断面全体が弾性領域内にある限りこのような取り扱いで十分であろうと思われるけれども, 断面の一部 (フランジ部) が残留応力の影響で降伏した

非弾性領域内の議論となると, 断面全体に圧縮力と曲げモーメントが作用したときと, 腹板のみにこれらの外力が作用したときとは, 腹板内の応力分布が異なってくるため, フランジによる拘束の影響を別にしても, 腹板の座屈強度は異なったものになる可能性がある。

この論文の一部は, 著者らが土木学会・本州四国連絡橋鋼上部構造研究小委員会・座屈分科会に提出した資料に基づいている。有益なご意見を寄せられた委員諸氏に深謝したい。なお, 数値計算には名古屋大学計算機センターの FACOM 230-60, 岐阜大学計算機室の FACOM 230-28 を使用した。

5. 付 録

(1) 補剛材の必要剛比の誘導 (等間隔補剛板)

板厚が最小板厚 t_0 に等しい等間隔補剛板を考える。このとき, 危険パネル (Fig. 1 の斜線部) の4周を単純支持としたときの σ_1 に対応する座屈応力 σ_{cr0} は次式で表わされる。

$$\sigma_{cr0} = k_u \cdot \frac{C}{(b/nt_0)^2} \dots\dots\dots (A.1)$$

$$C = \frac{E\pi^2 R_{cr}^2}{12(1-\nu^2)}$$

ここで, k_u は危険パネルの座屈係数, R_{cr} は危険パネルの座屈パラメータ^{1), 2)}を表わす。上式の座屈応力が σ_{cr0} は式 (15) の安全率を用いて $s \cdot \sigma_{ca0}$ に等しい。座屈係数 k_u は, 危険パネルに作用する応力の勾配係数が常に1.0以下であることを考えれば, 式 (12) の k_{c+b} を用いることができ, $k_c=4.0$ であるから式 (A.1) は

$$\sigma_{cr0} = f_u(\phi) \cdot 4 n^2 \frac{C}{(b/t_0)^2} \dots\dots\dots (A.2)$$

$$f_u(\phi) = \frac{2.1}{2.1-\phi} \dots\dots\dots (A.3)$$

となる。次に, 板厚が t_0 より大きな補剛板を考える。この補剛板の σ_1 に対応する座屈応力 σ_{cr1} は, 式 (13) の座屈係数を用いて

$$\sigma_{cr1} = f_s(\phi, \alpha) \cdot k_c \frac{C}{(b/t)^2} \dots\dots\dots (A.4)$$

で表わされる注4)。ここに, $f_s(\phi, \alpha) = k_{c+b}/k_c$ であり, k_c は一様圧縮のときの補剛板の座屈係数で次式で表わされる。

$$\alpha < \sqrt{1+n\tau} \text{ のとき } k_c = \frac{(1+\alpha^2)^2 + n\tau}{\alpha^2(1+n\delta)} \left\{ \right.$$

注4) ここでは, 危険パネルと補剛板全体の座屈パラメータ R_{cr} は等しいと仮定している。板パネルの残留応力の影響のみを考慮するならば, 危険パネルの R_{cr} は補剛板全体の R_{cr} より小さいと考えられるため, この仮定は安全側になる。

$$\alpha \geq \sqrt[4]{1+nr} \text{ のとき } k_c = 2 \frac{1+\sqrt{1+nr}}{1+n\delta} \quad \text{.....(A.5)}$$

式 (A.2) と (A.4) を等置し、 $f_s(\phi, \alpha)$ を剛比 r に無関係とみなして r について解けば補剛材の必要剛比 r_{req} が次のように求められる。

$$\alpha < \alpha_0 \text{ のとき } r_{req} = \rho_4 \alpha^2 n \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1+n\delta) - \frac{(1+\alpha^2)^2}{n} \quad \text{.....(A.6.a)}$$

$$\alpha \geq \alpha_0 \text{ のとき } r_{req} = \frac{1}{n} \left[\left\{ \rho_0 2 n^2 \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1+n\delta) - 1 \right\}^2 - 1 \right] \quad \text{.....(A.6.b)}$$

ここで、

$$\alpha_0 = \sqrt[4]{1+nr_{req}} \quad \text{.....(A.7)}$$

$$\rho = f_u(\phi)/f_s(\phi, \alpha), \quad \rho_0 = f_u(\phi)/f_s(\phi, \alpha = \alpha_0) \quad \text{.....(A.8, A.9)}$$

式 (A.7) の α_0 には r_{req} を含むので、これを消去するために式 (A.6.b) を式 (A.7) に代入すれば

$$\alpha_0 = \sqrt{\rho_0 2 n^2 \left(\frac{t_0}{t} \right)^2 (1+n\delta) - 1} \quad \text{.....(A.7)'}$$

を得る。式 (A.8), (A.9) に式 (A.3), 式 (13) を代入すれば本文中の ρ, ρ_0 の式を得る。以上の誘導で問題となる点は、式 (A.2) と式 (A.4) を等置して r_{req} を求める際、関数 $f_s(\phi, \alpha)$ には剛比 r が含まれないものとみなしているが、実際には式 (13), (11) からわかるように、 $1 < \phi \leq 2$ のときには r を含むことになる。したがって、応力勾配係数がこの領域のときの r_{req} は近似式となり、一般に有限板 ($\alpha < \alpha_0$) のときの r_{req} の最大値は無有限板 ($\alpha \geq \alpha_0$) のときの r_{req} に一致しなくなる。この近似による誤差は余り大きくないが、本論文では、有限板のときの r_{req} の上限を無有限板の r_{req} で押える形を採用している。以上の式をまとめたものが本文中の式 (16)~(19) であるが、 $\alpha \geq \alpha_0$ のときの r_{req} の式 (16.b) は式 (A.6.b) を式 (A.7)' を用いて α_0 の関数の形に書き直したものである。実際の設計では、 α_0 の値は必ず計算する量であるから、このように書き直しておいた方が便利である。

(2) 補剛材の最適位置を求めるための計算式 (Fig. 5)

4 周単純支持の無補剛板に応力勾配係数が ϕ で表わされる応力が作用するときの座屈係数は、DIN 4114 によれば無有限板に対して

$$k = \frac{8.4}{2.1 - \phi} \quad (0 \leq \phi \leq 1) \quad \text{.....④}$$

$$= 10 \phi^2 - 13.736 \phi + 11.372 \quad (1 \leq \phi \leq 2) \quad \text{.....⑤}$$

で表わされる。上式を利用して補剛材の最適位置を定める。ここでは、補剛材が 1 本のときの計算式を示すが、補剛材が 2 本のときも同様に求められる。補剛材は圧縮応力部に配置するのが当然であるから、サブパネル ① (Fig. 5(a)) には応力勾配にかかわらず引張応力は作用しないと考えられる。したがって、サブパネル ① の σ_1 に対する座屈応力 σ_{1cr} は次式で表わされる。

$$\sigma_{1cr} = \frac{8.4}{2.1 - \phi_1} \frac{C'}{(\eta b/t)^2} = \frac{8.4}{2.1 - \eta\phi} \frac{1}{\eta^2} \frac{C'}{(b/t)^2} \quad \text{.....⑥}$$

ここに、 $C' = E\pi^2/12(1-\nu^2)$ であり、 $\phi_1 = \eta\phi$ はパネル ① の応力勾配係数である。したがって、サブパネル ① の座屈応力を補剛板の座屈応力に置換したときの座屈係数 k_1 は

$$k_1 = \frac{8.4}{2.1 - \eta\phi} \frac{1}{\eta^2} \quad (0 \leq \phi \leq 2) \quad \text{.....(A.10)}$$

で表わされる。サブパネル ② の応力 σ_1' に対する座屈応力 σ_{1cr}' は次の 3 つの場合に分けられる。まず、 $0 \leq \phi \leq 1$ のときには、このパネルには引張応力が作用しないから、

$$\begin{aligned} \sigma_{1cr}' &= \frac{8.4}{2.1 - \phi_2} \frac{C'}{\{(1-\eta)b/t\}^2} \\ &= \frac{8.4(1-\eta\phi)}{2.1 - (1+1.1\eta)\phi} \frac{1}{(1-\eta)^2} \frac{C'}{(b/t)^2} \end{aligned} \quad \text{.....⑦}$$

となる。ここに、 ϕ_2 はパネル ② の応力勾配係数で次式で表わされる。

$$\phi_2 = \frac{(1-\eta)\phi}{1-\eta\phi} \quad \text{.....⑧}$$

一方、補剛板に作用する最大圧縮応力 σ_1 は、 σ_1' により、 $\sigma_1 = \sigma_1'/(1-\eta\phi)$ で表わされるから、式 ⑦ の σ_{1cr}' を σ_1' に代入すれば、サブパネル ② の座屈応力を補剛板の座屈応力に置換したときの座屈係数 k_2 が求められる。

$$k_2 = \frac{8.4}{2.1 - (1-1.1\eta)\phi} \frac{1}{(1-\eta)^2} \quad (0 \leq \phi \leq 1) \quad \text{.....(A.11.a)}$$

次に、 $1 \leq \phi \leq 2$ で $1 \leq \phi_2 \leq 2$ のとき、すなわち $1 \leq \phi \leq 2/(1+\eta)$ のときには、サブパネル ② の座屈係数として式 ⑧ が利用できるから、上と同様の方法により次式を得る。

$$\begin{aligned} k_2 &= \frac{10 \phi_2^2 - 13.736 \phi_2 + 11.372}{(1-\eta)\phi(1-\eta)^2} \\ &= \left(1 \leq \phi \leq \frac{2}{1+\eta} \right) \quad \text{.....(A.11.b)} \end{aligned}$$

最後に、 $2/(1+\eta) \leq \phi \leq 2$ のときには、サブパネル ② の下縁応力 σ_2 は絶対値が上縁応力 σ_1' より大きい引張応力になるから、DIN 4114 に従って仮定の板幅 (絶対値が σ_1' より大きい引張応力部の板幅を無視し、純曲げを受ける板要素と考える) を考えて座屈応力を求めれば

$$k_2 = 5.975 \frac{\phi^2}{(1-\eta\phi)^3} \left(\frac{2}{1+\eta} \leq \phi \leq 2 \right)$$

.....(A.11・c)

を得る。上述の式 (A.10), (A.11) で表わされる k_1 と k_2 を等置し, η について解くことにより最適値 η^* が求められる。計算には Newton-Raphson 法を用いるのが便利である。

参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説, 1973年2月.
- 2) 土木学会：鋼鉄道橋設計標準解説, 1970年11月.
- 3) 長谷川彰夫・太田孝二・西野文雄：補剛された板要素の座屈強度に関する2・3の考察, 土木学会論文報告集, 第232号, 1974年12月.
- 4) 土木学会：圧縮力と曲げモーメントを受ける補剛板, 本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書, 1975年3月.
- 5) 宇佐美勉：補剛材つき板の弾性ならびに非弾性圧縮座屈強度, 土木学会論文報告集, 第228号, 1974年8月.
- 6) DIN 4114: Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Blatt 1 Vorshriften, Blatt 2 Richtlinien, 1952.
- 7) Klöppel E. und Scheer J.: Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, Wilhelm Ernst & Sohn, 1960.
- 8) Klöppel E. und Möller K.H.: Beulwerte ausgesteifter Rechteckplatten, II Band, Wilhelm Ernst & Sohn, 1968.
- 9) Merrison Committee: Inquiry into the Basis of Design and Method of Erection of Steel Box Girder Bridges, PART II, 1973.
- 10) Timoshenko S.P. and Gere J.M.: Theory of Elastic Stability, 2nd. ed. McGraw-Hill, 1961.

- 11) Gienke E.: Über die Berechnung regelmäßiger Konstruktionen als Kontinuum, Der Stahlbau, 33, H. 2, 1964.
- 12) Richmond B.: Approximate Buckling Criteria for Multistiffened Rectangular Plates under Bending and Compression, Proc. ICE, Vol. 20, 1961.
- 13) Bulson P.S.: The Stability of Flat Plates, Chatto & Windus, 1970.
- 14) Stüssi F. and Dubas P.: The Buckling of the Webs of Sagging Beams Having Stiffeners in the Top Fifth of the Web(in French), Pub. IABSE, Vol. 17, 1957.
- 15) Dubas P.: Buckling of Compressed and Bent Webs, Provided with a Single Longitudinal Stiffener (in French), Pub. IABSE, Vol. 26, 1966.
- 16) Rockey K.C. and Cook I.T.: Optimum Reinforcement by Two Longitudinal Stiffeners of a Plate Subjected to Pure Bending, Int. J. Solids Structures, Vol. 1965.
- 17) Fukumoto Y., Usami T. and Okamoto Y.: Ultimate Compressive Strength of Stiffened Plates, Proc. ASCE Specialty Conference on Metal Bridges, St. Louis, Nov. 1974.
- 18) 宇佐美勉：軸力, 曲げおよびねじりを受ける薄肉開断面の降伏後の挙動, 土木学会論文報告集, 第220号, 1973年12月.
- 19) Santathadaporn S. and Chen W.F.: Tangent Stiffness Method for Biaxial Bending, Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST 3, Mar. 1969.
- 20) 宇佐美勉：文献5)への討議の回答, 土木学会論文報告集, 第243号, 1975年11月.
- 21) 土木学会：補剛材つき圧縮板の設計要領(案), 本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書, 1974年3月.
(1975.10.22・受付)