

異方圧密粘土の三軸圧密における変形特性

DEFORMATION CHARACTERISTICS OF AN ANISOTROPICALLY
CONSOLIDATED CLAY IN TRIAXIAL CONSOLIDATION TESTS

安原 一哉*・山内 豊聡**
By Kazuya YASUHARA and Toyotoshi YAMANOUCHI

1. まえがき

自然堆積した土は通常側方拘束された状態で圧縮されていると考えられる。このような地盤では、応力は非等方性であるが、変形は一次元的である。ところが、種々の建築および土木構造物が有限深さを有する地盤に載荷されるとき、地盤は側方の変形が許されるため、一次元圧密に比べて形状変化が著しくなる。飽和粘土の場合、三次元圧密の問題として、その変形の経時変化や変形の終局値の予測のために、これまでいくつかの理論と実験的方法が示されている¹⁾。この三次元圧密は、ちょうど圧密とせん断の両領域にまたがる問題で、せん断変形が急速に発達するようになれば地盤は破壊に至ると考えられる。その意味で三次元圧密の問題は破壊を変形の面から考察する重要性をも包含している。

このような三次元圧密における変形を室内で検討するために、従来の三軸圧縮試験機を改良した三軸圧密試験機を用いる方法が Lambe²⁾ や Davis³⁾ らによって行われている。このような三軸圧密試験において重要なのは、三軸圧密に先立つ先行圧密を現地盤に近い応力状態で行うことであり、変形と体積変化が分離されないで随伴して起こるような試験方法をとるべきであるという点である。

また、三軸圧密試験における応力は、 K_0 圧密状態より圧縮（または伸長）破壊状態に近接した応力をとるべきであるが、これを現地盤と等しくさせる確実な方法は、現在のところまだ不明である。その意味で種々の応力状態における三軸圧密試験から得られる変形性状に関するデータを集積する必要があるように思われる。

本文は、上記の目的にそって種々の軸対称三軸圧密試験が可能な三軸圧密試験機を用いて、主として最小主応

力一定および平均主応力一定の一連の三軸圧密試験から、塑性変形が顕著でない過渡領域における三軸圧密中に成り立つ応力・ひずみの積分形の実験関係式を見出し、それをもとにして構造物の局部載荷による飽和粘土の三次元圧密沈下計算のための主ひずみを求める方法を示したものである。なお、三軸圧密における変形に関するもう一つの重要な問題は、現地盤の側方流動に関連するせん断変形の時間依存挙動であるが、筆者らは有効応力の変化からみたこれらの変形を時間依存しないものと時間に依存するものとに分け、後者については特にそのクリープ速度を用いて粘土地盤の流動による破壊の安全率を定義し、それによって異方圧密粘土の安全率を求める方法を別途提案している¹⁾。

2. 異方圧密粘土の応力・変形関係に関する考察

(1) 飽和粘土の応力・変形関係について

飽和した正規圧密粘土が異方的な三次元応力をうけるときの形状が変化するとともに体積も変化する。このような土中の任意点におけるひずみ状態は他の材料同様に主ひずみ軸の方向と主ひずみの大きさによってきまる。これらを応力状態と関係づけるには八面体応力面で考えると力学的解釈が容易になるようである。もちろん、これには異論もあるが、物理的意味が比較的明確であることから本文では変形をこれらによって規定することを試みている。

八面体垂直ひずみ ϵ_{oct} および八面体偏差ひずみ τ_{oct} は一般に八面体垂直応力 σ_{oct} 、偏差主応力 τ_{oct} によって表わされると考えられる。このことを関数形で表示すると、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{oct} &= f_1(\sigma_{oct}, \tau_{oct}) \\ \tau_{oct} &= g_1(\sigma_{oct}, \tau_{oct}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.1)$$

のように表わせよう⁴⁾。時間の要因を考慮すれば、さらに

* 正会員 西日本工業大学講師 工学部土木工学教室

** 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学教室

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{oct} &= f_2(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, t) \\ \tau_{oct} &= g_2(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.2)$$

とすべきであろう¹³⁾。特に、せん断時の変形を議論するときには、これらの応力の絶対値よりはむしろ応力比 τ_{oct}/σ_{oct} に支配されることが多くの研究者に支持されているので、新たに、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_{oct} &= f_3(\sigma_{oct}, \tau_{oct}/\sigma_{oct}, t) \\ \tau_{oct} &= g_3(\sigma_{oct}, \tau_{oct}/\sigma_{oct}, t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.3)$$

と書き改めた方が便利である。

もし、土が等方材料と仮定されるならば、式(2.1)は次のように簡単に表わすことができるようになる。

$$\epsilon_{oct} = f_1(\sigma_{oct}), \quad \tau_{oct} = g_1(\tau_{oct}) \dots\dots\dots(2.4)$$

弾性体については、周知のフックの法則から

$$\epsilon_{oct} = \frac{1}{K} \sigma_{oct}, \quad \tau_{oct} = \frac{1}{G} \tau_{oct} \dots\dots\dots(2.5)$$

が得られ、式(2.4)と同形の表示がなされている。K, G はそれぞれ体積弾性率、せん断弾性率とよばれる比例定数である。

さて、土質材料の変形は前述の応力比に依存するが、その依存の程度は土の過去の応力履歴や応力経路に影響されることも明らかにされている¹⁵⁾。

飽和粘土地盤の三次元圧密においては一次元圧密に比べて、圧密による体積変化とともにせん断変形による塑性流動やそれに伴うダイレイタンスーがより顕著に起こるために、沈下計算においては、これらの両方の要因を考慮しなければならない。地盤の内部の応力の変化の立場からみれば、正規圧密粘土ではせん断変形が著しいときは、間隙水圧は上昇し、逆に体積変化が顕著なときは間隙水圧は減少しようとする傾向がある。したがって、有効応力の変化に対応した変形状を把握する必要がある。

いま式(2.3)を次のように組み合わせることとする。

$$\frac{\epsilon_{oct}}{\tau_{oct}} = \frac{f(\tau_{oct}/\sigma_{oct}, t)}{g(\tau_{oct}/\sigma_{oct}, t)} \dots\dots\dots(2.7)$$

間隙水圧が消散する過程における変形の経時変化は圧密理論の解を得ることによって解決するものとし、ここでは時間の経過後間隙水圧がある平衡状態に達したときの積分された変形を問題にすることとする。このようにすれば、式(2.7)は

$$\frac{\epsilon_{oct}}{\tau_{oct}} = \frac{f(\tau_{oct}/\sigma_{oct})}{g(\tau_{oct}/\sigma_{oct})} = h(\tau_{oct}/\sigma_{oct}) \dots\dots\dots(2.8)$$

のように簡単に表わせることになる。式(2.7)、(2.8)の左辺の物理的意味はせん断変形に伴うダイレイタンスーの相対的割合を示すインデックスと解釈される。

式(2.7)、(2.8)の具体的な関数形は、実験的には、たとえば、三軸圧縮(密)試験の結果から決められよう。特に、式(2.8)がせん断時に成り立つとするならば、平均有効主応力一定の三軸圧密(排水クリープ)試験によ

ることが最適と考えられる。

結論的に述べれば、後述するように、有機質粘土のように塑性的性質が著しく、かつ軟弱地盤を構成すると考えられる材料の正規圧密時の応力・変形(ひずみ)関係式は従来の双曲線形式や指数関数形式とは別に高次の放物線形式の関数によっても良く実験結果を説明しうるようである。

すなわち、 K_0 圧密をうけた正規圧密粘土の平均主応力一定三軸圧密試験におけるせん断ひずみ r 、および体積ひずみ v は、それぞれ、次のように表わせると仮定される。

$$r = g(\eta_K) = \sum_{n=0}^{\infty} A_n \eta_K^n \dots\dots\dots(2.9)$$

$$v = f(\eta_K) = D_K \eta_K \dots\dots\dots(2.10)$$

せん断ひずみ r が二次放物線によって表わしうる場合を例にとれば、後述のように、

$$r = A \eta_K^2 + B \eta_K \quad (A, B \text{ は実験定数}) \dots\dots(2.11)$$

となる。したがって、式(2.8)の一つの具体的関係式として、次式が得られる。

$$\frac{v}{r} = \frac{D_K}{A \eta_K + B} = \frac{1}{C_K \eta_K + \mu} \quad \left(C_K = \frac{A}{D_K}, \frac{B}{D_K} \right) \dots\dots\dots(2.12)$$

以上において、

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{1}{\sqrt{2}} \tau_{oct}, \quad v = \epsilon_{oct} \\ \eta_K &= \tau_d / \sigma'_m \\ \tau_d &= \sigma'_1 - \sigma'_3, \quad \sigma'_m = \frac{1}{3} (\sigma'_1 + 2 \sigma'_3) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.13)$$

σ'_1 : 最大有効応力, σ'_3 : 最小有効応力である。

(2) 三軸圧密時の飽和粘土の体積変化について

飽和粘土の体積変化は、Henkel⁶⁾によれば、一般に次のように表わされる。

$$\frac{\Delta V}{V} = \left\{ -C \frac{1}{3} (\Delta \sigma'_1 + \Delta \sigma'_2 + \Delta \sigma'_3) + D \sqrt{(\Delta \sigma'_1 - \Delta \sigma'_2)^2 + (\Delta \sigma'_2 - \Delta \sigma'_3)^2 + (\Delta \sigma'_3 - \Delta \sigma'_1)^2} \right\} \dots\dots\dots(2.14)$$

軸対称応力状態のとき、 $\Delta \sigma'_2 = \Delta \sigma'_3$ であるから式(2.14)は、

$$\frac{\Delta V}{V} = \left\{ -\frac{1}{3} C \cdot (\Delta \sigma'_1 + 2 \Delta \sigma'_3) + D \sqrt{2} |\Delta \sigma'_1 - \Delta \sigma'_3| \right\} \dots\dots\dots(2.15)$$

となる。これから体積ひずみ v は軸差応力と平均有効主応力の関数として、

$$v = f(\sigma'_m, \tau_d) \dots\dots\dots(2.16)$$

のように表わしうるようになる。上式は先の

$$\epsilon_{oct} = f(\tau_{oct}/\sigma'_{oct}) \dots\dots\dots(2.17)$$

とは異なった形になっているが、式(2.16)がせん断応

力のみが作用するときの体積変化を表わす場合、特に式(2.17)の形になると解釈される。

式(2.7)の一例として、柴田¹⁰⁾は等方圧密をうけた正規圧密粘土の σ_m' 一定試験結果から、

$$v_d = D \frac{\sigma_1' - \sigma_3' - \sigma_0'}{\sigma_m'} \dots \dots \dots (2.18)$$

を提示している。ここで、

v_d : ダイレイタンシーによる体積ひずみ

D : ダイレイタンシー係数

σ_0' : ダイレイタンシーを顕著に示し始める軸差応力である。

ここで、いま一度式(2.15)をもう少し詳細に考察してみよう。

いま、図-1(a)においてA点(σ_{m0}' , τ_{d0})のような応力状態まで K_0 圧密された飽和粘土が増加応力によって、C点($\sigma_{m0}' + \Delta\sigma_m'$, $\tau_{d0} + \Delta\tau_d$)に移動したとすると、この経路における体積変化 Δv は、単にストレス・パスA→B, B→Cにおける変化分をそれぞれ重ね合わせたものとすれば、次式が成り立つ。

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial \sigma_m'} \right)_{\tau_d} \cdot d\sigma_m' + \left(\frac{\partial v}{\partial \tau_d} \right)_{\sigma_m'} \cdot d\tau_d \dots \dots \dots (2.19)$$

上式の第1項は、等方圧密による体積変化成分、第2項は、平均有効主応力一定のもとの体積変化成分である。太田⁸⁾は圧密は応力比一定のもとの起るものと仮定し、次式によって応力・ひずみ式を展開している。

$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial \sigma_m'} \right)_{\eta} \cdot d\sigma_m' + \left(\frac{\partial v}{\partial \tau_d} \right)_{\sigma_m'} \cdot d\tau_d \dots \dots \dots (2.20)$$

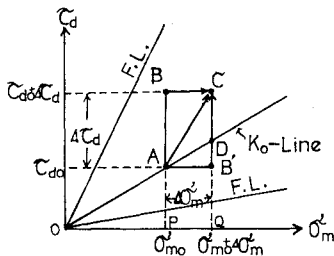


図-1(a) 三軸圧密時の応力経路

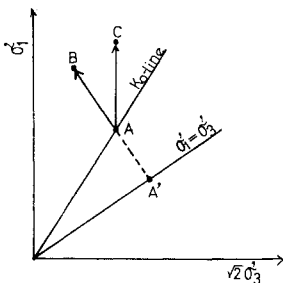


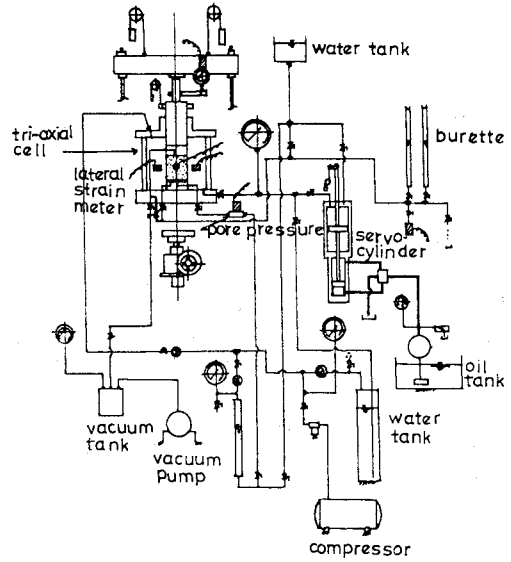
図-1(b) 三軸圧密時の応力経路(レンドリックの応力図)

式(2.20)は、B'→Dパスの体積変化を無視している点で多少筆者らの考えと相違している。これらの相違点の意味は多くの実験データに基づいて議論する必要がある。

3. 三軸圧密試験における応力・変形関係式について

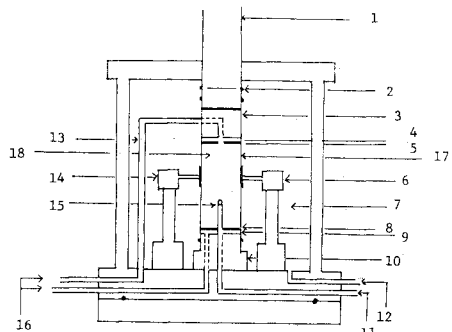
(1) 三軸圧密試験について

筆者らが用いている三軸圧密試験機は図-2、図-3に



- ⊕ Pressure gage
- Regulator

図-2 三軸圧密試験機の概要図



- 1 Loading piston
- 2 Rubber ring
- 3 Flexible tube
- 4 Top cap
- 4, 9 Porous disc
- 5, 8 Greased membrane
- 7 Water
- 10 Lower pedestal
- 11 Pore pressure measuring system
- 12 Water line to cell
- 13 Flexible tube
- 14, 6 Lateral strain meter
- 15 Porous tip
- 16 Connection for drainage
- 17 Rubber membrane
- 18 Soil sample

図-3 三軸セルの詳細図

示すような供試体周囲の3点に側方変位計を取り付けたもので、種々の軸対称の応力状態での圧密が可能である。側圧は K_0 。圧密時にはサーボ機構によって側方変位が常にゼロを指示するように自動的に制御され、その他の異方圧密や等方圧密は手動によってコントロールすることができる。

(2) 試験の概要

表-1 に示すような物性をもった飽和有機質粘土を、大型圧密容器で人工的に圧密させた後、径6.0 cm、高さ7.0~8.0 cm に整形したサンプルを K_0 圧密させて図-1 の A 点における応力状態 (σ_{m0}' , τ_{d0}) に至らしめる。このとき、 $\sigma_{m0}' = \frac{1}{3}(1+2K_0)\sigma_1'$ 、 $\tau_{d0} = (1-K_0)\sigma_1'$ である。この後に行う三軸圧密試験は次の二種類である。なお、各圧密段階では、載荷時間を約1週間とした。この時間で、間隙水圧はすでに十分消失するか一定値に収束しているからである。

- i) 側圧 σ_3 一定試験 (A → C パス)
- ii) 平均主応力 σ_m' 一定試験 (A → B パスおよび P → B パス)

表-1 有機粘土の物理化学的性質

Specific Gravity G_s	2.34
Liquid Limit W_L (%)	153
Plastic Index I_p	66
Content of Organic Matter (%)	10
Compression Index C_c	0.80~0.85
Swelling Index C_s	0.08~0.10
Initial Void Ratio e_i	2.50~3.0

(3) 三軸圧密試験中のひずみ比・応力比関係について

ここでは、 K_0 圧密された飽和正規圧密粘土のひずみ比・応力比関係を、 σ_3 一定および σ_m' 一定の条件における三軸圧密試験に基づいて調べる。

① σ_3 一定試験：図-1 および図-4 に示すように、一次元圧密終了後の最小主応力 σ_3 を一定に保って、最大主応力のみを増加させる三軸圧密試験を行うとき、 $d\sigma_3 = 0$ であるから平均主応力は $d\sigma_m' = \frac{1}{3}d\sigma_1'$ 、軸差応力は $d\tau_d = d\sigma_1'$ だけ増加するので、体積変化は圧密による v_c 、ダイレイタンスーによる v_d が併せて生ずる。また、せん断変形は載荷瞬時におけるものと時間依存するクリープの変形に分けられる。しかし、筆者らによる実験結果はこれらを分離せずに表現している。本実験によって得られたひずみ比・応力比との関係は、図-5 に示す通りである。第一段階を除いては、両者の間に線形関係がみられる。したがって、次のような表示が可能である。先にのべた $v/d\tau$ を用いずにあえて τ/v_d をパラメーターとして用いたのはどのような応力状態において塑性流動

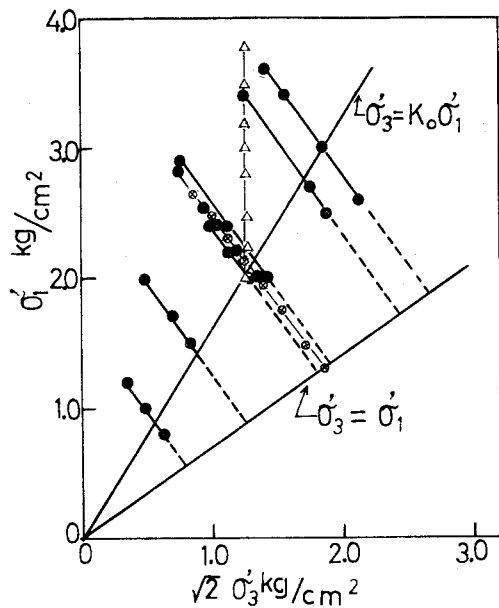


図-4 三軸圧密試験における応力状態

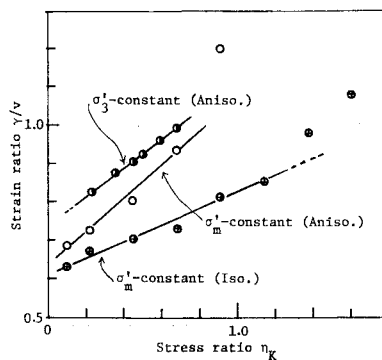


図-5 三軸圧密におけるひずみ比・応力比関係

的変形が卓越するかを知るインデックスとして τ/v_d を選んだためである。

$$\frac{\tau}{v} = C_K' \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} + \mu \quad \text{or} \quad \frac{v}{\tau} = \frac{1}{C_K' \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} + \mu} \quad \dots\dots\dots (3.1)$$

$v = f(\sigma_m', \tau_d)$ の具体的な表示が可能ならば前述のよりに式 (2.11) の形がきまる。そこで、体積ひずみ v の変化を $(\tau_d - \tau_{d0})/\sigma_m'$ に対して調べたのが 図-6 である。平均有効主応力 σ_m' の増加に伴う圧密変形が生じているにもかかわらず、従来ダイレイタンスー量を表現するのに用いられるものと同等の関係式が成り立つことがうかがわれる。

$$v = f(\sigma_m', \tau_d) = D' K \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} \quad \dots\dots\dots (3.2)$$

体積ひずみ増分を示す式 (2.19) は、上式から

$$dv = D' K \left\{ -\frac{(\tau_d - \tau_{d0})}{\sigma_m'} \cdot \frac{d\sigma_m'}{\sigma_m'} + \frac{d\tau_d}{\sigma_m'} \right\} \dots (3.3)$$

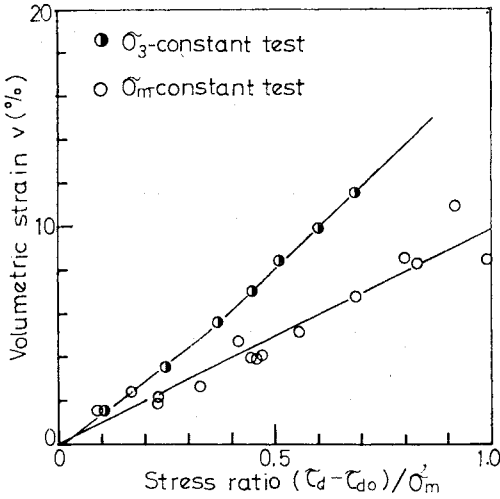


図-6 σ_3 一定および σ_m' 一定試験における体積ひずみ

と表わされる。これは太田ら⁸⁾が示している体積変化の微小変化を示す式と同等である。

② 平均有効主応力 σ_m' 一定試験：前述のように σ_3 一定試験においては、圧密とダイレイタンスーが混在するので、三軸圧密時のダイレイタンスーの寄与がどの程度かわからない。そこで、ダイレイタンスー成分のみをとり出し、それがどのような応力に支配されるかを調査する必要がある。室内三軸試験では、この種の問題を解決するために、平均有効主応力一定試験を行って、式(2.15)の第1項をゼロに保ち、偏差応力成分の変化のみ

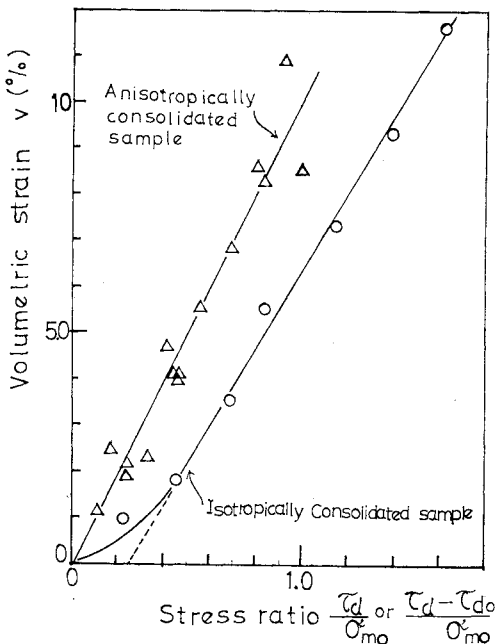


図-7 平均主応力一定試験における体積変化 (ダイレイタンスー)

による体積変化量を求めることがよく行われる^{9), 9), 10)}。この試験はひずみ制御では操作がきわめて困難なので、応力制御によるのが普通である⁹⁾。筆者らが用いている三軸圧密試験機はその意味で σ_m' 一定試験に適している。ただ、この種の試験では、とりわけ正規圧密粘土において、増加させる偏差応力に伴って微小な正の間隙水圧が生ずるために、圧密の全プロセスにおいては、厳密な意味での平均有効主応力一定とはなりえない。したがって、ここでは、平均有効主応力一定とは、間隙水圧消失後における状態を指すものとする。

さて、種々の垂直軸圧で K_0 圧密させた後、 $\frac{1}{3}(1+2K_0)\sigma_1'$ を常時保つように、段階的に三軸圧密試験を行った結果について述べることにする。一連の試験の応力状態は先の図-4 に示す通りである。 σ_1' の大きさによって必ずしも K_0 値が一定になっていないので、 $\sigma_m' = 1.23 \sim 1.25 \text{ kg/cm}^2$ 付近のデータを中心に整理した(この場合 $K_0 = 0.45 \sim 0.475$ である)。

まず増加する軸差応力に伴う体積変化、すなわちダイレイタンスーの傾向を示すと、図-7 のようになる。これから等方圧密粘土試験料について柴田¹⁰⁾が示した次式、

$$\frac{V_d}{V} = D \frac{\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_0}{\sigma_m'} \dots\dots\dots (3.4)$$

と同等の表示式、

$$\frac{V_d}{V} = v_d = D_K \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_{m0}'} = D_K \eta_K \dots\dots\dots (3.5)$$

が成り立つことがわかる。ここで、 σ_0 : ダイレイタンスーを顕著に示し始める主応力差である。ただし、式(3.4)の σ_0 / σ_m' の物理的意味が多少不明なのに対し、式(3.5)の τ_{d0} / σ_{m0}' は、 K_0 圧密終了時の応力比で力学的意味は明解である。

式(3.5)と式(3.2)とは次のように関連づけられる。

$$\begin{aligned} v_d &= D_K \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_{m0}'} = D_K \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} \cdot \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \\ &= \frac{D_K}{D_K'} \cdot \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \cdot v \dots\dots\dots (3.6) \end{aligned}$$

いま体積変化が前項で示したように圧密とダイレイタンスーによるとすれば、 $v = v_c + v_d$ より圧密による体積変化 v_c は

$$v_c = v - v_d = v \left(\frac{D_K' \sigma_{m0}'}{D_K' \sigma_{m0}'} - D_K \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \right) \dots\dots\dots (3.7)$$

と表わせる。これは軸差応力 τ_d 一定のときに成り立つとすれば、

$$v_c = \frac{C_c}{1 + e_0} \cdot \log \frac{\sigma_m'}{\sigma_{m0}'} \dots\dots\dots (3.8)$$

に等しくならなければならない。

この σ_m' 一定試験におけるひずみ比と応力比の関係は、前掲の図-4 からわかるように σ_3' 一定試験と同様に定常領域において次式によって表わされると推測され

る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{v} &= C_K \cdot \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_{m0}} + \mu \\ &= C_K \eta_K + \mu \left(\eta_K = \frac{(\tau_d - \tau_{d0})}{\sigma_{m'}} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.9)$$

あるいは

$$\frac{v}{r} = \frac{1}{(C_K \eta_K + \mu)}$$

ここで、 C_K は式 (3.1) の C_K' と同義であるが、普通 $C_K > C_K'$ なることが予想される。これは、平均有効主応力一定試験においては圧密による体積変化が生じず、そのためせん断ひずみの発生が妨げられないためであると考えられる。

このような圧密とダイレイタンスの重ね合わせが可能かどうかを確かめるために、 σ_3 一定試験の結果から式 (3.8) による等方圧密成分を除去した体積ひずみ成分が $\sigma_{m'}$ 一定試験による結果から予測されるかどうかを調べてみよう。

図-8 はこのことを確かめたものであり、約 0.5% の誤差があるものの式 (3.5) による予測結果がよく σ_3 一定試験中のダイレイタンス成分を説明しているのがわかる。これから、少なくとも正規圧密土においては、圧密とダイレイタンスの重ね合わせによって体積変化が成り立っていると考えてよいことがわかる。しかし、後述するようにこれを各主ひずみ方向に配分する際に若干の問題が生じてくる。

以上から、前章で討議された式 (2.12) が塑性流動的破壊に至らない定常領域において十分成立しうることが確かめられた。

結局、平均有効主応力一定試験におけるせん断ひずみ、最大・最小主ひずみは、次のようになる。

$$r = D_K \eta_K (C_K \eta_K + \mu) \dots\dots (3.10 \cdot a)$$

$$\epsilon_{1s} = D_K \eta_K \left(C_K \eta_K + \mu + \frac{1}{3} \right) \dots\dots (3.10 \cdot b)$$

$$\epsilon_{3s} = D_K \eta_K \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} (C_K \eta_K + \mu) \right\} \dots\dots (3.10 \cdot c)$$

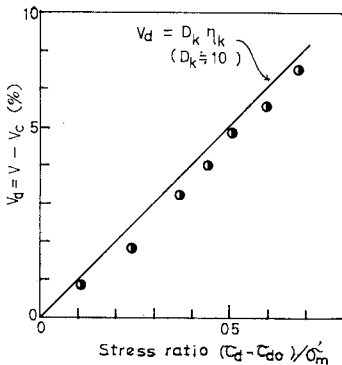


図-8 σ_3 一定試験におけるダイレイタンス成分と $\sigma_{m'}$ 一定試験結果による計算値との比較

③ ひずみ増分比-応力比関係式について：式 (3.1)、(3.9) はいずれもひずみ比と応力比の関係を示しているが、ひずみ増分比と応力比の関係は次のように拡張することによって得ることができる。

式 (3.9) において、 $(\tau_d - \tau_{d0})/\sigma_{m0}' = \eta$ とおけば、

$$\frac{r}{v} = C_K \eta + \mu \dots\dots (3.10)$$

となる。これを両辺微分形で表示すれば、

$$d\left(\frac{r}{v}\right) = C_K d\eta \dots\dots (3.11)$$

となり、これを分解して変形すれば、

$$v \frac{dr}{dv} = \frac{v^2}{dv} \cdot C_K d\eta + r$$

をうる。上式の右辺に式 (3.5) における

$$dv = D_K d\eta \dots\dots (3.12)$$

を代入すれば、

$$v \frac{dr}{dv} = \frac{C_K}{D_K} v^2 + r$$

となり、両辺を v で除すれば、

$$\frac{dr}{dv} = \frac{C_K}{D_K} v + \frac{r}{v} \dots\dots (3.13)$$

をうる。これに $r/v = C_K \eta + \mu$ と $v = D_K \eta$ を代入すれば、

$$\frac{dr}{dv} = 2 C_K \eta + \mu \quad \text{or} \quad \frac{dv}{dr} = \frac{1}{2 C_K \eta + \mu} \dots\dots (3.14)$$

のように、基本式 (3.9) や (3.1) にきわめて類似したシンプルな式を得ることができる。(3.14) からダイレイタンスの割合を示すひずみ増分比は、 $dv/dr = 1/(2 C_K \eta + \mu)$ のように、応力比の双曲線表示によって表わしうることがわかる。

平均有効主応力一定試験によって式 (3.14) を確かめてみよう。図-9 は $\sigma_{m'}$ 一定試験中の体積ひずみとせん断ひずみの関係の一例 (K_0 圧密粘土)

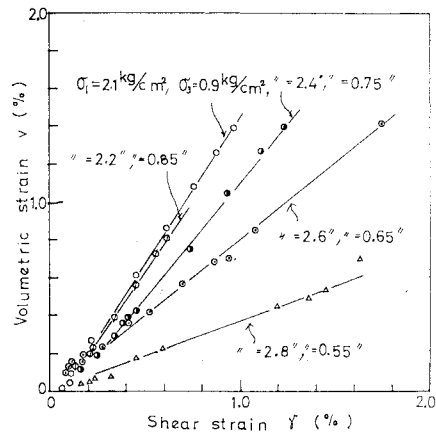


図-9 $\sigma_{m'}$ 一定試験中の体積ひずみとせん断ひずみの関係の一例 (K_0 圧密粘土)

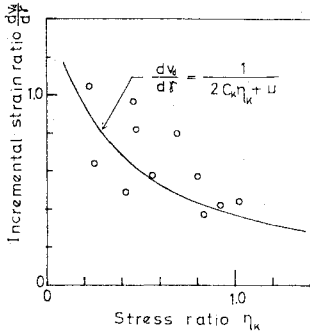


図-10 三軸圧密中のひずみ増分比と応力比の関係

断ひずみ関係の一例を示している。この後半の直線部分の勾配を $dv_a/d\tau$ とし、応力比に関係づけたのが図-10である。図中の曲線は、式(3.14)による計算式を示しており、ほど良く実験結果を説明しているのがみられる。

(4) 三軸圧密におけるひずみについて

次に、ひずみ比・応力比関係から得られるせん断ひずみおよび主ひずみの予測を与える計算式が実験結果を説明しうることを示そう。

σ_3' 一定試験におけるせん断ひずみ τ は、

$$\begin{aligned} \tau &= D_{K'} \cdot \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} \left(C_{K'} \cdot \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} + \mu \right) \\ &= A_{K'} \eta^2 + B_{K'} \eta \dots \dots \dots (3.15) \end{aligned}$$

および主ひずみ ϵ_1, ϵ_3 は、

$$\begin{aligned} \epsilon_1 &= D_{K'} \cdot \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} \left(C_{K'} \cdot \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} + \mu + \frac{1}{3} \right) \\ &= A_{K'} \eta^2 + \left(B_{K'} + \frac{1}{3} D_{K'} \right) \eta \dots \dots \dots (3.16 \cdot a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \epsilon_3 &= D_{K'} \cdot \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(C_{K'} \cdot \frac{\tau_d - \tau_{d0}}{\sigma_m'} + \mu \right) \right\} \\ &= -\frac{1}{2} A_{K'} \eta^2 + \left(\frac{1}{3} D_{K'} - \frac{1}{2} B_{K'} \right) \eta \dots (3.16 \cdot b) \end{aligned}$$

となる。 σ_m' 一定の条件下でも、 $C_{K'}$ を C_K 、 σ_m' を σ_{m0}' に置き換えれば、それぞれ (3.15)、(3.16) 両式と同形となる。

σ_3' 一定および σ_m' 一定における三軸圧密試験から得られた τ と ϵ_1 の結果を図-11, 12 に示す。式(3.15)、(3.16) から計算された結果を同図にプロット(実線)すれば、実験データと良く一致するのがみられる。ところで、図-8 で調べられた σ_3 一定試験におけるダイレイタンス成分を各主ひずみ方向に配分したものが σ_m' 一定試験から予測される値に近似しうるかどうかを調べてみよう。

図-13 は σ_3 一定試験における体積変化成分から圧密による体積変化を除去し、各主ひずみ方向に 1/3 ずつ配分した結果と計算結果を示したものである。これから、両者は必ずしも良い一致を示しているとはいえない。 σ_m' 一定試験中の体積ひずみを等方圧密によるひずみ同様各主ひずみ方向に 1/3 ずつ等配分することに問題があることを示しており、最大主応力方向に 1/3 より多く、最小

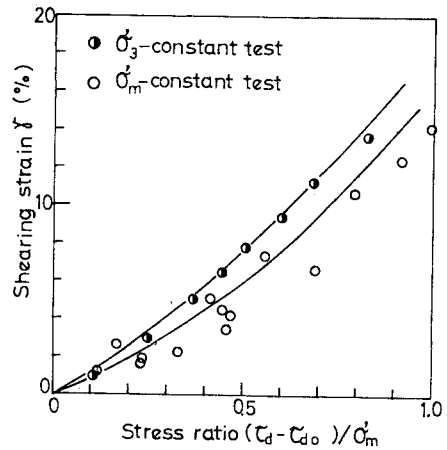


図-11 σ_3 一定および σ_m' 一定試験におけるせん断ひずみ

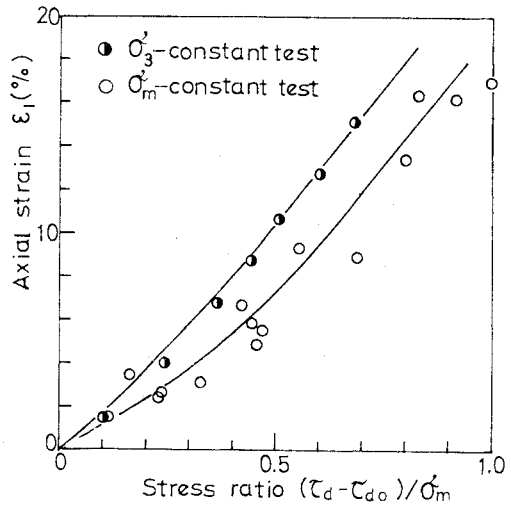


図-12(a) σ_3 一定および σ_m' 一定試験における最大主ひずみ

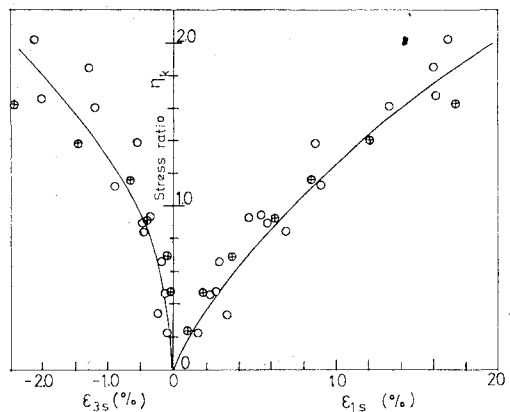


図-12(b) 平均有効主応力一定三軸圧密試験における主ひずみと計算曲線 (○: K_0 圧密試料, ⊕: 等方圧密試料)

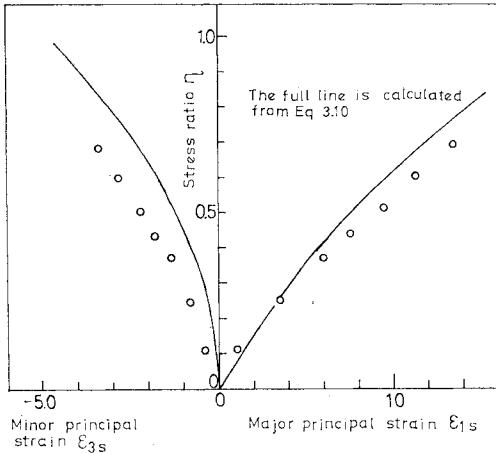


図-13 最小主応力一定試験中のせん断応力による主ひずみ

主応力方向に 1/3 より少なく配分する必要のあることを示唆している。

(5) 三軸圧密における変形におよぼす異方性の影響

土の変形が応力経路に依存することは良く知られている¹²⁾。しかし、三軸圧密における変形に関する検討例は少ないようである。図-4 における K_0 圧密終了時の平均有効主応力と同じ等方応力で圧密させた後 σ'_m 一定試験 ($\sigma'_m = 1.23 \text{ kg/cm}^2$, 初期間隙比 $e_0 = 1.83$) を行った結果について考察してみよう。

まず、ひずみ比と応力比の関係は前掲の図-5 に示す通りで直線関係で近似できるが、その直線傾度 C_K は K_0 圧密試料よりも小さい。等方圧密は粘土の初期堆積構造の変化には余り大きな影響を与えないと考えられるので、 K_0 圧密試料よりは粘土粒子の滑動によるせん断変形が起こりやすいと予想される。それにもかかわらず、実験結果はそれを裏付けていない。この原因は、はっきりわからないが、 K_0 圧密された粘土試料は三軸圧密開始前に $(1-K_0)\sigma'_1$ に相当するせん断応力を先行履歴として受けているため、せん断変形を加速させるのかも知れない。このことはせん断変形クリープ速度についても同じような傾向がみられ、著者ら¹¹⁾はすでに別稿で触れている。

さて、等方圧密をうけた試料の平均有効主応力一定の三軸圧密試験における体積変化の傾向は、先の図-7 に示したように K_0 圧密試料のそれとは多少異なっている。ダイレイタンシーが顕著になり始める応力比が初期段階において存在し、直線部分を表現するためには、

$$v_d = D_K \left(\frac{\tau_d}{\sigma_{m0}'} - \eta_0 \right) \dots \dots \dots (3.17)$$

とせねばならない。そのうえ、 D_K は K_0 圧密試料では 10.0 であるのに対し、等方圧密試料では 8.5 でやや小

さい。式(3.17)の η_0 の存在については柴田¹⁰⁾が整理したデータでも確かめられているが、 K_0 圧密試料の τ_{d0}/σ_{m0}' (K_0 圧密終了時の応力比) よりも小さく、異方性を示し始める応力比とするにはまだ疑問が残るように思われる。式(3.17)、(3.9) から、等方圧密試料のせん断ひずみと最大主ひずみは次の2式によってきまる。

$$\gamma = D_K' \left(\frac{\tau_d}{\sigma_{m0}'} - \eta_0 \right) \left(C_K' \frac{\tau_d}{\sigma_{m0}'} + \mu \right) \dots \dots (3.18)$$

$$\epsilon_1 = D_K' \left(\frac{\tau_d}{\sigma_{m0}'} - \eta_0 \right) \left(C_K' \frac{\tau_d}{\sigma_{m0}'} + \mu + \frac{1}{3} \right) \dots \dots \dots (3.19 \cdot a)$$

$$\epsilon_3 = D_K' \cdot \frac{\tau_d}{\sigma_{m0}'} \cdot \left\{ \frac{1}{3} - \frac{1}{2} \left(C_K' \frac{\tau_d}{\sigma_{m0}'} + \mu \right) \right\} \dots \dots \dots (3.19 \cdot b)$$

これから得られる計算曲線を実験データと比較してみ

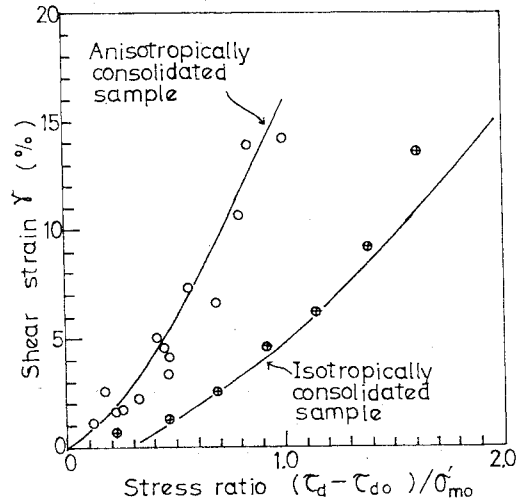


図-14 平均有効主応力一定試験におけるせん断ひずみ

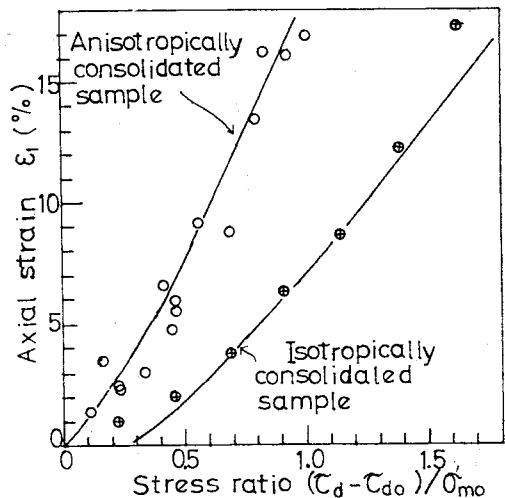


図-15 平均有効主応力一定試験における最大主ひずみ

ると図-14, 15 に示すように, K_0 圧密試料と同様に定常領域において良い一致を示している。

以上のように, 等方圧密試料の変形性状は K_0 圧密試料に比し, せん断応力による変形とダイレイタンスが小さくなる傾向がある。これらはもっと多くのデータによって結論する必要があると思われる。結局, これまでの議論から正規圧密粘土の三軸圧密中の体積変化とせん断変形との間には, たとえば式 (3.5) および式 (3.10) から,

$$\tau = \frac{C_K}{D_K} \cdot v^2 + \mu v \dots \dots \dots (3.20)$$

なる関係のあることがわかる。図-16 は, 体積ひずみ v とせん断ひずみ γ との関係を示したもので上式で表現しうることがよくわかる。

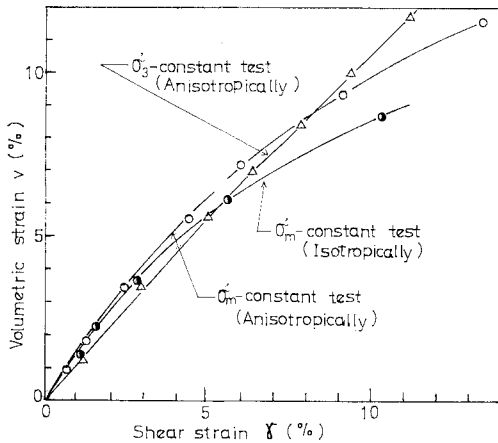


図-16 三軸圧密中の体積ひずみとせん断ひずみの関係

4. 三軸圧密における変形の時間依存性について

3. までの三軸圧密中の応力・変形の議論は三軸圧密試験の各段階において過剰間隙水圧が消失またはほぼ平衡状態に達した状態にのみに関するものであって, 変形の経時変化には何ら言及していない。そこで, 本節ではこの点に触れてみたい。

(1) 三軸圧密中の体積ひずみの時間変化

図-17 は側圧一定試験 ($\sigma_{10} = 2.0 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{30} = 0.9 \text{ kg/cm}^2$) における体積ひずみの経時変化を示したものである。後半部の直線部分では前述のように間隙水圧はほぼ平衡値に達しており, この部分では軸差応力による体積変化が支配的と考えられる。したがって, 図-18 におけるように平均有効主応力一定試験中の同じ部分におけるクリープ変形と同義と考えられる。そこで, 図-17, 18

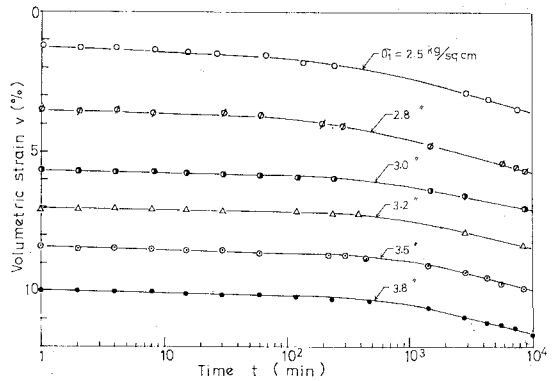


図-17 σ_3 一定試験中の体積ひずみの経時変化

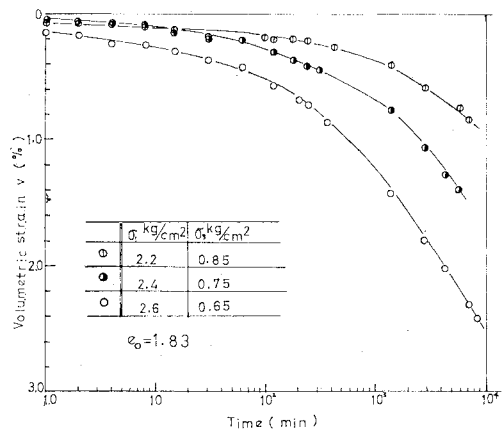


図-18 σ_m' 一定試験中の体積ひずみ (ダイレイタンス) の経時変化の一例

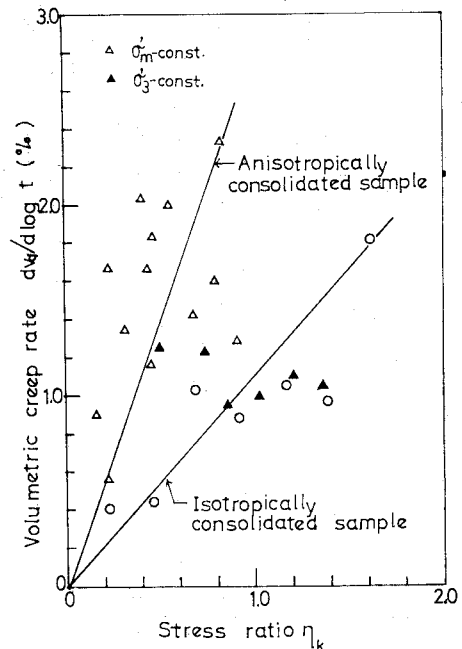


図-19 三軸圧密時の体積クリープ速度 (Δ, \circ : σ_m' 一定試験, \blacktriangle : σ_3 一定試験)

の直線勾配を対数クリープ速度 $dv/d \log t (\%/min)$ とし、応力比に対し関連づけたのが図-19である。ほぼこのことが裏付けられているのがわかる。

(2) 三軸圧密中のせん断ひずみの時間依存性について

従来の三次元圧密計算法では、せん断変形には時間依存性がなく荷重瞬時に起ると仮定して弾性理論によって計算されている。しかしながら、先述のように、粘土の変形がクリープ的であることは室内試験のみでなく野外においても広く経験するところであり、弾性理論のみに依存するのは土の本性を十分考慮した方法とはいえない。

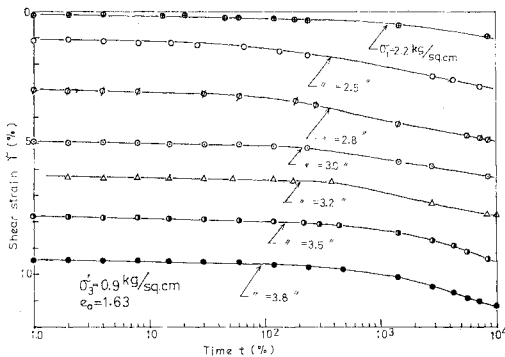


図-20 最小主応力一定試験のせん断ひずみの経時変化

三軸圧密におけるせん断変形は、たとえば、図-20のように圧密中にも非常に緩やかに増大する傾向があるが、このようなせん断変形のうち時間に依存する量が依存しない量と相対的にどのような関係にあるかについての検討は従来ほとんどなされていない。

図-21は σ'_m 一定圧密試験の第一段階におけるせん断変形中の時間に依存しないひずみ r_i の全せん断ひずみ r に対する割合を調べたものである。 K_0 圧密後の応力比の増加に伴って r_i の占める割合は増すものの全せん断変形の 10% にも満たないことがわかる。このように時間に依存するせん断変形が予想以上に大きいことは、従来の沈下計算法の仮定において十分注意を要する事項であろう。

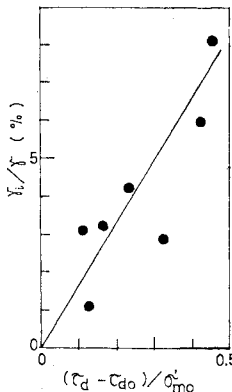


図-21 せん断変形中の即時変形の割合

上記の時間依存のせん断変形は粘土地盤の塑性流動の挙動の把握に重要である。そこでせん断ひずみのクリープ速度を調べてみよう。

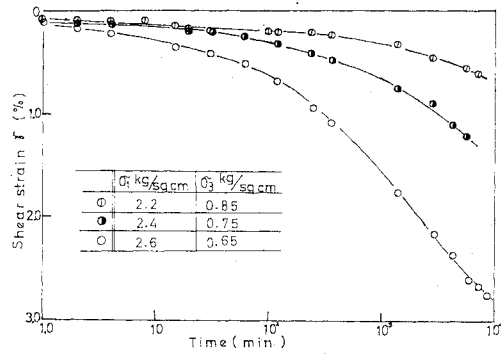


図-22 σ_m 一定試験中のせん断ひずみの経時変化の一例

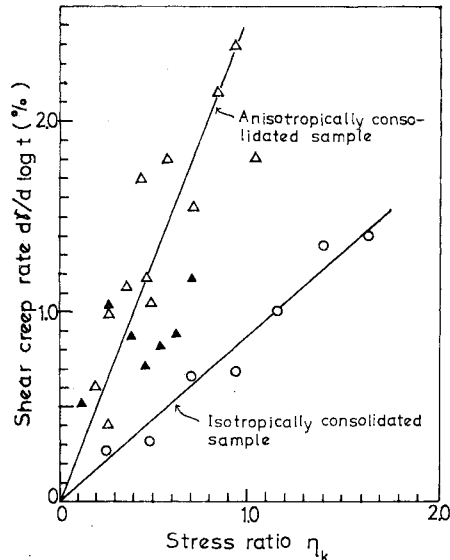


図-23 三軸圧密時のせん断クリープ速度 (△, ○: σ'_m 一定試験, ▲: σ'_3 一定試験)

図-20および図-22は σ'_m 一定、 σ'_3 一定試験におけるせん断ひずみの経時変化を示しており、この曲線の後半の直線部分の勾配を $dr/d \log_{10} t$ とし、 K_0 圧密後の応力比に対して関連づけたのが図-23である。両試験結果の間には大きな差異はみられないが、若干 σ'_3 一定試験のクリープ速度が σ'_m 一定試験のそれより小さめに位するのは、恐らく σ'_3 一定試験においては等方成分による圧密の時間的遅れ(動水力学的時間遅れ)が圧密後期に遅延してくるために、せん断変形が妨げられるためであろうと推測される。

また、等方圧密試料のせん断クリープ速度は、 K_0 圧密試料のそれに比べて、著しく小さいのがうかがわれる。このことは、先のせん断変形量の傾向と一致している。

このように、三軸圧密中のせん断変形は時間依存量が大きくを占め、従来の Skempton らに代表されるような即時変形のみとする仮定は必ずしも妥当でないことがわ

かる。

6. あとがき

三軸圧密試験に基づいて、異方圧密粘土の三軸圧密中に成り立つと考えられる積分形の実験的な応力・変形関係式を求め、その関係式によって、三次元圧密沈下計算に必要な主ひずみを求める実験式を与えた。以上を要約すると次の通りである。

(1) 一次元圧密をうけた正規圧密粘土の三軸圧密中には定常領域において、次のような近似的な応力・変形関係式が成り立つ。

$$v/\tau \doteq 1/\{C_K(\tau_d/\sigma_m') + \mu\}$$

等方圧密をうけた粘土についても同じ関係が成り立つが一次元的異方圧密をうけた粘土に比べて、せん断応力による変形と、ダイレイタンシーが起こりにくい傾向がある。

(2) 平均有効主応力一定の三軸圧密試験によって得られるダイレイタンシーによる体積ひずみ v_d は、柴田による表現と同様に、

$$v_d = D_K \cdot (\tau_d - \tau_{d0}) / \sigma_{m0}'$$

によって表わされ、一次元圧密粘土には、従来示されている等方圧密粘土のように、ダイレイタンシーを顕著に示し始める応力比は存在しない。

(3) 応力・変形の基本関係式に基づいて、三軸圧密中のせん断ひずみ、主ひずみを求める近似的方法を示した。

(4) 三軸圧密中のせん断ひずみは時間に依存するクリープ的変形が多くを占める傾向がある。したがって、従来の二次元的圧密計算法で“せん断変形は時間に依存しない即時沈下のみである”という仮定は必ずしも妥当でない。

(5) 従来三軸圧密時のせん断ひずみは、せん断応力(または応力比)の双曲線関数や指数関数によって与えられることが多いが、三軸圧密時にはそれらとは別の放物線近似によっても表示が可能であることを示した。

(6) 正規圧密粘土の三軸圧密中の変形は、従来いくつかの研究においてみられるものと同様にせん断応力による変形とダイレイタンシーおよび等方応力による圧密とを重ね合わせて得られる、という仮定に基づいて三軸圧密時の主ひずみを求める一実験式を与えた。それによって、異方圧密粘土の主ひずみは粘土粒子配列構造とともに変形方向(あるいは最大主応力方向)と排水方向の相違にも関与することを推察した。

なお本文は積分形の実験式を与えているが、応力経路の影響を十分考慮するためには微分形の応力・ひずみ・時間関係を規定する必要がある。現在、圧密中の非弾性効果を評価するためにこれを検討中であり稿を改めて報告したいと考えている。

引用文献

- 1) Skempton A.W. and L. Bjerrum (1957): A Contribution to the Settlement Analysis of Foundations on Clays, *Geotechnique*, Vol. 8, pp. 168~178.
- 2) Lambe T.W. (1964): Methods of Estimating Settlement, *Proc. A.S.C.E.*, 88-SM-43.
- 3) Davis E.H. and H.C. Poulos (1963): Triaxial Testing and Three-dimensional Settlement Analysis, *Proc. 4th Aust.-N.Z. Conf. Soil Mech.*, 233.
- 4) Wu T.S. (1971): *Soil Dynamics*, Allyn and Bacon, Inc., pp. 4.
- 5) 落合英俊・山内豊聡 (1970): 砂質土の変形とダイレイタンシーについて, *九大工学集報*, Vol. 43, No. 2, pp. 102~108.
- 6) Henkel D.J. (1960): The Shear Strength of Saturated Remakeclays, *Res. Conf. Shear Strength of Cohesive Soils*, pp. 533~554.
- 7) Skempton A.W. (1954): The Pore Pressure Coefficients A and B, *Geotechnique*, Vol. 4, pp. 525~541.
- 8) Hata S., Ohta H. and Yoshitani S. (1971): A Theoretical Approach to Stress-Strain Relations of Clays, *Land Subsidence*, Vol. II, pp. 563~572.
- 9) Tatsuoka F. and K. Ishihara (1970): Stress Dilatancy Characteristics of Sand in Triaxial Test, *Proc. 4th Conf. S.M.F.E.*, Budapest, pp. 337~351.
- 10) 柴田 徹 (1960): 粘土のダイレイタンシーについて, *京大防災研究所年報*, Vol. 6, pp. 128~136.
- 11) Yamanouchi T. and K. Yasuhara (1973): Secondary Compression of Muck in Oedometer and Triaxial-Consolidation Tests, *Proc. 8th Int. Conf. S.M.F.E.*, Oral discussion at Speciality Session 4 または, 山内豊聡・安原一哉 (1974): 飽和粘性土の三軸排水クリープについて, *日本レオロジー学会誌*, Vol. 2, No. 2, pp. 58~62.
- 12) 諸戸靖史 (1972): 砂の弾性的な変形特性, *土質学会論文報告集*, Vol. 12, No. 3, pp. 65~74.
- 13) 伊勢田哲也・棚橋由彦, 他 (1975): 土の応力変形特性と FEM 解析, 昭和 49 年度土木学会西部支部講演発表集, pp. 273~274.
- 14) Walker L.K. (1969): Secondary Compression in the Shear of Clays, *Proc. A.S.C.E.*, SM 1.
- 15) Henkel D.J. (1959): The Relationships between the Strength, Pore-Water Pressure and Volume Change Characteristics of Saturated Clays, *Geotechnique*, Vol. 9, pp. 119~135.
- 16) Mikasa M. (1951): On the Settlement of Clay Layer by Partial Load, *Proc. 1st Japan National Congress for App. Mech.*, pp. 303~307.
- 17) 吉国 洋 (1972): 三次元圧密の基礎理論, *土木学会論文報告集*, No. 201, pp. 87~98.

(1974.8.5・受付)