

# 波のエネルギー逸散を考慮した湾水振動の一解法

## A SOLUTION ON WAVE INDUCED OSCILLATIONS CONSIDERING ENERGY DISSIPATION IN RECTANGULAR HARBORS

村上 仁 士\*  
By Hitoshi MURAKAMI

### 1. 結 言

港湾の固有周期と侵入波の周期が一致すると、湾水は共振現象を起こし、侵入波高の数倍にも波高が増幅されることが知られている。このような湾水振動を誘起させる原因として、津波、風あるいは台風、雷雨、台風やその前線に伴う長周期波、波浪に基因する長周期波、海流および潮流などがあげられる<sup>1)</sup>。とりわけ津波によって、湾水が共振状態に達すると湾内の波高は異常に大きくなることが予想され、背後地は長時間の越波や海水流入による被害を蒙ることになるので、各湾についての固有周期を明らかにしておくことはもちろんであるが、共振時の波高についても推算することが必要であると思われる。一方、発生頻度からみれば、湾水振動は津波以外の原因で生ずることが多く、うねりのように比較的長周期の波が港湾内に侵入し、湾水が共振を起こした場合、波高は風波に比べて、たいして問題とならないが、周期が非常に長いために水粒子の水平運動が大きく、けい船中の船舶を大きく揺り動かすことになる。したがって、荷物の積降しが困難になることは日常経験されることであって、船舶のめい綱が切断されたり、船舶が岸壁、ドック、棧橋および防波堤と衝突して港湾構造物や船体を傷めたり、あるいは港口が定常振動の節となる場合には、流速が大きく船舶の航行の自由をうばうことが少ない<sup>2)~4)</sup>。

湾水振動に関する研究は、従来数多くの研究者によって行われているが、理論的な研究を大別すれば、1) Laplace の方程式  $\nabla^2\phi=0$  について、境界条件を満足するように速度ポテンシャル  $\phi$  を求める McNown<sup>5)</sup>, Kravtchenko-McNown<sup>6)</sup>, Apté-Marcou<sup>7)</sup>, Ippen-Goda<sup>8)</sup>, Raichlen-Ippen<sup>9)</sup> による解析方法、2) 上記の近似解法で、ある領域の境界線上での水位変動  $\eta$  が与えられると、その境界内の任意の点 0 での水位変動  $\eta_0$  を Green

関数を含む積分方程式を解くことによって計算する Miles-Munk<sup>10)</sup>, Hwang-Tuck<sup>11)</sup>, Lee<sup>12)</sup>, Lee-Raichlen<sup>13)</sup> による解析方法、3) LeMéhauté<sup>14)</sup> による波を複素ベクトル表示して解く方法、4) その他、流体の基礎方程式を特性曲線法によって解く梶浦<sup>15)</sup>が行った方法、非線形運動方程式をある一定条件のもとに線形化して解く西村・金井<sup>16)</sup>, 山田<sup>17)</sup>, Wilson-Hendrickson-Kilmer<sup>18)</sup>, Leendertse<sup>19)</sup> らの方法、等価回路を用いた Miles<sup>20)</sup> の方法などがある。

1) および 2) の方法は、いずれも完全流体を仮定しているために、港湾という流体振動系における摩擦効果や粘性などによる波のエネルギー逸散量を理論に導入できない欠点がある。3) の方法は、1 次元の取り扱いのために、湾外へ放射する攪乱波が考慮されていないこと、港湾幅が波長の 1/2 よりも小さい場合に限定されるなど種々の欠点はあるが、摩擦効果、湾奥における波のエネルギー逸散、港湾内外での波の位相変化が理論に導入できる利点がある。4) の方法では、たとえば特性曲線法における流量係数、山田の方法では湾口逸散係数および底面摩擦係数などのような未知量が含まれており、それらの未知量に対する実験的検討が必ずしも十分でない点で問題があるといえよう。

一般に、従来の研究は港湾の固有周期を求めることを目的としており、波高増幅率は実際現象と定量的にはほとんど一致しないといっても過言ではない。しかし、一般の振動体の応答振動曲線からもわかるように、damping factor の変化に伴って、静的外力による振幅に対する強制振動の最大振幅の増幅率が変化するばかりでなく、固有周期も変化することが知られているが、湾水振動においても、固有周期が実際現象と一致したとしても波高増幅率がそれと一致しなければ、厳密には正しい解であるとはいえない。このように、湾水振動にとっても damping factor が重要であるということから、最近、防波堤開口部における波のエネルギー逸散を考慮した研究が著者<sup>21)</sup>, Ünlüata-Mei<sup>22)</sup> らによって行われたが、実験的

\* 正会員 工修 徳島大学講師 工業短期大学部土木工学教室

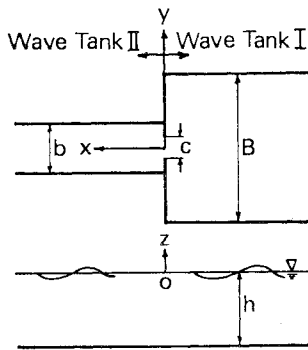
な検討が加えられていなかった。

本研究は、防波堤開口部における波のエネルギー逸散を考慮して、LeMéhauté<sup>(23),(14)</sup> が求めたと同様な手法で湧水振動の解を求めたもので、最も単純な法線形状をした長方形港湾モデルを考え、港湾内外の水深は等しく、波動が1次元の取り扱いができるような非常に簡単な場合である。ここで得られた解の実験的検証をしたのち、解の特性に基づき、湧水振動に関する制御について若干の考察を行った。

## 2. 理論解

### (1) 断面急変部における波の変形

図一に示すような全領域が一定水深  $h$  の断面急変部を考える。波を微小振幅波とすれば、水槽ⅠからⅡへ波が進行する場合、入射波  $\eta_I$ 、反射波  $\eta_R$  および透過波  $\eta_T$  は、それぞれ次式で示される。



図一 断面急変部モデルおよび座標系

$$\left. \begin{aligned} \eta_I &= a \cos(\sigma t - kx) \\ \eta_R &= a\beta_1 \cos(\sigma t + kx + \hat{\beta}_1) \\ \eta_T &= a\alpha_1 \cos(\sigma t - kx + \hat{\alpha}_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\sigma = 2\pi/T$ 、 $k = 2\pi/L$ 、 $T$  および  $L$  は、それぞれ周期および波長、 $a$  は入射波の振幅である。添字  $I$ 、 $R$  および  $T$  は、入射波、反射波および透過波の特性を示すもので、 $\beta_1$  は反射率、 $\alpha_1$  は透過率、 $\hat{\beta}_1$ 、 $\hat{\alpha}_1$  は入射波に対する反射波および透過波の位相差を示している。

式 (1) に対する波の速度ポテンシャルは次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_I &= \frac{ag}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(\sigma t - kx) \\ \phi_R &= \frac{a\beta_1 g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(\sigma t + kx + \hat{\beta}_1) \\ \phi_T &= \frac{a\alpha_1 g}{\sigma} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \sin(\sigma t - kx + \hat{\alpha}_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $g$  は重力加速度である。

$x$  方向の水平水粒子速度  $u$  を水深方向に積分して、平均値  $\bar{u}$ 、すなわち

$$\bar{u} = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 u dz = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 \left( -\frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dz \dots\dots\dots (3)$$

を求めると次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u}_I &= (g/\sigma h) \eta_I \tanh kh \\ \bar{u}_R &= -(g/\sigma h) \eta_R \tanh kh \\ \bar{u}_T &= (g/\sigma h) \eta_T \tanh kh \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

$x=0$  で、流量が連続であるから、

$$B(\bar{u}_I + \bar{u}_R) = b\bar{u}_T \dots\dots\dots (5)$$

となり、式 (4) を代入して次の関係を得る。

$$B\{\cos \sigma t - \beta_1 \cos(\sigma t + \hat{\beta}_1)\} = \alpha_1 b \cos(\sigma t + \hat{\alpha}_1)$$

上式は、任意の時刻に成立するので、 $\sigma t = 0$  および  $\sigma t = \pi/2$  の時刻を考えると次式が成立する。

$$1 - \beta_1 \cos \hat{\beta}_1 = (b/B)\alpha_1 \cos \hat{\alpha}_1 \dots\dots\dots (6 \cdot a)$$

$$-\beta_1 \sin \hat{\beta}_1 = (b/B)\alpha_1 \sin \hat{\alpha}_1 \dots\dots\dots (6 \cdot b)$$

式 (6) を複素ベクトル表示すると次式が得られる。

$$(b/B)\bar{\alpha}_1 + \bar{\beta}_1 = \bar{f} \dots\dots\dots (7)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_1 &= \alpha_1 \exp(i\hat{\alpha}_1) \\ \bar{\beta}_1 &= \beta_1 \exp(i\hat{\beta}_1) \\ \bar{f} &= 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

で、 $i = \sqrt{-1}$  である。

次に、水槽ⅡからⅠへ波が進行する場合、 $x=0$  での流量連続の条件は、上述したと同様な方法によって、

$$b\{\cos \sigma t - \beta_2 \cos(\sigma t + \hat{\beta}_2)\} = \alpha_2 B \cos(\sigma t + \hat{\alpha}_2)$$

の関係が得られ、式 (6) の代りに次式が成立する。

$$1 - \beta_2 \cos \hat{\beta}_2 = (B/b)\alpha_2 \cos \hat{\alpha}_2 \dots\dots\dots (9 \cdot a)$$

$$\beta_2 \sin \hat{\beta}_2 = -(B/b)\alpha_2 \sin \hat{\alpha}_2 \dots\dots\dots (9 \cdot b)$$

上式を複素ベクトル表示すると次式となる。

$$(B/b)\bar{\alpha}_2 + \bar{\beta}_2 = \bar{f} \dots\dots\dots (10)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\alpha}_2 &= \alpha_2 \exp(i\hat{\alpha}_2) \\ \bar{\beta}_2 &= \beta_2 \exp(i\hat{\beta}_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $\alpha_2$ 、 $\beta_2$  は、それぞれ透過率および反射率、 $\hat{\alpha}_2$ 、 $\hat{\beta}_2$  は、水槽ⅡからⅠへ向う入射波に対する透過波および反射波の位相差を表わしている。

次に、エネルギー保存則を考える。波が水槽ⅠからⅡへ進行する場合のエネルギー保存則は、防波堤開口部における波の逸散エネルギーを  $P_1$  とすると次式で示される。

$$BW_I = BW_R + bW_T + P_1 \dots\dots\dots (12)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} W &= C_G E \\ E &= (1/2) \rho g a^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $W$ ：単位幅当りのエネルギーフラックス、 $C_G$ ：波の群速度、 $E$ ：単位面積当りの波のエネルギー、 $\rho$ ：水の密度、である。

式 (13) に、それぞれの領域における値を代入し、式 (12) を整理すると、次式が得られる。

$$\beta_1^2 + (b/B)\alpha_1^2 + \epsilon_1 = 1 \dots\dots\dots (14)$$

ただし、

$$\epsilon_1 = \frac{P_1}{BW_I} = \frac{P_1}{(1/2)\rho g a_1^2 C_{G1} B} \dots\dots\dots(15)$$

すなわち、 $\epsilon_1$  は断面急縮部における波のエネルギー逸散率を表わしている。

同様な考え方に基づき、水槽IIからIへ波が進行する場合のエネルギー保存則は、次式のようになる。

$$\beta_2^2 + (B/b)\alpha_2^2 + \epsilon_2 = 1 \dots\dots\dots(16)$$

ただし、

$$\epsilon_2 = \frac{P_2}{(1/2)\rho g a_2^2 C_{G2} b} \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 $P_2$  は水槽IIからIへ波が進行するとき、開口部で逸散する波のエネルギーであり、 $\epsilon_2$  は断面急縮部における波のエネルギー逸散率を表わすことになる。

さらに、全領域で水深が一定の場合、次式が成立することは、すでに実証した<sup>24)</sup>。

$$\alpha_2 = (b/B)\alpha_1 \dots\dots\dots(18)$$

式(6・a)、(6・b)、(9・a)、(9・b)、(14)、(16)および式(18)の7条件式に対して、未知量 $\alpha_2$ 、 $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $\hat{\alpha}_1$ 、 $\hat{\alpha}_2$ 、 $\hat{\beta}_1$ 、および $\hat{\beta}_2$ を $\alpha_1$ の関係として表わすと、次の関係が求められる。

$$\alpha_2 = Z\alpha_1 \dots\dots\dots(19)$$

$$\beta_1 = \sqrt{1 - Z\alpha_1^2 - \epsilon_1} \dots\dots\dots(20)$$

$$\beta_2 = \sqrt{1 - Z\alpha_1^2 - \epsilon_2} \dots\dots\dots(21)$$

$$\hat{\alpha}_1 = \cos^{-1}[\{(1+Z)Z\alpha_1^2 + \epsilon_1\}/(2Z\alpha_1)] \dots\dots\dots(22)$$

$$\hat{\alpha}_2 = \cos^{-1}[\{(1+Z)\alpha_1^2 + \epsilon_2\}/(2\alpha_1)] \dots\dots\dots(23)$$

$$\hat{\beta}_1 = \cos^{-1}[\{2 - (1+Z)Z\alpha_1^2 - \epsilon_1\}/(2\sqrt{1 - Z\alpha_1^2 - \epsilon_1})] \dots\dots\dots(24)$$

$$\hat{\beta}_2 = \cos^{-1}[\{2 - (1+Z)\alpha_1^2 - \epsilon_2\}/(2\sqrt{1 - Z\alpha_1^2 - \epsilon_2})] \dots\dots\dots(25)$$

ここに、

$$Z = b/B \dots\dots\dots(26)$$

である。

したがって、 $\alpha_1$  および  $\epsilon_1$ 、 $\epsilon_2$  が与えられると、すべての未知量が求められる。著者ら<sup>24)</sup>は、 $\epsilon_1$  および  $\epsilon_2$  の特性について実験的に詳細に調べたが、特に後述する  $\epsilon_2$  については計算図表を作成している。さらに、すべての未知量を決定するために必要な  $\alpha_1$  については、LeMéhauté が求めた実験式<sup>23)</sup>を修正して次式を提案した。

$$\alpha_1 = (c/b)^{1/4} (B/b)^{1/4} \dots\dots\dots(27)$$

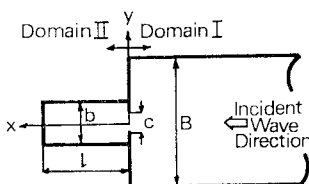


図-2 港湾モデルおよび座標系

(2) 港湾内の波の変形

図-2に示したような長方形港湾モデルを考える。領域Iから港湾内へ侵入する波は、防波堤開口部を通過する際に変形を伴うが、防波堤から離れるにつれて、防波堤の影響が指数関数的に急激に消滅すると考えられる。また、領域の幅  $B$  および  $b$  が波長  $L$  の  $1/2$  よりも小さい ( $b \leq B < L/2$ ) 場合には、開口部からわずかに離れると波の運動が1次元的になると考えられている<sup>23)</sup>。

以下、用いる記号は前項(1)と対応させ、複素ベクトル表示を用い、 $\alpha$  および  $\beta$  は、それぞれ透過および反射特性を示し、 $p$  は湾奥における反射率、 $\bar{r}$  は複素表示した境界摩擦を示すものである。

図-3は、港湾内の波の変形の様相を模式的に表わしている。これは LeMéhauté と同様に、入射波は透過・減衰・反射を繰り返しながら波が変形するという考え方に基づくものである。

まず、入射波  $\bar{A}_1$  が防波堤開口部で一部は反射し外海へ向い、残りは港湾内へ透過するが、それぞれの波は、 $\bar{\beta}_1 \bar{A}_1$ 、 $\bar{\alpha}_1 \bar{A}_1$  で表わされる。透過波  $\bar{\alpha}_1 \bar{A}_1$  は境界摩擦を伴いながら湾奥に達し、 $\bar{r}_1 \bar{\alpha}_1 \bar{A}_1$  となる。この波は、湾奥で反射して  $p_1 \bar{r}_1 \bar{\alpha}_1 \bar{A}_1$  となり、湾口へ境界摩擦の影響をうけながら進行するので、湾口で  $p_1 \bar{r}_1 \bar{r}_2 \bar{\alpha}_1 \bar{A}_1$  となる。そして、一部は外海へ向うが、波  $p_1 \bar{r}_1 \bar{r}_2 \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2 \bar{A}_1$  が再び港湾内へ反射波として進行する。以下、同様な過程が繰り返される。

いま、湾水振動で最も興味ある問題は、湾奥の波高が入射波高に比べて、どのように増幅されるかということであるので、ここでは湾奥の波高を考える。

湾奥で岸に向う波を  $\bar{C}_0$  とし、沖に向う波を  $\bar{D}_0$  とすると、

$$\begin{aligned} \bar{C}_0 = & \bar{r}_1 \bar{\alpha}_1 \bar{A}_1 + p_1 \bar{r}_1 \bar{r}_2 \bar{r}_3 \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2 \bar{A}_1 \\ & + p_1 p_2 \bar{r}_1 \bar{r}_2 \bar{r}_3 \bar{r}_4 \bar{r}_5 \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \bar{A}_1 \\ & + p_1 p_2 p_3 \bar{r}_1 \bar{r}_2 \bar{r}_3 \bar{r}_4 \bar{r}_5 \bar{r}_6 \bar{r}_7 \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4 \bar{A}_1 + \dots \end{aligned} \dots\dots\dots(28)$$

$$\bar{D}_0 = p_1 \bar{r}_1 \bar{\alpha}_1 \bar{A}_1 + p_1 p_2 \bar{r}_1 \bar{r}_2 \bar{r}_3 \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2 \bar{A}_1$$

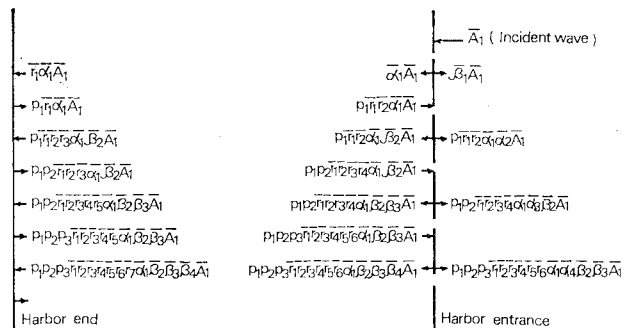


図-3 港湾内の波の透過および反射を示す模式図

$$\begin{aligned}
 &+ p_1 p_2 p_3 \bar{r}_1 \bar{r}_2 \bar{r}_3 \bar{r}_4 \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \bar{A} \\
 &+ p_1 p_2 p_3 p_4 \bar{r}_1 \bar{r}_2 \bar{r}_3 \bar{r}_4 \bar{r}_5 \bar{r}_6 \bar{\alpha}_1 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4 \bar{A}_1 + \dots
 \end{aligned}
 \tag{29}$$

となる。

したがって、湾奥の波高は、 $2|\bar{C}_0 + \bar{D}_0|$  で与えられる。ところが、式(28)および式(29)をみると、 $\bar{r}_1, \bar{r}_2, \bar{r}_3, \dots, p_1, p_2, p_3, \dots, \bar{\beta}_2, \bar{\beta}_3, \bar{\beta}_4, \dots$  などの諸量は、港湾内に侵入した波の特性、たとえば、波形勾配といった量が波の往復中に変化するので、直接求めることができない。そこで、次の仮定に基づいて式を簡略化する。すなわち、

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{r}_1 = \bar{r}_2 = \bar{r}_3 = \dots = \bar{r} \\
 p_1 = p_2 = p_3 = \dots = p \\
 \bar{\beta}_2 = \bar{\beta}_3 = \bar{\beta}_4 = \dots = \bar{\beta}_1
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (30)$$

と置くと、式(28)および式(29)の無限級数は収束し、次のようになる。

$$\bar{C}_0 = \frac{\bar{r} \bar{\alpha}_1 \bar{A}_1}{1 - p \bar{r}^2 \bar{\beta}_2} \dots \dots \dots (31)$$

$$\bar{D}_0 = \frac{p \bar{r} \bar{\alpha}_1 \bar{A}_1}{1 - p \bar{r}^2 \bar{\beta}_2} \dots \dots \dots (32)$$

上式から、湾奥の波高が次のように求められる。

$$2|\bar{C}_0 + \bar{D}_0| = 2 \left| \frac{(1+p) \bar{r} \bar{\alpha}_1 \bar{A}_1}{1 - p \bar{r}^2 \bar{\beta}_2} \right| \dots \dots \dots (33)$$

ここで、波高増幅率  $R$  を、港湾内の波高と開口部を閉じたときの開口部外海側の波高 ( $4|\bar{A}_1|$ ) との比と定義すれば、湾奥における波高増幅率は次式で求められる。

$$R = \frac{r \alpha_1 (1+p)}{2\sqrt{1 + (\beta_2 r^2 p)^2 - 2\beta_2 r^2 p \cos(\beta_2 + 2\psi)}} \dots \dots \dots (34)$$

上式は、LeMéhauté が求めた解<sup>14)</sup> と一致する。ただし、LeMéhauté の式は  $R$  の定義を入射波の振幅に対する湾奥での波の振幅比としているので、式(34)の分母にある平方根の前の2がない。LeMéhauté の解は、式(30)の仮定があってはじめて成立することがわかる。

さて、式(34)の計算において、 $r$  および  $p$  の与え方について若干考えてみよう。まず、境界摩擦  $\bar{r}$  は層流境界層の場合に次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned}
 \bar{r} = r \exp(i\psi) \\
 r = \exp(-\kappa x/L)
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35 \cdot a)$$

ここで、 $\kappa$  は、岩垣・土屋・坂井<sup>25)</sup>によれば、次式で示される。

$$\left. \begin{aligned}
 \kappa = K \varepsilon_{b+w} \\
 \varepsilon_{b+w} = (1 + \psi') \varepsilon_b
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35 \cdot b)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned}
 \varepsilon_b = (4\pi^2) / \{ \sqrt{\pi} (\nu T) L (\sinh 2kh + 2kh) \} \\
 \psi = (\sinh 2kh) / (kb)
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (35 \cdot c)$$

ここに、 $\nu$ ：動粘性係数、 $b$ ：水槽幅、 $K$ ：理論上は1であるが、実験結果の比較から1.4となる定数である。一般に、境界摩擦による波高減衰は、水深が浅く、周期が長く、港湾幅が小さくなるほど顕著となるが、湾水の共振問題を考える場合、共振の第2次モードであっても湾長波長比  $l/L < 1$  であり、この範囲内では波高減衰はほとんど無視してよく、 $r \approx 1$  と考えてもよいであろう。

一方、湾奥の反射率  $p$  については、Miche の理論<sup>26)</sup> に基づいて次式で計算できる。

$$\left. \begin{aligned}
 p = 1; H_0/L_0 \leq (H_0/L_0)_{crit.} \\
 p = (H_0/L_0)_{crit.} / (H_0/L_0); H_0/L_0 > (H_0/L_0)_{crit.}
 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (36 \cdot a)$$

ただし、

$$(H_0/L_0)_{crit.} = (\sqrt{2\theta/\pi} \sin^2\theta) / \pi \dots \dots \dots (36 \cdot b)$$

ここに、 $H_0$  および  $L_0$  は、それぞれ深水波高および深水波長、 $\theta$  は海浜勾配である。上式からも、簡単な計算によってわかるように、長周期波を取り扱う場合、 $p \approx 1$  として計算してもよいであろう。

以上のことから、 $r$  および  $p$  については、以後特別の場合を除き、それぞれ1とした。

式(34)を計算する場合、 $\alpha_1, \beta_2$  および  $\beta_2$  は、それぞれ式(27)、(21)および式(25)から求められるが、 $\beta_2$  および  $\beta_2$  は  $\varepsilon_2$  の関数として表わされているので、著者らは広範囲な実験を行って、図-4に示すように  $b/B$  をパラメーターにして、 $\varepsilon_2$  と  $c/b$  との関係を求めた<sup>24)</sup>。この図表を用いれば、港湾の寸法が与えられると一義的に  $\varepsilon_2$  が求められ、したがって、 $\beta_2$  および  $\beta_2$  が容易に求められる。しかし、 $\beta_2$  については後述するように、解を求めるうえでおのずから適用範囲が限られる。

また、 $\psi$  は、湾口と湾奥の位相差であって、次式で与えられる。

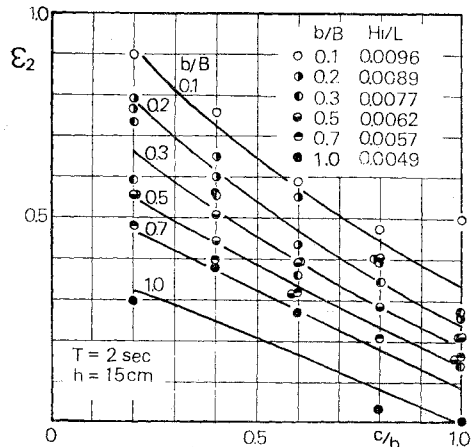


図-4  $\varepsilon_2$  の特性

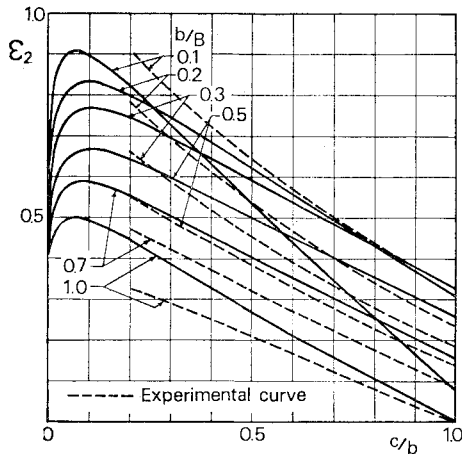


図-5 ε₂ の上限値

$$f = -2\pi l/L \dots\dots\dots(37)$$

このようにして、波のエネルギー逸散を考慮した湾奥における応答振動が容易に計算できる。

(3) 理論の適用限界

(2) で述べたように、本論文の長方形港湾モデルは、波の運動が1次元的であると考えているために、解の適用限界は、外海幅  $B$  が  $b \leq BL/2$  の場合であり、そのうえに次のような制限が設けられる。すなわち、任意の長方形港湾における湾奥の振動特性は式 (34) で与えられるが、この式の解が存在するためには、次の条件を満足する必要がある。式中の  $\beta_2$  および  $\beta'_2$  が実数をとるために、

$$\beta_2^2 = 1 - Z\alpha_1^2 - \varepsilon_2 \geq 0 \dots\dots\dots(38)$$

$$|\cos \beta'_2| \leq 1 \dots\dots\dots(39)$$

でなければならない。

式 (39) は、式 (38) をつねに満足しており、式 (39)

表-1 実験諸元

Run No.	B (cm)	b (cm)	c (cm)	T (sec)	h (cm)	H <sub>T</sub> * (mm)	b/B	c/b
1-1	100	20	4	2	15	11.5	0.2	0.2
2			8					0.4
3			12					0.6
4			16					0.8
5			20					1.0
2-1	100	30	6	2	15	11.5	0.3	0.2
2			12					0.4
3			18					0.6
4			24					0.8
5			30					1.0
3-1	100	50	10	2	15	11.5	0.5	0.2
2			20					0.4
3			30					0.6
4			40					0.8
5			50					1.0

\* H<sub>T</sub>: incident wave height

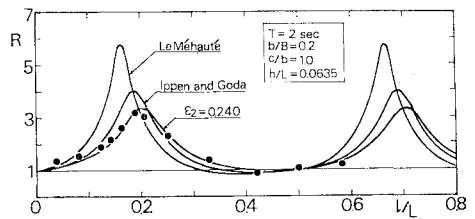
の条件を満たす ε₂ の上限値が存在する。図-5 の実線は、式 (39) を満足するエネルギー逸散率 ε₂ の上限値を示したもので、式 (34) の解を得るには、ε₂ がこれらの値よりも小さくしなければならない。同図には、図-4 で示した ε₂ の実験曲線を破線で併記しているが、 $b/B = 0.1$  の場合を除いて式 (34) が計算可能な範囲にあることがわかる。ところで、 $b/B = 0.1$  の場合、式 (39) から得られる ε₂ の上限値は  $c/b$  が大きくなるにつれて、 $b/B = 0.2 \sim 0.7$  の場合の上限値よりも小さくなることもあるが、実験曲線ではそのような傾向が認められない。この原因についてはよくわからない。

結局、本理論の適用範囲は、 $b/B \geq 0.2$  となり、 $c/b \geq 0.2$  であれば式 (34) が容易に計算できる。

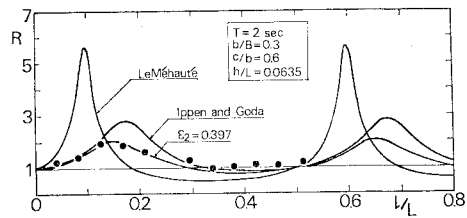
3. 実験的考察

(1) 実験装置および実験方法

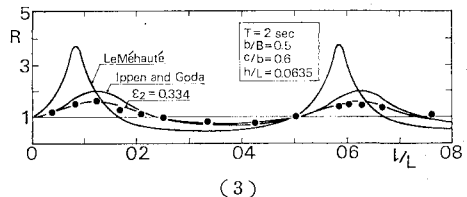
2. で求めた理論解の妥当性を検討するため実験を行った。実験に用いた水槽は、徳島大学工学部土木工学教室屋外に設置された、幅 1 m、深さ 90 cm、長さ 30 m の一部ガラス張り鋼製造波水槽である。造波機は、pendulum 型であり、造波板から 18.5 m の位置に湾長可変の亚克力製港湾模型を設置した。波高は電気抵抗線式波高計を用い、ペン書きオシログラフに記録して測



(1)



(2)



(3)

図-6 湾奥の振動特性

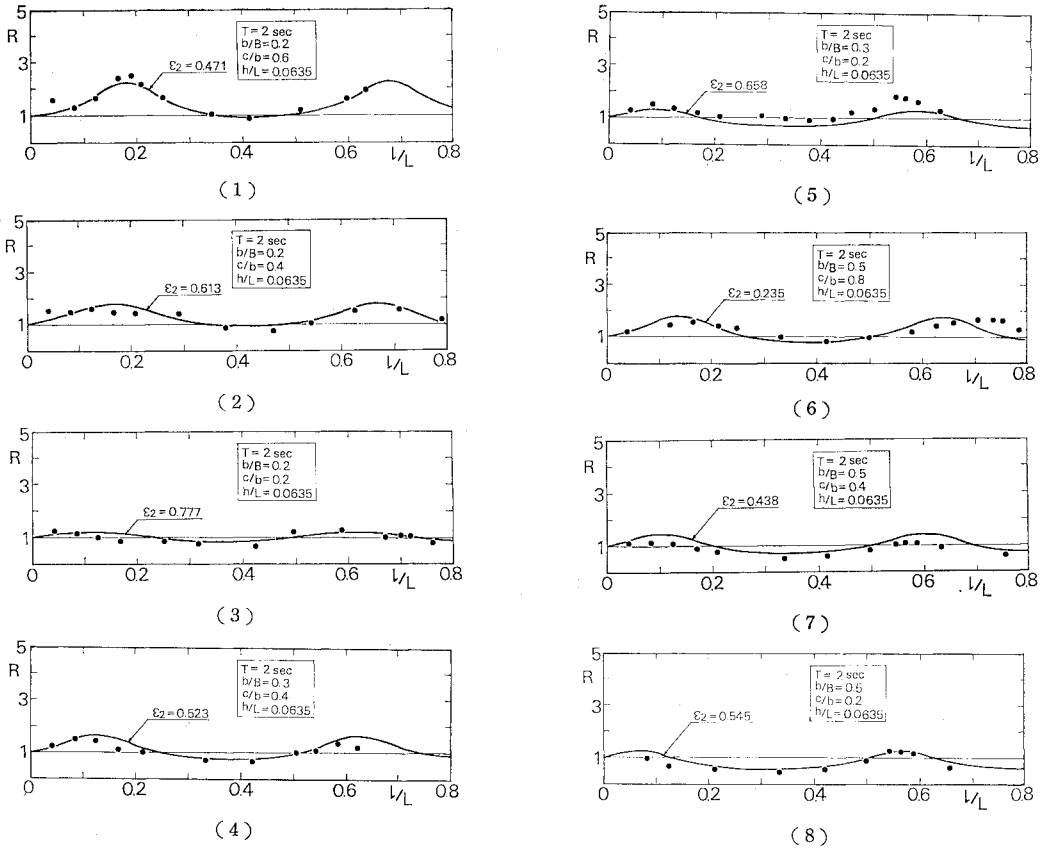


図-7 式(34)と実験値との比較(1)

定した。表-1 は、この実験に用いた実験諸元を示したものである。

(2) 実験結果および考察

図-6 は、湾奥における振動特性の一例で、式(34)において、 $p=1, r=1$  とし、図-4 の実験曲線から、それぞれの場合のエネルギー逸散率  $\epsilon_2$  を読み取り、その値を用いて計算した結果を示している。なお、同図には、Ippen-Goda の理論<sup>8)</sup>および LeMéhauté の理論<sup>14)</sup>から求めた計算結果も併記している。これらの図から、防波堤開口部における波のエネルギー逸散を考慮した理論より求めた結果は、実験値とよく一致することがわかる。一方、LeMéhauté の理論解は実験値と合わないで、共振時の  $l/L$  を過少に、また共振時の  $R$  を過大に見積る結果となっているが、これは開口部における波のエネルギー逸散を無視していること、および透過率  $\alpha_1$  を与える彼の実験式

$$\alpha_1 = (c/b)^{1/2} (B/b)^{1/4} \dots \dots \dots (40)$$

が適当でないことによるものである。

Ippen-Goda の理論は、外海が半無限であるので、いちがいに比較できないが、 $b/B=0.2$  の場合でも共振時

の  $R$  を過大に与えることがわかる。

図-7 は、図-6 と同様、本実験で得られた湾奥の振動特性と式(34)とを比較したもので、一般的に理論計算結果と実験結果がよく一致することがわかる。

(3) 理論解の有効性の検討

本理論に含まれる透過率  $\alpha_1$  およびエネルギー逸散率  $\epsilon_2$  は、水深  $h=15$  cm、周期  $T=2$  sec の実験から得られたものであり<sup>24)</sup>、実験条件が異なる場合についても式(34)が適用できるかどうか問題となる。ここでは、入射波高、水深および水槽幅が 3.(1) で示した条件と異なる場合の実験について、解の有効性を検討する。

表-2 は、著者ら<sup>27)</sup>が京都大学工学部土木工学教室の造波水槽で行った実験のうちから、若干をとりあげ、式

表-2 計算条件

Cal. No.	B (cm)	b (cm)	c (cm)	T (sec)	h (cm)	$H_I^*$ (mm)	b/B	c/b
1	50	10	5	1	10	7.9	0.2	0.5
2	50	47	10	1	10	12.6	0.94	0.21
3	50	47	15	2	10	5.0	0.94	0.32
4	50	47	20	1	10	12.1	0.94	0.42

\*  $H_I$ : incident wave height

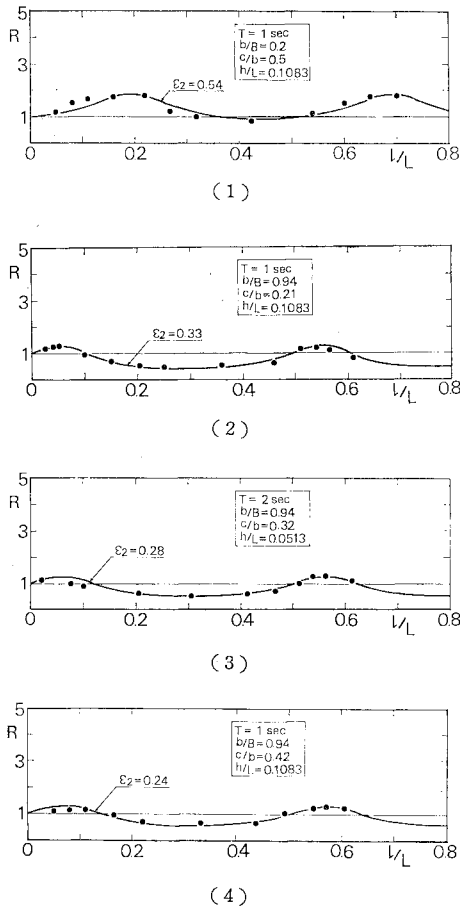


図-8 式 (34) と実験値との比較 (2)

(34)が適用できるかどうかを調べるための計算条件を示している。

図-8 は、図-4 の実験曲線から、表-2 の値に対して  $\epsilon_2$  を読み取り、式 (34) で計算した結果と実験値を比較したもので、入射波高、周期、水深および水槽幅が 3. (1) の実験条件と異なった場合でも、式 (34) が妥当で適用可能であることがわかる。

したがって、透過率  $\alpha_1$  を与える実験式 (27) およびエネルギー逸散率  $\epsilon_2$  を与える 図-4 の実験曲線は、実験の範囲内では妥当なものであるといえよう。もっとも、入射波高の相違によって波高増幅率が変化する現象<sup>28), 29)</sup>については、単に  $c/b$  および  $b/B$  で表わされる形状効果以外に、 $H/h$ ,  $h/L$  などによる非線形効果が強くなるので、このような場合のエネルギー逸散率  $\epsilon_2$  については、さらに検討が必要であろう。また、ここで得られた  $\epsilon_2$  をそのまま現地へ適用するには問題があり、縮尺効果を明確にすべきで、 $\epsilon_2$  と Reynolds 数との関係についても詳細な検討がなされなければならないであろう。

#### 4. 湾水振動におよぼす諸要素の影響

理論解の妥当性が実証されると、その解の特性を調べることによって、湾水振動の性質をかなり明確にすることができ、その制御についても定量的に検討することができる。ここでは、湾水振動を制御するという観点から、次の2つの方法について考察する。まず第1に、湾口に設置した防波堤の効果、第2に、港湾内の境界面に消波構造物を設置することによって、湾奥からの反射波のエネルギーを減少させ、あるいは、側壁などの境界摩擦を増大させることによって波のエネルギー逸散をうながした場合の反射率および境界摩擦の影響について検討する。

##### (1) 防波堤の影響

図-9 は、防波堤開口部における波のエネルギー逸散を考慮した理論による湾奥の振動特性を示したもので、式 (34) において、 $p=1$ ,  $r=1$  とした計算結果である。これらの計算結果が、実験値とよく一致することははず

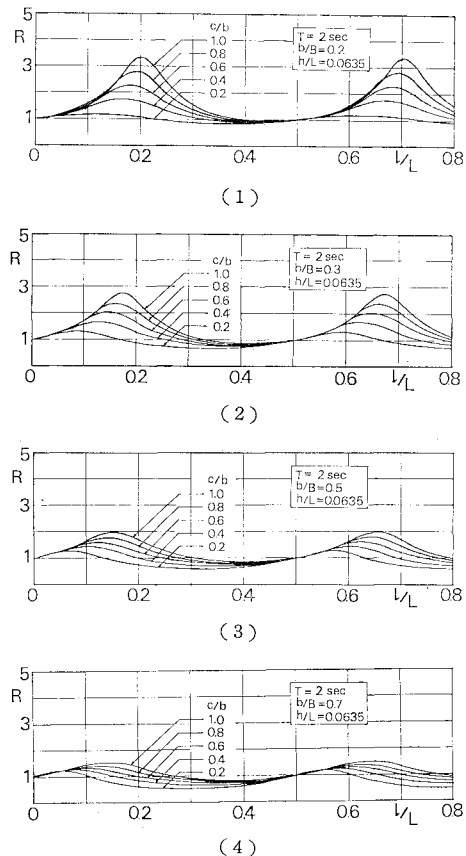


図-9 波のエネルギー逸散を考慮した理論による湾奥の振動特性

に述べたとおりである。図から、 $c/b$  が小さくなるにつれて共振時の波高増幅率  $R_R$  は小さくなり、共振を生ずる湾長が次第に短くなることがわかる。以下、工学的に最も重要な共振時について考察する。なお、入射波の周期を一定にし湾長を変化させる、いわゆる形状応答を考えているため、共振特性は基本モードおよびそれより高次のモードについても変化しないので、基本モードの場合についてのみ考察する。さらに、 $c/b=0.1$  については、 $\epsilon_2$  の値が得られていないので、 $c/b \geq 0.2$  の場合を考える。

a) 共振時の湾長波長比  $l_R/L$  と開口比  $c/b$  との関係式 (34) において、湾奥が最大波高となるのは、次式が成立するときである。

$$\beta_2 + 2\hat{r} = 2n\pi \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots(41)$$

したがって、式 (37) を考慮すれば、次式が得られる。

$$l_R/L = (\beta_2 - 2n\pi) / 4\pi \dots\dots\dots(42)$$

図-10 は、 $l_R/L$  と  $c/b$  との関係を示したもので、共振湾長はいずれの港湾幅についても防波堤がない ( $c/b=1$ ) 場合に最大となり、港湾幅が小さく、開口幅が大きくなるほど共振湾長は長くなることがわかる。しかし、一端が全開の場合に湾口で節があらわれるときの値  $l_R/L=0.25$  よりも小さい。

b) 共振時の波高増幅率  $R_R$  と開口比  $c/b$  との関係 開口幅の変化に伴う  $R_R$  の変化を調べるが、特に harbor paradox<sup>10)</sup> についても検討する。

共振時の湾奥における波高を求めるには、式 (33) の分母が次式を満足するときである。

$$|1 - p\hat{r}^2\hat{\beta}_2| = 1 - p\hat{r}^2\beta_2 \dots\dots\dots(43)$$

したがって、式 (34) から、次式が得られる。

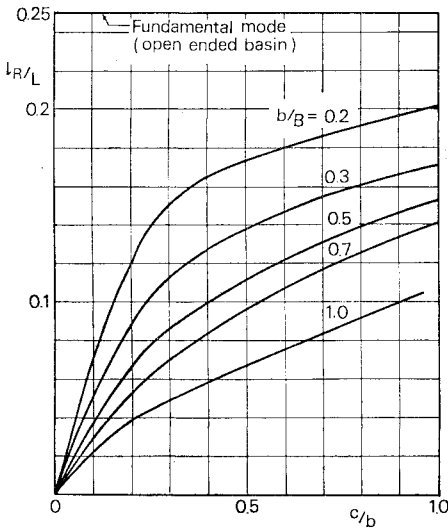


図-10  $l_R/L$  と  $c/b$  との関係

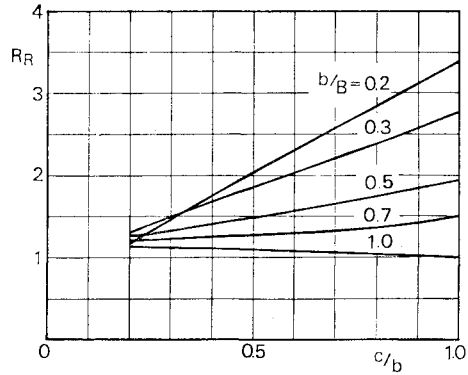


図-11  $R_R$  と  $c/b$  との関係

$$R_R = \frac{r\alpha_1(1+p)}{2(1-\beta_2 r^2 p)} \dots\dots\dots(44)$$

図-11 は、 $R_R$  と  $c/b$  との関係を示したもので、 $b/B$  によって  $R_R$  の傾向が異なる。 $b/B=0.2 \sim 0.7$  の範囲では、開口幅が大きくなるにつれて  $R_R$  は大きくなり、港湾幅が小さいほど、その増加の程度は大きくなる。一方、 $b/B=1$  の場合、著しくはないが開口幅が大きくなるにつれて  $R_R$  がかえって減少し、いわゆる harbor paradox が成立する。ただ、harbor paradox が成立したとしても、 $R_R$  の  $c/b$  に対する変化は少ないことから、一般には、防波堤の開口幅を小さくする方が共振現象を抑制するのに有効であろう。

c) 最小波高増幅率  $R_m$  と開口比  $c/b$  との関係

式 (34) において、湾奥の波高が最小となるのは、

$$\beta_2 + 2\hat{r} = (2n-1)\pi \quad (n=0, 1, 2, 3, \dots) \dots\dots(45)$$

のときで、式 (37) を考慮すれば次式が得られる。

$$l_m/L = l_R/L + 1/4 \dots\dots\dots(46)$$

ここに、 $l_m$  は湾奥の波高が最小となるときの湾長である。このとき、 $R_m$  は次式で求められる。

$$R_m = \frac{r\alpha_1(1+p)}{2(1+\beta_2 r^2 p)} \dots\dots\dots(47)$$

図-12 は、 $R_m$  と  $c/b$  との関係を示したもので、開口幅が大きくなると  $R_m$  も増加するが、港湾幅が小さい場合には、防波堤の開口幅の影響はほとんどないことがわかる。 $R_R$  と比較して  $R_m$  は、全般的に防波堤の効果はあまり期待できないといえよう。もちろん、湾内

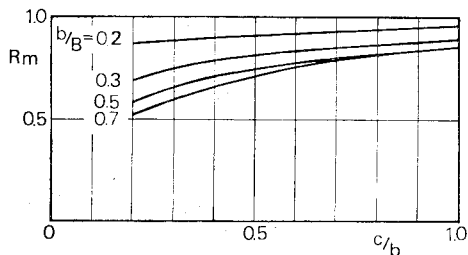


図-12  $R_m$  と  $c/b$  との関係



に新しく港湾を建設するような場合、あるいは津波防波堤を湾内に設置するような場合には、式(46)から設置位置を決めるための湾長が計算でき、その場合には、湾奥の波高を入射波高の2倍以下に減少させることが可能である。

(2) 港湾内の境界面の影響

a) 湾奥の反射率  $p$  の影響

図-13は、式(44)において、 $r=1$ とし、 $p$ を1~0.8まで減少させた場合の $R_R$ の変化を示した一例である。 $b/B=0.2$ のように、港湾幅が小さい場合には、開口幅が大きくなるほど、 $p$ が共振現象におよぼす効果は大きくなるが、開口幅が小さくなると $p$ の効果はたいして現われない。一方、 $b/B=0.7$ のように、港湾幅がかなり大きくなると、 $p$ が減少するとき $c/b$ の値にかかわらず、ほぼ一様に $R_R$ は減少する。たとえば、 $p$ を1から0.8に減ずることは、 $c/b$ を1から0.2にした場合と同程度の $R_R$ となり、湾奥の消波効果が湾水振動の制御に大きく影響をおよぼすことがわかる。しかし、この場合、共振時の波高増幅率はもともと小さくなく、開口幅の影響も顕著でない。

b) 境界摩擦  $r$  の影響

境界摩擦による湾水振動の減衰効果は必ずしも期待できないが、たとえば、かりに人工的に側壁の粗度を増大させて共振を抑制させようとした場合、境界摩擦によって、どの程度湾奥の波高を減少させようかについて検討

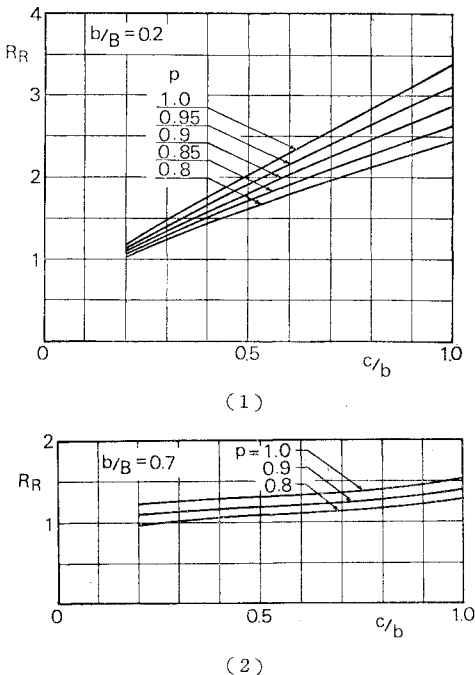


図-13 反射率の影響

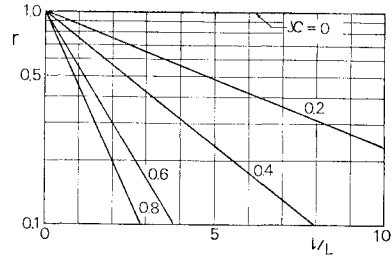


図-14  $\kappa$  と  $r$  との関係

しておく必要がある。

湾長  $l$  の港湾について、境界摩擦による波高減衰率  $r$  は、式(35・a)から、次式で示される。

$$r = \exp(-\kappa l/L) \dots\dots\dots (48)$$

図-14は、上式の $\kappa$ を0~0.8まで変化させたときの $l/L$ に対する $r$ の変化を示している。 $\kappa=0.2$ では、波が約5波長進行すると初期波高の1/2になり、 $\kappa=0.8$ では、約3波長で初期波高の1/10に減衰するというもので、非常に顕著な減衰がある場合についても境界摩擦の検討を行っている。

図-15は、式(44)において、 $p=1$ とし、 $\kappa$ を0~0.8まで変化させたときの $R_R$ の変化を示した一例である。港湾幅が小さい( $b/B=0.2$ )場合、湾奥の反射率 $p$ の効果と同様、開口幅が大きくなるほど $\kappa$ の共振現象を抑制する効果は大きくなるが、開口幅が小さくなると境界摩擦の効果はほとんどなくなる。一方、港湾幅が大きく( $b/B=0.7$ )なると、先に述べた $p$ と同様の効

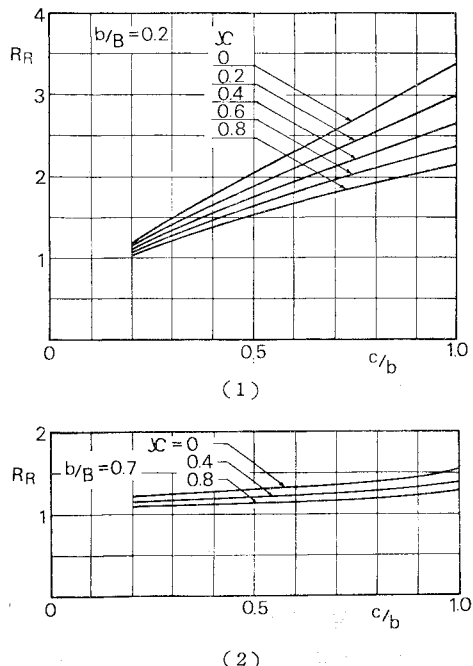


図-15 境界摩擦の影響

果がある。しかし、ここで述べたように  $\kappa$  を 0.2 以上にすることが実際に可能かどうかが問題であり、港湾内の境界面を種々変化させる方法は、 $b/B$  がかなり小さい場合のみ有効と考える方がよいであろう。

## 5. 結 言

港湾内外で水深が等しい場合の、1 次元長方形港湾モデルについて、波のエネルギー逸散を考慮した湾水振動理論を LeMéhauté の解法と同様な手法を用いて導き、その解の特性に基づいて、湾水振動の制御という観点から若干の考察を行った。得られた結果を要約すれば次のとおりである。

(1) 防波堤開口部における波のエネルギー逸散量を考慮した理論は、実験結果とよく一致すること、ただし本理論の適用限界は、 $b/B \geq 0.2$ 、 $b \leq B < L/2$  であることを示した。

(2) 入射波の周期を一定にして、港湾長を変化させる、いわゆる湾水振動の形状応答を調べ、いずれの港湾幅であっても、共振湾長は防波堤がない場合が最も大きくなること、および港湾幅が小さく、開口幅が大きくなるほど共振湾長は大きくなることを示した。しかし、いずれの場合も、共振の基本モードでは  $l_R/L < 1/4$  である。

(3) harbor paradox について検討した結果、ほとんどの場合、それが成立しないことを明らかにした。ただし、特に  $b/B=1$  の場合には、harbor paradox が成立するが、開口幅の減少による湾奥の波高増大は非常に少ないので、実際には、船舶の航行に支障がない限り、開口幅を小さくした方が共振現象を抑制するのに有効であることがわかった。

(4) 入射波の卓越周期があらかじめわかっている場合には、湾奥の波高を最小にしうる湾長が容易に求められることを示し、湾奥の波高は入射波高の 2 倍以下にすることができることを明らかにした。しかし、この場合、防波堤の開口幅の減少効果は期待できないことを明確にした。

(5) 湾奥の反射率および側壁の境界摩擦が湾水振動に及ぼす効果を調べた結果、港湾幅が比較的小さい場合には、開口幅が大きいと反射率を減少させたり、境界摩擦を増大させることによって共振現象を抑制する効果はあるが、開口幅が小さくなると、それらの効果はあまり期待できないことを示した。一方、港湾幅がかなり大きくなると、共振時であっても波高増幅率はたいして大きくならないで、開口幅の影響も顕著でないが、反射率を小さくすることによる効果および境界摩擦を増大させることによる効果は、開口幅を小さくすることと同様な効

果があることを明らかにした。

最後に、本研究にあたり、終始ご指導を賜った京都大学工学部岩垣雄一教授に深甚の謝意を表明するとともに、暖いご助言、ご激励を頂いた京都大学防災研究所土屋義人教授、徳島大学工学部三井宏教授、実験および資料整理、さらに計算にわたってご助力を頂いた徳島大学工学部越智裕助手、徳島大学大学院学生島田富美男君に謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) 宇野木早苗：港湾のセイシュと長周期波について、第 6 回海岸工学講演会講演集, pp. 1-11, 1959.
- 2) Knapp, R.T. and V.A. Vanoni : Wave and surge study for the naval operating base, Terminal Island, California, Rep. Hydraulic Structure Lab., CIT, Jan., 1945.
- 3) Vanoni, V.A. and J.H. Carr : Harbor surging, Proc., 1st Conf. on Coastal Eng., pp. 60-68, 1950.
- 4) 合田良実：長方形および扇形の港の副振動について、一フーリエ変換を用いた一解法一、第 10 回海岸工学講演会講演集, pp. 53-58, 1963.
- 5) McNowen, J.S. : Wave and seiche in idealized ports, Gravity Wave Symposium, N.B.S., Cir. 521, pp. 153-164, 1952.
- 6) Kravtchenko, J. and J.S. McNowen : Seiche in rectangular ports, Quart. Appl. Math., 13, pp. 19-26, 1955.
- 7) Apté, A.S. and C. Marcou : Seiche in ports, Proc. 5th Conf. on Coastal Eng., pp. 85-94, Sep., 1954.
- 8) Ippen, A.T. and Y. Goda : Wave induced oscillations in harbors; the solution for a rectangular harbor connected to the open sea, Hydrodynamics Lab., MIT, Rep. No. 59, July, 1963.
- 9) Raichlen, F. and A.T. Ippen : Wave induced oscillations in harbors, Proc. ASCE, Vol. 91, HY 2, pp. 1-26, March, 1965.
- 10) Miles, J.W. and W. Munk : Harbor paradox, Proc. ASCE, Vol. 87, WW 3, pp. 111-130, Aug., 1961.
- 11) Hwang, L.S. and E.O. Tuck : On the oscillations of harbors of arbitrary shape, Jour. Fluid Mech., Vol. 42, Part 3, pp. 447-464, 1970.
- 12) Lee, J.J. : Wave induced oscillations in harbors of arbitrary geometry, Jour. Fluid Mech., Vol. 45, Part 2, pp. 375-394, 1971.
- 13) Lee, J.J. and F. Raichlen : Resonance in harbors of arbitrary shape, Proc. 12th Conf. on Coastal Eng., pp. 2163-2180, 1970.
- 14) LeMéhauté, B. : Theory of wave agitation in a harbor, Proc. ASCE, Vol. 87, HY 2, pp. 31-50, March, 1961.
- 15) 梶浦吹二郎：湾水振動におよぼす防波堤の効果、東京大学地震研究所集報, 第 41 号, pp. 403-418, 1963.
- 16) Nishimura, G. and K. Kanai : The long waves in a bay of variable section (1), 東京大学地震研究所別刷 1, pp. 182-197, 1933.
- 17) 山田彦児：津波の伝播に伴う港湾の水位変動, Studies on Oceanography, pp. 350-358, 1964.
- 18) Wilson, B.W., Hendrickson, J.A. and R.E. Kilmer : Feasibility study for a surge-action model of Monterey Harbor, California, Waterways Experiment Station, Corps of Eng., 1965.

- 19) Leendertse, J.J.: Aspects of a computation model for long-period water-wave propagation, Rand Co., Rep. No. RM-5294-PR, 1967.
- 20) Miles, J.W.: Resonant response of harbors; an equivalent-circuit analysis, Jour. Fluid Mech., Vol. 46, Part 2, pp. 241-265, 1971.
- 21) 村上仁士: 湾水振動の制御に関する一考察, 土木学会第29回年次学術講演会講演概要集, 第2部, pp. 34-35, 1974.
- 22) Ünlüata, Ü. and C.C. Mei: Effects of entrance loss on harbor oscillations, Proc. ASCE, Vol. 101, WW 2, pp. 161-180, May, 1975.
- 23) LeMéhauté, B.: Periodical gravity wave on a discontinuity, Proc. ASCE, Vol. 86, HY 9, pp. 11-41, Nov., 1960.
- 24) 村上仁士・越智 裕: 防波堤による波のエネルギー逸散および湾水振動の制御について, 第22回海岸工学講演会論文集, pp. 271~277, 1975.
- 25) 岩垣雄一・土屋義人・坂井順行: 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究(2)一底面摩擦力の測定について一, 第11回海岸工学講演会講演集, pp. 62-68, 1964.
- 26) たとえば, Ippen, A.T.: Estuary and coastline hydraulics, McGraw-Hill, Chap. 7, p. 302, 1966.
- 27) 岩垣雄一・村上仁士: 共振時における港内波浪の諸特性について, 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 179-184, 1973.
- 28) 樋口明生・吉田幸三: 名古屋港の水位変動の特性について, 第9回海岸工学講演会講演集, pp. 34-37, 1962.
- 29) 掘川清司・西村仁嗣: 津波防波堤の効果について, 第16回海岸工学講演会講演集, pp. 365-369, 1969.

(1975.7.14・受付)