

橋の振動による心理的反応の理論解析

THEORETICAL ASSESSMENT OF HUMAN RESPONSE AGAINST BRIDGE VIBRATION

星谷 勝*・中根 健一**

By Masaru HOSHIYA and Kenichi NAKANE

1. はじめに

最近の橋梁は振動しやすくなったといわれる。高性能な建設材料が開発され、さらに構造解析手法が進歩したことなどにより、構造物の薄肉化が進み、剛性が低下したためである。さらに、荷重の相対的増大や溶接構造の幅広い使用などもその要因と考えられる。

橋がゆれやすいということは橋上の歩行者に不快感や不安をいだかせることになり、現在の設計基準の1つである構造物の使用性または快適性から考えても好ましくない。このような背景から最近では橋梁の振動に対する人間の心理的反応に関する研究が行われ、いくつかの論文が発表されている^{1)~5)}。さらに、橋梁の衝撃⁶⁾、あるいは荷重の統計的性質⁷⁾に関する研究もある。

橋上の歩行者の振動に対する感覚反応は走行荷重列と橋の動特性に支配されて誘起される振動がもたらす刺激量の複雑な非線形関数と考えられ、実験的もしくは経験的に明らかにされるものである。したがって、従来の研究はすべて振動台上の人間の心理的反応を実験的に求めたものを橋梁の場合に適用したものか、または実際の橋の振動測定およびその時の人間の反応を調査したものなどで理論的な解析はあまり見られない。

ところで振動感覚の研究の目的はもちろん、橋梁の使用性の観点からすぐれた構造形態はいかなるものかを探り、設計に際して設計パラメーターを合理的に定めるための基本的な情報を得ることにある。したがって、振動感覚に与える荷重および構造の各パラメーターの影響度を的確にとらえ、一般性のある結論を得るためには「荷重および構造系—振動応答—人間の感覚」の関係を理論的な Sensitivity Analysis で補足する必要がある⁸⁾。

主題が人間の心理に関するものであるから、実際の橋

梁上での人間の心理的反応の調査などの実験的もしくは経験的研究は避けられないプロセスである。しかし、これらの研究では対象として取り上げた橋梁自体に解析結果から得られる情報が限定されること、またその調査時の走行荷重状態の特殊性や橋梁周辺からの予期せぬ雑多な外乱による影響などを除去できず個々のパラメーターの人間感覚に与える影響度を一般的にかつ定量的に論ずることは困難をともなう。

以上の問題点を考慮し、さらに理論的研究が十分とはいえない現状から、本論文では「振動していることの心理的反応を定量的に設計条件としてとり入れた橋を設計するために考慮されるべきパラメーターは何か」を理論的に解析する。すなわち、従来の研究成果から得られた振動応答量と感覚量との関係式⁹⁾が成立するものとして、一般的な走行荷重列および橋梁に対して Sensitivity Analysis を行う。ここでは、単純支持桁橋を対象とするが、この解析理論は容易に一般橋梁へ拡張して適用することが可能である。なお将来この感覚量と人間の情緒量との関係がさらに明瞭にされるならば、橋梁の快適性の問題を解析するための心理的反応の定量化の問題は解決される。

本論ははじめに単純化した荷重および構造系に対して解析を行い、その大要を把握し、次にさらに現実に近い構造系に対して解析する。

2. 振動解析および感覚反応

はじめに単純化した荷重および構造系に対して振動応答解析を行い、感覚量に対する各パラメーターの影響度を総合的に検討する。

解析には次に示す条件または仮定を設定する。

1. 2車線単純支持桁橋を対象とし、曲げ剛性 EI 一定、支間長 l とする。
2. 橋梁の単位長さ当たりの重量を w とする。

* 正会員 Ph.D. 武蔵工業大学助教授 工学部土木工学科

** 長大橋設計センター

3. 走行荷重列は上下線で互いに独立とし、定常ポアソン過程に支配される確率パルス過程とする。 i 車線 ($i=1$ または 2) の荷重到着率を λ_i (=一定値) とする。
4. 各車両重量は車道占有率から決まる確率変数とする。
5. 車両は集中荷重とし、車両自体の垂直振動を無視する。
6. 車頭最小間隔は無視し、橋上での走行速度 v は両線とも一定とする。

本節では車両自体の垂直運動、車頭最小間隔および橋梁舗装面の荒さなどを考慮しないが、後節の振動解析ではそれらをふくめた場合を検討する。

i 車線 k 番目車両の重量および橋端への到着時間をそれぞれ Y_{ik}, τ_{ik} とすれば、一定時間間隔 $[0, T]$ における、 i 車線上で橋端に到着する車両の総数 $N_i(T)$ を定常ポアソン過程とするので、到着時間間隔 $T_{ik} = \tau_{ik} - \tau_{i,k-1}$ は指数分布に従う確率変数である。

時刻 t において上下線の区別なく、いずれの線でもよいが、橋端に到着する車両の重量を $x(t)$ とすれば

$$x(t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^{N_i(T)} Y_{ik} \delta(t - \tau_{ik}); T \geq t \dots\dots (1)$$

で与えることができる。ここで $\delta(\cdot)$ はデルタ関数である (図-1 参照)。

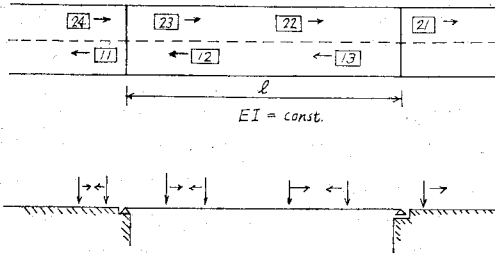


図-1 走行荷重列

$w(x, t, \xi)$ を時刻 ξ で橋端に到着した単位荷重による時刻 t での着目点 x の着目応答量 (変位、速度または加速度など) とすれば、 $x(\xi)$ を入力として $w(x, t, \xi)$ を応答関数と見なすことができるので、走行荷重列による橋上 x 点の着目応答量 $y(x, t)$ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} R_y(t_1, t_2) &= E[y(x, t_1)y(x, t_2)] \\ &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 E \left\{ E \left[\sum_{k=1}^{N_i(T)} \sum_{l=1}^{N_j(T)} Y_{ik} Y_{jl} w(x, t_1, \tau_{ik}) w(x, t_2, \tau_{jl}) / N_i(T) = n \cap N_j(T) = m \right] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} P_{\{N_i\}}(n, T) \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n E[Y_{ik} Y_{il}] E[w(x, t_1, \tau_{ik}) w(x, t_2, \tau_{il})] \\ &\quad + \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} P_{\{N_i\}}(n, T) P_{\{N_j\}}(m, T) \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^m E[Y_{ik} Y_{jl}] E[w(x, t_1, \tau_{ik}) w(x, t_2, \tau_{jl})] \end{aligned}$$

ここで $E[Y_{ik} Y_{il}] = E[Y^2]$; $k=l$, $E[Y_{ik} Y_{il}] = E[Y]^2$; $k \neq l$ および $E[Y_{ik} Y_{jl}] = E[Y]^2$; $i \neq j$ となるので、この関数を用いれば上式は整理されて

$$y(x, t) = \int_0^t w(x, t, \xi) x(\xi) d\xi \dots\dots (2)$$

ただし、 $w(x, t, \xi) = 0$; $t \leq \xi$

式 (1) を式 (2) に代入すれば

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^{N_i(T)} Y_{ik} w(x, t, \tau_{ik}) \dots\dots (3)$$

$y(x, t)$ は Y_{ik} および τ_{ik} が確率変数であるから確率過程である。そこで式 (3) の期待値をとれば、条件付期待値³⁾ の法則に従って

$$\begin{aligned} E[y(x, t)] &= \sum_{i=1}^2 E \left\{ E \left[\sum_{k=1}^{N_i(T)} Y_{ik} w(x, t, \tau_{ik}) / N_i(T) = n \right] \right\} \\ &= \sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} P_{\{N_i\}}(n, T) \sum_{k=1}^n E[Y_{ik}] E[w(x, t, \tau_{ik})] \end{aligned} \dots\dots (4)$$

ここで $N_i(T)$ は定常ポアソン過程であるから、その確率関数は

$$P_{\{N_i\}}(n, T) = \frac{(\lambda_i T)^n}{n!} \exp(-\lambda_i T) \dots\dots (5)$$

また、車両重量の期待値は車道占有率から決まる、 i および k に独立な量であるから

$$E[Y_{ik}] = E[Y] = \text{一定} \dots\dots (6)$$

となる。

τ_{ik} が $\tau \leq \tau_{ik} \leq \tau + d\tau$ となる確率は

$$P_{\tau_{ik}}(\tau) d\tau = \text{Prob}(\tau \leq \tau_{ik} \leq \tau + d\tau) = \frac{1}{T} d\tau \dots\dots (7)$$

そこで式 (5), (6) および (7) を用いれば式 (4) は変形されて

$$\begin{aligned} E[y(x, t)] &= \sum_{i=1}^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda_i T)^n}{n!} \exp(-\lambda_i T) \\ &\quad \sum_{k=1}^n E[Y] \frac{1}{T} \int_0^T w(x, t, \tau) d\tau \\ &= (\lambda_1 + \lambda_2) E[Y] \int_0^t w(x, t, \tau) d\tau \end{aligned} \dots\dots (8)$$

もし上下線とも同じ荷重到着率ならば、 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ として

$$E[y(x, t)] = 2\lambda E[Y] \int_0^t w(x, t, \tau) d\tau \dots\dots (9)$$

次に $y(x, t)$ の自己相関関数を求める。式 (3) より

$$R_y(t_1, t_2) = (\lambda_1 + \lambda_2) E[Y^2] \int_0^{\min(t_1, t_2)} w(x, t_1, \tau) w(x, t_2, \tau) d\tau + (\lambda_1 + \lambda_2)^2 E[Y^2] \int_0^{t_1} w(x, t_1, \tau) d\tau \int_0^{t_2} w(x, t_2, \tau) d\tau \dots (10)$$

もし $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$ ならば

$$R_y(t_1, t_2) = 2\lambda E[Y^2] \int_0^{\min(t_1, t_2)} w(x, t_1, \tau) w(x, t_2, \tau) d\tau + 4\lambda^2 E[Y^2] \int_0^{t_1} w(x, t_1, \tau) d\tau \int_0^{t_2} w(x, t_2, \tau) d\tau \dots (11)$$

自乗平均値は $t_1 = t_2 = t$ として

$$E[y^2(x, t)] = R_y(t, t) = 2\lambda E[Y^2] \int_0^t w^2(x, t, \tau) d\tau + 4\lambda^2 E[Y^2] \left\{ \int_0^t w(x, t, \tau) d\tau \right\}^2 \dots (12)$$

分散値は式 (9) および (12) から

$$\sigma_y^2(x, t) = E[y^2(x, t)] - E[y(x, t)]^2 = 2\lambda E[Y^2] \int_0^t w^2(x, t, \tau) d\tau \dots (13)$$

応答 $y(x, t)$ のサンプル関数は $w(x, t, \xi)$ が与えられるならば式 (3) を用いてシミュレーションにより求めることができる。 $y(x, t)$ の平均値および分散値も同様にして、それぞれ式 (9) および式 (13) で算出される。これらの応答量と振動の人間に与える刺激量およびその感覚反応との関連は後述するとして、ここでは以上の諸式で必要となる応答関数 $w(x, t, \xi)$ を誘導する。

$w(x, t, \xi)$ は時刻 ξ で橋端に到着した単位荷重 $P=1$ による時刻 t での着目応答量である。図-2 に示すように垂直方向変位を $z(x, t, \xi)$ としてラグランジェの運動方程式を導く。

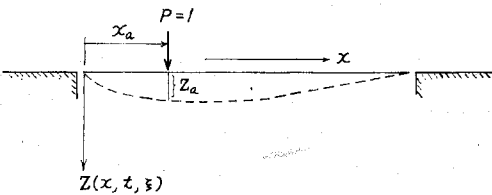


図-2 単位荷重による変位

荷重および構造系の位置エネルギーは

$$V = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \right)^2 dx - 1 \times z_a \dots (14)$$

ただし、 $z_a = z(x_a, t, \xi)$

$$z_a = v(t - \xi) \{ u(t - \xi) - u(t - \xi - l/v) \}$$

ここで $u(\cdot)$ は unit step function である。

運動エネルギーは

$$T = \frac{1}{2} \frac{w}{g} \int_0^l \dot{z}^2 dx \dots (15)$$

ただし w は橋の単位長さ当りの重量、 g は重力の加速度である。

散逸エネルギーは

$$D = \frac{1}{2} C' \int_0^l \dot{z}^2 dx \dots (16)$$

ただし C' は粘性減衰係数である。

さて、変位 $z(x, t, \xi)$ を振動モードを用いて

$$z(x, t, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} q_n(t, \xi) \sin \frac{n\pi x}{l} \dots (17)$$

として、式 (14)、(15) および (16) をラグランジェの運動方程式に代入し、整理すれば結局次の方程式を得る。

$$\ddot{q}_n(t, \xi) + 2\beta_n \omega_n \dot{q}_n(t, \xi) + \omega_n^2 q_n(t, \xi) = \frac{2g}{wl} \sin \frac{n\pi v(t - \xi)}{l} \{ u(t - \xi) - u(t - \xi - l/v) \} \dots (18)$$

ただし

$$\omega_n = \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EIg}{w}}; n \text{ 次固有円振動数}$$

$$\beta_n = C'/2 \omega_n (w/g); \text{減衰定数 (減衰率)}$$

方程式 (18) の初期条件 $q_n(\xi, \xi)$ および $\dot{q}_n(\xi, \xi)$ は一般には 0 でない。ただし振動開始の時点、すなわちはじめに走行荷重列が橋上に達する時点で橋梁が静止の状態にあったとすれば

$$q_n(0, 0) = \dot{q}_n(0, 0) = 0 \dots (19)$$

とおける。

以上のことを考慮して式 (18) を解けば、次のように整理される。

$$q_n(t, \xi) = q_n(\xi, \xi) A_n(t) + \dot{q}_n(\xi, \xi) B_n(t) + f_n(t, \xi) \dots (20)$$

ただし、

$$A_n(t) = e^{-\beta_n \omega_n t} \cos \bar{\omega}_n t + \frac{\beta_n \omega_n}{\bar{\omega}_n} e^{-\beta_n \omega_n t} \sin \bar{\omega}_n t \dots (21)$$

$$B_n(t) = \frac{1}{\bar{\omega}_n} e^{-\beta_n \omega_n t} \sin \bar{\omega}_n t \dots (22)$$

$\xi \leq t \leq \xi + l/v$ のとき

$$f_n(t, \xi) = \frac{2g}{wl} \int_{\xi}^t h_n(t - \eta) \sin \frac{n\pi v(\eta - \xi)}{l} d\eta \dots (23)$$

$\xi + l/v \leq t$ のとき

$$f_n(t, \xi) = \frac{2g}{wl} \int_{\xi}^{\xi + l/v} h_n(t - \eta) \sin \frac{n\pi v(\eta - \xi)}{l} d\eta \dots (24)$$

ここで、

$$h_n(t) = \frac{e^{-\beta_n \omega_n t} \sin \bar{\omega}_n t \dots \dots \dots (25)$$

$$\bar{\omega}_n = \omega_n \sqrt{1 - \beta_n^2} \dots \dots \dots (26)$$

着目応答量 $y(x, t)$ が変位のときには $w(x, t, \xi)$ としては

$$w_d(x, t, \xi) = x(x, t, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \dot{q}_n(t, \xi) \sin \frac{n\pi x}{l} \dots \dots \dots (27)$$

を用いればよい。

同様に、着目応答量が速度および加速度のときには、それぞれ

$$w_v(x, t, \xi) = \dot{x}(x, t, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{q}_n(t, \xi) \sin \frac{n\pi x}{l} \dots \dots \dots (28)$$

$$w_a(x, t, \xi) = \ddot{x}(x, t, \xi) = \sum_{n=1}^{\infty} \ddot{\ddot{q}}_n(t, \xi) \sin \frac{n\pi x}{l} \dots \dots \dots (29)$$

式 (27)~(29) を式 (3), (9) および式 (13) に代入すれば応答量 $y(x, t)$ とその統計量は計算できる。しかし $q_n(t, \xi)$ の解析には、その初期値 $q_n(\xi, \xi)$, $\dot{q}_n(\xi, \xi)$ が必要なため、式 (19), (20) を用いた逐次計算となる。

走行荷重列により垂直振動する道路橋上の歩行者が快適に通行できるためには

- (1) 人体の生理的な影響
- (2) 人体の動的応答
- (3) 心理的反応

などを検討する必要がある。文献 5) によれば、対象となる人間は歩行時を考える方が一般的であり、この場合には橋梁の振動エネルギーは人体の足に吸収され上体部への伝達はわずかである。したがって、人体の動的応答は除外することにする。また橋梁振動の加速度は一般に 0.1g 以下であり、この範囲での生理的影響、障害などは報告されていない。そこで、一般の橋梁の振動範囲を 1~10 Hz として (3) の心理的反応のみを考えることにして、これを振動感覚 R とする。同じく文献 5) によれば、 R を生ずる刺激 S としては橋梁の振動速度の実効値 (標準偏差) を考えればよいとされている。

そこで、

$$S = \sigma_y(x, t) \dots \dots \dots (30)$$

とする。ここで $\sigma_y(x, t)$ は式 (13) の平方根で、 $y(x, t)$ として速度応答を考えればよい。

一方、振動感覚 R は振動の心理的大きさ VG を用いて S と次式の関係で与えられる⁵⁾。

$$\log_{10}(VG) = 0.05(20 \log_{10} S/S_0 - 40); S \leq 1.4 \text{ cm/sec} \dots \dots \dots (31)$$

$$\log_{10}(VG) = 0.03(20 \log_{10} S/S_0 - 40); S \geq 1.4 \text{ cm/sec} \dots \dots \dots (32)$$

ただし、 $S_0 = 1.4 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$

道路橋においては約 20 t の車両通過に伴う振動によって歩行者が歩きにくいようにすべきであり、そのためには振動の心理的大きさ VG で 1.12、したがって S で 1.7 cm/sec 以下にすることが望ましい。

本研究では以上の小堀・梶川の報告にしたがって、応答量を振動速度の実効値 S で表わし、快適性に与える荷重列および構造の各パラメーターの影響度を検討する。

本節では式 (13) を用いて振動感覚の特性を定性的にとらえることにする。

式 (13) より

$$\sigma_y(x, t) = \sqrt{2 \lambda E[Y^2]} \int_0^t w_v^2(x, t, \tau) d\tau \dots \dots \dots (33)$$

ここで $w_v(x, t, \tau)$ は構造の動特性と走行荷重の速度のみに従属する関数であるから、 λ と $E[Y^2]$ には独立である。そこで

$$\sigma_y(x, t) \propto \sqrt{\lambda} \dots \dots \dots (34)$$

$$\sigma_y(x, t) \propto \sqrt{E[Y^2]} \dots \dots \dots (35)$$

が成り立つ。

すなわち、刺激は走行荷重の到着率 λ の平方根に比例し、かつ走行荷重の重量の自乗平均値の平方根に比例して増大する。いいかえれば、車が頻繁に到着するときその到着回数増分の平方根に比例して刺激が大きくなり、振動していることを人間の感覚にうったえることになる。

なお、文献 3) で牛尾らは歩道橋の振動調査を行い、歩行人数 (N) と変位振幅との間に \sqrt{N} の関係があることを観察したが、式 (34) によって説明できよう。

一方、自動車の重量の混合率から求まる $E[Y^2]$ が大きいということは大型車が比較的多く橋上を走る状態である。このような場合、やはり刺激は大きくなると思われる。

ところで刺激に与える構造特性のパラメーターおよび走行速度 v の影響度は式 (13) をこれらのパラメーターの関数として計算することにより初めて明らかにされるのであるが、本節では以上の考察にとどめる。次節で、より現実に近い荷重-構造系に対して総合的な Sensitivity Analysis を行い、心理的な反応を定量的に設計条件として考えるときに必要なパラメーターを検討する。

3. シミュレーション

この解析に使用する条件および仮定は前節で設定したものと以下の点で異なる。

1. 走行荷重列を車両番号 i の偶奇によって上下線に区別する。各車線での到着順序は i の増加と一致するも

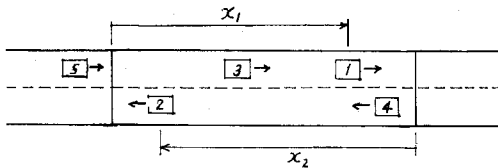


図-3 走行荷重列

のとする。

また、走行荷重を1自由度系の振動モデルとし、質量、ばね定数、減衰係数は添字 i を付して、 m_i, k_i, c_i とする。

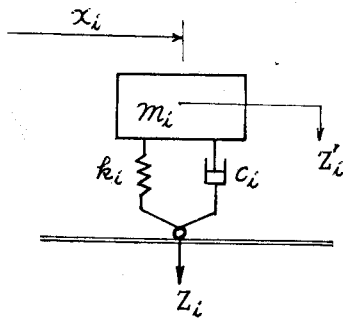


図-4 荷重モデル

車両の種類は大型貨物車 (H.T)、小型貨物車 (L.T) および乗用車 (P.C) の3種類に単純化し、おのおのに添字を付して区別する。

2. 各車両は車道占有率 ($\lambda_{HT}, \lambda_{LT}, \lambda_{PC}$) に支配されて発生するものとする。ただし $\lambda_{HT} + \lambda_{LT} + \lambda_{PC} = 1$ 。
3. 橋上での衝突を避けるために最小車間距離を B とする。
4. 橋面荒さについても考慮する。本論ではアスファルトコンクリート舗装された十分に平滑な橋面を仮定する。この際に施工時の誤差や夏期の高温や車両群の運行による橋面の変形の不確定性に着目し、比較的周期の大きな凹凸を持つものと仮定してシミュレーションを行う。すなわち平均値0の定常確率ガウス過程としてモデル化する。すなわち⁹⁾

$$z_0(x) = \sum_{k=1}^N a_k \cos(\omega_k x + \phi_k) \dots \dots \dots (36)$$

ここで a_k は $z_0(x)$ のパワースペクトル $S_{z_0}(\omega)$ を用いて $a_k^2 = 4 S_{z_0}(\omega) d\omega$ で与えられる。ただし $d\omega$ は $S_{z_0}(\omega)$ の ω 軸の上限値 ω_u および下限値 ω_l を用いて $d\omega = (\omega_u - \omega_l)/N$ で与えられる。 ω_k は $\omega_k = \omega_l + (k-1/2)d\omega$ 。 N は十分に大きな正整数とする。 ϕ_k は0と 2π で一様な乱数とする。

以上の仮定に従って解析を進める。橋上走行面の任意の点 x における鉛直変位量は桁のたわみ量 $\bar{z}(x, t)$ と橋面荒さ $z_0(x)$ の和として

$$z(x, t) = \bar{z}(x, t) + z_0(x) \dots \dots \dots (37)$$

i 番目車両の質量 $m_i (m_i = m_{HT}, m_{LT}$ または $m_{PC})$ の鉛直座標を $z_i'(t)$ とし、荷重列および橋梁系の運動方程式をラグランジュの運動方程式より導く。

位置エネルギーは

$$V = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x^2} \right)^2 dx + \sum_i \left\{ \frac{1}{2} k_i (z_i - z_i')^2 - m_i g z_i \right\} \dots \dots \dots (38)$$

運動エネルギーは

$$T = \frac{1}{2} \frac{w}{g} \int_0^l \dot{\bar{z}}^2 dx + \sum_i \frac{1}{2} m_i \dot{z}_i'^2 \dots \dots \dots (39)$$

散逸エネルギーは

$$D = \frac{1}{2} c' \int_0^l \dot{\bar{z}}^2 dx + \sum_i \frac{1}{2} c_i (\dot{z}_i - \dot{z}_i')^2 \dots \dots \dots (40)$$

ただし、

$$z_i = z(x_i, t) = \bar{z}(x_i, t) + z_0(x_i) \dots \dots \dots (41)$$

式 (38)~(41) をラグランジュの運動方程式に代入し、かつ

$$\bar{z}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} q_k(t) \sin \frac{k\pi x}{l} \dots \dots \dots (42)$$

と仮定すれば、次の方程式を得る。

$$\ddot{q}_j + 2\beta_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j + \sum_i \frac{2g}{\omega l} \{ k_i (z_i - z_i') - m_i g + c_i (\dot{z}_i - \dot{z}_i') \} \sin \frac{j\pi x_i}{l} = 0 \dots \dots \dots (43)$$

ここで、

$$\beta_j = c' / 2 \omega_j (w/g), \quad \omega_j = \left(\frac{j\pi}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EIg}{w}}$$

一方、車両 m_i のつり合い式より

$$m_i \ddot{z}_i' + c_i (\dot{z}_i' - \dot{z}_i) + k_i (z_i' - z_i) = 0 \dots \dots \dots (44)$$

式 (43), (44) は多元連立方程式を構成する。しかも、式 (43) の級数和は着目時間 t において橋上にある車両数だけの総和であるから、方程式の数は時間 t によって変化する。これを解析的に解くことは非常に難しいので、数値計算の手法 (たとえばルンゲ・クッター・ギル法) を用いて解くことになる。

数値解析では、はじめに Input Data として荷重系の質量、ばね定数、減衰係数、橋上での車両速度、橋面状況に関するパラメーター、橋の曲げ剛性、単位重量等を与える。次に i 番目車両の到着時間 t_i および車種 (m_i, k_i, c_i) をシミュレーションにより抽出する。

着目時間 t における応答量として、着目点の変位、速度、加速度を求める。これらは数値解析によって同時に求まる。また、着目時間 t において、荷重として設置された車両列の存否、存在している場合はその位置、橋面状態を決定したうえで応答解析は進むものとする。また存在しない場合は構造系についての運動方程式

$$\ddot{q}_j + 2\beta_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = 0 \dots \dots \dots (45)$$

を用いて応答解析は進むものとする。

最後に、十分な継続時間まで逐次計算を行った後、速

度応答を時間方向に処理して求めた標準偏差 σ_y を用いて刺激量として評価し、快適性についての検討を行う。

以上の解析を異なる Input Data の組合せに対して繰り返せば、振動感覚についての Sensitivity Analysis は完成する。

ここで求まる σ_y は1つのサンプル関数に関して得られるもので、確率過程 $y(x, t)$ の母集団としての σ_y ではないが、その推定値として採用するのである。

4. Sensitivity Analysis

振動解析によって単純桁橋の中央点における走行荷重列に対しての変位および速度の応答量を 30 sec にわたって追跡した結果を図-5 および 6 に示す。同図には橋梁の上下車線を通過する車両の時間間隔および種類が付記してある。これらの図から検討して本シミュレーション法が正しく行われていることを検証した。

計算に使用したデータは、支間長 36.0 m, 幅員 7.5 m の単純桁橋で、単位重量 4.72 ton/m, 曲げ剛性 $2.1 \times 10^6 \text{ ton} \cdot \text{m}^2$, 減衰定数として 0.03 とする。これらは現実によく使用されている標準的な橋梁として採用したものである。

走行荷重列として到着率 0.11/sec, 走行速度 40 km/h とした。走行荷重列は定常ポアソン過程に従うという仮定から、互いに独立性を保つためにはほぼ妥当な数値と考えた。車両重量は 5 ton 車が 20%, 3 ton 車が 30%, 1 ton 車が 50% を占めているとした。また、振動体モデルとしてのばね定数はそれぞれ 100 ton/m, 50 ton/m, 10 ton/m とし、減衰定数はそれぞれ 30 ton·sec/m, 15 ton·sec/m, 3 ton·sec/m とした。これらの値は自動車協会などの資料に基づいて、理想化したものである。

橋梁路面の状態については、アスファルトコンクリート舗装は十分に平滑で、舗装面の施工誤差や摩耗などによる多少の凹凸を定常ガウス過程で模擬した。文献 10) を参照して、 $\omega_l=0.0$, $\omega_u=0.628 \text{ rad/m}$ の間で一様なパワー強度 0.0008 m^3 を持つパワースペクトルを採用した。以上が使用データであり、この橋梁を標準として次に示す Sensitivity Analysis を行う。

Input Data の組合せを変えて、刺激量 (=速度の実効値) を算出し図-7~11 にまとめた。

図-7 は荷重列の速度を変数として刺激量をプロット

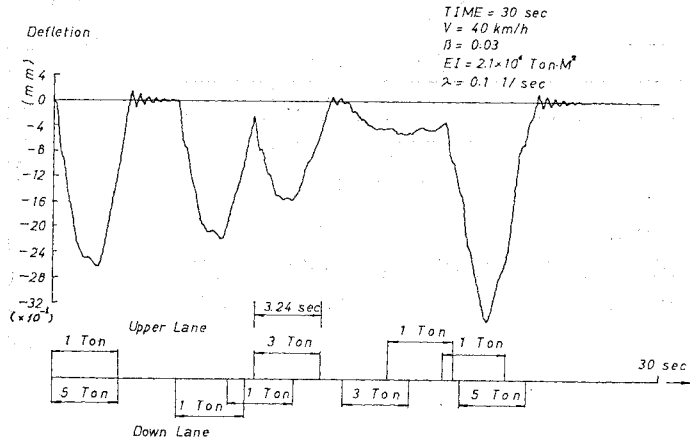


図-5 走行荷重列による変位応答 (中央点)

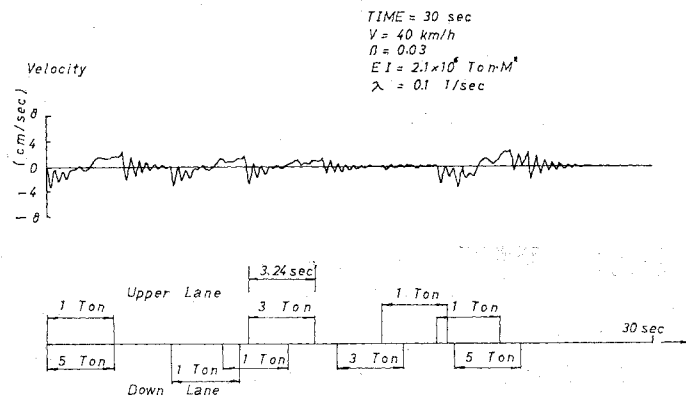


図-6 走行荷重列による速度応答 (中央点)

したものである。速度が 40 km/h 前後で刺激 S は最大となり、したがって人間の感覚量も大きくなる。しかし、文献 5) が指摘した限界値 $S=1.7 \text{ cm/sec}$ に比べると十分に許容される値であることがわかる。

図-8 は曲げ剛性の影響度を調べるために描いたものである。当然のことながら、曲げ剛性の増大にともない刺激量は減少する。ただし、これは車両のばね定数にも関係するので、さらに詳しい検討が必要であろう。

図-9 は刺激量と構造の減衰定数の関係を示したものである。図より減衰定数は振動感覚にはあまり影響を与えないことがわかる。

図-10 の刺激量と車両到着率の関係は式 (34) で推定される結果とよく一致する。すなわち刺激 S は到着率 λ の平方根に比例する。

図-11 は刺激量が $\sqrt{E[Y^2]}$ に比例して増大することを示している (式 (35) 参照)。

以上は振動感覚に影響すると思われる 5 個のパラメーターの変化に対する刺激量の対応を調べたのであるが、それぞれの影響度合が他のパラメーターに比べてどの程度であるかはこれらの図からは比較しがたい。

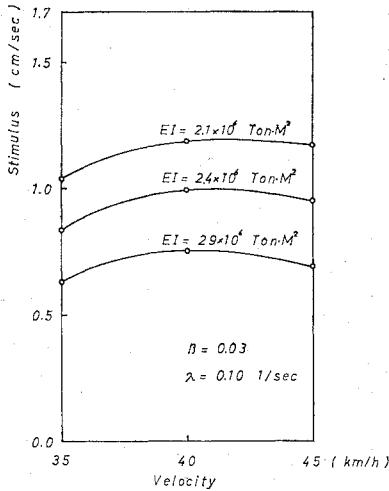


図-7 刺激量と速度の関係

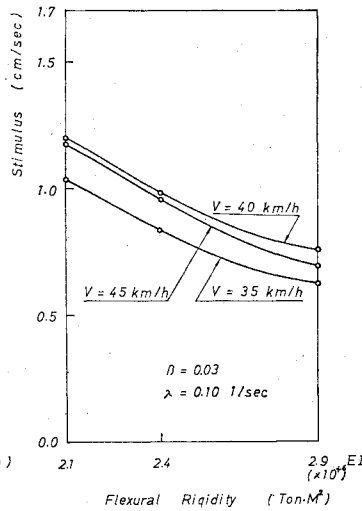


図-8 刺激量と曲げ剛性の関係

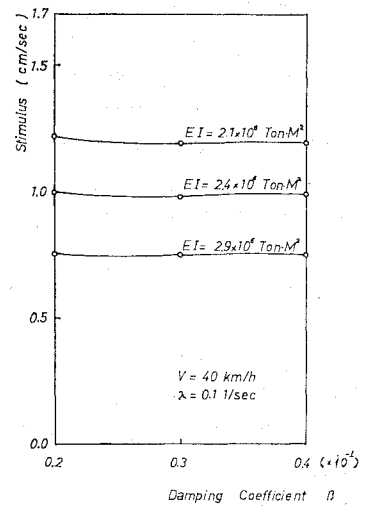


図-9 刺激量と減衰定数の関係

そこでこの目的を数量的に検討するために次の操作を行った。すなわち、着目すべきパラメーターのみを ±10% 変化させ、そのときの刺激量 S の相対変化比率を求めてみた。

4 ケースに対して、刺激量 S の相対変化比率を算出すると次の通りである。

(a) 車両速度 $v=40$ km/h, 曲げ剛性 $EI=2.1 \times 10^6$ ton·m², 減衰定数 $\beta=0.03$, 荷重到着率 $\lambda=0.1$ 1/sec, 荷重の重量の自乗平均値の平方根 $\sqrt{E[Y^2]}=2.86$ ton のとき

v に対して	相対変化比率	$\Delta S/S=0.076$
EI に対して	"	$=0.275$
β に対して	"	$=0.042$
λ に対して	"	$=0.017$
$\sqrt{E[Y^2]}$ に対して	"	$=0.212$

(b) $v=40$ km/h, $EI=2.4 \times 10^6$ ton·m², $\beta=0.03$, $\lambda=0.1$ 1/sec, $\sqrt{E[Y^2]}=2.86$ ton のとき

v に対して	$\Delta S/S=0.080$
EI に対して	$\Delta S/S=0.327$
β に対して	$\Delta S/S=0.010$
λ に対して	$\Delta S/S=0.010$
$\sqrt{E[Y^2]}$ に対して	$\Delta S/S=0.204$

(c) $v=40$ km/h, $EI=2.4 \times 10^6$ ton·m², $\beta=0.03$, $\lambda=0.05$ 1/sec, $\sqrt{E[Y^2]}=2.86$ ton のとき

v に対して	$\Delta S/S=0.075$
EI に対して	$\Delta S/S=0.288$
β に対して	$\Delta S/S=0.012$
λ に対して	$\Delta S/S=0.106$
$\sqrt{E[Y^2]}$ に対して	$\Delta S/S=0.188$

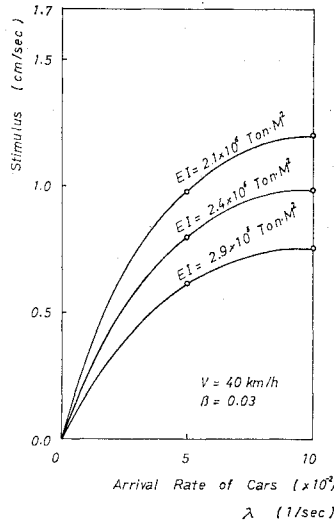


図-10 刺激量と到着率の関係

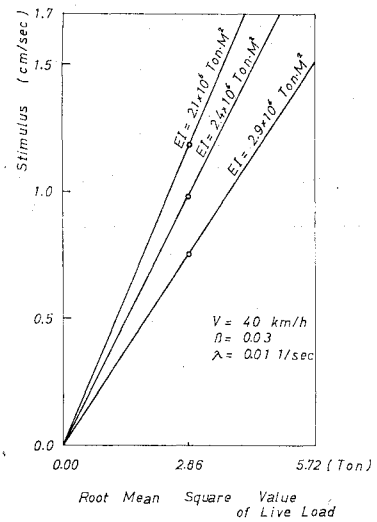


図-11 刺激量と $\sqrt{E[Y^2]}$ の関係

(d) $v=45$ km/h, $EI=2.4 \times 10^6$ ton·m², $\beta=0.03$, $\lambda=0.05$ 1/sec, $\sqrt{E[Y^2]}=2.86$ ton のとき

v に対して	$\Delta S/S=0.355$
EI に対して	$\Delta S/S=0.324$
β に対して	$\Delta S/S=0.026$
λ に対して	$\Delta S/S=0.112$
$\sqrt{E[Y^2]}$ に対して	$\Delta S/S=0.197$

以上の結果より、振動感覚に影響をおよぼしやすいパラメーターは次の順序となる。

- (1) 橋梁の曲げ剛性
- (2) 走行荷重の重量
- (3) 車両の走行速度
- (4) 車両の到着率
- (5) 橋梁の減衰定数

橋梁自体の設計においては曲げ剛性および減衰定数で橋梁の揺れを減少できるが、交通流から橋梁の振動を小さくするには、上の値が参考となろう。

以上の解析では、舗装面の荒さを支配するパラメーターや、車両の振動体モデルのパラメーターの影響には言及していない。今後は、さらにこれらのパラメーターも含んだ総合的な検討が必要である。

5. おわりに

橋が振動することによって人間が如何に反応するかは振動の刺激量 S とその関数で与えられる人間の感覚量 R を用いて説明できる。この研究は S を直接の Output とし、Sensitivity Analysis を行い、Input パラメーターの影響度を解析したものである。

従来、測定に基づく研究が支配的であったが、この研究によって理論的な解析が行われ、一般性のある定量的な影響度を検討しえたと考える。

今後、さらにパラメーターを増やし、かつ他の橋梁形式に対しても解析を進めるつもりである。

なお数値計算は研究室の磯西君の協力を得て行った。さらに、本研究に際し、武蔵工業大学 西脇教授および金

沢大学 小堀教授から有益な助言を受けた。ここに謝意を表します。

最後に、本研究は文部省科学研究資金を受けて行われたことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 松本ほか：歩行者の特性を考慮した歩道橋の動的設計に関する研究，土木学会論文報告集，第 205 号，1972 年。
- 2) 小堀・梶川：道路橋の振動とその振動感覚，土木学会論文報告集，第 222 号，1974 年 2 月。
- 3) 牛尾・南条：歩道橋の振動に関する諸問題，日立造船技報，Vol. 33.3，1972 年。
- 4) 西脇ほか：通行荷重による橋の振動の人体への感じについて，土木学会年次学術講演会，1973 年。
- 5) 小堀・梶川：橋梁振動の人間工学的評価法，土木学会論文報告集，第 230 号，1974 年 10 月。
- 6) 山田・小堀：ランダム自動車荷重列による道路橋の衝撃に関する研究，土木学会論文報告集 No. 119，p. 1，1965 年 7 月。
- 7) 中川：はりに作用する荷重の統計的な扱いについて，土木学会論文報告集，第 175 号，p. 15，1970 年 3 月。
- 8) 星谷・西脇：道路橋の振動感覚に関する理論解析，土木学会関東支部学術講演会，1975 年 1 月。
- 9) 星谷：確率論手法による振動解析，鹿島出版，1974 年。
- 10) 篠塚・小堀：道路橋の疲労強度，土木学会論文報告集，第 208 号，1972 年 2 月。

(1975.2.16・受付)