

河道網における支流の分布特性に関する研究

STUDY ON CHARACTERISTICS OF TRIBUTARY
DISTRIBUTION IN CHANNEL NETWORKS

藤田 睦 博*

By Mutsuhiro FUJITA

1. 緒 論

出水現象の解明にあたり、流域の地形構造と出水特性の関連は、きわめて重要な課題である。河川流域は、斜面とこれらを相互に連絡する河道の2要素より構成されていると考えることができる。洪水のように集中度の高い流出に関する従来の研究は、主として斜面における雨水から流量への変換を対象としており、河道における斜面からの流出水の運搬、合成過程の研究は少なく、最近になり数例の研究が報告^{1)~3)}されている。

複雑な形状を呈する流域地形を定量的に把握することは、きわめて困難であり、地形構造と出水特性に関する研究を妨げてきた一因になっている。流域の地形構造に関する従来の研究は、計量地形学の分野における Horton, Strahler⁴⁾らの河道位数の概念と地形に関する統計則を基本としている。これらの地形則は、複雑な流域地形構造をきわめて巨視的に表現しているが、地形構造と出水特性の関連について考察する場合必ずしも十分でない。すなわち Shreve⁵⁾, Scheidegger⁶⁾らが指摘しているように低位数の河道が高位数の河道に合流しても位数が変化しないことである。

一方 Melton⁷⁾は、河道網において水源より発する河道を外側枝路 (exterior link)、合流点間を結ぶ河道を内側枝路 (interior link) と区別している。Melton の概念は、グラフ理論的立場に基づくものである。しかしながら計量地形学の分野では、Strahler らの河道位数の概念が主として用いられ、Melton の河道区分法は一般化していないようである。

河道網をグラフの一種と見なすと従来のトポロジカルな河道網パターンは、きわめて単純化される。著者はこの単純化された河道網パターンに新たにその生起確率の概念を導入し、その確率構造を明らかにした。分岐比、

集水面積比、河道長比などの無次元化された指標は、基図の縮尺と無関係であることが報告^{8), 9)}されているが、著者の誘導した河道網パターンの生起確率構造も地形図の縮尺に依存しないことを確めた。さらに著者は、この生起確率を基本概念として、河道位数を用いずに流域の平面構造を表わす平均的集水面積、総河道長が、外側枝路数の1乗に比例することを指摘した^{10), 11)}。しかしこれら理論式の誘導にあたり若干の仮定を設けたので本論文では、最初に河道網のシミュレーション法および地形図に基づく実測資料によりこれらの仮定を吟味した。次に流域の地形構造と出水特性の関連性を考える際最も重要な要素と思われる本流に合流する支流数の分布、支流の外側枝路数について考察した。流域の平均的集水面積、河道長が外側枝路数の1乗に比例することを考慮すると、支流の外側枝路数は、支流の規模を表わすものと考えられる。

2. 流域地形の幾何構造と統計則

河道網をグラフの一種と見なすと河道網は、ループのない有向グラフである。この場合河道網パターンは、従

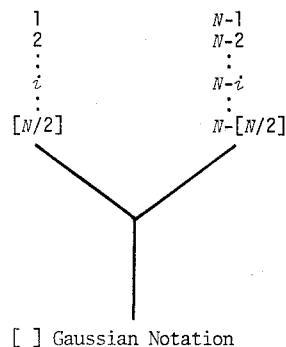


Fig. 1 Combination of Distinct Networks Having i Sources with Distinct Networks Having $N-i$ Sources

* 正会員 工修 北海道大学助教授 工学部土木工学科

来の位相数学的識別法よりはるかに単純化できることがわかった。これらの結果については、すでに発表しているので^{10), 11)}、ここでは以後の説明に必要な結果のみを示す。

河道網形成過程において、河道が新しく発生する機会はすべての河道について等確率であると考え¹²⁾。流域における外側枝路数(位数1位の河道数に等しい)を z とすると $z=N$ の流域において、Fig. 1に示すように最下流の合流点で河道網を切断して、1つの集合は $z=i$ 、他の集合が $z=N-i$ となる組合せの生じる確率を $P(i, N)$ 、この組合せを $P_s(i, N-i)$ とする。 $P(i, N)$ は、次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} P(1, N) &= \frac{N}{2N-3} \\ P(i, N) &= \frac{2(2i-3)!N!(N-2)!(2N-2i-2)!}{(i-1)!i!(N-i)!(2N-3)!(N-i-1)!} \\ &\quad (2 \leq i \leq [N/2], N \geq 2m) \\ P(m, 2m) &= \frac{8m}{(4m-2)!} \left\{ \frac{(2m-1)!(2m-3)!}{m!(m-2)!} \right\}^2 \\ &\quad (N=2m) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.1)$$

一方流域地形の平均的幾何構造を記述している集水面積則、河道長則は、次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_K &= \bar{A}_1 R_A^{K-1} \\ \bar{L}_K &= \bar{L}_1 R_L^{K-1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.2)$$

ここに \bar{A}_K, \bar{L}_K は、位数 K の平均的集水面積、河道長を表わす。また R_A, R_L は、それぞれ集水面積比、河道長比とよばれ、一流域において2~5の値をとることが経験的に知られている。式(2.2)に示される両地形則は、まったく同一の数式で表現されているので両者を区別することなく、位数 K に対応して定まる物理量の期待値が、式(2.2)を満足するものと考え。

次に位数ではなく、流域の外側枝路数 z に注目して集水面積則、河道長則を吟味してみる。いま $z=N$ の流域に対応して定まる物理量の期待値を \bar{Y}_N で表わす。この場合 Y_N はFig. 2に示す例で説明すると、物理量を集水面積とした時、 Y_{18} は $z=18$ の流域の集水面積を示す。また物理量を河道長とした時には、 $z=18$ の

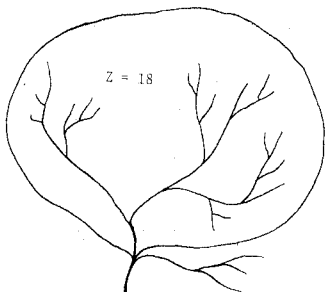


Fig. 2 Schematic Basin Having 18 Sources

流域内にあるすべての河道長の和を Y_{18} で表わす。通常の河道長の意味と異なるので、今後総河道長、総流路長と表わして区別する。

$z=N$ の流域を考えるとこの流域は、 N 個の外側枝路に付随する物理量 $X_{ex,i}, i=1, 2, \dots, N$ と $(N-1)$ 個の内側枝路に関する物理量 $X_{in,i}, i=1, 2, \dots, N-1$ から成っている。したがって Y_N は、

$$Y_N = \sum_{i=1}^{N-1} (X_{ex,i} + X_{in,i}) + X_{ex,N} \dots\dots\dots(2.3)$$

$X_{ex,i}$ は、 $z=1$ の流域の物理量に等しいので Y_N の期待値をとると

$$\bar{Y}_N = (\bar{Y}_1 + B)N - B \dots\dots\dots(2.4)$$

ただし

$$B = E\{X_{in}\} \dots\dots\dots(2.5)$$

すなわち \bar{Y}_N と N は、線形関係にあることを示している。

一方、 Y_N の分散を考えた時、 $X_{ex,i}, X_{in,i}$ がそれぞれ独立であるならば式(2.3)から容易に求まる。しかしこれらの諸量が互いに従属している時、式(2.3)のままではその取り扱いが困難である。したがって別法で式(2.4)を誘導しておこう。

Fig. 3に示すように $P_s(i, N-i)$ の河道網は、 Y_i, Y_{N-i} および $B_{i,N}$ からなっている。したがって $P_s(i, N-i)$ の河道網の生起確率 $P(i, N)$ を用いて

$$\bar{Y}_N = \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) \{ \bar{Y}_i + \bar{Y}_{N-i} + B_{i,N} \} \dots\dots(2.6)$$

$B_{i,N}$ は、 $z=N$ の流域が最下流の内側枝路に関する物理量で式(2.5)を用いると

$$\bar{Y}_N = B + \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) \{ \bar{Y}_i + \bar{Y}_{N-i} \} \dots\dots(2.7)$$

式(2.1)の $P(i, N)$ を用いて

$$\bar{Y}_N = \frac{3}{2N-3} \left[(N-1)\bar{Y}_{N-1} - \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{i}{N-i} \bar{Y}_i \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{N-i-1}{i+1} \bar{Y}_{N-i-1} \right\} P(i, N-1) \right]$$

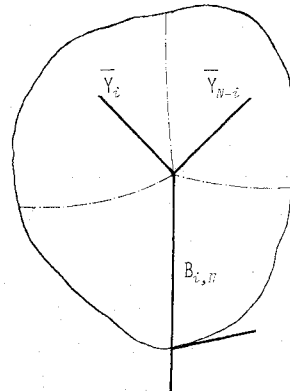


Fig. 3 Three Components of Schematic Basin Area

$$l = \begin{cases} m & N=2m+1 \\ m-1 & N=2m \end{cases} \quad N \geq 4 \quad (2.8)$$

N の値が 3 以下の流域に関しては、河道網パターンが 1 個のみしか存在しないので Y_1, Y_2, Y_3 を用いて

$$\bar{Y}_N = \frac{3(N-1)(N-2)}{2(2N-3)} \bar{Y}_3 - \frac{(N-1)(N-3)}{(2N-3)} \bar{Y}_2 - \frac{(N-2)(N-3)}{2(2N-3)} \bar{Y}_1 \quad (2.9)$$

一方、 \bar{Y}_2, \bar{Y}_3 は式 (2.5) を考慮すると

$$\left. \begin{aligned} \bar{Y}_2 &= 2\bar{Y}_1 + B \\ \bar{Y}_3 &= 3\bar{Y}_1 + 2B \end{aligned} \right\} \quad (2.10)$$

式 (2.9), (2.10) より、式 (2.4) を誘導できる。

3. 河道網のシミュレーション

Melton の外側枝路、内側枝路の河道区分法は一般化しておらず、この区分法に基づく計測例がきわめて少ない。したがって本章では、河道網を計算機上で発生させるシミュレーション法および実測資料を併用して式 (2.4), (2.5) を吟味する¹³⁾。

水系発達過程に最初に酔歩モデルを採用した Leopold, Langbein¹⁴⁾ 以後多くの研究者により推計学的モデルが提案されている。本論文では、式 (2.4), (2.5) の吟味が目的であり、樞根¹⁵⁾らの研究を参考に水流が、Fig. 4 に示すように前後左右の 4 方向にしか進まない簡単なモデルを採用した。

計算においては、矩形流域を想定し縦、横をそれぞれ 100, 80 等分し、各メッシュの中央に (i, j) 点があるものとする。計算の手順は、まず河道の出発点を定める。出発点は、矩形流域のどこであってもよく i, j にそれぞれ区間 $[1, 100], [1, 80]$ の矩形乱数を発生させることにより決定する。出発点がすでにでき上がっている河道上にきた時には、この点を捨て新たに出发点を発生させる。次に水流が前後左右に進む方向を Table 1 のように定めて、これらの確率に従って河道を計算機上で発生させていく。もし河道が途中でループをなしたり、

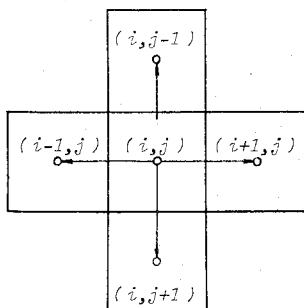


Fig. 4 Direction of Flow

Table 1 Probability of Direction of Flow

Type	Probability			
	Forward	Back	Left	Right
1	0.89	0.01	0.05	0.05
2	0.78	0.02	0.10	0.10
3	0.67	0.03	0.15	0.15
4	0.56	0.04	0.20	0.20
5	0.45	0.05	0.25	0.25

他の河道の合流点に到達して 3 川が合流する場合、この河道の出発点からすべてを捨てる。順次発生させた河道が、ループをつくることなく他の河道または境界に到達した時、最初にもどり再び出发点を発生させる。Table 1 において水流が後退する確率を小さくして、全体として 1 つの方向に流下するようにした。

一方河道の発生数に関しては、特別の条件式がなく、ここでは実測の河川密度を参考に次のように決定した。

Table 2 は河川密度の実測例である。一般に河川密度は、砂地のように透水性の高い流域では小さく、不透水性の流域では大きく、森林や草原では裸出地よりも大きいとされている¹⁶⁾。流域の地質、植生などと Table 1 の各タイプの関係を定量的に評価できないので、Table 2 に示す範囲内で種々河川密度を変化させてシミュレーションを行った。シミュレーションした河道網の河川密度は、 100×80 の矩形流域の各メッシュの大きさを単位長として求めた。すなわちこの場合の河川密度は、矩形流域内のすべての河道長の総和と流域面積に相当する 100×80 との比を示している。

Table 2 Example of River-Density (1/km)

	Wutach	Elz	Wiese	Dreisam	Chikugo R.	Tone R.
River density	1.10	1.59	1.61	1.61	0.59	0.28

Fig. 5 は、河川密度 0.625 の場合の各タイプの河道網をシミュレーションした例である。このように模擬発生させた河道が、実際の流域の河道網特性をどの程度表現しているかを吟味する。

河道網を位数ごとに整理すると河道位数則、河道長則、集水面積則などの地形則の成立することが、経験的に知られている。シミュレーションした河道網において、これら地形則の適合性を検討する。河道位数則は式 (3.1) で与えられる。

$$N_u = R_b^{K-u} \quad (3.1)$$

ここに N_u は、位数 u の河道数、 K は流域の最大位数である。また R_b は分岐比とよばれ、石原・高棹¹²⁾ からは河道網形成過程のランダム性を考慮して $R_b=4$ の理論値を得ている。集水面積則、河道長則については、式 (2.2) に記述している。

これらの地形則をシミュレーションした河道網に適用

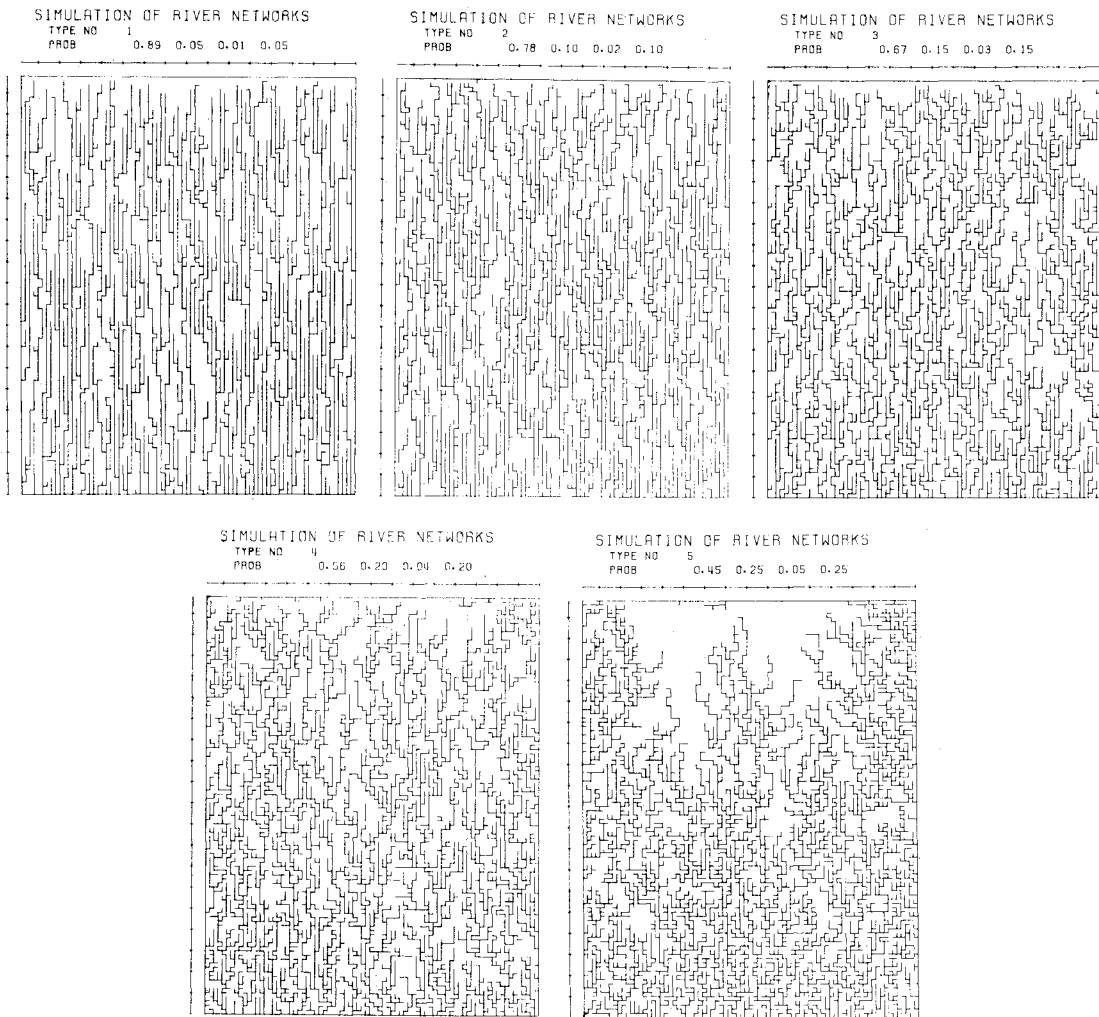


Fig. 5 Example of Simulated River Networks

する際次のように計算した。

Fig. 5 に示すように各タイプの河道網に最大位数 4~5 の河道が 2~3 個表われた。計算は位数 1 位の河道数の最も大きい河道網を対象として行った。河道位数則に関しては、位数 u とその時の河道数 N_u を図上で求めた。また河道長則については、 100×80 の矩形流域の各メッシュの大きさを単位長とし位数ごとに計測して位数 u の平均河道長 \bar{L}_u の値を得た。一方集水面積則については、採用した河道網のシミュレーション法が分水界をも発生させる手法でなく、分水界をどこに求めるかに若干の問題があるが、ここでは各河道の中間に分水界があるものとして位数ごとにメッシュの大きさを単位長として位数 u の平均的集水面積 \bar{A}_u を求めた。Fig. 5 に示す河道網について計算した結果を Fig. 6~Fig. 8 に示す。分岐比については、 $R_b=4$ に近い値を得た。また河道長比、集水面積に関して 2~5 の値をとることが経

験的に知られているが、シミュレーションした河道網についても同様の傾向が見られる。

Fig. 5 は、河川密度 0.625 の場合の計算例であるが、他の値にして計算しても同様な結果が得られた。ただし河川密度を極端に小さくすると前述した地形則は、統計則であるだけに当然資料数が少なく適合度が悪い。したがって適当な河川密度を採用すると、シミュレーションした河道網は、実際の流域の平面的な河道網特性と類似しているものと思われる。

次に位数ではなく、外側枝路数に注目して式 (2.4), (2.5) を検討する。流路長、集水面積の求め方は、位数の場合と同様にして行った。また前述の地形則を検討した時と同じ河道網を対象として計測した。計算結果を Fig. 9, 10 に示す。外側枝路数 N ごとに整理した平均的集水面積 \bar{A}_N 、平均的総流路長 \bar{L}_N とともに N の 1 乗に比例していることがわかる。

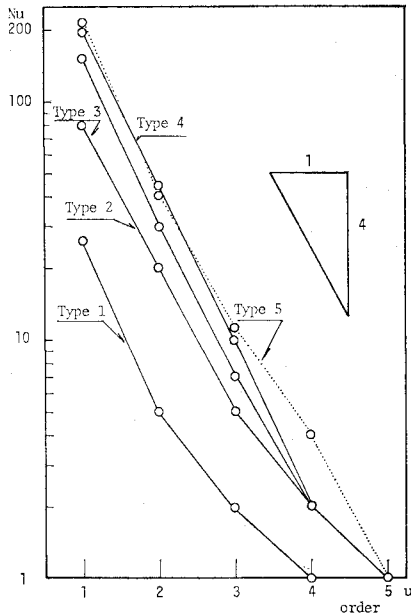


Fig. 6 Regression of Number of Stream Segments on Order for Simulated Channel Networks

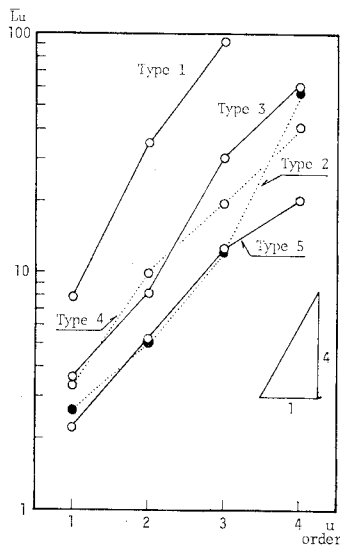


Fig. 7 Regression of Logarithm of Stream-Segment Length on Order for Simulated Channel Networks

Fig. 11 は、著者が5万分の1の地形図より北海道内の十勝川、天塩川の上流部において求めた流域の外側枝路数 N と平均的総流路長 \bar{L}_N 、平均集水面積 \bar{A}_N の関係を図示したものである。 \bar{L}_N 、 \bar{A}_N ともに N の1乗に比例していることを示している。

Fig. 12, 13 は、建設省河川局編の流量年表の付図である流量観測所位置図を用いて、本邦の代表的河川である石狩川、北上川、利根川、吉野川、筑後川、大淀川を

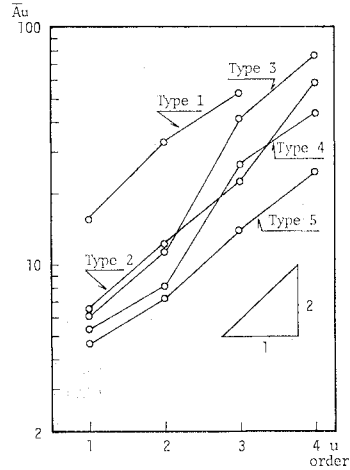


Fig. 8 Regression of Logarithm of Basin Area on Order for Simulated Channel Networks

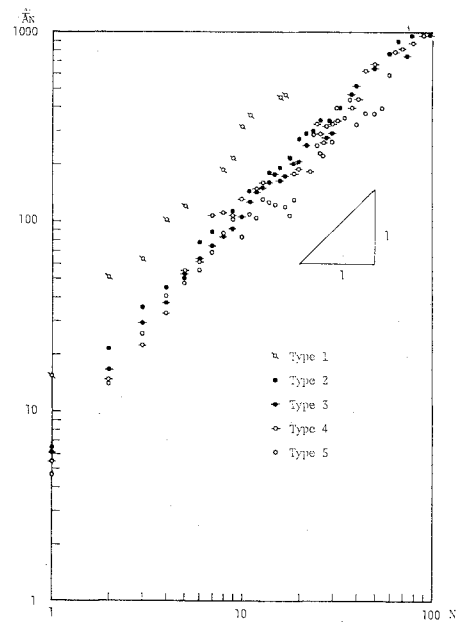


Fig. 9 Relation \bar{L}_N and Number of Exterior Links

対象として、流域の外側枝路数 N とその地点までの集水面積 A_N の関係を図示したものである。Fig. 11 に比較して対象とした流域が大きく、流域の外側枝路数 N に対して集水面積 A_N が1個のみ対応しているので、平均操作することなく実測値を用いたので A_N と記した。また両図上の数字は Table 3, 4 の各河川の地点名と対応している。流量観測所位置図は、水系網だけを対象としているだけに小縮尺だが詳しく河道を読み取ることができる。ただし各地方建設局ごとに流量観測所位置図の縮尺が異なり Table 5 に各河川の縮尺を示す。

Fig. 14 は、石狩川水系を対象に5万分の1および20万分の1地形図より実測した集水面積 A_N と外側枝路

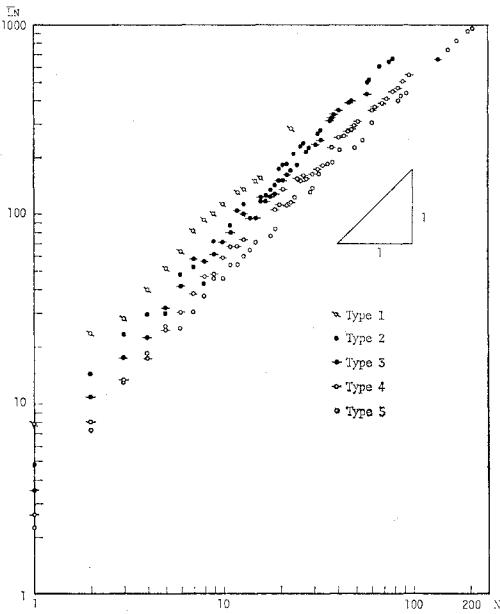


Fig. 10 Relation between \bar{A}_N and Number of Exterior Links

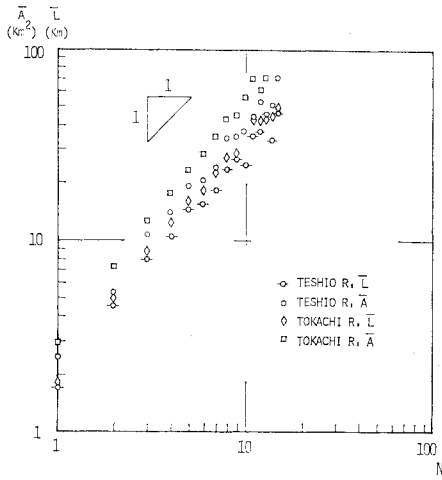


Fig. 11 Relation between Mean Basin Area \bar{A} (or Stream Length \bar{L}) and Number of Exterior Links for Teshio R. and Tokachi R.

Table 3 集水面積の測定地点

	石狩川水系	北上川水系	大淀川水系
1	石狩大橋	倉 桦	柏 田
2	月 形	登 米	高 岡
3	橋 本	狐 禅寺	橋 渡
4	納 内	大 曲	橋 乙
5	伊 納	桜 木	岳 下
6	赤 平 (空知川)	男 山	
7	旭 橋	朝 日	
8	中 愛 別	紫 波	
9	多 度 志 (雨竜川)	明 治	
10	円 山 (夕張川)	広 表 (和賀川)	
11	雁 来 (豊平川)	北 ノ 浦 (寒石川)	
12	曉 橋 (忠別川)	船 田	
13		安 野 (猿ヶ石川)	
14		寺 林	

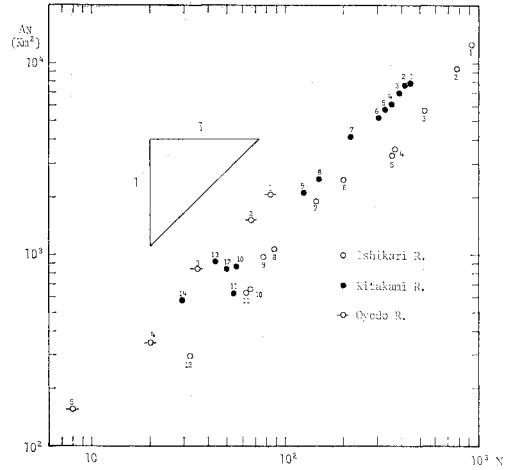


Fig. 12 Relation between A_N and Number of Exterior Links for Ishikari R., Kitagami R. and Oyodo R.

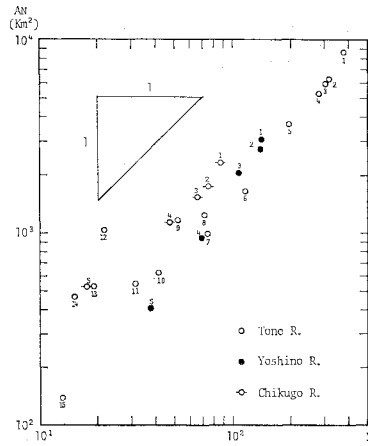


Fig. 13 Relation between A_N and Number of Exterior Links for Tone R., Yoshino R. and Chikugo R.

Table 4 集水面積の測定地点

	利根川水系	吉野川水系	筑後川水系
1	栗 橋	中 央 橋	瀬 ノ 下
2	川 俣	岩 津	片 ノ 瀬
3	古 戸	池 田	惠 蘇 ノ
4	八 斗 島	豊 永	小 湖
5	上 福 島	中 島	平
6	岩 本		
7	村 上 (吾妻川)		
8	尾 形 原		
9	岩 鼻 (鳥 川)		
10	上 久 屋 (片晶川)		
11	岩 井 (鏡 川)		
12	早川田 (渡良瀬川)		
13	高 松 (鳥 川)		
14	高津戸 (渡良瀬川)		
15	安 中 (碓氷川)		

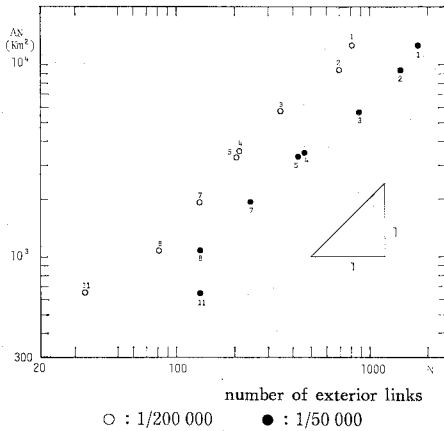


Fig. 14 Map Scale Effect in the Relation of Basin Area to Number of Exterior Links for Ishikari R.

数 N を図示したものである。図中の数字は、Table 3 の地点名と対応している。

このように基図の縮尺にかかわらず、集水面積は流域の外側枝路数に比例していることがわかる。模擬発生した河道網より求めた

Table 5 Map Scale

stream	map scale
Ishikari R.	1/1 380 000
Kitagami R.	1/ 950 000
Tone R.	1/1 160 000
Yoshino R.	
Oyodo R.	
Chikugo R.	

Fig. 10 は、分水界を各河道間の中央に定めて計算したものであるが、実流域とほぼ同一の特性を重しているものと思われる。

次に内側枝路の特性について検討する。Fig. 5 の模擬発生させた河道網について、Fig. 3 の $B_{i,N}$ 部分の河道長、集水面積を前述した手法により求め、これらの平均値 \bar{L}_{BN} を計算した。Fig. 15, 16 は、このようにして求めた最下流の内側枝路に関する平均的河道長 \bar{L}_{BN} 、平均的集水面積 \bar{A}_{BN} と流域の外側枝路数 N の関係を示す。

流域の外側枝路数は、河道位数と異なり河道が合流するごとに一般に不連続に増加する。したがって N の値が増加すると \bar{L}_{BN} 、 \bar{A}_{BN} を計算する際の標本数が少なく、その変動が大きくなっている。しかしながら N の値との相関を認め難く、独立に変動しているものと思われる。

一方、Fig. 17 は、天塩川、十勝川の上流部において 5 万分の 1 地形図より実測した \bar{L}_{BN} 、 \bar{A}_{BN} と N の関係を図示したものである。Fig. 15, 16 の結果は、実測例ときわめて類似している。

シミュレーションした河道網は、水系が発達した最終結果をシミュレーションしたもので、途中の水系の発達過程までもシミュレーションしているものでない。また 3 次元的形状を示している流域の平面的河道網のみをシ

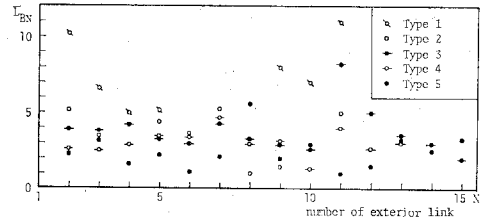


Fig. 15 Relation between Mean Interior Link Length

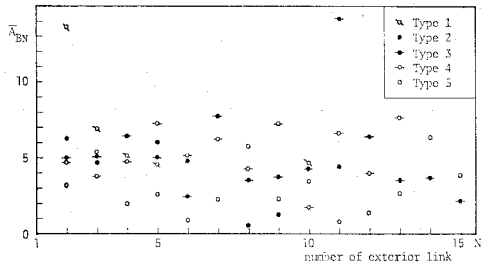


Fig. 16 Relation between Mean Associated Area for Interior Links and Number of Exterior Links

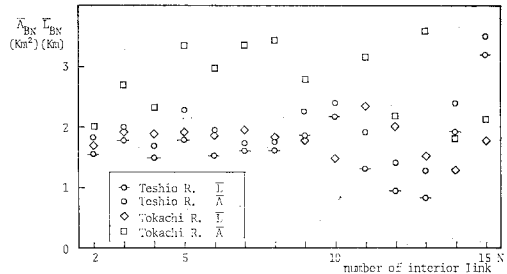


Fig. 17 Relation between \bar{A}_{BN} (or \bar{L}_{BN}) and Number of Interior Links

ミュレーションしたものであるが、実流域の河道網にきわめて類似しているものと思われる。

\bar{L}_{BN} 、 \bar{A}_{BN} が N に独立であれば、式 (2.5) を導くことができる。

4. 支流の分布特性

流域の平面的な地形構造と出水特性の相互関係において重要な事項は、河道網における支流の分布特性であろう。Fig. 18 に模式的な流域および河道網を示すが、本流に合流する支流数、支流の集水面積、流路長などの規模、本流と支流の合流点間の距離、本流の流路長など

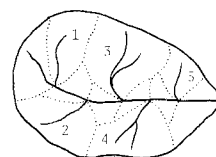


Fig. 18 Schematic Basin Having 5 Tributaries

は、出水特性と密接に関連している。これら流域の特性値は、流域ごとにその値が異なり、ここでは個々の流域を対象とするのではなく、巨視的立場から流域の地形構造に内在する支流の分布特性について考察したものである。このような観点に基づいて石原・高棹¹²⁾らは、河道位数に関して河道配分数の期待値を得ている。

本論文は位数ではなく、流域の外側枝路数 z のみに注目して上述した流域の特性値に関してその統計則を検討したものである。

本流の定義としては、流量のより大きい河道とし、流量の大きさに密接に関係していると思われる集水面積の大小を本支流区別の指標とした。平均的集水面積は前章の結論より流域の外側枝路数 z に比例することを確認したので、河道網を下流の合流点から切断した時上流側の2個の河道網のうち外側枝路数の大きい方を選んでいくと本流をたどることになる。

Fig. 19 に河道網の各パターンの一列を示す。図示されているように $z=N$ の河道網において、本流に合流する支流数を M_N とすると M_N の範囲は、次式で示される。

$$\log_2 N \leq M_N \leq N-1 \dots (4.1)$$

式 (4.1) において $\underline{\quad}$ は、小数点以下を切り上げて整数化することを意味する。

Fig. 19 において $N=8$ で 22 番目のパターンは、最下流の合流点で河道網を切断した時上流側の2個の河道網の外側枝路数だけでは本支流の別がつかない。またどちらかを本流にするかにより支流数が異なるので、このような場合本流、支流を等確率といれかえて計算するものとする。

$z=N$ の河道網において、本流に合流する支流数が j の時の確率を $F_N(j)$ とする。**Fig. 3** に示す $P_s(i, N-i)$ の河道網を考えると $i \leq [N/2]$ の時、支流数は $z=N-i$ の河道網の支流数より1個だけ多い。また $P_s(i, N-i)$ の河道網パターンが生起する確率は、 $P(i, N)$ で与えられるので

るので

$$F_N(j) = \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) F_{N-i}(j-1) \dots (4.2)$$

で与えられる。ただし

$$\log_2 N \leq j \leq N-1 \dots (4.3)$$

Table 6 に $N=7$ までの $F_N(j)$ の計算例を示す。

Fig. 20 は式 (2.1), (4.2) より $F_N(j)$ を数値計算してその結果を対数確率紙に図示したものである。 $F_N(j)$ は、ほぼ対数正規分布に近い分布形をしている。本流に合流する支流数の期待値 \bar{M}_N は、式 (4.2) から求められるが、次式で直接計算できる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{M}_N &= \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) \bar{M}_{N-i} + 1 \\ (N &\geq 4) \\ \bar{M}_1 &= \bar{M}_2 = 1, \bar{M}_3 = 2 \end{aligned} \right\} \dots (4.4)$$

Fig. 21 は、本流に合流する支流数の期待値 \bar{M}_N およびその分散 σ_N^2 を図示したものである。

Fig. 18 に示すように本流に沿って上流側の支流から順に番号をつけると、一般に $z=N$ の流域で M_N 個の

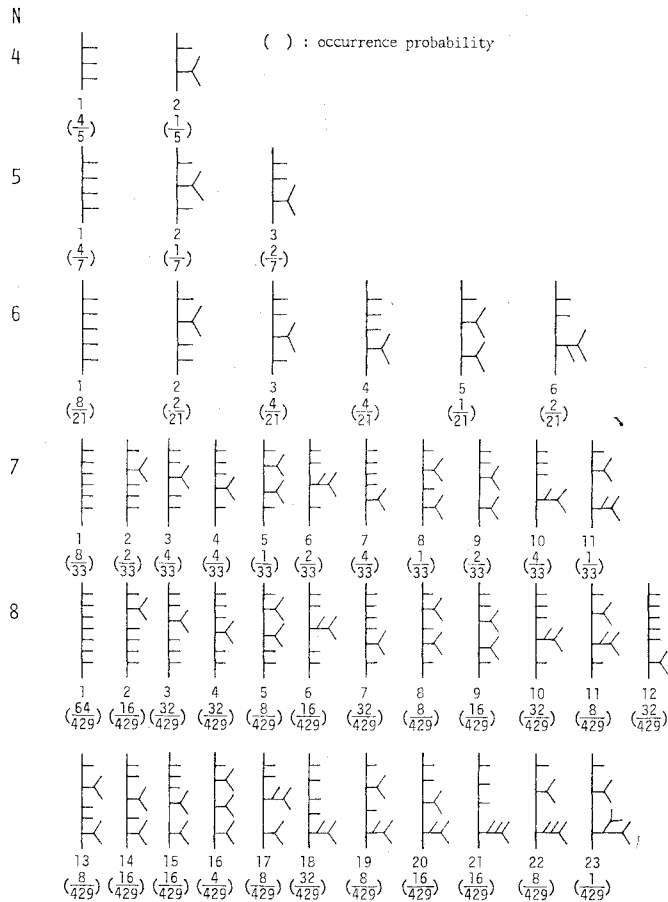


Fig. 19 Distinct Patterns of Channel Networks and Their Occurrence Probability

Table 6 Computational Example of Channel Distribution

N	Number of tributary j	Probability $F_N(j)$	Expected value \bar{M}_N
4	3	4/5	14/5
	2	1/5	
5	4	4/7	25/7
	3	3/7	
6	5	8/21	89/21
	4	10/21	
	3	3/21	
7	6	8/33	161/33
	5	14/33	
	4	10/33	
	3	1/33	

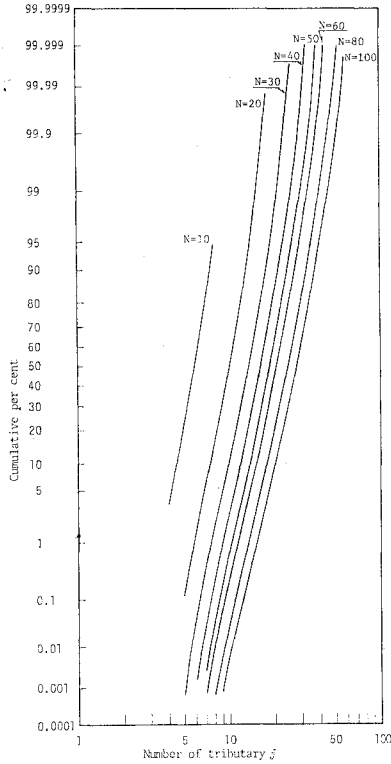


Fig. 20 Cumulative Per Cent of $F_N(j)$

支流をもつ河道網は Fig. 22 のように単純化できる。図において $x_{N,i}$, $i=1, 2, \dots, M_N$ は、上流から i 番目の支流の集水面積を表わし、集水面積に比例する支流の外側枝路数を採用した。本流において i 番目の支流と $(i+1)$ 番目の支流の合流点間の距離は、本流の内側枝路の長さに対応している。したがって式 (2.5) を考慮すると $z=N$ の流域における本流の平均的流路長 $\bar{L}_{M,N}$ は

$$\bar{L}_{M,N} = \bar{Y}_1 + B(\bar{M}_N - 1) + B \dots \dots \dots (4.5)$$

で表わされる。 \bar{M}_N は、式 (4.4) で与えられる本流に合流する平均的支流数である。また式 (4.5) 右辺第 1 項は、本流の水源から最上流の支流の合流点までの平均的流路長（外側枝路の平均長または位数 1 位の河道の平均長に相当する）を表わす。第 2 項は、最上流の支流の合流点から最下流の支流の合流点までの本流の平均河道長を示す。第 3 項は Fig. 3 の $B_{i,N}$ 部分の河道長に相当し、最下流の内側枝路の平均長を表わす。

一方本流の流路長 L_M とその地点までの集水面積 A の間には、次式で示される Hack¹⁷⁾ の式が経験的に成立するとされている。

$$L_M = \beta A^n \dots \dots \dots (4.6)$$

ただし β は定数で、 n は多くの流域で 0.5~0.6 の値をとるとされている。Shreve¹⁸⁾ は、Hack¹⁷⁾、Langbein¹⁹⁾、

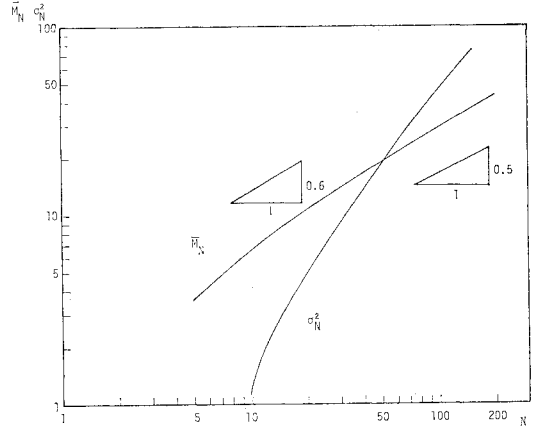


Fig. 21 Relation between N and Expected Value \bar{M}_N (or σ_N^2)

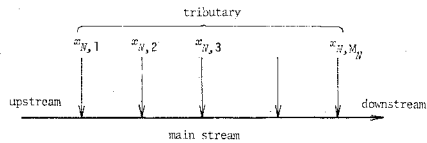


Fig. 22 Schematic Channel Having M_N Tributaries

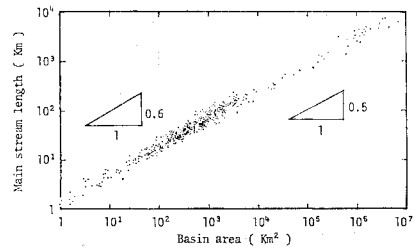


Fig. 23 Scatter Diagram of Main Stream Length and Basin area for 461 Rivers, Including the Largest in the World. The Slope of Trend is about 0.6 for the Smaller Basins and Progressively Decrease to near 0.5 for Largest Ones. (Shreve R.L.)

Leopold²⁰⁾ の L_M, A の実測値を整理して Fig. 23 に示した。式 (4.6) の n の値は小流域において、ほぼ 0.6 で流域面積が大きくなるにしたがって 0.5 程度まで減少することを報告している。

本流の平均流路長を与える式 (4.5) は、 N の値が大きいと \bar{Y}_1 は、無視できて

$$\bar{L}_{M,N} = B\bar{M}_N \dots \dots \dots (4.7)$$

となる。集水面積が、流域の外側枝路数の 1 乗に比例することを考慮すると、外側枝路数 N と \bar{M}_N の関係を図示している Fig. 21 は、Fig. 23 と比較できて式 (4.7) の近似度の悪くなる N の値の小さい範囲を除いて、その勾配がきわめて実測値の平均的勾配に一致していることを示している。

Fig. 23 は、異なる流域における本流路長と集水面積

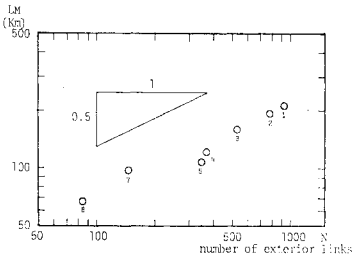


Fig. 24 Relation between Main Stream Length and Number of Exterior Links for Ishikari R.

の関係を図示したものであるが、Fig. 21 の結果は、同一の流域内でも式 (4.6) が成立することを示している。Fig. 24 は、流量年表の付図 (流量観測所位置図) より求めた石狩川における本流の流路長 L_M とその地点までの外側枝路数 N の実測値を示す。Fig. 14 の結果を参照すると、 L_M は集水面積の 0.5 乗に比例している。図中の数字は、Table 3 の地点名と対応している。

次に Fig. 22 に示す各支流の集水面積の指標である。上流から j 番目の支流の外側枝路数 $x_{N,j}$ について考える。

i 番目の支流の合流点で河道を切断すると本流、支流の定義より、 $x_{N,j}$ に関して次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^{M_N} x_{N,j} &= N-1 \\ 1 + \sum_{j=1}^{i-1} x_{N,j} &\geq x_{N,i} \geq 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4.8)$$

したがって

$$x_{N,1} = 1 \dots\dots\dots(4.9)$$

$x_{N,j}$ の生起する確率を $P_{N,j,K}$ とおく。ただし $K = x_{N,j}$ である。Fig. 3 に示す $P_s(i, N-i)$ の河道網において $(N-i)$ 個の外側枝路数をもつ河道網で、 $K = x_{N-i,j}$ なる確率は $P_{N-i,j,K}$ で表わすことができる。 $P_s(i, N-i)$ の河道網の生起確率が、 $P(i, N)$ であることを考慮すると

$$P_{N,j,K} = \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) P_{N-i,j,K} + A_{j,K} \dots\dots\dots(4.10)$$

ただし $A_{j,K}$ は、Fig. 3 の河道網で i 個の外側枝路数をもつ河道網が j 番の支流となり、 $K = x_{N,j}$ となる確率を表わす。

$$A_{j,K} = P(K, N) F_{N-K}(j-1) \dots\dots\dots(4.11)$$

$$K = 1, 2, \dots, [N/2]$$

$$P_{2,1,1} = P_{3,1,1} = P_{3,2,1} = 1$$

したがって $\bar{x}_{N,j}$ の期待値 $\bar{x}_{N,j}$ は、(4.9)、(4.10) より

$$\bar{x}_{N,j} = \begin{cases} \sum_{i=1}^{[N/2]} P(i, N) \{ \bar{x}_{N-i,j} + i F_{N-i}(j-1) \} & N \geq 4, 2 \leq j \leq N-1 \\ 1 & j = 1 \end{cases}$$

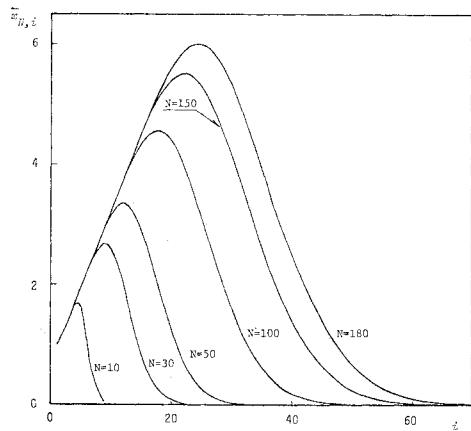


Fig. 25 Relation between Tributary i and Expected Magnitude of Tributary $\bar{x}_{N,i}$

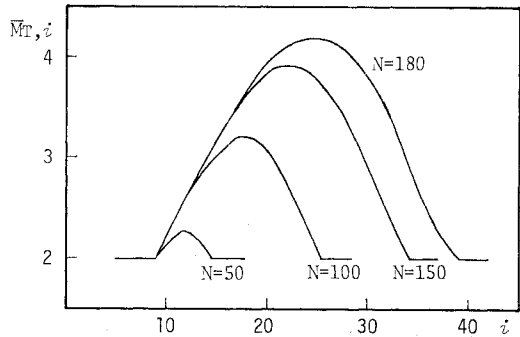


Fig. 26 Relation between $\bar{M}_{T,i}$ and Tributary i

$$\bar{x}_{2,1} = \bar{x}_{3,1} = \bar{x}_{3,2} = 1 \dots\dots\dots(4.12)$$

と表わせる。 $\bar{x}_{N,j}$ の数値計算の結果を Fig. 25 に示す。

本流の水源から i 番目の支流の合流点までの平均河道長 \bar{L}_i は、式 (4.5) と同様にして次式で表わせる。

$$\bar{L}_i = \bar{V}_1 + B(i-1) \dots\dots\dots(4.13)$$

したがって Fig. 25 の横軸は、本流の水源から測定した本流の河道長に比例し、縦軸はその地点において本流に合流する支流の集水面積に比例している。

一方支流 i の流路長に関しては、支流 i の外側枝路数を表わす $\bar{x}_{N,i}$ を Fig. 21 の N の値に用いると、支流 i 流域の支流数の期待値 $\bar{M}_{T,i}$ がわかる。 $\bar{M}_{T,i}$ の計算結果を Fig. 26 に示す。したがって式 (4.5) または式 (4.7) により各支流の流路長の期待値をえることができる。

5. 結 論

洪水のように集中度の高い流出に関して、河道は流出水の合成、運搬の場であると考えられる。本論は、このような観点より河道網の平面構造を表わす本流

に合流する支流数の分布, 各支流の集水面積, 流路長, 本流の長さ, 本流に合流する支流の合流点間の河道長などについて考察した。

複雑な形状を呈する流域地形構造に関する従来の研究は, 主として河道位数の概念に基づく地形則を基本としてきた。これらの地形則は, 複雑な流域地形を巨視的に表現しているが, 低位水流が高位の水流に合流しても位数は変化せず, 河道における流出水の合成, 運搬過程を考える際, その取り扱いが困難であった。

本論文においては, 河道位数の概念を用いず Melton の提唱した河道区分法を採用した。この河道区分法は, 水源に発する河道を外側枝路, 合流点間の河道を内側枝路とするものである。

著者は流域内に含まれる外側枝路数を N とするとこの流域の集水面積, 総河道長は, N の 1 乗に比例することを指摘し, 河道網のシミュレーション法および地形図を用いた実測例によって確めた。

一方すでに著者が誘導した河道網の生起確率を用いれば, 本流に合流する支流数の分布, 各支流の外側枝路数の分布および期待値を得ることができる。

したがって各支流の集水面積, 流路長および本流の流路長と流域の外側枝路数の関係式を誘導することができた。これらは, いずれも期待値に関するものであるが, 流域地形の複雑な形状を定量化することが難しいことを考慮すると, 出水特性と地形構造との関連性, 特に河道における流出水の合成, 運搬過程について考える際有力な指標になりうるものと思われる。

最後にこの論文を作成するにあたりご指導いただいた北海道大学の山岡勲教授に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 石原安雄・小葉竹重機：河道系における洪水の集中過程, 第 10 回災害科学総合シンポジウム講演論文集, 1973.
- 2) 高棹琢馬・椎葉充晴・北村英和：河道分布が出水に及ぼす影響, 第 29 回土木学会年次講演会講演集, 1974.
- 3) 石原安雄・小葉竹重機：洪水予報における河道網系の役割について, 第 29 回土木学会年次講演会講演集, 1974.
- 4) Peter S. Eagleson : Dynamic Hydrology, McGraw-Hill Book Company, 1970.
- 5) Shreve R.L. : Statistical Law of Stream Numbers, J. Geol., 74, 1965.
- 6) Scheidegger A.E. : The Algebra of Stream Order Numbers, U.S.G.S. Prof. Paper, 525 B, 1965.
- 7) Melton M.A. : A Derivation of Shrahler's Channel Ordering System, J. Geol., 67, 1959.
- 8) Yang C.T. and J.B. Stall : Note on the Map Scale Effect in the Study of Stream Morphology, W.R.R., Vol. 7, No. 3, 1971.
- 9) 高山茂美：地形図の縮尺が水流の次数区分に及ぼす影響について, 地理学評論, 45-2, 1972.
- 10) 藤田睦博：流域地形構造と統計則 (1), 土木学会北海道支部論文報告集, Vol. 30, 1974.
- 11) 藤田睦博：流域地形構造とその統計則に関する基本的研究, 土木学会論文報告集, Vol. 234, 1975.
- 12) 石原藤次郎・高棹琢馬・瀬能邦雄：河道配列の統計則に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 12 号, B, 1969.
- 13) 藤田睦博：流域地形構造と統計則 (2), 土木学会北海道支部論文報告集, Vol. 31, 1975.
- 14) Leopold L.B. and W.B. Langbein : The Concept of Entropy in Landscape Evolution, U.S.G.S., Prof. paper, 500 A.
- 15) 梶根 勇：河川の樹状発達, 数理科学, June, 1974, ダイヤモンド社.
- 16) 野満隆治・瀬野錦蔵：新河川学, 地人書館, 1959.
- 17) Hack J.T. : Studies of Longitudinal Stream Profiles in Virginia and Maryland, U.S.G.S., Prof. Paper, 294 B, 1957.
- 18) Shreve R.L. : Variation of Mainstream Length with Basin Area in River Networks, W.R.R. Vol. 10, No. 6, 1974.
- 19) Langbein W.B. : Topographic Characteristics of Drainage Basins, U.S.G.S. Water Supply Pap. 968-C, 1947.
- 20) Leopold L.B., M.G. Wolman and J.P. Miller : Fluvial Processes in Geomorphology, W.H. Freeman, San Francisco, Calif., 1964.

(1975.1.18・受付)