

台形および長方形断面水路の自由跳水と潜り跳水

FREE HYDRAULIC JUMP AND SUBMERGED HYDRAULIC JUMP
IN TRAPEZOIDAL AND RECTANGULAR CHANNELS

大津岩夫*

By Iwao OHTSU

1. ま え が き

長方形断面水路の跳水特性は、かなり明らかにされ、減勢工に多く用いられている。一方、長方形以外の断面水路における跳水に関する実験的研究は現在まで僅かしか行われていない。

台形断面水路の跳水については、二、三の実験的研究^{1)~3)}が報告されているが、その特性、たとえば共役水深、跳水の長さなどについて検討の余地がある⁴⁾。実験によると、跳水の流況はフルード数と流積の形状によって大きく変化することが確かめられる。流れが限界流に近い場合、表面渦は発生せず、長方形断面の波状跳水とは、かなり異なる様相を示す。跳水始端のフルード数 F_1 が、ある値以上になると、台形水路に特有な表面渦が発生し、側壁面の勾配 m (図-1) と F_1 によって、主流が偏向しにくく跳水が対称な傾向を示したり、主流が偏向しやすく跳水が非対称な傾向を示したりする。非対称な跳水は、減勢工として利用不可能と考えられ、水工設計上、跳水のタイプを分類することが必要である。

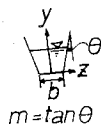


図-1

また、潜流の特性を知ることが減勢工の設計に必要である。下流水深が十分大きく、ジェットの影響を受けない場合は壁面噴流として扱える。壁面噴流の状態から下流水深を低下させ、ジェットの拡散が表面渦の影響を受ける潜流の状態を潜り跳水と定義する。長方形断面水路の潜り跳水については、二、三の実験的研究^{5),6)}が報告されているが、その特性、たとえば潜り跳水の長さ、内部の流速などについて、さらに検討の余地がある。

台形断面水路の潜り跳水についての実験的研究は現在まで行われていない。実験によると、自由跳水**におい

ては主流が偏向する場合があるが、潜り跳水においては主流の偏向は観察されない。また、与えられた断面形状と流量に対して、適度に潜らせると自由跳水の場合よりも大きいエネルギー損失が得られることが確かめられる。したがって、台形水路の潜り跳水を減勢工として有効に利用することができるものと考えられ、その特性を明らかにすることは工学的に意義がある。

この研究***は、台形および長方形断面水路の自由跳水と潜り跳水の特性を実験的に把握し、自由跳水のタイプの種類を試み、共役水深、潜り跳水の上、下流端の水深間の関係、および自由跳水と潜り跳水によるエネルギー損失 H_L について検討し、自由跳水および潜り跳水の長さについては、これを H_L の達成される長さとして解釈し、実験式を提案したものである。また、潜り跳水の流速特性、主として最大流速の減衰と主流の流速分布について検討を加えたものである。

2. 台形水路の自由跳水と潜り跳水の流況

(1) 自由跳水

台形水路の跳水部の流れは、一般に $F_1 (=v_1/\sqrt{gD_1})$, m , h_1/b によって異なる流況を示すものと推定される。ここに、 v は平均流速、 $D=A/T$ (A は流積、 T は水面幅)、 h は水深、 b は水路床幅、 g は重力の加速度であり、跳水始端の断面における諸量に添字 1、跳水終端の断面における諸量に添字 2 をつけて区別する。

図-2、表-1 の装置、条件のもとでの実験により、次のような現象が観察された。

a) $1 < F_1 < 1.7 \sim 2.3$ の場合

** ここでは、水叩始端あるいは水門直下から直ちに生ずる跳水や、露出射流を経て生ずる跳水を「潜り跳水」に対して「自由跳水」ということにする。

*** 土木学会年次学術講演会に発表したもの(参考文献7)~9)に検討を加え、まとめたものである。

表-1 自由跳水の実験条件

m	b (cm)		h_1/b
0	15.0	33.0	0.10~0.30
1/4	16.0		0.15~0.30
1/2	18.0		0.15~0.30
2/3	12.2	15.0	0.15~0.35
1	7.4	13.3	0.15~1.0
	14.4		
4/3	12.0		0.20~0.35
2	8.0		0.33~0.53

実験範囲 $1 < F_1 \leq 8$ (対称断面)

表面渦は見られず、流れが三次元的なため、図-3、写真-1、2のように、跳水始端においては衝撃波面が、断面の中央部においては山、谷の波模様が観察された。

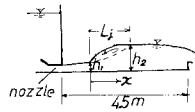


図-2

さらに、この波模様は m によって大きく変化し、 m が零に近づくに従い、長方形断面水路の波状跳水の流況に近づく(写真-3)。

b) $F_1 > 1.7 \sim 2.3$ の場合

台形水路の跳水に特有な表面渦が現われる。台形水路の跳水においては、流れが鉛直 (y 軸) および水平 (x 軸) 方向(図-1)に広がるために、 m が増加するに伴って側壁近くへ流入する流れの x 方向(図-2)の運動量は弱められ、圧力勾配との平衡が保てず両側壁に沿って逆流が誘起され、そのため鉛直軸の渦(以下、平面渦とよぶ)が形成される。なお、 m を減少させ長方形断面に近づくにつれて平面渦は小さくなる。

平面渦の発生に伴い、跳水部の流れは実験範囲内においては主として F_1, m の大小によって、その様相が異なり、 h_1/b の効果は小さいことが確かめられた。

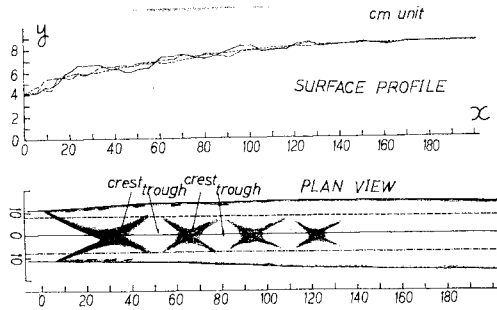


図-3

m の効果については、与えられた $F_1, h_1/b$ のもとで、小さい m では主流は偏向しにくく、流れは対称な傾向を示し、 m を増加すると逆流量が大きくなり、非対称な傾向を示す(図-4、写真-4~6、写真-7~9)。

F_1 の効果については、与えられた $m, h_1/b$ のもとで F_1 を大きくすると、跳水は対称を保ちやすくなる(写真-4, 7, 写真-5, 8, 写真-6, 9)。このことは、長方形断面の場合 $2.5 \leq F_1 \leq 4.5$ で動揺跳水となることと対比すると、興味深く思われる。

以上の結果から、跳水部の流れは表-2, 3のように分類される。

この分類に従って跳水の長さ L_j を定義する場合、

表-2 踏水部の流れのタイプ

1 型	主流は偏向せず、流況は対称である(図-4(上)、写真-7)
2 型	左岸側と右岸側に沿った逆流量に多少の変動が見られるが、流況はほぼ対称である(写真-4)
3 型	左岸側と右岸側に沿った逆流量が交互に大・小と時間的に不規則に移り変わるため、主流の向きは不規則に変化する(写真-8, 9)
4 型	主流は一方の側壁に沿い、他方の側壁に沿って逆流し、流況は非対称である(図-4(下)、写真-5, 6)

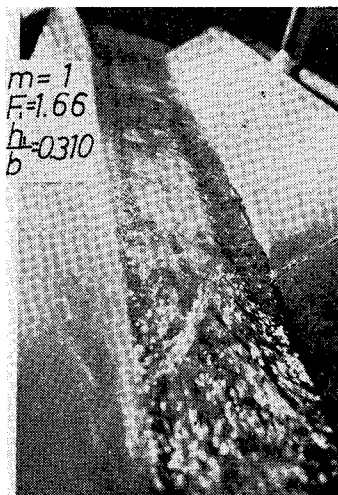


写真-1

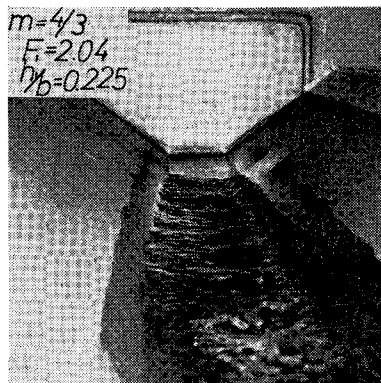


写真-2

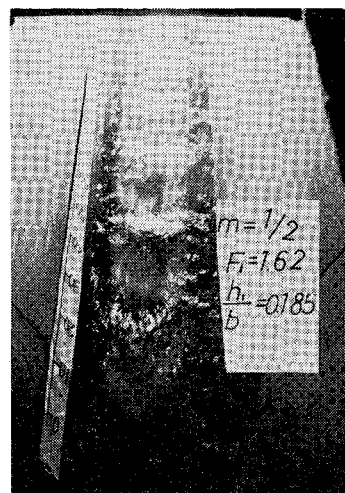
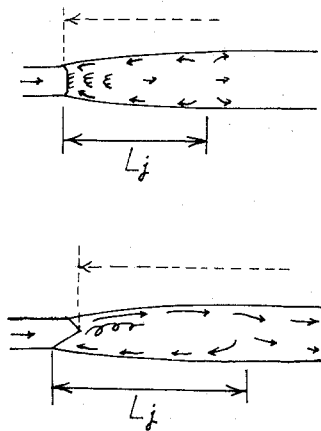


写真-3

表-3 跳水のタイプの分類

m	F_1	跳水の形式
0		1 型
1/4		1 型
1/2	$F_1 \leq 4.7 \sim 5.3$	2 型
	$F_1 > 4.7 \sim 5.3$	1 型
2/3	$F_1 \leq 4.4 \sim 4.8$	3 型
	$F_1 > 4.4 \sim 4.8$	2 型
1	$F_1 \leq 5.6 \sim 6.0$	4 型
	$F_1 > 5.6 \sim 6.0$	3 型
4/3	$F_1 \leq 5.8 \sim 6.2$	4 型
	$F_1 > 5.8 \sim 6.2$	3 型
2		4 型



矢印は表面流の方向を示す

図-4 対称な跳水と非対称な跳水 (Plan View)

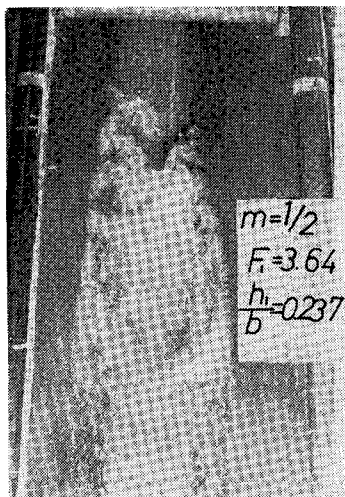


写真-4



写真-5

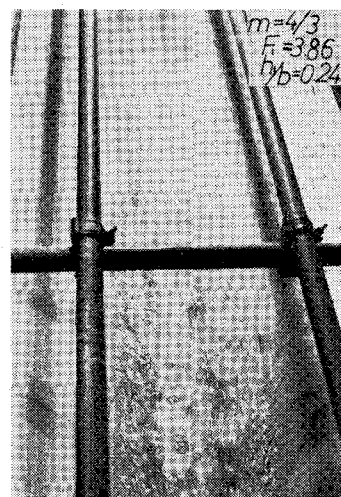


写真-6



写真-7

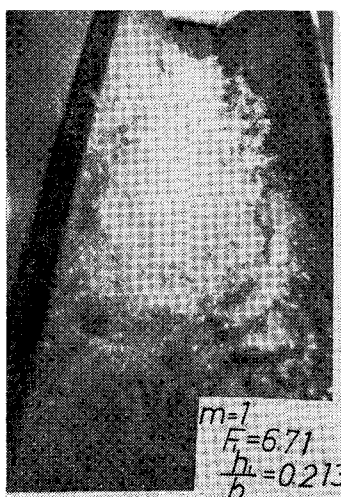


写真-8

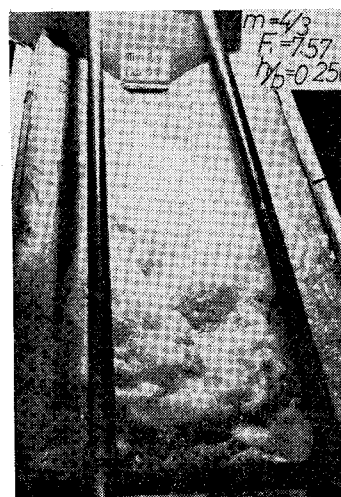


写真-9

種々の問題があるが、跳水の始端を 図-4 (実線) のように定め (3, 4 型の跳水の場合、側面から流れ込む逆流量が大きいので、跳水の前面は直線状にならない)、跳水の終点を水面における逆流のまったく観察されなくなった点とし、 L_j を定義する。ただし、測定にあたっては、跳水部は水路方向に不規則に振動するので、その中央位置をもって、それぞれ跳水の始点と終点とする。

また、逆流域が交互に発生し、その大きさも変わる 3 型の跳水の場合、最大な平面渦を対象として L_j を測定した。

なお、1, 2 型の跳水は、減勢工として利用可能と考えられるが、3 型の跳水は不安定であり、4 型の跳水は主流が偏向するため、3, 4 型の跳水は、減勢工として利用不可能と考えられる。

(2) 潜り跳水

図-5 (a)、表-4 の装置、条件のもとで実験を行った。ここに、 h_0 は流出口の高さ、 h_s は潜り跳水始端の水深、 v_0 は流出口における平均流速、 T_0 は流出口上部の幅、 A_0 は流出口の流積、 $D_0=A_0/T_0$ 、 $F_0=v_0/\sqrt{gD_0}$ である。

長方形断面水路の潜り跳水の表面渦は水平なローラーだけであるが、台形断面においては平面渦とローラーと

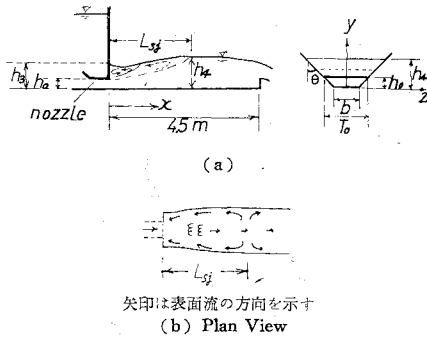


図-5

表-4 潜り跳水の実験条件

Case	m	b (cm)	h ₀ (cm)	h ₀ /b	δ ₀ (=mh ₀ /b)	X _s (=h _s /h ₀)	F ₀
1	0	15.0	3.05	0.203	0	1.7~7.5	2.3~8.6
2	0	33.0	1.80	0.055	0	2.1~15.0	3.0~7.5
3	1/2	18.0	2.90	0.161	0.081	1.7~5.5	2.2~8.0
4	2/3	15.0	3.50	0.233	0.156	1.8~8.9	2.2~8.1
5	1	13.5	2.50	0.185	0.185	2.0~4.8	2.8~7.5
6	1	13.6	3.40	0.250	0.250	2.7~5.8	4.4~7.5
7	1	7.4	4.91	0.664	0.664	1.5~3.1	3.3~4.0
8	1	14.4	2.09	0.145	0.145	1.9~9.0	1.8~6.6
9	1	14.4	3.62	0.251	0.251	1.5~4.5	1.2~4.3
10	4/3	12.0	2.50	0.208	0.278	2.4~9.0	2.6~9.1
11	2	8.0	2.50	0.313	0.626	2.0~7.3	3.4~10.7
12	2	8.0	3.70	0.463	0.926	1.4~5.7	1.2~7.7

(対称断面)

の組合わさった 図-5 (b) のような流況となり、主流の偏向は観察されない。また、潜り跳水の位置は容易に固定されるため、自由跳水よりも安定である。

潜り跳水の終点については、自由跳水の場合と同様に定義し、潜り跳水の長さ L_{sj} を定める (図-5)。

3. 共役水深と潜り跳水上, 下流端の水深

(1) 共役水深

跳水部をコントロール・ポリウムに選び、x 方向の運動量方程式、連続の式より次式が得られる (図-2)。

$$(Ah_g)_1 - (Ah_g)_2 = \frac{Q^2}{g} \frac{A_1 - A_2}{A_1 A_2} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、Q は流量、 h_g は流積の図心の水深である。ただし、次の仮定が含まれる。(a) 水路は水平で一様な断面形状である。(b) 定流、(c) 跳水前後で静水圧分布をする。(d) 運動量係数 $\beta_1 = \beta_2 = 1$ 、(e) 壁面抵抗を無視する。

台形断面の場合、式 (1) は次のように無次元表示される。

$$\begin{aligned} & \frac{2}{3} \delta_1^2 X^4 + \left(\frac{5}{3} \delta_1 + \frac{2}{3} \delta_1^2 \right) X^3 + \left(1 + \frac{5}{3} \delta_1 + \frac{2}{3} \delta_1^2 \right) X^2 \\ & + \left\{ \left(1 + \frac{2}{3} \delta_1 \right) - 2 F_1^2 \frac{(1 + \delta_1)^2 \delta_1}{1 + 2 \delta_1} \right\} X \\ & - 2 F_1^2 \frac{(1 + \delta_1)^3}{1 + 2 \delta_1} = 0 \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} X &= h_2/h_1, \quad \delta_1 = mh_1/b, \\ F_1 &= v_1/\sqrt{gD_1} = \sqrt{Q^2(1+2\delta_1)/gb^3h_1^3(1+\delta_1)^3} \end{aligned}$$

断面が長方形であるならば $\delta_1 = 0$ となり、式 (2) は式 (3) となる。

$$X = \frac{1}{2} (\sqrt{8F_1^2 + 1} - 1) \dots\dots\dots (3)$$

三角形断面の場合は式 (1) より

$$X^4 + X^3 + X^2 - \frac{3}{2} F_1^2 X - \frac{3}{2} F_1^2 = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここに、

$$F_1 = v_1/\sqrt{gD_1} = \sqrt{2Q^2/gm^2h_1^5}$$

なお、フルード数を $v_1/\sqrt{gD_1}$ と表示しているため、水路の断面形状にかかわらず、 $F_1 = 1$ のとき $X = 1$ となる。また、非対称断面の場合、左岸側の側面勾配を m_l 、右岸側の側面勾配を m_r とするとき、 $(m_l + m_r)/2 = m$ とおくと、対称断面の場合と同一の式 (2)、(4) が得られる。

式 (2) において F_1, δ_1 が与えられたときの解 X を図示すると 図-6 が得られ、長方形 ($\delta_1 = 0$) と三角形断面 ($\delta_1 \rightarrow \infty$) との中間に台形断面の領域があり、 δ_1

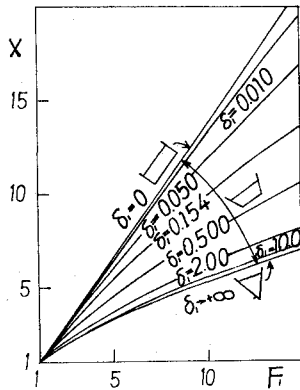


図-6

≤ 0.010 で長方形断面の場合の式 (3) の解に、 $\delta_1 \geq 10$ で三角形断面の場合の式 (4) の解に近づくことがわかる。

また、 $h_1/h_2 (=Z)$, F_2 , δ_2 を用いて式 (1) を表示するならば、式 (2)~(4) において、 X を Z , δ_1 を δ_2 , F_1 を F_2 におきかえればよい。

理論値と実験値とを比較すると、たとえば図-7 のようになり、1~3 型の場合は理論と一致し、4 型の場合は、図-7 (b) (黒丸) で示されるように、実測値が理論値よりも幾分下にきている。これは、非対称な 4 型の跳水では式 (1) の仮定が満足されていないことを意味し、さらに検討の余地がある。

(2) 潜り跳水上, 下流端の水深

潜り跳水部をコントロール・ボリウムに選び、(1) と同様の仮定のもとに、 x 方向の運動量方程式、連続の式より式 (5) が得られる (図-5)。

$$(Ah_g)_3 - (Ah_g)_4 = \frac{Q^2}{g} \frac{A_0 - A_4}{A_0 A_4} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、添字 3 は潜り跳水始端の断面における諸量、添字 4 は潜り跳水終端の断面における諸量を示す。

式 (5) は次のように無次元表示される。

$$\frac{1}{2} (X_3^2 - X_4^2) + \frac{\delta_0}{3} (X_3^3 - X_4^3) = F_0^3 \frac{(1 + \delta_0)^2}{1 + 2\delta_0} \left[\frac{(1 - X_4) + \delta_0(1 - X_4^2)}{X_4(1 + \delta_0 X_4)} \right] \dots\dots\dots (6)$$

ここに、

$$X_3 = h_3/h_0, X_4 = h_4/h_0, \delta_0 = mh_0/b$$

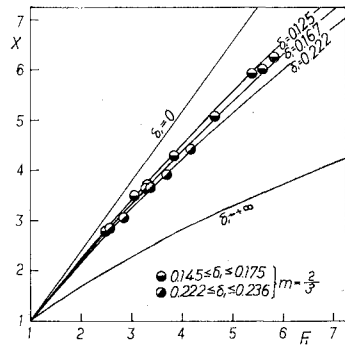
$$F_0 = v_0/\sqrt{gD_0} = \sqrt{(1 + 2\delta_0)/(1 + \delta_0)^3} \cdot \sqrt{Q^2/gb^2h_0^3}$$

$$m = (m_1 + m_r)/2$$

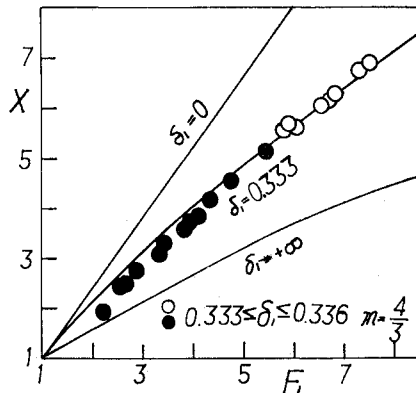
長方形断面の場合は式 (6) で $\delta_0 = 0$ となり、次式が得られる。

$$X_3^2 = 2 F_0^2 \frac{1 - X_4}{X_4} + X_4^2 \dots\dots\dots (7)$$

三角形断面の場合は式 (5) より、次式が得られる。



(a)



(b)

図-7

$$X_3^3 = \frac{3}{2} F_0^2 \frac{1 - X_4^2}{X_4^2} + X_4^3 \dots\dots\dots (8)$$

ここに、

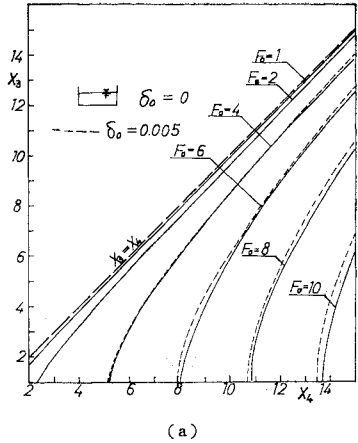
$$F_0 = v_0/\sqrt{gD_0} = \sqrt{2Q^2/gm^2h_0^3}, m = (m_1 + m_r)/2$$

式 (6), (7), (8) において $X_3 = 1$, X_4 を X , F_0 を F_1 におきかえると、自由跳水の共役水深の式 (2), (3), (4) にそれぞれ一致する。

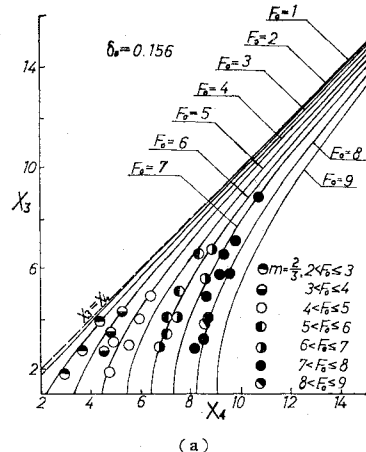
式 (7) を図示すると図-8 (a) が、式 (8) を図示すると図-8 (b) が得られる。なお、図-8 (a) における点線は $\delta_0 = 0.005$ の場合の式 (6) の解を示し、図-8 (b) における点線は $\delta_0 = 10$ の場合の式 (6) の解を示している。これより、 $\delta_0 \leq 0.005$ で式 (7), $\delta_0 \geq 10$ で式 (8) の解に近づき、台形の領域は長方形と三角形との間にあることが理解される。

式 (6), (7) を実験値によって検証すると (一例を図-9, 10 に示す)、理論とはほぼ一致していることが示された。なお、水面形状の一例については、図-36 を参照されたい。

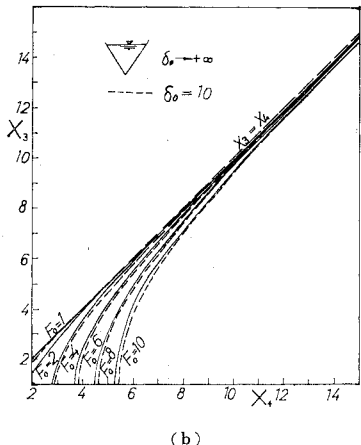
潜り跳水の下流端水深 X_4 と上流端水深 X_3 との関係を示す図-8, 9 によって与えられた F_0 , X_3 あるいは X_4 に対して、断面形状 (δ_0) が三角形断面に近いほど水面は水平 ($X_3 = X_4$) に近くなることが理解される。



(a)

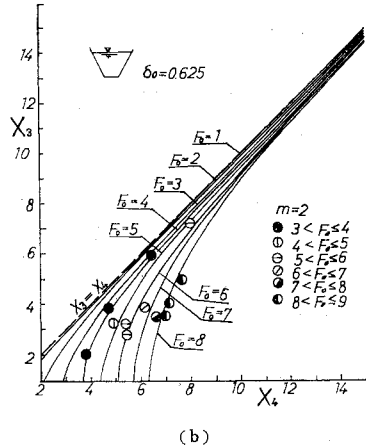


(a)



(b)

図-8



(b)

図-9

また、与えられた δ_0 に対して X_3 あるいは X_4 が大なるほど、または、 F_0 が 1 に近いほど水面は水平に近づくことが理解される。図-11 において、 $\delta_0=0, 0.156, 0.625, +\infty$ の場合、与えられた F_0 に対して、どの程度の X_3 で水面が水平に近づく ($h_4/h_3=X_4/X_3$ が 1 に近づく) かを示した。また、共役水深と関係づけるため、 $S=(h_4-h_2)/h_2=\{(X_4/X)-1\}$ (ここに、 h_2 は h_0 に共役な水深である) と X_3 との関係を図-12 に示した。

4. 自由跳水と潜り跳水によるエネルギー損失

(1) 自由跳水

跳水の始端、終端断面にベルヌーイの定理を適用すると、

$$H_1=H_2+H_L \dots\dots\dots(9)$$

ここに、

$$H=\frac{v^2}{2g}+h$$

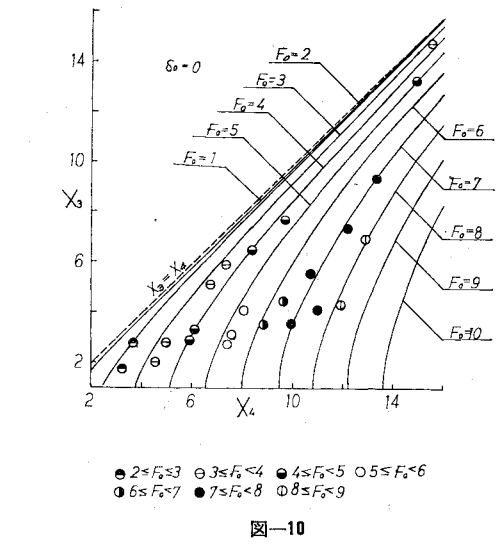
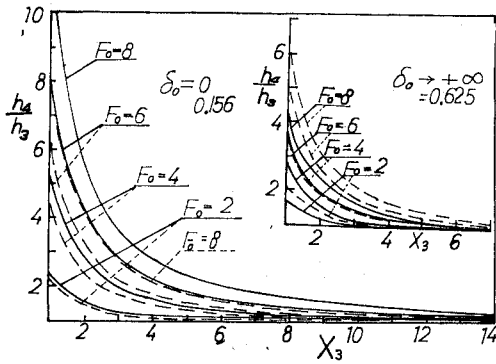


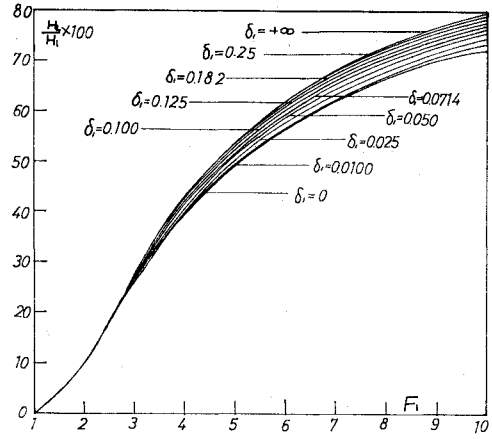
図-10

H_L は跳水によるエネルギー損失である。ただし、跳水始端、終端断面において静水圧分布をするものとし、エネルギー係数を $\alpha_1=\alpha_2=1$ とした。

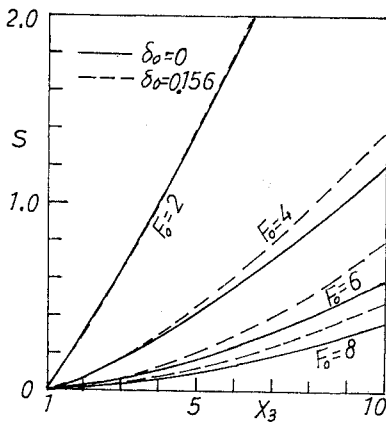


($\delta_0=0, +\infty$ を実線で, $\delta_0=0.156, 0.625$)
を点線で示してある

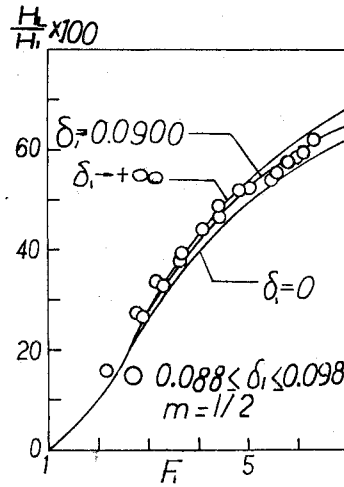
図-11



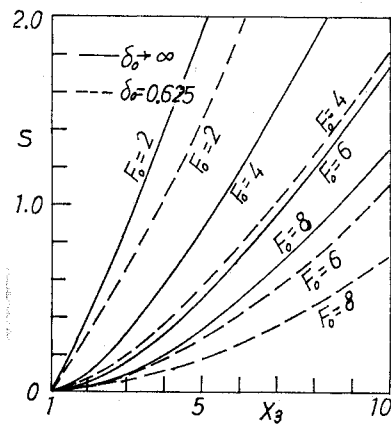
(a)



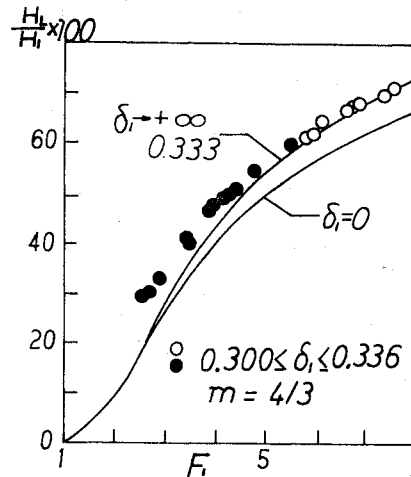
(a)



(b)



(b)
図-12



(c)
図-13

相対エネルギー損失は次のように示される。

$$H_L/H_1 = (H_1 - H_2)/H_1 \dots\dots\dots(10)$$

各断面の H_L/H_1 は、それぞれ次のように示される。

台形断面の場合、

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{2(1-X) + [(1+\delta_1)/(1+2\delta_1)] \cdot [1 - (1+\delta_1)^2 / (1+\delta_1 X)^2 X^2] F_1^2}{2 + [(1+\delta_1)/(1+2\delta_1)] F_1^2} \dots\dots\dots(11)$$

長方形断面の場合、式 (11) より

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{2(1-X) + (1-1/X^2) F_1^2}{2 + F_1^2} \dots\dots\dots(12)$$

三角形断面の場合、式 (10) より

$$\frac{H_L}{H_1} = \frac{4(1-X) + (1-1/X^4) F_1^2}{4 + F_1^2} \dots\dots\dots(13)$$

式 (11) と式 (2) により $f(H_L/H_1, F_1, \delta_1) = 0$ の関係を図示すると 図-13 (a) が得られ、 $\delta_1 \leq 0.010$ で式 (12) と式 (3) による解に、 $\delta_1 \geq 0.250$ で式 (13) と式 (4) による解にほぼ一致し、一般に台形断面の領域は三角形と長方形との間にあり、 δ_1 すなわち断面形状の変化による相対エネルギー損失の変化は小さいことが理解される。

この関係を実験値により検証すると、たとえば 図-13 (b), (c) のようになり、1~3 型の跳水においては理論値と一致し、4 型の跳水においては、図-13 (c) (黒丸) で示されるように、理論値から幾分はずれてくる。

(2) 潜り跳水

相対エネルギー損失は次のように示される。

$$H_L/H_0 = (H_0 - H_1)/H_0 \dots\dots\dots(14)$$

ここに、

$$H_0 = v_0^2 / 2g + h_s$$

H_L は潜り跳水によるエネルギー損失である。ただし、潜り跳水始端、終端断面において静水圧分布をするもの

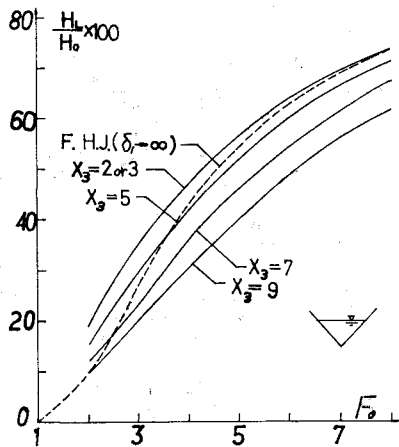
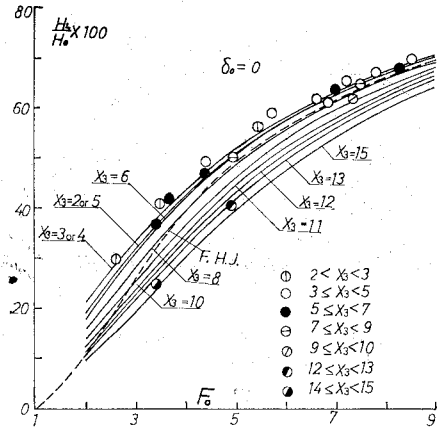


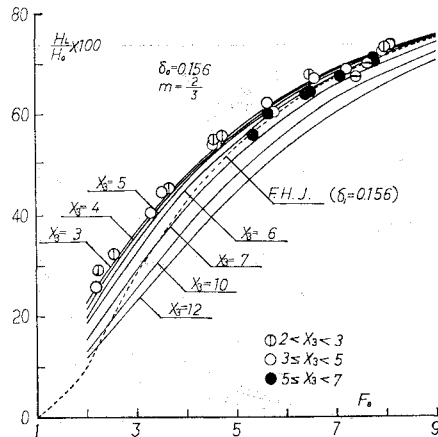
図-14

とし、 α_0 (流出口におけるエネルギー係数) $= \alpha_1 = 1$ とした。

各断面の H_L/H_0 は、それぞれ次のように示される。



(a)



(b)

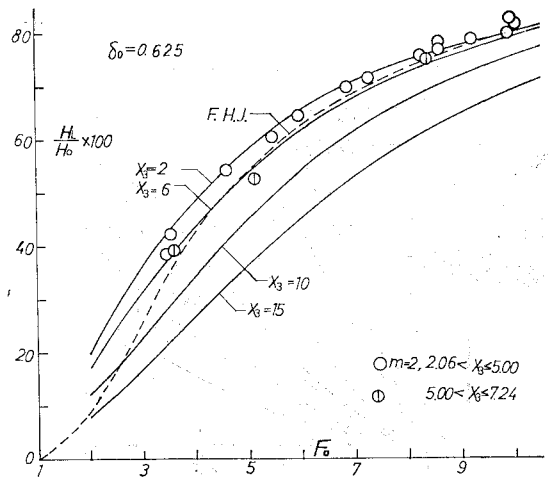


図-15

台形断面の場合、

$$\frac{H_L}{H_0} = \frac{2(X_3 - X_4) + [(1 + \delta_0)/(1 + 2\delta_0)] \cdot [1 - (1 + \delta_0)^2 / \{(1 + \delta_0 X_4)^2 X_3^2\}] F_0^2}{2 X_3 + [(1 + \delta_0)/(1 + 2\delta_0)] F_0^2} \dots\dots\dots (15)$$

長方形断面の場合、式 (15) より

$$\frac{H_L}{H_0} = \frac{2(X_3 - X_4) + (1 - 1/X_4^2) F_0^2}{2 X_3 + F_0^2} \dots\dots\dots (16)$$

三角形断面の場合、式 (14) より

$$\frac{H_L}{H_0} = \frac{4(X_3 - X_4) + (1 - 1/X_4^4) F_0^2}{4 X_3 + F_0^2} \dots\dots\dots (17)$$

式 (15), (16), (17) において X_3 を 1, X_4 を X , F_0 を F_1 とおくと、台形、長方形、三角形断面の自由跳水の式 (11), (12), (13) にそれぞれ一致する。

H_L/H_0 と F_0 との関係は、三角形断面の場合、式 (17), (8) より、長方形断面の場合、式 (16), (7) より求め、それぞれ図示すると図-14, 15 (a) (実線) が得られる。台形断面の場合の $f(H_L/H_0, F_0, \delta_0, X_3) = 0$ の関係は式 (15), (6) により求め、一例として $\delta_0 = 0.156$ の場合を図-15 (b) (実線), $\delta_0 = 0.625$ の場合を図-15 (c) (実線) に示す。

実験値によって検証すると、台形、長方形断面ともに理論値とほぼ一致していることが示された (図-15)。なお、図-14, 15 における点線は自由跳水 ($X_3 = 1$) の場合 (略 F.H.J.) を示す。

潜り跳水においては、およそ $1 < X_3 \leq 5$, $1 < F_0 < 10$ の範囲で、長方形、三角形、台形断面ともに、自由跳水と同程度、あるいはそれ以上のエネルギー損失を生ずる。すなわち、適度に潜らずと、潜り跳水によるエネルギー損失を自由跳水の場合よりも大きくすることができるので、潜り跳水を減勢工として有効に利用できるものと考えられる。

5. 自由跳水と潜り跳水の長さ

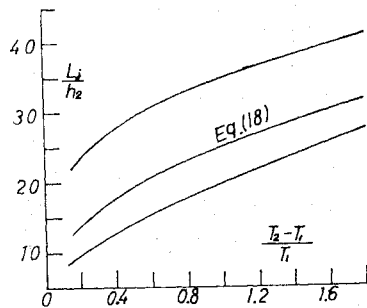
(1) 自由跳水

一様な台形断面水平水路の跳水の長さの実験式については、Posey and Hsing¹⁾ によって次式が提案されている。

$$L_j/h_2 = 5(1 + 4\sqrt{(T_2 - T_1)/T_1}) \dots\dots\dots (18)$$

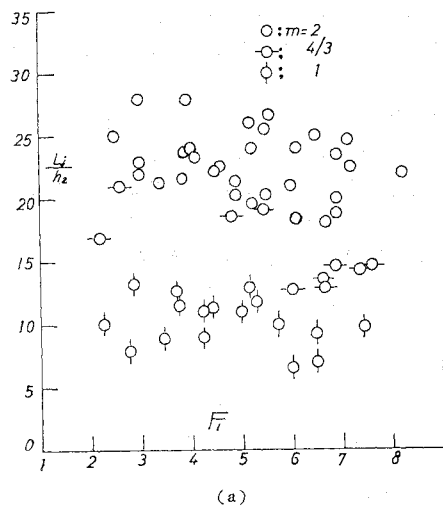
ここに、 T_1 は跳水始端断面の水面幅、 T_2 は跳水終端断面の水面幅であり、 L_j の定義については、跳水の始

端を図-4 (点線) のように定め、跳水の終端を縦、横断面ともに水面が水平になった位置としている。しかしながら、この報告¹⁾ における実験値は図-16 (実験条

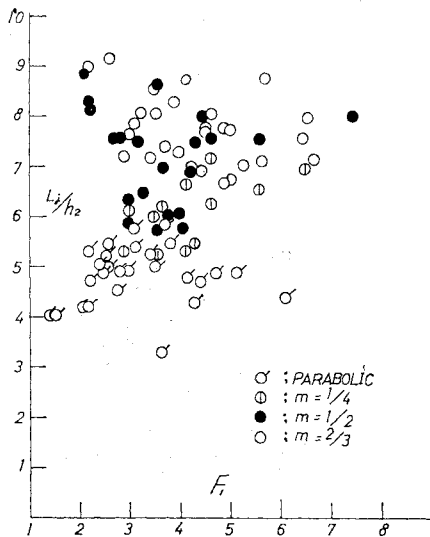


文献 1) より転載 (表-5 参照)

図-16



(a)



(b)

図-17

表-5 式 (18) の実験条件

m	$v_1/\sqrt{gh_1}$	h_1/b
1/2	1.4~7	0.055~0.43
1	1.3~5.8	0.091~0.66
2	1.6~3.5	0.18~0.92

件：表-5) に示される範囲に大きく散らばっているため、式 (18) は適切な実験式とはいえないように思われる。また、Sandover and Holmes の実験²⁾ や Silvester の報告³⁾ からは、一般的結論を引き出せず、資料の解析方法を検討する必要がある。

一様な台形断面水平水路の跳水の長さ L_j は次のような変数間の関係で示されるものと想定される。

$$f(L_j, h_1, h_2, m, b, Q, g) = 0 \dots\dots\dots (19)$$

次元解析によって得られる独立な無次元量の組合せのうちで、従来の長方形断面の場合の表示を勧奨し、式 (20) に従って資料の整理を試みると 図-17 のようになる。

$$f(L_j/h_2, F_1, m, h_1/b) = 0 \dots\dots\dots (20)$$

図-17 (b) には、放物線形断面 (形状は 図-23 参照) の跳水についての Argyropoulos の実験値¹⁰⁾ を含めてプロットしてある。しかしながら、図-17 (a), (b) とともに実験値のばらつきが大きく、さらに検討の余地がある*。

跳水の長さを跳水によるエネルギー損失が達成される長さとして解釈すると、 L_j は H_1, H_2 あるいは H_L 、および流積の形状 (Shape) に支配されるものと推論され (図-18)、次の表示が得られる。

$$f\left(\frac{L_j}{H_L}, \frac{H_L}{H_1}, \text{Shape}\right) = 0 \dots\dots\dots (21)$$

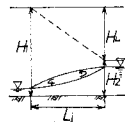


図-18

台形断面の場合、次のように示される。

$$f\left(\frac{L_j}{H_L}, \frac{H_L}{H_1}, m, \frac{h_1}{b}\right) = 0 \dots\dots\dots (22)$$

式 (22) の関係によって資料を整理すると、図-19 のように良い相関が得られた。なお、実験式を求めると式 (23) のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \log_{10} \frac{L_j}{H_L} &= -1.71 \frac{H_L}{H_1} + 0.315 m + 1.58 \\ 0 \leq m \leq 2, \quad 2.3 \leq F_1 \leq 8 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

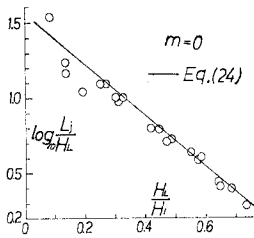
1~3 型の場合、実測値は式 (11) を満足しているので L_j をエネルギー損失の達成される長さとして解釈できる。

4 型の場合、実測値は式 (11) から幾分外れるが、式 (23) によって L_j の大略値を得ることはできるものと考えられる。しかしながら、主流が偏向するため、式 (23) により求める L_j の位置よりも、かなり下流まで流れが非対称となることに注意を要する (図-20)。

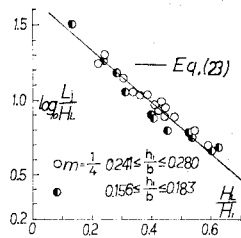
長方形断面の場合は、式 (23) において $m=0$ となり、次式で示される。

$$\log_{10}(L_j/H_L) = -1.71 H_L/H_1 + 1.58 \dots\dots (24)$$

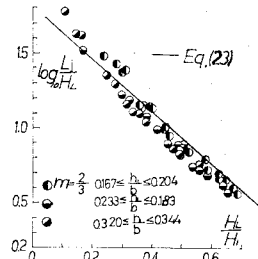
なお、長方形断面についての Bradley and Peterka¹¹⁾ の実験値を式 (21) の関係に基づき整理し、式 (24) と比較すると 図-21 のようになり、さらに、放物線形断面の跳水についての実験値¹⁰⁾ を式 (21) の関係に基づき整理すると 図-22 のように示される。これより、式



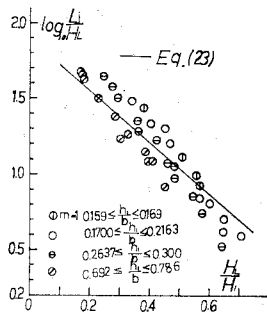
(a)



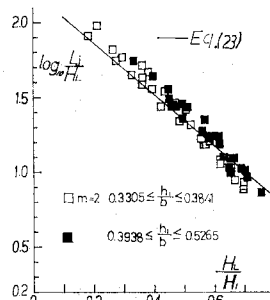
(b)



(c)



(d)



(e)

図-19

* 図-17 の縦軸を L_j/h_1 あるいは $L_j/(h_2-h_1)$ におきかえて資料の整理を試みたが、やはり実験値のばらつきは大きいことが認められた。



図-20 4型の跳水の水面での流速

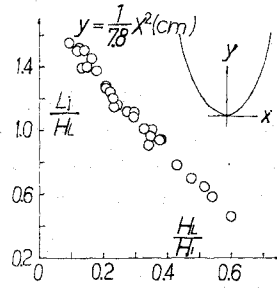


図-22

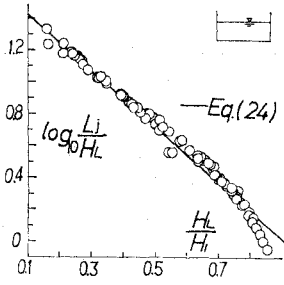


図-21

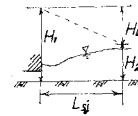


図-23

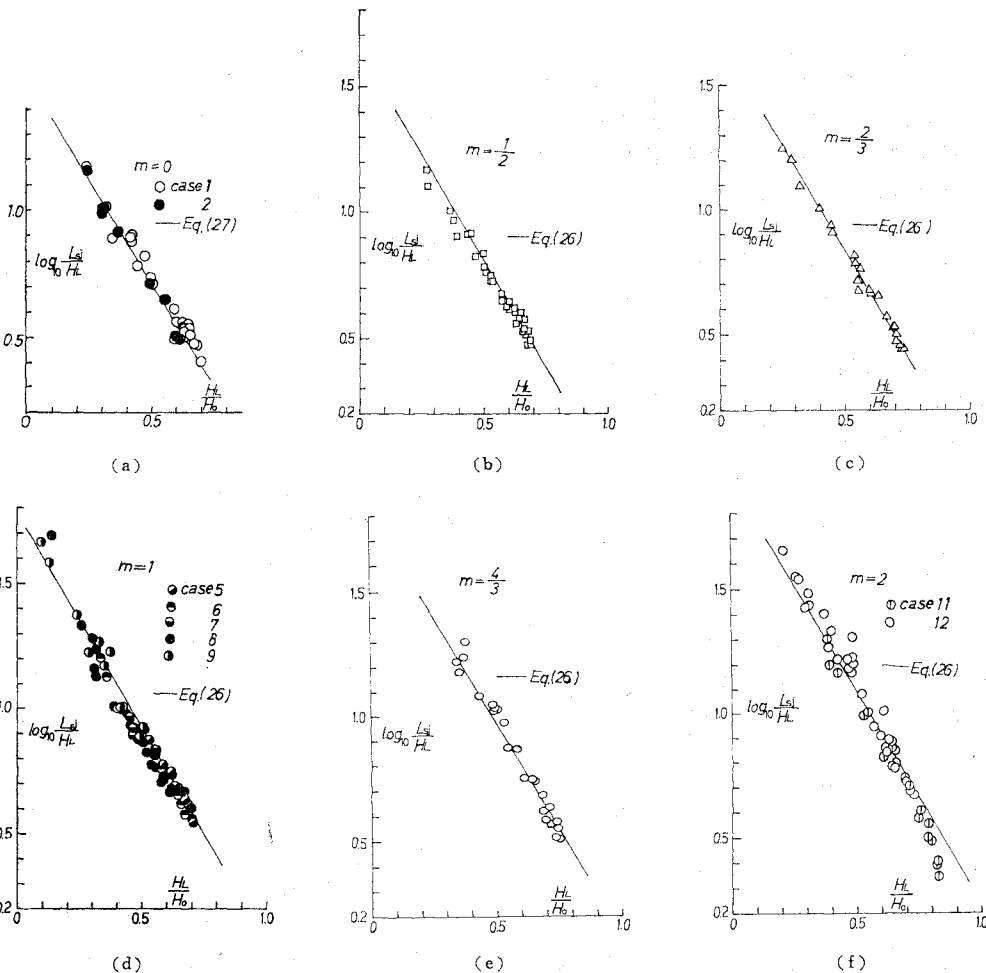


図-24 実験条件：表-4 (各 Case) 参照

(21) の関係が有効であることが確かめられる。

(2) 潜り跳水

(1) と同様に、潜り跳水の長さ L_{sj} を潜り跳水によるエネルギー損失が達成される長さとして解釈すると、 L_{sj} は H_0, H_i あるいは H_L 、および流積の形状に支配されるものと推論され(図-23)、台形断面の場合、次の表示が得られる*。

$$f\left(\frac{L_{sj}}{H_L}, \frac{H_L}{H_0}, m, \frac{h_0}{b}\right) = 0 \dots\dots\dots(25)$$

式(25)の関係に従って資料を整理すると、図-24のように良い相関が得られ、実験式を求めると式(26)のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \log_{10} \frac{L_{sj}}{H_L} &= -1.71 \frac{H_L}{H_0} + 0.187 m + 1.58 \\ 0 \leq m \leq 2, 1 < F_0 \leq 10, 1 < X_3 \leq 9 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

長方形断面の場合は、式(26)において $m=0$ となり、次式で示される。

$$\left. \begin{aligned} \log_{10}(L_{sj}/H_L) &= -1.71 H_L/H_0 + 1.58 \\ 1 < F_0 \leq 10, 1 < X_3 \leq 15 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(27)$$

長方形断面水路の潜り跳水の長さに関する実験式は、Stepanov⁶⁾により式(28) (h_c は限界水深を示す)、Rao and Rajaratnam⁵⁾により式(29) (h_2 は h_0 に共役な水深である)で与えられている。

$$\left. \begin{aligned} L_{sj}/h_c &= 3.31 \{(h_4 - h_3)/h_c F_0\}^{-0.888} \dots\dots\dots(28) \\ L_{sj}/h_2 &= 4.9 S + 6.1 \\ S &= (h_4 - h_2)/h_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

式(28)、(29)を筆者の実験値により検証すると図-25、26のようになり、式(27)(図-24(a))が妥当であることが示された。

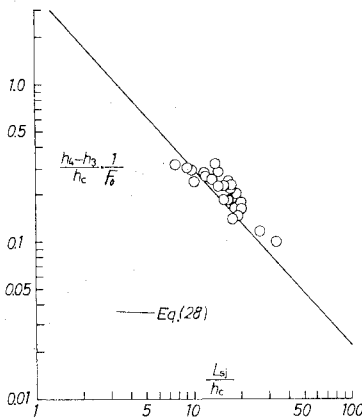


図-25

* 実測値は式(15)、(16)を満足しているため、 L_{sj} をエネルギー損失の達成される長さとして解釈できる。

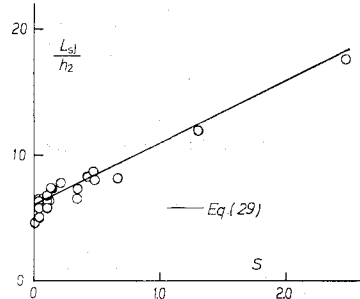


図-26

潜り跳水の状態から、もし下流水位を下げても $X_3 \rightarrow 1$ とするとき、あるいは自由跳水の状態から、もし下流水位を上げて $X_3 > 1$ とするとき、潜り跳水の状態になったり自由跳水の状態になったりして、水路方向に不規則に振動している流況となる。この場合は、表面渦の長さは $L_{sj}(X_3 \rightarrow 1)$ で示される。また、 $m=0$ の場合は $L_j = L_{sj}(X_3 \rightarrow 1)$ となるが、自由跳水においては、 m が大になるにつれて跳水は非対称な傾向が強くなるため、 L_j と $L_{sj}(X_3 \rightarrow 1)$ との差が大きくなる。

6. 潜り跳水の流速特性

(1) 最大流速と底流速の減衰状況

台形および長方形断面の水路中央面に沿った鉛直流速分布 u の測定値より(図-27)、最大流速 u_m の減衰は図-28(表-6)に示されるように式(30)の関係で示され、 u_m は L_{sj} 内で表面渦により、急速に減衰することが理解される。

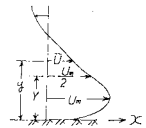


図-27

$$f\left(\frac{u_m - v_4}{v_0}, \frac{x}{L_{sj}}\right) = 0 \dots\dots(30)$$

なお、巨視的であるが、実験式で示すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (u_m - v_4)/v_0 &= 0.0855 - 1.114 \log_{10}(x/L_{sj}) \\ 0 \leq m \leq 2, 0.2 \leq x/L_{sj} \leq 1.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

また、底流速 $u_b(y=3 \text{ mm})$ の減衰状況は図-29

表-6

	m=0		m=2, δ=0.081		m=2, δ=0.925	
Symbol	F_0	X_3	F_0	X_3	F_0	X_3
○	3.48	2.74	3.18	1.80	2.36	2.77
⊖	3.68	2.00	3.90	4.61	3.31	1.93
⊙	4.33	3.29	4.25	2.33	3.35	4.62
●	4.38	2.88	4.66	2.81		
⊗	5.71	4.04	5.92	5.30	4.25	5.66
⊕	5.78	3.07	5.95	3.63	4.30	2.31
⊖	6.57	4.46	6.58	5.47	5.21	4.20
●	6.60	3.50	6.59	3.32	7.01	2.81

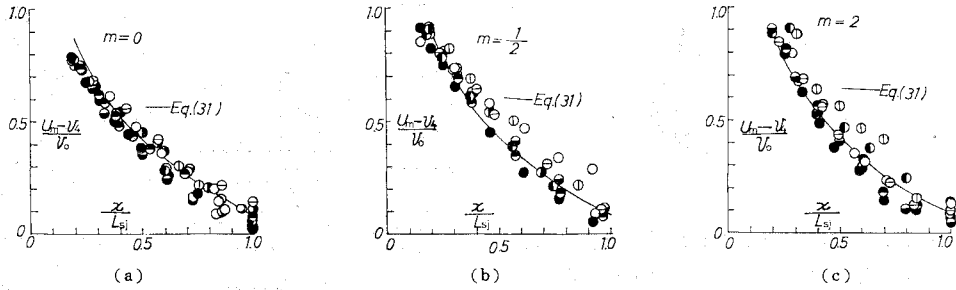


図-28 Symbol : 表-6 参照

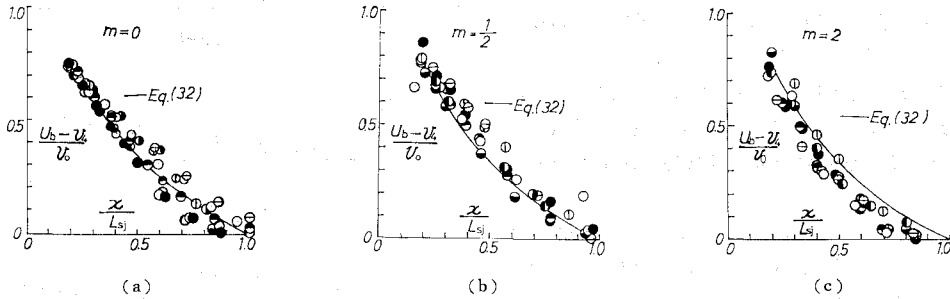


図-29 Symbol : 表-6 参照

(表-6) に示され、実験式で示すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (u_b - v_0) / v_0 &= -1.080 \log_{10}(x / L_{sj}) \\ 0 \leq m \leq 2, 0.2 \leq x / L_{sj} \leq 1.0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (32)$$

図-28, 29 によって、潜り跳水の長さの定義は妥当であることが示された。

(2) 流速分布

流速分布の測定値を壁面噴流でなされているように \bar{u} / u_m と y / Y とで整理すると(図-27), 台形, 長方形断面ともに, ある x の範囲において, 各 F_0, X_3 に対する実測値は, たとえば 図-30 (表-7) のように x に無関係に同様な分布を示し, 図-31 (実線) に示す実験曲線が得られた。なお, 図-31 (点線) は二次元壁面噴流の実験曲線¹²⁾である。

流速分布が相似となる条件を Schwarz and Cosart¹²⁾ と類似な考えで検討すると式 (33)~(35) が成立する必要がある⁹⁾ (台形断面の場合においても, 流速分布の測定結果によると, 水路中央面近くでは y 方向の混合が支配的であり (図-32), 二次元的な取り扱いが可能であ

るものと考えられる)。

$$Y \propto x \dots\dots\dots (33)$$

$$u_m \propto x^a \text{ (} a \text{ は定数)} \dots\dots\dots (34)$$

$$\frac{dh}{dx} \left/ \left(\frac{u_m}{\sqrt{gY}} \right)^2 \right. = 0 \text{ or Const.} \dots\dots\dots (35)$$

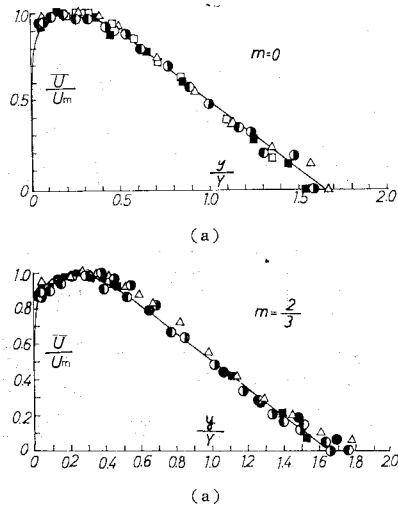


図-30 Symbol : 表-7 参照

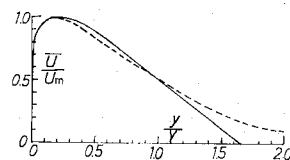


図-31

表-7

Symbol	$m=0$	$m=2/3, \delta_r=0.156$
	x (cm)	x (cm)
□	2.0	
●	3.0	30
△	4.0	40
■	5.0	50
●	6.0	60
●	9.0	90

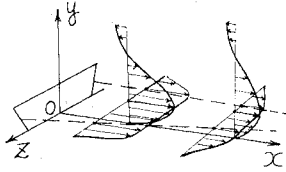


図-32

潜り跳水においては、与えられた F_0, X_3 のもとで u_m と x との関係のプロットすると 図-33 のようになり、式 (34) の a は x により変化し、 u_m の減衰状況は壁面噴流の場合よりも急速である。これは、表面渦の効果のため、乱れの機構とエネルギー減衰状況は壁面噴流の場合と異なるためと推定される。また、図-28 に示したように、潜り跳水においては L_{sj} 内で u_m は急速に減衰し、表面渦によるエネルギー損失が達成される。したがって、潜り跳水の場合は厳密に相似な分布とはならない。

しかしながら、図-31 (実線) のように、近似的に相似 (略 a.s.) な分布曲線が得られているので、この点についての一つの説明を試みる。

図-31 (実線) のように近似的に相似な分布が得られる x の範囲においては、図-34 に示すタイプ II, III とともに、図-33 の実線で示されるように式 (34) を満足し、 a は平均すると約 $(-1/2)$ である。また、この範囲においては 図-35 (表-8) のように式 (33) を満足し、実験式で示すと次のようになる。

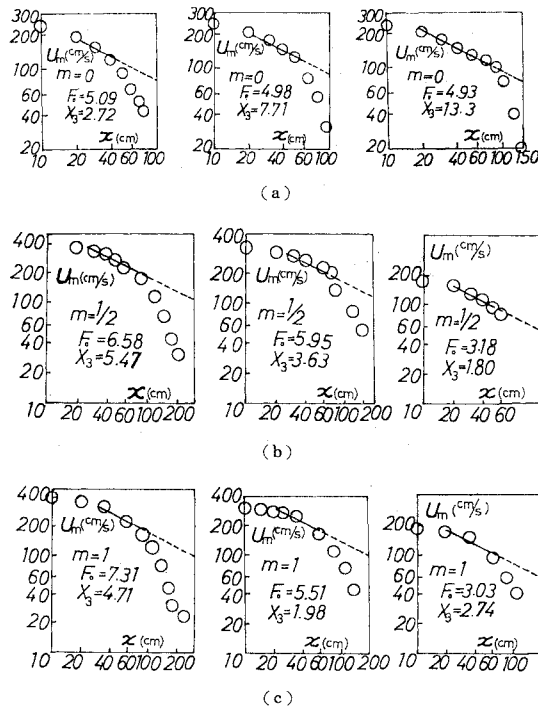


図-33

	Definition Sketch	Decay of U_m ($U_m \propto x^a$) (two dimensions)
Free Jet		$\log U_m \sim a \log x$ $a = -1/2$
Wall Jet	type I $\frac{dh}{dx} = 0$ 	$\log U_m \sim a \log x$ $a = -1/2, a = -0.558$ (smooth bed)
Submerged Hydraulic Jump	type I $\frac{dh}{dx} > 0$ 	$\log U_m \sim a \log x$ $a = -1/2$ $x = L_{sj}$
	type II $\frac{dh}{dx} > 0$ 	$\log U_m \sim a \log x$ $a = -1/2$ $x = L_{sj}$
Free Hydraulic Jump	$\frac{dh}{dx} > 0$ 	$\log U_m \sim a \log x$ $a = -1/2$ $x = L_j$

図-34

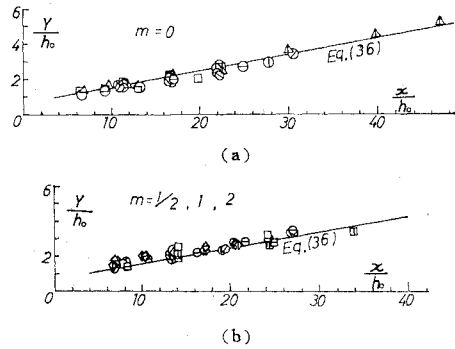
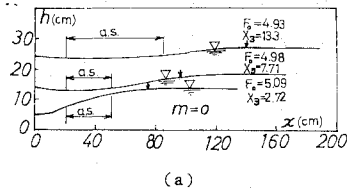


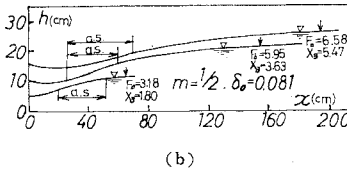
図-35 Symbol: 表-8 参照

表-8

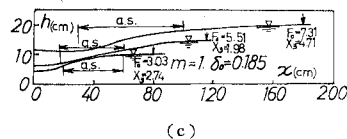
(a)	$m=0, h_0=9.05, b=33.0$ (cm)	
Symbol	F_0	X_3
Δ	3.48	14.7
\odot	4.93	13.3
\oplus	4.98	7.71
\square	5.09	2.72
\ominus	6.85	3.49
$\omin�$	7.34	9.29
	$m=0, h_0=1.80, b=15.0$ (cm)	
Δ	3.68	2.00
\circ	4.38	2.88
\square	5.71	4.03
(b)	$m=1/2, h_0=2.90$ (cm), $\delta_0=0.081$	
Symbol	F_0	X_3
\diamond	3.18	1.80
\diamond	5.95	3.63
\diamond	6.58	5.47
	$m=1, h_0=2.50$ (cm), $\delta_0=0.185$	
	F_0	X_3
\square	3.03	2.74
\square	5.51	1.98
\square	7.31	4.71
	$m=2, h_0=3.70$ (cm), $\delta_0=0.925$	
	F_0	X_3
$\omin�$	3.35	4.62
\oplus	4.25	5.66
\circ	5.21	4.20
\odot	7.01	2.81



(a)



(b)



(c)

↓印: $x=L_{sj}$ の位置

図-36

$$\frac{Y}{h_0} = 0.090 \frac{x}{h_0} + 0.60 \dots\dots\dots (36)$$

さらに、タイプIIの場合には式(35)を満足し、タイプIIIの場合についても $a \approx -1/2$ となる範囲では式(33)~(35)より

$$h = d - k/x \quad (d, k \text{ は定数}) \text{ or } h = \text{Const.} \dots\dots\dots (37)$$

となって、実験によると 図-36 のように水面は式(37)で近似されるため、式(35)をほぼ満足している。すなわち、式(33)~(35)をほぼ満足するため、近似的に相似な分布が得られたものと推定される。

7. ま と め

以上、一様な台形(対称)および長方形断面水平水路における自由跳水と潜り跳水について、水理実験ならびに水理的解析により得られた結果を下記に要約して示す。

(1) 自由跳水

a) 台形断面水路の跳水の流況は m, F_1 によって大きく変化する。 $1 < F_1 < 1.7 \sim 2.3$ の場合、表面渦は発生せず、長方形断面の波状跳水とは、かなり異なる様相を示す。 $F_1 > 1.7 \sim 2.3$ の場合、表面渦が発生し、 m が小、 F_1 が大なほど跳水は対称な傾向を、 m が大、 F_1 が小のほど非対称な傾向を示し、表-2, 3 のように分類された。

b) 1, 2 型の跳水は減勢工として利用可能と考えられる。

c) 1~3 型の跳水の場合、共役水深の関係は式(2)、跳水によるエネルギー損失の関係は式(11)によって示される。一般に、相対エネルギー損失の断面形状による変化は小さい。

d) 跳水の長さは、一般に式(21)の関係によって示され、実験式(23)を提案した。

(2) 潜り跳水

a) 自由跳水においては主流が偏向する場合があるが、潜り跳水においては、主流は偏向せず、さらに、潜り跳水の位置は容易に固定され、自由跳水よりも安定である。

b) 潜り跳水上、下流端の水深間の関係は式(6)によって与えられる。

c) 潜り跳水によるエネルギー損失は式(15)によって与えられる。与えられた流量と断面形状に対して適度に潜らせると、自由跳水の場合よりも大きい相対エネルギー損失が得られる。

d) a), c) により、台形断面水路においては、潜り跳水を減勢工として有効に利用できるものと考えられる。

e) 自由跳水と潜り跳水の長さ L は、これを自由跳水あるいは潜り跳水によるエネルギー損失 H_L の達成される長さとして解釈することによって得られる次式の関係によって、一般に表示される。

$$f(L/H_L, H_L/H_*, \text{Shape}) = 0$$

ここに、 H_L/H_* は自由跳水あるいは潜り跳水による相対エネルギー損失、Shape は流積の形状を示す。

f) 潜り跳水の長さについて、実験式(26)を提案した。

g) 最大流速の減衰状況は式(30)の関係によって表示され(図-28)、潜り跳水の長さの定義は妥当であることが示された。

h) 水路中央面での鉛直流速分布の測定値を \bar{u}/u_m と y/Y とで整理すると、 $Y \propto x, u_m \propto x^{-1/2}$ をほぼ満足する x の範囲で、近似的に相似な実験曲線(図-31(実線))で示される。

おわりに、本研究を行うにあたって、終始ご指導を賜わった日本大学理工学部 粟津清蔵教授に心から感謝申し上げます。

記 号

- 添字 1: 跳水始点の断面における諸量
- 添字 2: 跳水終点の断面における諸量
- 添字 3: 潜り跳水始点の断面における諸量
- 添字 4: 潜り跳水終点の断面における諸量

A : 流積

A_0 : 流出口の流積

b : 台形断面水路の水路床幅

g : 重力の加速度

h : 水深

h_g : 流積の図心の水深

h_0 : 流出口の高さ

L_j : 跳水の長さ

L_{sj} : 潜り跳水の長さ

m : 台形断面の側面勾配 (図-1, $m = \tan \theta$)

m_l : 非対称な台形断面の場合, 左岸の側面勾配

m_r : 非対称な台形断面の場合, 右岸の側面勾配

Q : 流量

T : 水面幅 ($T = b + 2mh$)

T_0 : 流出口上部の幅 ($T_0 = b + 2mh_0$)

x, y, z : 座標軸 (図-1, 2, 5)

\bar{u} : x 方向の流速 (時間的平均値)

u_m : \bar{u} の最大値

D : 水理水深 ($D = A/T$)

D_0 : $D_0 = A_0/T_0$

v : 平均流速 ($v = Q/A$)

v_0 : 流出口における平均流速 ($v_0 = Q/A_0$)

F : フルード数 ($F = v/\sqrt{gD}$)

F_0 : $F_0 = v_0/\sqrt{gD_0}$

H : $H = v^2/2g + h$

H_0 : $H_0 = v_0^2/2g + h_0$

H_L : 自由跳水あるいは潜り跳水による損失水頭

S : $S = (h_4 - h_2)/h_2$ (h_2 は h_0 に共役な水深)

X : $X = h_2/h_1$

X_3 : $X_3 = h_3/h_0$

X_4 : $X_4 = h_4/h_0$

Y : 混合幅を示す特性長 (図-27)

α : エネルギー係数

α_0 : 流出口におけるエネルギー係数

β : 運動量係数

δ_1 : $\delta_1 = mh_1/b$

δ_2 : $\delta_2 = mh_2/b$

δ_0 : $\delta_0 = mh_0/b$

参考文献

- 1) Posey C.J. and P.S. Hsing : Hydraulic Jump in Trapezoidal Channels, Engineering News-Record, Dec., 1938.
- 2) Sandover J.A. and P.Holmes : The Hydraulic Jump in Trapezoidal Channels, Water Power, Nov., 1962.
- 3) Silvester R. : Hydraulic Jump in All Shapes of Horizontal Channels, Proc. ASCE, Hy. Jan., 1964.
- 4) Sharp J.J. : Discussion of Graphical Solution to Hydraulic Jump, Proc. ASCE, Hy, August, 1970.
- 5) Govinda Rao N.S. and N. Rajaratnam : The Submerged Hydraulic Jump, Proc. ASCE, Hy, Jan., 1963.
- 6) Rajaratnam N. : Submerged Hydraulic Jump, Proc. ASCE, Hy, July, 1965.
- 7) 栗津清蔵・大津岩夫 : 台形水路の跳水について, 第 23, 25 回土木学会年講, 1968, 1970.
- 8) 栗津清蔵・大津岩夫 : 台形水路の潜り跳水について, 第 26, 27 回土木学会年講, 1971, 1972.
- 9) 栗津清蔵・大津岩夫・吉田 保 : 跳水内の流速について, 第 28 回土木学会年講, 1973.
- 10) Argyropoulos P.A. : Theoretical and Experimental Analysis of the Hydraulic Jump in a Parabolic Flume, IAHR (7th), 1957.
- 11) Bradley J.N. and A.J. Peterka : The Hydraulic Design of Stilling Basins, Proc. ASCE, Hy, Oct., 1957.
- 12) Schwarz W.H. and W.P. Cosart : The two dimensional turbulent wall jet, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 10, Part 4, 1961.

(1975.3.5・受付)