

非線形計画モデルによる1水系流域における 広域的・多角的水配分問題に関する一分析

NONLINEAR PROGRAMMING APPROACH TO THE WATER ASSIGNMENT PROBLEM FOR A SINGLE RIVER BASIN

吉川和広*・岡田憲夫**

By Kazuhiro YOSHIKAWA and Norio OKADA

1. 緒 言

経済の高度成長や大都市地域への産業・人口の集中ならびに生活水準の向上などの諸々の社会的・経済的变化に伴い、多くの地域で深刻な水不足が発生している。このような水問題を解決するため有効な水利用方法を検討していくことの必要性が高まっている。一般に水不足の問題に対する解決策として次のような方法が考えられる。

① 複数の水系を含む広域的な流域を対象として大規模なダム開発を行い、水系間の導水も含めた効率的な水源開発方式を推進する。

② 工場内の水の回収利用・三次処理水の再利用などを促進し、新規開発水量の実質的な節減を図る。

③ 海水の淡水化に関する技術開発を促進し、可能な分野でその利用を行う。

④ 需要サイドにおいて使用水量そのものの節減化を図る。

⑤ 配水管網などの水道施設の漏水防止対策を講じる。

⑥ 可能な範囲で農業用水の都市用水への転換を行う。

以上のほかに細かく見れば種々の方法が考えられるが、これらを大別すれば(i)降水をできるだけ有効に貯留し、将来の供給水量を新規水源の開発により充足しようとする方法と(ii)需要地において水利用形態を合理化することにより結果的に必要な新規開発量を低減させることに主眼を置く方法とに分類することができよう。しかしながらこれらの方法は必ずしも二者択一的な性格のものではなく、むしろその合理的な組み合わせによる多角的な水利用形態を導入することが望ましいと考える。このような観点に立ち筆者らは広域的・多角的な

水配分問題に関する数学モデルによる分析を提案し、その研究成果¹⁾⁴⁾を発表してきた。本研究では以上の研究成果をふまえてはいるが、新たに次のような視点から水配分問題を取り扱うことにする。すなわち従来の研究においては前述の(i)、(ii)の方法のうち的一方のみを取り扱ったものが多く、(i)、(ii)の両者を組み合わせた水配分問題を取り扱った研究においても、流域内の水配分問題に対するきめ細かな配慮に欠けるきらいがあった。たとえば、(i)、(ii)の双方の組み合わせによる多角的な水配分問題を検討する分析手法を論じた筆者らの論文²⁾においても、広域的なダム開発方式と需要地における三次処理水の再利用方式とを組み合わせた方法を取り扱っているけれども、1水系流域内での合理的な水配分方法については考察を行っていない。本研究では1水系流域に着目した水配分問題について考察することとするが、この問題を取り上げた理由は主として次のとおりである。

① 流域の需要地をさらにきめ細かく見た場合、1水系の上流から下流に至るまでに地域性の異なる需要地が存在しており、これらの地域性を考慮した水使用の形態を検討していくことが必要である。

② 広域的な水利用問題を取り上げていく前に、1水系流域内での合理的・効率的な水利用が行われなければ、隣接地域からの導水を要求するうえで説得力に欠けるため、1水系流域内だけで考えた場合の開発水量の限界や回収利用・三次処理水の再利用の導入の可能性などについて検討することが必要である。

③ そのような水使用を行った場合、1水系の河川の流況はどのように変化するか、あるいは上流から下流にかけて河川水がどのように取水され、排水され、さらに再利用されるのかといった点をふまえて検討する必要がある。

④ 河川の水質規制の問題も考慮する必要がある。これは③で述べた当該河川の流況を表わす要因として取

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

り上げ検討することができる。

以上のような理由から、本研究では1水系流域の水配分問題を取り上げるとともに、特に水供給施設建設問題のモデル化を試みることにする。その場合当該水配分問題を広域的・多角的な観点からとらえてモデル化を行うことにした。この点について次節で詳述するとともに、**3.**においてモデルの定式化と解法について説明することにする。

2. 広域的・多角的な水配分方法の必要性

モデル化にあたっては、広域的・多角的な水配分方法が重要であるとの観点から、水供給施設としては広域水道方式を前提とした水道施設と三次処理施設のみを取り上げることとし、ダム施設は取り扱わないことにする。その場合、1水系流域において最大限開発可能な水量を推定する必要があるが、これは主として建設省の広域利水調査資料を参考に求めることができる。したがってこのようにして設定された流域内の水源開発可能量を基にして、流域内のダムの水源開発量を外生変数として与えるとともに、これをパラメーターとして取り扱うことにより異なったダム開発量を想定した場合についても考察を加えることが可能である。

なお水道の供給方式として広域水道方式を前提にモデル化を行う理由を略記すると次のようになる。

① 各市町村の水道事業を統合し、財政・事業規模の拡大を図ることにより、経営効率の向上、大規模水源の開発を促進する必要がある。

② 都市の発展・膨張は行政区域とは無関係に進展しており、これらの発展のパターンに即応した事業サービスを行う必要がある。

③ 水不足に対処するために流域全体での都市用水と農業用水の間の取水量の調整が行いやすくなる。

以上のような利点に着目して、モデル化にあたっては広域水道方式を想定するが、同時に広域水道方式のもつ欠点を補うために、広域化を行う際の地域規模を問題にする。ここでいう欠点とは主として次のような事項を指している。

① 河川の流況からみて広域水道方式を1水系全体に拡大することは必ずしも望ましくない。というのは、この場合には上流において大量の取水を行う必要があるが、これは結果的に下流の流量低下を引き起こすとともに、下流部において大量の排水を排出することになり、下流の水質が相当悪化する事態が起こりうるからである。また流域全体における河川水の循環再利用の点からも、必ずしも広域化を流域全体に一元的に推進することは妥当でないと考えられる。

② 水道事業の大規模化に伴う管理体制の集中化の促進は、ひいては現場での技術低下や個々の地域でのきめ細かなサービスの低下などをもたらす可能性がある。

最後に三次処理方式を取り上げる理由について言及する。なおこの点については吉川・岡田²⁾に詳細に述べてあるので要点のみを略記する。

① 三次処理方式の導入の目的は、主として(i)処理水の再利用による河川の取水量の低減化と(ii)河川へ放流する排水の浄化による公共水域の水質保全の双方にあると考えている。

② この場合三次処理水の再利用水は現段階の処理技術では必ずしも上水道用水として用いることは妥当でないが、良好な水質を要求する用途は別とすれば大部分の用途の工業用水には供給可能であると考えられる。

③ この方式の導入にあっても、広域水道方式のところで述べた理由により、その基本的な単位となる地域規模について検討することが必要になる。

本研究では上述した諸々の理由により、1水系流域における水配分問題を取り上げるが、その中でも問題を広域水道方式と三次処理方式を組み合わせた施設建設問題に限定することにする。その場合、広域化の適正な地域規模についても同時に考慮することとし、この問題を非線形計画問題としてモデル化することを試みる。さらに本モデルを兵庫県の加古川水系流域に適用することにより、当該水配分問題に関する基礎的な分析を行うことにする。

3. 1水系流域の水配分問題のモデル化

(1) モデル化における仮定

1., 2. ではモデル化の際の前提について説明したが、ここではさらに具体的な個々の仮定について列挙することにする。

① 対象とする1水系流域をその水系の本川に沿って n 個のゾーンに分割するとともに、これらを上流から順に 1, 2, ..., n の番号で表わす。

② 各ゾーンにおいては、原則としてゾーン内の需要地を対象として取水施設、浄水場、下水処理場、三次処理場およびゾーン内の分水を行う送水管網を建設する。しかし必要であればゾーン間の送水を行う送水管網を布設することも考慮する。

③ 各ゾーンにおいては、本川に流入する流量およびその水質を考慮するとともにゾーンの downstream 地点において本川の水質の規制を行うこととする。

④ 本モデルにおいては生活用水と工業用水のみを取り上げる。

⑤ 取水施設，浄水場およびゾーン内・ゾーン間の送水管網の建設は，新規の需要量のみを充足するために行われる．なおこの場合，生活用水と高級な水質が要求される工業用水は上水道より供給され，他の工業用水は工業用水道に依存するものとしている．ここでいう生活用水とは家庭生活で使用される水（家庭用水）および商店・ビル・事務所などの営業活動に充当される水（業務用水）を含めていうことにする．

⑥ 各ゾーンにおける取水施設，浄水場，下水処理場および三次処理場は1か所に集中的に建設されるものとする．さらにこれらの施設および送水管網の建設に必要な用地についてはまったく制約はなく，また用地はすでに取得されているものとする．

⑦ 取水の水源はすべて河川表流水によるものとする．各ゾーンでは上水・工業用水の原水をあわせて取水するが，ゾーン内で発生した使用後の排水は，当該地域内に1か所にまとめて設置された下水処理施設で処理された後，河川に放流されるが，必要があれば一部または全部の排水はさらに三次処理施設で高級処理された後に放出されるものとする．このとき取水は河川の本川から直接行すが，三次処理水のうち再利用に用いられない水量は，本川へ還元されるものとする．

⑧ 各ゾーンにおいて，その中で発生した排水はすべて下水処理されたものとする．したがって下水処理施設に関する費用は定数となるため評価関数の評価項目の中には含めない．

⑨ 三次処理の導入は，(i) 処理水の再利用による新規開発水源の実質的な低減と(ii) 河川放流水の水質向上による水質保全効果の両面をねらって行う．このとき三次処理の対象となるのは，当該ゾーン内で処理された下水処理水とする．

⑩ ゾーン間の送水は浄水場の浄水もしくは三次処理水を対象として行い，原水の送水は取り扱わないことにする．

⑪ 各ゾーン内には，さらにいくつかの小区域を設定し，これらの区域に配水池を建設することにする．したがって各ゾーンで1か所に集中的に建設される浄水場あるいは三次処理場から送水管によって各地区の配水池へ送水が行われるものとする．

⑫ 各地区の配水池から地区内の需要者に末端配水を行うが，この過程はモデル化の対象として取り扱わないことにする．

⑬ 河川上流部における水源開発の方法や開発量は与件とし，これに関してもモデルでは直接は取り扱わない．ただしこれらの量が変化した場合を想定してパラメーターとして取り扱うことにする．

⑭ 河川にはその機能維持などの目的から一定量以上

の流量が必要であるとし，河川から取水できる水量にも制限があるものとする．

⑮ 各ゾーンの取水地点においてそれぞれ水質基準を設定し，その制約を満たすことを条件とする．しかし取水された原水が水質基準を満たしているならば，これを浄化する場合の費用は浄水量のみに関係し，水質には無関係とする．

⑯ 水質の指標にはBOD値だけを採用し，下水処理水あるいは三次処理水のBOD値，および支川より新たに本川に流入する河川水（これを下水処理水，三次処理水と区別するために自然水とよぶことにする）のBOD値はすべて定数として取り扱う．また河川の自浄作用やBOD値の時間的な変化についてはこれを考慮せず，本川の水質は外部より新たに流入しないかぎり変化しないものとする．

⑰ 河川流量は年間を通じて一定ではないがここでは各年における平均的な流量（いわゆる低水量に相等するとみなす．）を前提として水配分を考えることにする．なおモデル化にあたっては，将来の河川では現在の平均的な流量と与件として設定された開発水量を加えた流量が全流量として流れていると仮定している．

⑱ 施設の建設は計画対象期間（ T 年）のうち初年度の期首に行うものとする．

⑲ 評価関数としては，計画目標年度において必要となる建設費の償還額と維持管理費の総和を考え，これを最小にすることを目的としてモデル化を進めることにする．

⑳ 維持管理費はその年の施設の処理量により決まる費用であるとし，さらに建設費，維持管理費の地域的な差異はないものとする．

以上が具体的な仮定のうち主要なものを記述したものであるが，その他の詳細な仮定については，モデルの定式化の際に必要なに応じて具体的に付記することにする．

(2) モデルの定式化

a) 制約条件の定式化

① 変数

i ゾーン ($i=1, 2, \dots, n$) に関する変数は次の8個である． x_{i1} = i ゾーンでの上水道の浄水場の浄水量（＝浄水場の建設規模）， x_{i2} = i ゾーンでの工業用水道の浄水場の浄水量（＝浄水場の建設規模）， x_{i3} = i ゾーンから他ゾーンへ送水される上水の量， x_{i4} = i ゾーンから他ゾーンへ送水される工業用水の量， x_{i5} = i ゾーン外から送水されてきた上水の量， x_{i6} = i ゾーン外から送水されてきた工業用水の量， x_{i7} = i ゾーンでの三次処理場の処理量（＝三次処理場の建設規模）， x_{i8} = i ゾーンで再利用される三次処理水の量，

またゾーン間の送水を表わす変数として、 $y_{ij}=i$ ゾーンより j ゾーンへの上水の送水量 (=送水管の建設規模)、 $y'_{ij}=i$ ゾーンより j ゾーンへの工業用水の送水量 (=送水管の建設規模)、の2種類を定義する。

このほかに河川の流量および水質を表わす変数として、 $Q_i=i$ ゾーンの取水地点における河川の流量、 $B_i=i$ ゾーンの取水地点における河川水の BOD 値、の2つを用いる。

② 定数 (パラメーター)

$A_i=i$ ゾーンの取水地点における河川流量のうち取水できない流量 (=維持用水量)、 $D_i=i$ ゾーンにおける上水道用水の新規需要量、 $d_i=i$ ゾーンにおける工業用水の新規需要量、 $T_i=i$ ゾーンにおける下水処理量 (これは計画目標年度における生活用水、工業用水の排水量の総和として算定している。なおこの場合総排水量は生活用水、工業用水の全使用量 (既存需要量+新規需要量) に等しいと仮定している)、 $a_{i,i+1}=i$ ゾーンの取水地点から $(i+1)$ ゾーンの取水地点までの間に本川に流入する自然水の流量、 $b_{i,i+1}=a_{i,i+1}$ の BOD 値、 $b_2=$ 下水処理水の BOD 値、 $b_3=$ 三次処理水の BOD 値、 $\bar{B}_i=i$ ゾーンの取水地点での水質基準値 (BOD)

③ 定式化

以上のように変数と定数を定義することにより、制約条件を定式化すると以下ようになる。すなわち各ゾーン ($i=1, 2, \dots, n$) について、

$$Q_i - A_i \geq x_{i1} + x_{i2} \dots \dots \dots (1)$$

$$D_i \leq x_{i1} - x_{i3} + x_{i5} \dots \dots \dots (2)$$

$$d_i \leq x_{i2} - x_{i4} + x_{i6} + x_{i8} \dots \dots \dots (3)$$

$$T_i \geq x_{i7} \dots \dots \dots (4)$$

$$0 \leq x_{i7} - x_{i8} \dots \dots \dots (5)$$

の各条件式を満たすことが要求される。これらの式のうち式 (1) はゾーンの取水量と河川の取水可能量の関係を、また式 (2), (3) はそれぞれ上水、工業用水の需要量と各施設からの供給量との間に成立すべき条件を表わしている。また式 (4), (5) は当該ゾーンの三次処理量およびその再利用量の満たすべき条件を表わしている。一方 i ゾーンの取水地点における河川流量を表わす Q_i については次式が成立する。

$$Q_i = \sum_{l=1}^i a_{l-1,l} + \sum_{l=1}^{i-1} T_l - \sum_{l=1}^{i-1} (x_{l1} + x_{l2} + x_{l8}) \dots \dots \dots (6)$$

したがって式 (6) を用いて式 (1) は次のように書き換えられる。

$$\sum_{l=1}^i a_{l-1,l} + \sum_{l=1}^{i-1} T_l - A_i \geq \sum_{l=1}^{i-1} (x_{l1} + x_{l2} + x_{l8}) + x_{i1} + x_{i2} \dots \dots \dots (1)'$$

次に当該ゾーン i の河川の最下流部において河川水の水質 (B_{i+1} で表わす) が次のような条件を満たすことが

必要であるとする。すなわち河川水の水質が設定された水質基準値を満たすという条件を次のように表記する。

$$\bar{B}_{i+1} \geq B_{i+1} \dots \dots \dots (7)$$

ただし

$$B_{i+1} = \frac{1}{Q_{i+1}} \{ B_i(Q_i - x_{i1} - x_{i2}) + b_{i,i+1} \cdot a_{i,i+1} + b_2(T_i - x_{i7}) + b_3(x_{i7} - x_{i8}) \} \dots \dots \dots (8)$$

である。ここに式 (8) の右辺の { } の部分は、当該基準点における河川水に含まれる BOD の総負荷量の算定式に相当しており、これを流量 Q_{i+1} で除すことによって結局右辺はその地点における BOD 濃度を表わしていることになる。なお { } の部分の第1項は、当該ゾーンにおいて河道をそのまま流下して当該基準点に到達した河川水に含まれる BOD の総負荷量を表わしている。以下第2項は、BOD の負荷量のうち支川より流入した河川水に含まれるものを、第3項は下水処理された廃水のうちそのまま河川に排水されるものを、また第4項は下水処理後さらに3次処理を施したのちに排出されるものをそれぞれ表わしている。

このように i ゾーンの最下流地点における河川水の流量 Q_{i+1} および水質 B_{i+1} はその地点より上流の河川の流況や地域の水使用形態によって決定される。ところが式 (6), (7) を式 (8) に代入すると、この式が変数 $x_{l1}, x_{l2}, x_{l7}, x_{l8}$ ($l=1, 2, \dots, i$) に関する非線形の不等式制約条件式となってしまうことがわかる。一方他の制約条件はすべて線形であるので、なんらかの形で式 (7) を線形の不等式制約条件式として近似することを試みる。もしこのようにしてすべての制約条件が線形で表わされれば、後述するようにこのような特性に着目した有効な解法が適用可能である。ところが実用的な見地からすると、 B_{i+1} は次式で置き換えても妥当であることが説明できる。すなわち、

$$B_{i+1} = \frac{1}{Q_{i+1}} \{ \bar{B}_i(Q_i - x_{i1} - x_{i2}) + b_{i,i+1} \cdot a_{i,i+1} + b_2(T_i - x_{i7}) + b_3(x_{i7} - x_{i8}) \} \dots \dots (9)$$

これにより式 (7) は次のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} & (\bar{B}_{i+1} - \bar{B}_i) \left(\sum_{l=1}^i a_{l-1,l} + \sum_{l=1}^{i-1} T_l \right) \\ & + (\bar{B}_{i+1} - b_{i,i+1}) a_{i,i+1} + (\bar{B}_{i+1} - b_2) T_i \\ & \geq (\bar{B}_{i+1} - \bar{B}_i) \left\{ \sum_{l=1}^{i-1} (x_{l1} + x_{l2} + x_{l8}) + x_{i1} + x_{i2} \right\} \\ & + (b_3 - b_2) x_{i7} + (\bar{B}_{i+1} - b_3) x_{i8} \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

このようにして式 (7) は式 (10) の線形不等式制約条件式に変換することができる。そこで次にこのような近似の妥当性について説明する。すなわちこの置き換えは、 i ゾーンの隣接上流ゾーン域より流下する河川水は定められた水質基準ぎりぎりの水質しか満たしていな

い(実際にはこれより良好な場合もありうる)ことを前提として、当該ゾーン内の水質基準規制地点における水質を求め(したがって実際の値よりも水質は悪い値をとる可能性がある)、この値が定められた基準値を満たさなければならないという条件に変更することに相当している。したがってこのような変更により、水質規制については結果的に若干厳しい政策がとられるといえるが、そのためにモデルの実質的な特徴は変化しないものと考えられる。

最後にゾーン間において満たされるべき条件として、次の4つの制約条件がある。

$$x_{i3} - \sum_{j=1}^n y_{ji} \leq 0 \dots\dots\dots(11)$$

$$-x_{i3} + \sum_{j=1}^n y_{ij} \leq 0 \dots\dots\dots(12)$$

$$x_{i6} - \sum_{j=1}^n y'_{ij} \leq 0 \dots\dots\dots(13)$$

$$-x_{i6} + \sum_{j=1}^n y'_{ij} \leq 0 \dots\dots\dots(14)$$

このうち式(11)、(12)は各ゾーンから*i*ゾーンへの送水を行うときに上水、工業用水の送水管の建設規模(=送水量)の総和が、*i*ゾーンのゾーン外より受水する水量以上であるという要件を表わし、また式(13)、(14)は*i*ゾーンから個々のゾーンへの送水量の総和が、*i*ゾーンからの全送水量以下でなければならないことを意味している。

b) 評価関数の定式化

本モデルでは評価関数として、浄水場、三次処理場などの各施設の建設費と維持管理費の総和を考えることにする。なお施設の建設費および維持管理費は、その施設の処理量(=建設規模)の関数として表わされる。ところで水道・下水道(三次処理施設も含める)事業は一般に独立採算制で運営されていて、設備投資の大部分は企業債によってまかなわれているために、水道・下水道の原価を算定していく場合には建設費自体よりも毎年の償還額やその他の必要経費(維持管理費など)が問題になると考えられる。以上の理由から各施設の建設費については毎年の償還額を考えるが、その算定は一般に用いられている定額法によることにし、評価関数を計画目標年度全体にわたる各施設の償還額と維持管理費の総和で定義する。そこでまず各施設に関する費用関数を次のように表記することにする。

$S_i(x_{i1}, x_{i2})$ (=*i*ゾーンの取水施設の建設費の償還額と維持管理費の和)、 $C_{1i}(x_{i1})$ (=*i*ゾーンの上水道の浄水場の建設費の償還額と維持管理費の和)、 $C_{2i}(x_{i2})$ (=*i*ゾーンの工業用水道の浄水場の建設費の償還額と維持管理費の和)、 $C_{3i}(x_{i3})$ (=*i*ゾーンの三次処理場の建設費の償還額

と維持管理費の和)、 $E_{ij}(y_{ij})$ (=*i*ゾーンから*j*ゾーンへの送水管の建設費の償還額と維持管理費の和(上水道の場合)、 $E_{ij}'(y_{ij}')$ (=同(工業用水道の場合)、 I_{1i} (=*i*ゾーン内の送水管網の建設費の償還額と維持管理費の和(上水道の場合)、 I_{2i} (=同(工業用水道の場合)

これらの関数を用いて評価関数は次のように表わされる。

$$z = \sum_{i=1}^n (S_i + C_{1i} + C_{2i} + C_{3i} + I_{1i} + I_{2i}) + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (E_{ij} + E_{ij}') \dots\dots\dots(15)$$

以上のようにしてモデルの定式化が完了した。結局モデル化された問題は、式(1)'と式(2)~(7)、式(10)ならびに式(11)~(14)の制約条件のもとで、式(15)の評価関数値を最小にする変数 $x_{i1}, \dots, x_{i6}, y_{ij}, y_{ij}'$ ($i, j=1, 2, \dots, n$) を求める問題として定式化される。ところが式(15)は一般には非線形な関数として表わされるので、上記の問題も非線形計画問題の範ちゅうに属していることになる。

c) 本モデルの解法

本研究では本モデルの数学的な構造に着目することにより、Zoutendijkによって開発された実行可能方向法(Method of Feasible Directions)^{(16),(17)}を解法として採用することとした。すなわち後述するように本モデルは制約条件が線形で評価関数のみ非線形関数であるような非線形計画問題になっているが、このような数学的構造をもつ問題に対しては本解法はきわめて有効な手法といえるからである。本解法はいわゆる傾斜法の一環であり、この傾斜法を線形制約条件付きの非線形計画問題に適用できるように改善を加えたものである。この手法の特徴としては、実行可能解が線形制約条件式のいくつかを等号条件で満たす場合に、新たな解の改善の方向を求める方法を1つの線形計画法(LP)を解く問題として処理する点であるといわれる。したがって実行可能領域の境界に解が至るたびにLPを解かなければならないが、その理論的な収束可能性が保証されており、実用的にも有効な方法と考えられる。本論文では紙数の都合上本解法の特徴や解法のプロセスについての詳細ならびにその理論的な裏付けについては専門書^{(16),(17)}に譲ることとして説明を省略するが、本研究で用いた基本的な解法の手順をフローチャートにして図-1に示した。なお本モデルで特に重要なことは、評価関数が凸でない場合にはどのような解法(本解法を含む)を用いても、得られた解が全域的最適解である保証はなく、往々にして局所的な最適解に過ぎないという点である。しかも後の実証例で明らかになるように、設定された評価関数形は凸性が成立しないので実際にこのような問題点を検討する必要性

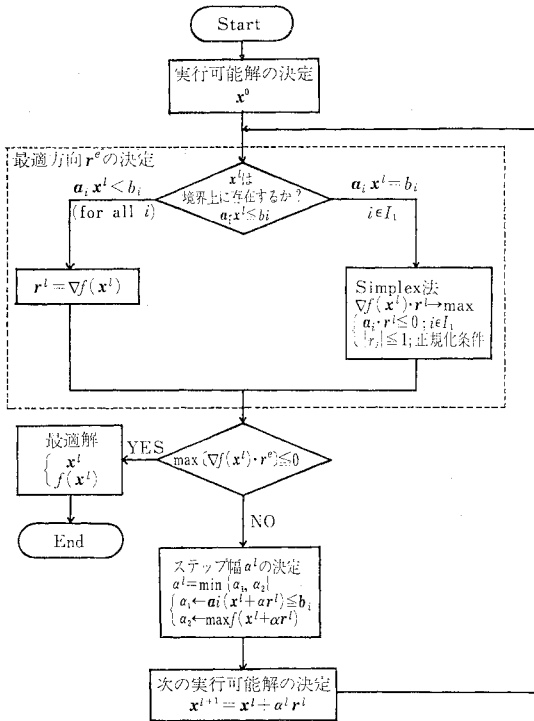


図-1 実行可能方向法による解法のプロセス (概要)

がでてくる。そこで本研究でも後述の実証例の計算結果の考察においてはこの点もふまえた吟味を行っている。

4. 加古川水系を対象とした実証的な分析

(1) 加古川水系の概要

加古川水系流域の流域面積は 1 727 km² におよび、兵庫県全体の面積の約 21% を占めている。またその水源は氷上郡栗鹿山付近にあり、播磨平野を貫流して瀬戸内海播磨灘に注いでいる。本流域は播磨工業地帯の一角を形成し、臨海部における鉄鋼産業の発展や中国縦貫道の建設に伴う内陸型産業の進出が顕著であるが、同時に阪神都市圏の外延部として住宅立地も活発であり、今後の流域の開発に伴って水質の悪化が憂慮されている。このため昭和 46 年から加古川流域下水道整備総合計画が検討されるとともに水質汚濁防止協議会が設立されるなど水質保全の動きが活発になってきている。

以上のような背景のもとにこの地域では将来水需要の急増が予想されており、今後はよりいっそう加古川を取水源とした水道施設の拡張が必要になると考えられる。しかしながら本水系の水源の大部分は開発しつくされており、今後上流奥部にさらにダムを建設するにしても将来発生する新規需要すべてを充足することは困難であるといわれている。

このような理由から建設省の広域利水調査^{8),9)} では流域変更も含めた広域的な水源開発の必要性を強調しているが、1. 緒言で述べた理由から当該流域内での水利用の合理化の方法についてももう少しきめ細かく検討する必要があるものと考えられる。なお本流域では加古川市と高砂市の間に行政の枠を越えた水供給方式が一部で取り入れられており、今後このような方式を発展させて広域水道化を図る可能性が高いともいえる。また環境保全のために下水道の整備が進められているが、処理水の再利用の目的のみならず、水質保全のためにも三次処理方式の導入を考慮することは重要であると考えられる。

このような観点から本研究では加古川水系を対象として実証的な分析を試みることにする。なお西脇市より北の上流部においては既存の資料を基に予測を行っても、将来において水不足が生じるとは考えられない。また地形的にみても広域水道方式の導入は困難であり、三次処理方式も実現の可能性が低いので、西脇市より以北の地域を対象から除外する。したがって対象地域としては西脇市以南の、西脇市、加東郡(清野町、社町、東条町)、三木市、小野市、加西市、加古郡(稲美町、播磨町)、加古川市、印南郡志方町、高砂市の 6 市 6 町を取り上げて分析を行うことにする(図-2~4 参照)。

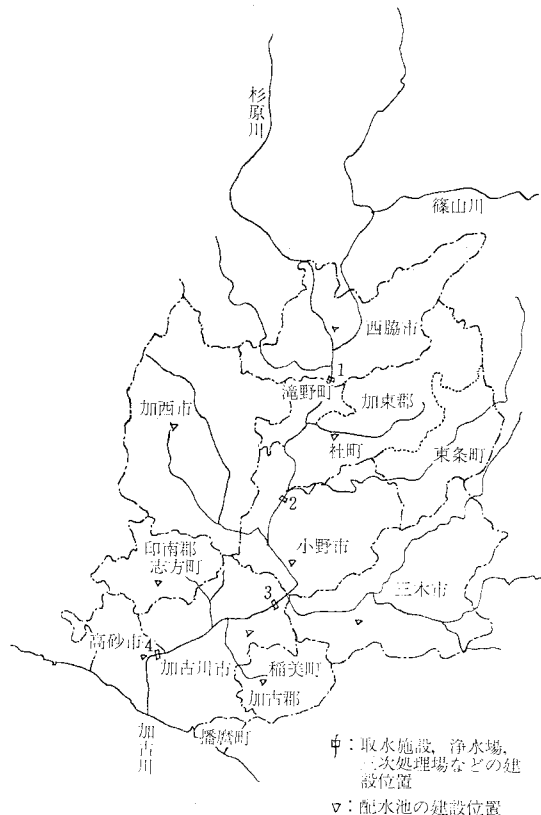


図-2 対象流域(加古川流域)



図-3 対象流域のゾーン分けの方法
(3ゾーンに分割した場合)

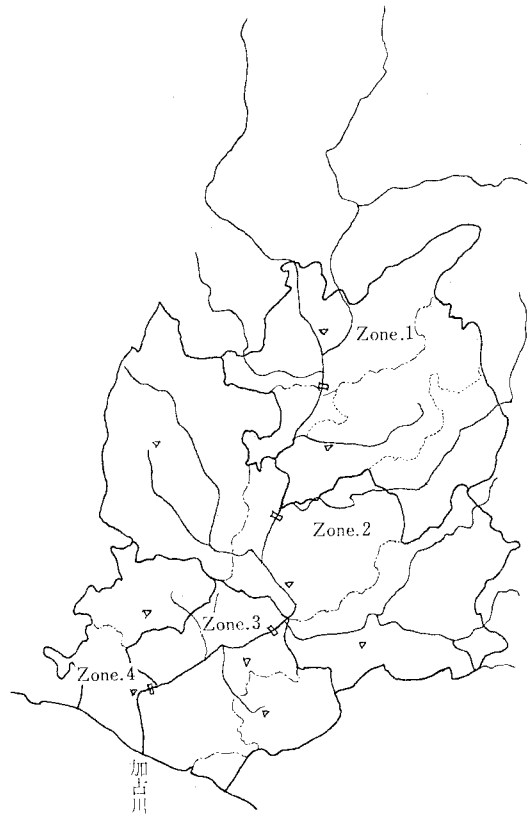


図-4 対象流域のゾーン分けの方法
(4ゾーンに分割した場合)

(2) インプットデータの作成

a) 計画対象期間

広域利水調査などの諸計画に準拠し、昭和60年度を計画目標年度とするとともに、昭和50年度を計画の実施の初年度と考えると計画対象期間 T を10年とした。

b) ゾーンの設定

本研究ではゾーンが加古川本流に沿って直列に配置されることを原則とするとともに、地理的・経済的条件や水需要の分布などを勘案して対象地域を3ゾーンに分割した場合と(ケースI)、4ゾーンに分割した場合(ケースII)を考えた。また個々のゾーンを構成する小区域としては市郡をその単位として設定した(図-3~4参照)。

c) 水需要量の予測

上水道・工業用水道用水ともに、吉川・岡田の研究²⁾で求めた予測値を原則的に踏襲したので説明を省略する(以下表-1参照)。

d) 河川流量の設定

河川流量は、水質保全、河川機能維持などのために不可欠と考えられる維持流量と、上水道・工業用水道の水源として取水可能な流量とに大別される。しかし維持用

表-1 想定した各種のケースの一覧表

ケース		ゾーン	地名	需要量 (千 m^3 /日)			
				昭和49年	昭和60年	新都市用水	新規工業用水
I*	ゾーン1	西脇市, 加東郡	48.3	85.2	10.0	26.9	
	ゾーン2	加西市, 小野市, 三木市	110.8	212.0	16.7	84.5	
	ゾーン3	加古川市, 高砂市, 加古郡, 志方町	651.2	894.0	60.6	182.2	
II	ゾーン1	西脇市, 加東郡	48.3	85.2	10.0	26.9	
	ゾーン2	加西市, 小野市, 三木市	110.8	212.0	16.7	84.5	
	ゾーン3	加古川市, 加古郡	335.7	476.6	48.8	92.1	
	ゾーン4	高砂市, 志方町	315.5	417.4	11.8	90.1	

B. 水質基準の設定方法 (ppm)				C. 新規流量 da_{01} (取水可能量) の設定の方法		
記号	地点	(イ)*	(ロ)	流量 (千 m^3 /日)	開発費用 (百万円/年)	
\bar{B}_1	西脇市	3	3			
\bar{B}_2	小野市	5	4	(1)*	200	540.2
\bar{B}_3	加古川市	7	5	(2)	300	810.3
\bar{B}_4	高砂市	8.5	6	(3)	400	1080.4
\bar{B}_5	河口	10	7	(4)	500	1350.5

A. ケースI, II B. 水質基準(イ), (ロ)
C. 新規流量(1), (2), (3), (4)
の組み合わせにより合計16通りの場合を考えて計算を行った。
(例えば表中*をつけた組み合わせを「ケースI(イ)(1)」と表記する。)

水に関しては「その効用の概念は従来からあるが、利水計画上その設定はむづかしい問題を含み定義づけられていないのが現状である⁸⁾」。本研究では過去数年間の資料を基に代表的な濁水量を選び、その平均値を維持流量として用いることを考えた。ところが加古川水系においてその記録が流量年表に現われるのは昭和43年以降であるが、複数地点における流量観測に関する資料は昭和47年のみである。このため昭和47年の資料を基に濁水流量を算定した。また開発水量の算定にあたっては上記資料を参考にした。これによると昭和60年までに約6.8 m³/sec (59 万 m³/日) が開発可能な水量の上限と推定している。そこで本研究では開発可能な水量の上限を50 万 m³/日であると仮定するとともに、当該河川からの取水可能量を(1) 20 万 m³/日、(2) 30 万 m³/日、(3) 40 万 m³/日、(4) 50 万 m³/日のそれぞれの場合に分けて分析を行うことにする。

● 水質基準の設定

下水処理水のBOD値は三次処理に用いることを考慮して、現時点では一般的な値と考えられる $b_2=20$ ppm を用いる。また三次処理のプロセスとしては図-5のような方法をとるものとし、処理水の水質を $b_3=4$ ppm とした。次に支川より流入する自然水の水質は環境基準値を満たしていると考えて、 $b_{i,i+1}=2$ ppm ($i=1, 2, \dots, n$) とする。さらに最上流ゾーンの取水点における水質は、日本河川年鑑を参考にして $b_{0i}=\bar{B}_i=3$ ppm とした。最後に各ゾーンの最下流地点における水質基準値については、本研究では、

- (イ) $\bar{B}_1=3.0, \bar{B}_2=5.0, \bar{B}_3=7.0, \bar{B}_4=8.5, \bar{B}_5=10.0$ (ppm)
- (ロ) $\bar{B}_1=3.0, \bar{B}_2=4.0, \bar{B}_3=5.0, \bar{B}_4=6.0, \bar{B}_5=7.0$ (ppm)

の2つのケースを設定した。なお \bar{B}_i は河口での水質基準値を表わしている。(イ)は河口での水質が環境基準の最低値10 ppm を満足すればよいとし、この値をもとに上流各地点の水質基準値を設定したものであり、(ロ)は(イ)における基準値を各地点においてほぼ同程度に引き上げて設定したケースである。

● 評価関数形の設定

浄水場、三次処理場、送水管に関する費用は各種の資料を基にその関数形を設定した(図-6~7 参照)。また年利率は $r=0.07$ (各施設の建設資金は企業債によって賄うとしている) とし、償還期間は施設の物理的耐用年数に等しいと仮定して $m=30$ 年とした。

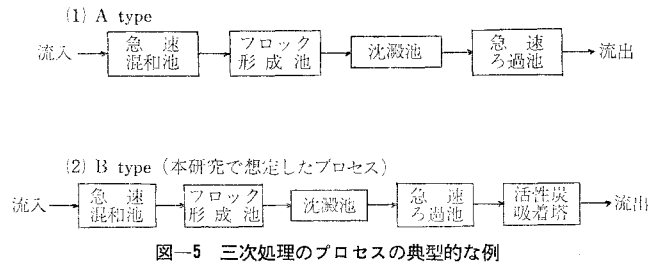


図-5 三次処理のプロセスの典型的な例

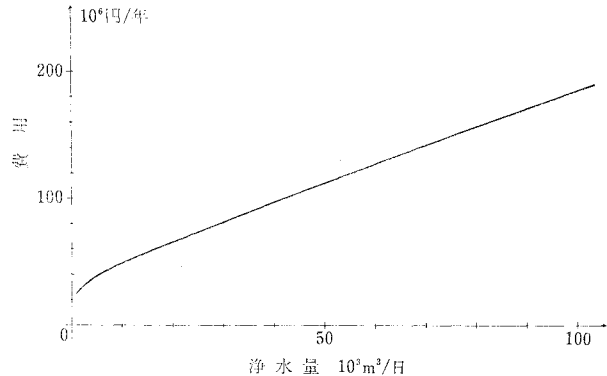


図-6 費用関数 (C_{1a}) 浄水場の場合

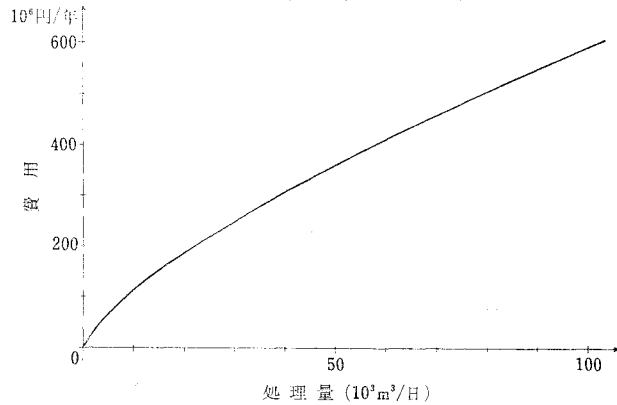


図-7 費用関数 (C_{3a}) 三次処理場の場合

(3) 計算結果とその考察

以上述べたような諸条件のもとに各種ケースの計算を実施し、図-8 から図-14 および表-2 に示すような結果を得た。これらを基にして以下のような考察を行った。

a) 解の構造の特性からみた考察

3. で既述したように本モデルの計算結果の解は必ずしも全域的な最適解であることが数学的に保証されていない。そこでここではまずこれらの解が全域的な最適解の近似解として代用しても実用的にはほぼ妥当であることを説明することにする。以下では実用的な見地から最適解の全域性について吟味する方法として、種々の初期値を設定し、これに対して計算結果として求められた解の特性を比較することとした。図-8 にはいくつかの初

期値から出発して計算を行ったときの評価関数値の変化を示している。また図-9にはこのときの三次処理量の変化の様子が示されている。これらの図から明らかなようにいくつかの解がまったく同じ値に収束していることがわかる。この場合これらの解の構造はまったく一致しており、これらの解が全域的な最適解に相当するものと推定しても妥当であると考えられる。ここでむしろ重要なことは、これらの全域的な最適解と推定される解の値にかなり近い値をとる解がいくつかあることである。た

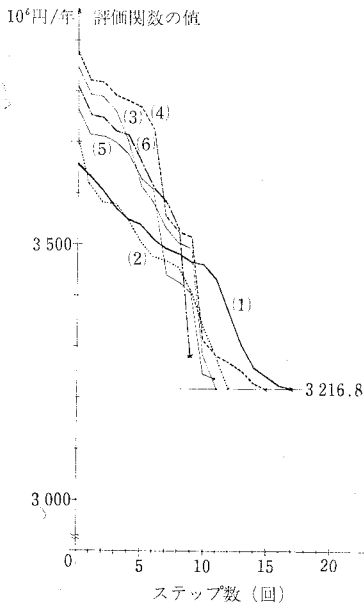


図-8 種々の初期値からの解の変化の1例(ケースI(□)(3)) (評価関数値との関係)

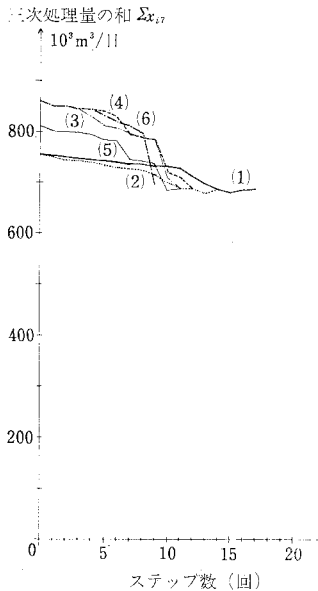


図-9 種々の初期値からの解の変化の1例(ケースI(□)(3)) (三次処理量との関係)

とえば図-8~9に示したケース(I)-(□)-(3)の場合、解(1),(2),(3),(4),(5)は初期解は異なっているが、解(5),(6)もこれらの評価値にかなり近い値をとっている(1~2%程度の違いである)。すなわち解(1)~(5)は、工業用水がゾーン2,3において三次処理水から供給を受ける方法を示している。これに対して解(5)では、ゾーン1からゾーン2への上水の送水が行われる結果となっているし、解(6)ではすべてのゾーンで三次処理水の再利用を行う方法が得られている。したがって計算結果においてもこれらの次善的な解についても併せて検討する必要があると考えられる。

b) ケースI(流域を3ゾーンに分けた場合)の計算結果

① 水質基準④の場合

新規水源開発による取水可能量(da_{01})が(1) $da_{01}=20$ 万 m^3 /日, (2) $da_{01}=30$ 万 m^3 /日, (3) $da_{01}=40$ 万 m^3 /日, (4) $da_{01}=50$ 万 m^3 /日のそれぞれの場合を設定して計算を行った。その結果次のような傾向が認められた(表-2, 図-10 参照)。

① 中流ゾーンでは、取水可能量が一番少ない(1) $da_{01}=20$ 万 m^3 /日の場合のみ三次処理方式がとられるが、きわめて規模は小さい。その他の場合では上流・中流ゾーンとも三次処理施設の建設は必要としない。これは上流・中流では比較的流量が豊富であり、しかも排水量もそれほど多くないので(上流・中流ゾーンをあわせても下流ゾーンの下水量の1/3にしすぎない)、下水処理のみで水質基準を満たし得るものと考えられる。これに対して下流ゾーンではいずれの場合にもかなり大規

表-2 計算結果の一覧表

Zone 分け	水質	流量 (千 m^3 /日)	総費用 (百万円/年)		三次処理量 (千 m^3 /日)		
			a (注1)	b (注2)			
I 3 Zone	(イ)	(1) 200	2 023.9	2 564.1	1.00	361.9	1.00
		(2) 300	1 892.1	2 702.4	1.05	330.7	0.91
		(3) 400	1 835.1	2 915.5	1.14	312.0	0.86
		(4) 500	1 777.0	3 127.5	1.22	293.2	0.81
	(ロ)	(1) 200	3 406.0	3 946.2	1.00	735.2	1.00
		(2) 300	3 313.6	4 123.9	1.05	710.5	0.97
		(3) 400	3 216.8	4 297.2	1.09	685.8	0.93
		(4) 500	3 114.7	4 465.2	1.13	661.2	0.90
II 4 Zone	(イ)	(1) 200	2 272.6	2 812.8	1.00	335.7	1.00
		(2) 300	2 137.9	2 948.2	1.05	312.5	0.93
		(3) 400	2 065.9	3 146.3	1.12	293.8	0.88
		(4) 500	1 992.3	3 342.8	1.19	275.1	0.82
	(ロ)	(1) 200	3 869.7	4 409.9	1.00	723.2	1.00
		(2) 300	3 769.9	4 580.2	1.04	698.5	0.96
		(3) 400	3 665.6	4 746.0	1.08	673.8	0.93
		(4) 500	3 555.9	4 906.4	1.11	649.2	0.90

(注1) 総費用 a とは、水源開発のための費用を考慮しない場合

(注2) 総費用 b とは、水源開発のための費用を考慮した場合

(注3) ケース(1)の総費用の値を1.00としたときの他のケースの値の比率

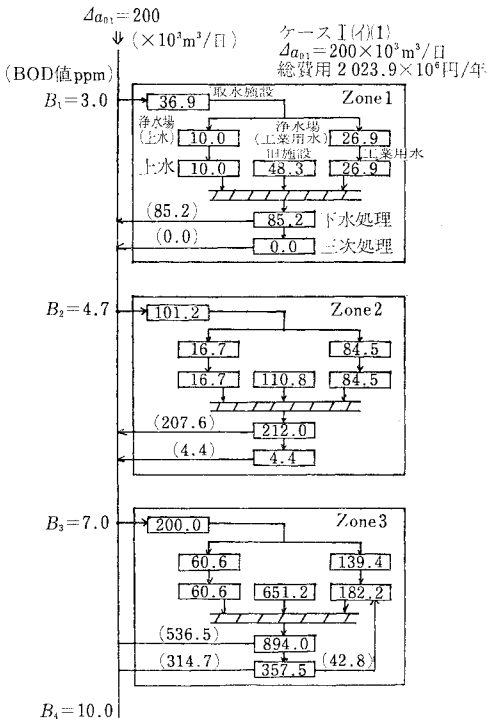


図-10 計算結果の図示の一例

模な三次処理施設の建設を必要とすることがわかる（下水処理水の約 30~40% が三次処理の対象となっている）。

② 三次処理の導入は概ね水質基準を満足させる必要上から行われるものと判断される。このことは、(i) 放流後の河川の水質が水質基準ぎりぎりになっていること、(ii) 三次処理水の再利用は原則として行われず、すべて河川放流水として利用される結果となっていること、などから推測されることである。しかし取水可能量 $d_{a01} = 20 \text{ 万 m}^3/\text{日}$ のときだけは例外であり、水質保全だけではなく処理水の工業用水への再利用の目的からも三次処理方式がとられる結果となっている。この理由は、当該ゾーンでは取水可能量がたかだか $20 \text{ 万 m}^3/\text{日}$ であるが、これは全需要量 $24.3 \text{ 万 m}^3/\text{日}$ を下回っており、必然的にこの不足分 $43 \text{ 万 m}^3/\text{日}$ だけは再利用水により充当しなければならないためであると考えられる。計算結果でも三次処理の再利用水は $4.3 \text{ 万 m}^3/\text{日}$ になっているから、この場合においても三次処理方式の再利用は必要最低限しか行わない方が経済的にも合理的であることがわかる。

③ 三次処理量の規模は、流量の増加量に逆比例する関係にあることがわかる。換言すれば流量の低下に伴って下水の許容放水量が低下し、その結果三次処理の規模の拡大が必要になると考えられるが、これらの関係が一次関数として近似できることを意味している（図-12～

14 参照）。

④ 各ゾーンに浄水場を建設する代わりに 1 ゾーンにまとめて大規模な浄水場を建設する方式は経済的にみて不合理であるという結果が得られているが、これは広域化を全ゾーンに拡張し、ゾーン間に送水管を布設して送

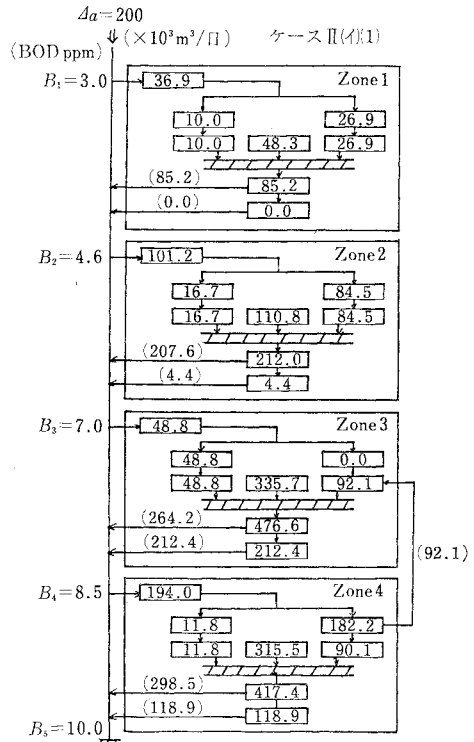


図-11 計算結果の図示の一例

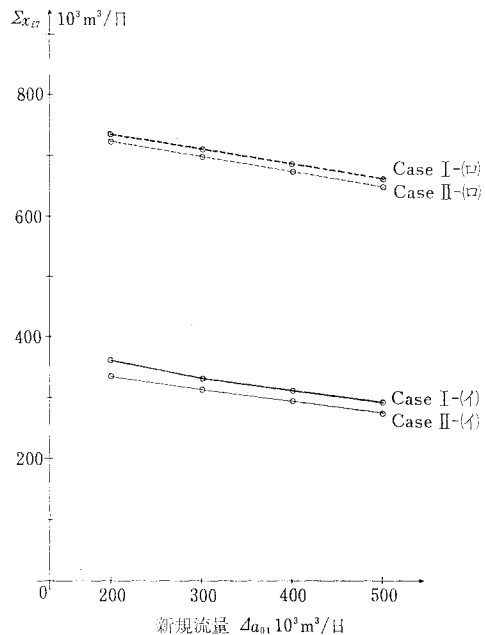


図-12 新規流量と三次処理量との関係

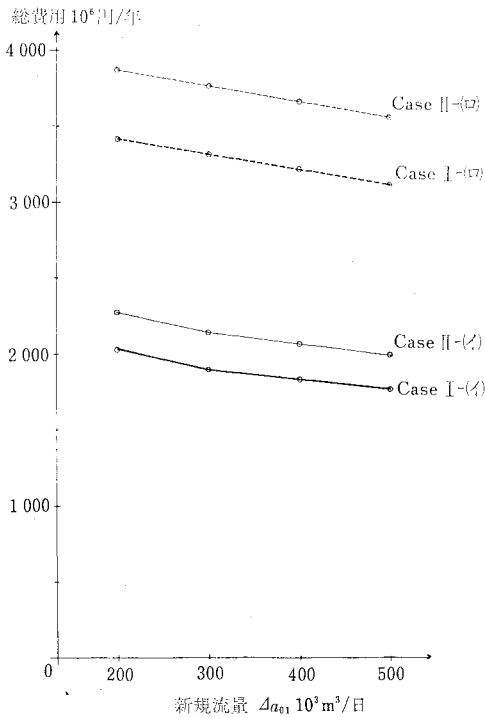


図-13

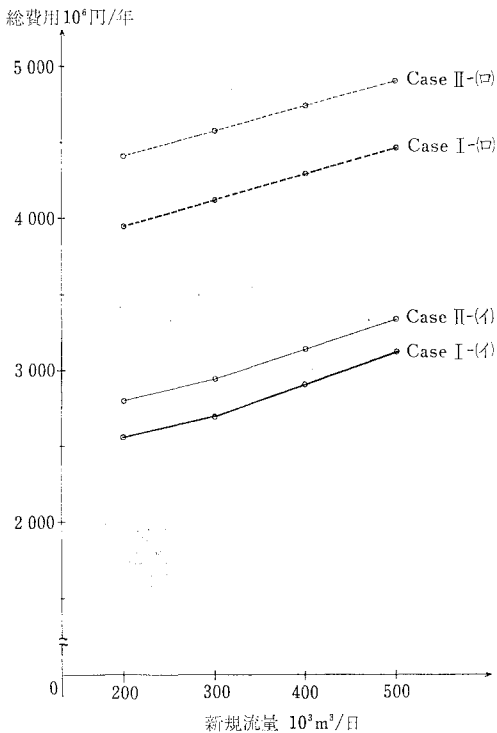


図-14 新規流量と総費用の関係(2) (水源開発のための費用を考慮した場合)

水を行う方がかえって不利であることを意味している。

㊸ 水質基準㊸の場合

水質基準が ㊶の場合に比べて厳しくなると様相は一

変する。以下では ㊶と同じ傾向が認められる点については説明を省略し、特に ㊸の場合に特徴的な点についてのみ列挙することにする(表-2, 図-11 参照)。

㊶ 水質保全のために最上流ゾーンにおいても三次処理が必要になる。

㊷ すべてのゾーンにおいて流量の多少にはあまり関係なく、いずれの場合にも河川の取水は制限され、工業用水の全部または一部を三次処理に依存することになる。このように水質基準が比較的厳しくなると、三次処理を一段と強力に推進する必要が出てくるが、同時に河川からの取水を抑制してできるだけ豊富な河川流量を確保することが要求されてくる。

㊸ 水質規制が厳しくなると三次処理の必要性が高まるが同時にその処理水の再利用の推進をはかることが経済的に有利になってくることわかる。

e) ケース II (流域を4ゾーンに分けた場合)

㊶ 水質基準㊶の場合

既述したおのおの場合と比較して特に重要な点は、流量の多少にかかわらずすべてのゾーンにおいて三次処理水の再利用は行われず、各ゾーンの需要量はすべて河川の取水でまかなわれることである。しかもゾーン4においてはゾーン3, 4の工業用水がまとめて取水・浄化され3ゾーンへ送水される結果となっている。これは一見2ゾーンで個々に浄水場を建設するよりは1ゾーンにまとめてそれを建設し、ゾーン間に送水管を布設する方が経済的に有利なことを暗示しているように見えるが、実際には前者の方が12%程度割安になっていることがわかる。したがって上記の傾向は次のような理由で説明するのが妥当と考えられる。すなわち、ゾーン3で工業用水の取水を抑えることにより、ゾーン4での河川の流量を増大させるならば、河川の水質も向上するが、それはとりもなおさず水質基準を満たすために必要な三次処理量を低減させることになり、ひいては流域全体の総費用の低廉化が図られることになるためと推定される。

㊷ 水質基準㊷の場合

この場合上記のようなゾーン間送水は行われませんが、これは三次処理量の絶対量がかかなり大きいため(したがって限界費用が小さいため)㊶の場合のように流域の三次処理量の低下をはかっても、送水管の建設費を凌駕するだけの費用の減少が期待できないためと考えられる。このとき注目すべき点は上流の3ゾーンが取水を制限して三次処理水の再利用を行っているにもかかわらず、ゾーン4においては上水・工業用水の原水をすべて河川から取水し、三次処理水の再利用は行わないという結果がでていることである。これはゾーン4の上流のゾーン3の水使用量が多いため、三次処理後の放流水が大量に河川に還元されるため河川流量が比較的豊富となり、

その結果ゾーン4の需要量をすべて河川からの取水でまかなっても水質基準を満たせるためと考えられる。

5. 結 言

本研究では1水系流域における水配分問題の重要性を指摘するとともにこれを非線形計画問題としてモデル化することを試みた。さらに本モデルを加古川水系における水配分問題に適用して実証的なモデル分析を行った。これらの分析結果はあらかじめ設定した数多くの仮定が成立する範囲内でのみいえる事項であるが、これらの点について整理すると次のようになるであろう。

① 加古川水系流域に限っていえば、経済性の点からもまた水質保全のためにも広域水道方式の実施とともに、何らかの形で三次処理方式の導入について検討することが必要と考える。

② その場合に水質規制や取水可能量をどのように決めるのか、あるいは流域をどれ位のゾーンに分割して各ゾーンごとの水利用形態を考えていくかによって流域全体の水配分の方法もかなり異なってくる。

③ 具体的にいうと水質規制や取水可能量の条件が厳しくなればなるほど必要な三次処理量は増大するが、同時に規模の経済性が有利に作用するようになり、処理水の再利用の導入が経済的にも合理的になってくる傾向がわかった。

④ 広域化を流域全体に推し進める方法は、少なくとも本モデルの条件下では妥当ではないとの結果が得られている。しかし流域を4ゾーンに分割した場合には下流の2ゾーンをひとまとめにした広域水道方式が有利になることもあることがわかった。ところがこの2ゾーンを合わせた地域は、流域全体を3ゾーンに分割した場合の下流ゾーン域に合致している。したがっていずれにしても広域化の単位としてはこの程度の規模（高砂・加古川市、播磨・稲美・志方町の2市3町を統合した地域）が一応の目安として考えられる。

⑤ 本研究で用いた解法（Zoutendijkの実行可能方向法）は、本モデルのような数学構造をもつ問題に適用するのに適切な手法と考えられる。しかも実証計算においても評価関数の凸性が成立していないにもかかわらず、最終的に得られた解は少なくとも実用的な見地からは全域的最適解に相当するものとみなしても差し支えないものと判断される。

以上が本研究で得られたモデル分析の結果を総括したものであるが、もちろんこれだけで1水系流域の水配分問題に対する一般的な結論を導くことはできないことはいうまでもないが、少なくともこのモデルを導入することによって有効な計画情報のいくつかが得られるという

ことが明らかとなった。最後に本研究では直接考察できなかった問題のうち、今後モデルの改善や運用の方法を検討することによりある程度解決できると考えられる事項について若干言及することにする。

① 本モデルにおいては水質規制は制約条件として取り扱っており直接評価の対象とはしていない。この点に関しての1つの改善の方法は、取水の対象となる原水の水質が浄水場の処理費用や処理プロセスに影響するメカニズムを評価の対象に取り入れることが考えられる。現段階ではこのメカニズムは必ずしも明確に計量化できるとはいえないがデータの整備を図ることにより、このような改善が逐次可能になるものと考えられる。

② 水質の指標としてBODだけでなくSSや窒素濃度その他についてもある程度は計量化できると考えられるので、これらを含めた水質規制の条件をモデル化することも必要になろう。

③ その他のパラメーター値の設定の方法についても種々改善の余地がある。

このような改善を試みていくことにより、本モデルの有効性と適用範囲についてさらに検討していく必要があると考えられる。

最後に本研究をとりまとめるにあたり、計算の実行やデータの整理などご協力いただいた京都大学大学院学生 大内忠臣君に謝意を表するとともに、データ収集の際にご協力賜った建設省・兵庫県ならびに関係市町村の各位に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 春名 攻・岡田憲夫：広域利水における水配分計画モデルに関する一考察，土木学会論文報告集，第211号，1973年3月，pp. 63～76。
- 2) 吉川和広・岡田憲夫：広域的・多角的な水配分問題に関するシステム分析，土木学会論文報告集，第239号，1975年7月，pp. 77～91。
- 3) Haruna M. and Okada N.: A Mathematical Model for the Capacity Expansion Problem of Inter-regional Water Supply Facilities, the Memoirs of the Faculty of Engineering Kyoto University, Vol. XXXVI, Part 3, July 1974, pp. 262～277.
- 4) Haruna M. and Okada N.: A System Analysis for the Planning of Facilities in Inter-basin Water Distribution Problems, the Memoirs of the Faculty of Engineering Kyoto University, Vol. XXXIV, Part 3, July 1974, pp. 235～261.
- 5) 岡田憲夫：広域利水における水配分問題に関する2, 3の実証的研究，京都大学修士論文，昭和47年3月。
- 6) 吉永一夫：広域的な水配分問題に関するシステム論的研究，京都大学修士論文，昭和49年3月。
- 7) 大内忠臣：一水系流域における多角的な水配分問題に関するシステム分析—非線形最適化手法によるアプローチ，京都大学卒業論文，昭和50年3月。
- 8) 建設省近畿地方建設局：広域利水調査中間報告書，昭和45年3月。
- 9) 建設省：広域利水調査第2次報告書，昭和48年。
- 10) 建設省河川局：流量年表，昭和43年～47年。

- 11) 建設省河川局：日本河川水質年鑑，昭和 48 年.
- 12) 兵庫県：兵庫県統計書，昭和 40 年～47 年.
- 13) 厚生省環境衛生局：水道統計，昭和 45 年～47 年.
- 14) 建設省：公共下水道統計，昭和 47 年.
- 15) 通産省：工業統計表（用地・用水編），昭和 39 年～昭和 46 年.
- 16) 渡辺 浩・青沼龍雄：数理計画法，筑摩書房
- 17) Zoutendijk G. : Methods of Feasible Directions, Elsevier Publishing Company.
- 18) Mass A : Water Research, The Johns Hopkins Press.
- 19) Hufschmidt et al. : Design of Water Resources, Harvard Univ. Press.
- 20) Kneese A.V. & Smith S.C. : Water Research, The Johns Hopkins Press.

(1975. 5.13・受付)
