

透水性開水路乱流場における主流と浸透流との相互作用

INTERACTION BETWEEN MAIN AND SEEPAGE FLOWS IN
PERMEABLE OPEN-CHANNEL FLOW

中川 博次*・柵津 家久**

By Hiroji NAKAGAWA and Iehisa NEZU

1. 概 説

一般に、自然河川の河床はルーズな粗面であって河床面下には主流と平行な浸透流を伴い、また河床面を通して水流の出入りが可能となるから、主流と浸透流との間に相互作用が生じていると考えられる。以下では、河床変動を伴わない平坦河床で、しかも時間平均的に見て水流の出入りが無いすなわち suction や injection が存在しない平衡状態で十分に発達した2次元開水路乱流場について考察する。

さて、透水係数が小さくて浸透流の影響が無視される場合は、通常の粗面乱流となるが、浸透流の影響が存在する場合（ここではポーラス乱流とよぶ）には、境界面を通して主流と浸透流との動的な作用が期待されるから、同じ水理条件でも粗面乱流に比べポーラス乱流ではそれだけ運動量の交換が活発になり、付加的な応力が発生していると思われる。Lovera らは¹⁾平坦な自然河川の抵抗係数が Nikuradse による粗面乱流での値よりかなり大きいと報告しており、また草木上での地表風でも同じことが観察されている²⁾ 事実も、一部主流と浸透流との動的相互作用に起因していると考えられる。

一般に、開水路透水面下の浸透流は主流に比べてきわめて小さいから、もし境界面を通して主流と浸透流との動的な相互作用や接続条件がなければ、ほぼ Darcy 則が成立するいわゆる層流域に属すると考えられる。しかし浸透層の奥深い所は別として透水境界面近くでは、主流の影響を受けて浸透流は相当速かつ乱されていると考えられる（境界面近傍の主流場では乱れの発生が最大となり、最も乱されている領域にあたる³⁾）。

この状況は滑面乱流の粘性底層の挙動と類似しているようである。すなわち、図-1 に示すように、粘性底層

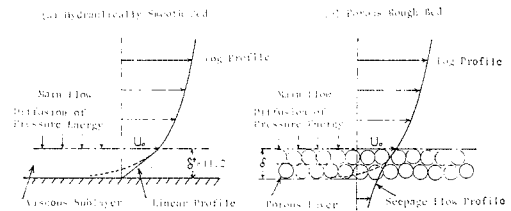


図-1 滑面乱流場とポーラス粗面乱流場との比較

内では本来粘性の作用が卓越し、層流状態となるべきであるが、実際は粘性底層端を通じてその外側の主流部と動的な相互作用を演じ、粘性底層内といえども流れは乱れていることが知られている⁴⁾。この粘性底層内の速度変動を誘起するものはその外側の主流からの圧力変動いわゆる圧力の染み込み現象がおきているからであって、底層端を通じて圧力エネルギーが粘性底層の方へと拡散しているものと理解される⁵⁾。

以上のことから類推して、浸透層上の乱流場についても主流から浸透層へとその境界面を通じて乱れを誘起し攪乱を与えるものは、まず第一次的には境界面上の圧力変動であり、浸透層内へ圧力エネルギーが拡散していくためと考えられる（図-1 参照）。このような異なる流れの場との動的相互作用を理論的および実験的に解明することは一般に容易ではないが、気流と自由水面との相互作用の結果生じる風波の発生の機構は理論的にかなり明らかにされている。すなわち、Miles にはじまる風波の発生理論がこれである⁶⁾。この理論の成功に刺激されて Phillips は⁷⁾ Miles の考えをせん断乱流場に拡張適用し、レイノルズ応力の発生（渦の相互作用の結果生じるので誘導応力という）を論じ、Townsend による噴流の混合領域に適用し良好な結果を得た。

一方、Chu らは⁸⁾円管内壁に浸透層をつけて気流実験を行い、誘導応力を観測し Phillips の理論を適用してこれを説明しようとした。しかし、比例定数として Phillips がせん断乱流場で予測した値 0.12 とは 1 0ー

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部工木工学教室

** 学生会員 工修 京都大学大学院博士課程

ダも大きな Miles 理論での値 π を使ったことに疑問があり、また物理的にあいまいな点もある。

本論文は、開水路浸透層上の主流と浸透流との動的相互作用をより物理的に説明するとともに、その結果生じる誘導応力を推定する式を導き、また実験計測値と比較することにより Phillips の理論がこの乱流場に適用可能かどうかを論じようとしたものである。

上述の説明によって、相互作用システムを図-2 に示すように、まず主流の圧力変動によって浸透流に攪乱が誘起され、次にこのフィードバックとして浸透流の乱れが主流に誘導応力を発生させると考えて、以下順に考察することにする。

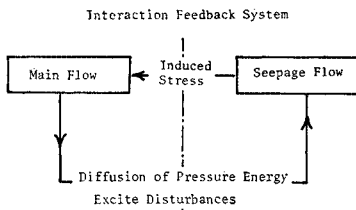


図-2 主流と浸透流との動的相互作用システム

2. 浸透流の基礎方程式

浸透層内の局所的流速 v_p は次の Navier-Stokes の式を満足しなければならない。すなわち、

$$\rho \partial v_p / \partial t = -\nabla \bar{p} + X + \mu \nabla^2 v_p - \rho (v_p \cdot \nabla) v_p \dots \dots \dots (1)$$

ここで \bar{p} は圧力、 X は体積力を表わす。

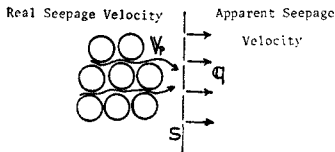


図-3 浸透流モデルの説明図

しかし、たとえポーラス粗度の配置などが規則的であっても、図-3 に示すように実際の流速 v_p を知ることは不可能に近いし、また実用上からもあまり興味はなく、むしろ実例可能な断面平均的な見かけ上の流速すなわち通常使われる浸透流速 q で置き換えた方がよい。 q はその定義から

$$q = \frac{1}{s} \int_s v_p ds \equiv n \langle v_p \rangle \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 n は浸透層の空隙率であり、 $\langle \rangle$ 記号は q が収束する範囲 s での断面平均を表わす。

式 (1) の右辺の第 2 項は粘性抵抗項、第 4 項は慣性抵抗項であるが、いずれも局所的微分作用素で表示されているため、これらの断面平均値を求めることは式 (1)

を直接解く以上に困難であり、ここでは以下の経験則で近似させる。

まず、粘性抵抗は線形表示であって層流の抵抗を支配していると考えられるから、速度に比例する。すなわち、

$$\mu \langle \nabla^2 v_p \rangle \equiv -\frac{\mu}{K} q \text{ (線形)} \dots \dots \dots (3)$$

ここで K は比例定数であって、以下では透水係数とよぶことにする。

次に、慣性抵抗は非線形表示であって乱流の抵抗の主因になっていると考えられるから、速度の 2 乗に比例するとしてよい。抵抗の方向を考慮すると

$$\rho \langle (v_p \cdot \nabla) v_p \rangle \equiv \rho \cdot \frac{C}{\sqrt{K}} |q| q \text{ (非線形)} \dots \dots (4)$$

ここで C は比例定数であって、 K と同様実験で求めなければならない。レイノルズ数は粘性抵抗に対する慣性抵抗の比であるから、浸透流のレイノルズ数 R_K として式 (3) と (4) との比を取って $R_K \equiv \sqrt{K} |q| / \nu$ と定義され、透水係数 K が重要なパラメーターであることがわかる。

また、式 (2) の発散をとれば、容易に $\nabla \cdot q = 0$ が求まり、 q も連続式を満足する。

以上から、式 (1) は次式で近似される。

$$\frac{1}{n} \frac{\partial q}{\partial t} = -\nabla \frac{\bar{p}}{\rho} + X - \frac{\nu}{K} [1 + CR_K] q \dots (5)$$

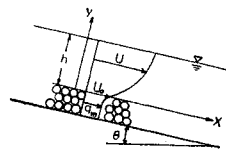


図-4 開水路浸透層上の乱流場の説明図

さて、式 (5) を図-4 に示す開水路浸透層流に適用する。この浸透流は一次元場すなわち $q = (q_m + q_x, q_y, q_z)$ と考えられ、乱れ成分 q_x, q_y および q_z は q_m に比べて十分小さいと

仮定される。式 (5) の時間平均をとれば、 y 成分は

$$P = \rho g \cos \theta \cdot (h - y) \dots \dots \dots (6)$$

であり、浸透層内でも平均圧力 P は静水圧分布を示すことがわかる。ここで h は主流の水深である。

時間平均された x 成分からは次式を得る。

$$(1 + CR_K) q_m = (Kg/\nu) I_e \dots \dots \dots (7)$$

ここで、

$$I_e \equiv \sin \theta - \cos \theta \partial h / \partial x \dots \dots \dots (8)$$

であって、浸透層の動水勾配を表わし、主流のエネルギー勾配に一致する。また、 R_K は乱れ成分が q_m に比べて十分小さいものとして、 $R_K \equiv \sqrt{K} q_m / \nu$ として計算されている。

ところで、 I_e を q_m の 2 次式で表現しようとする試みはすでになされ、Ward⁹⁾ はそれらの係数に次元解析的考察を行って式 (7) を導いている。

いま、

$R_K \ll 1/C$ ならば $q_m = (Kg/\nu)I_e \dots\dots\dots(9)$
 となって通常の Darcy 則に一致する。

また、

$R_K \gg 1/C$ ならば $q_m = (\sqrt{K} C \cdot g I_e)^{1/2} \dots\dots\dots(10)$
 式内は¹⁰⁾ 空隙系モデルによって式 (9) を層流領域で、
 式 (10) を乱流領域でそれぞれ導いている。

次に、浸透流の乱れ成分について考察する。境界面近くの浸透流は主流からの攪乱を受けて相当乱されている。いま、この領域の浸透流でも近似的に式 (5) を満足し、さらに2次元攪乱場であると仮定すると、式 (5)、(6) および (7) から次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial q_x}{\partial t} &= -n \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{p}{\rho} \right) - \alpha_1 q_x \\ \frac{\partial q_y}{\partial t} &= -n \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{p}{\rho} \right) - \alpha_2 q_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

ここで、

$$\alpha_1 \equiv (n\nu/K)(1+2CR_K), \alpha_2 \equiv (n\nu/K)(1+CR_K)$$

であって、 p は圧力変動 ($p \equiv \tilde{p} - P$) を表わす。以下では、大文字は平均流成分、小文字は乱れ成分を表わすことにする。連続式を使って時間項を消去すると次式となる。

$$\nabla^2(p/\rho) = -\frac{Cq_m}{\sqrt{K}} \frac{\partial q_x}{\partial x} \dots\dots\dots(12)$$

式 (11) および (12) は q_x, q_y, p に関する線形微分方程式であるから境界条件が定まれば容易に解くことができる。

ところで、2次元乱流場での圧力方程式は、その主要項をとれば

$$\nabla^2(p/\rho) = -2 \frac{\partial U}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \dots\dots\dots(13)$$

であって圧力変動の主な起因は $\partial U/\partial y \cdot \partial v/\partial x$ とされている^{11), 12)}。式 (12) と (13) の Poisson 方程式は非常に類似し、浸透層内の圧力変動の原因は $q_m/\sqrt{K} \cdot \partial q_x/\partial x$ であると考えられる。これらの類似性はすでに図-1で定性的に示されたものであって非常に興味深い点である。

3. 浸透流の乱れの解析

図-1 (b) で示したように、境界面 ($y=0$) での主流の圧力変動によって誘起される浸透流の攪乱を以下解析する。

いま、境界面上の圧力変動 p_0 を周波数 ω をもち位相速度 U_c で下流に伝播される“攪乱波”と考え、また浸透層の厚さを h_p として、次の境界条件を仮定する。すなわち、

$$p = R_e \{ \sqrt{2} \tilde{p}_0' \exp i(kx + \omega t) \} \equiv p_0, \quad y=0 \dots\dots\dots(14)$$

$$q_y = 0, \quad y = -h_p \dots\dots\dots(15)$$

ここで $R_e \{ \}$ は複素数の実部を表わし、 $\tilde{p}_0' (\equiv \sqrt{\overline{p_0'^2}})$ は r.m.s. 値である (以下、プライム記号はその r.m.s. 値を表わす)。また、 $k (\equiv \omega/U_c)$ は波数である。

式 (14) と (15) の境界条件の下で式 (11) および (12) を解くと容易に次式が得られる ($-h_p \leq y \leq 0$)。

$$p = R_e \left\{ \frac{\sqrt{2} \tilde{p}_0' \cosh \beta(h_p + y)}{\cosh(\beta h_p)} \exp i(kx + \omega t) \right\} \dots\dots\dots(16)$$

$$q_x = R_e \left\{ -i \frac{nk}{(\alpha_1 + i\omega)} \cdot \frac{\sqrt{2} (\tilde{p}_0'/\rho) \cosh \beta(h_p + y)}{\cosh(\beta h_p)} \exp i(kx + \omega t) \right\} \dots\dots\dots(17)$$

$$q_y = R_e \left\{ -\frac{nk^2}{(\alpha_1 + i\omega)\beta} \cdot \frac{\sqrt{2} (\tilde{p}_0'/\rho) \sinh \beta(h_p + y)}{\cosh(\beta h_p)} \exp i(kx + \omega t) \right\} \dots\dots\dots(18)$$

ここで、

$$\beta^2 = k^2(\alpha_2 + i\omega)/(\alpha_1 + i\omega)$$

さて、式 (17) の $\{ \}$ の複素数を \bar{q}_x 、その複素共役を \bar{q}_x^* と表わせば、

$$\bar{q}_x^2 = \frac{1}{2} [\bar{q}_x \bar{q}_x^* + R_e \{ \bar{q}_x^2 \}] = \overline{\bar{q}_x \bar{q}_x^*} / 2$$

であるから容易に乱れ強度を求めることができる。本研究は境界面近くの浸透流の乱れに着目しているから $0 \sim |y| \ll h_p$ として h_p が十分大きいとすれば次の近似式が得られる。

$$\bar{q}_x^2 = \frac{n^2 k^2}{(\alpha_1^2 + \omega^2)} (\tilde{p}_0'/\rho)^2 \dots\dots\dots(19)$$

$$\bar{q}_y^2 = \frac{n^2 k^2}{\sqrt{(\alpha_1^2 + \omega^2)(\alpha_2^2 + \omega^2)}} (\tilde{p}_0'/\rho)^2 \dots\dots\dots(20)$$

式 (19) および (20) を Chu らも筆者らとは異なる境界条件を与えて導いている⁸⁾。境界面上の主流の圧力変動強度 \tilde{p}_0' がわかれば境界面近傍の浸透流の乱れ強度が上式から評価され、主流によって誘起される乱れが推定できることになる。

しかし、これらの乱れ強度はあくまでも周波数 ω 、波数 k をもつ1つの圧力変動攪乱が誘起する寄与分であって、実際はすべての攪乱の寄与を受けて実際の乱れ強度が生じる。これを解析するにはスペクトル関数の導入が必要であって、その手法はすでに筆者らによって用いられている¹³⁾。

4. 浸透流のスペクトル解析

いま、 (k, ω) と $(k+dk, \omega+d\omega)$ との間の波数およ

び周波数空間にある主流の圧力変動攪乱成分がもつ強度（パワー）を $p_0'^2 \Phi_p(k, \omega) dk d\omega$ とおく。 $\Phi_p(k, \omega)$ は両側無限の正規化されたスペクトル関数であり、 p_0' は境界面での全圧力変動強度を表わすことになる。すなわち定義により

$$\bar{p}_0'^2(k, \omega) = p_0'^2 \Phi_p(k, \omega)$$

また、

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_p(k, \omega) dk d\omega = 1 \dots\dots\dots(21)$$

このとき、境界面近くの浸透流の全乱れ強度を q_x', q_y' とすれば、次式を得る。

$$q_x'^2 = \iint_{-\infty}^{\infty} \bar{q}_x'^2 dk d\omega = \frac{n^2}{\rho^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{p_0'^2 k^2}{\alpha_1'^2 + \omega^2} \cdot \Phi_p(k, \omega) dk d\omega \dots\dots\dots(22)$$

$$q_y'^2 = \iint_{-\infty}^{\infty} \bar{q}_y'^2 dk d\omega = \frac{n^2}{\rho^2} \iint_{-\infty}^{\infty} \frac{p_0'^2 k^2}{\sqrt{(\alpha_1'^2 + \omega^2)(\alpha_2'^2 + \omega^2)}} \Phi_p(k, \omega) dk d\omega \dots\dots\dots(23)$$

また、 q_x, q_y の正規化されたスペクトル関数をそれぞれ Φ_x, Φ_y とおけば次のようになる。

$$\Phi_x(k, \omega) = \left(\frac{p_0'}{\rho q_x'} \right)^2 \frac{n^2 k^2}{\alpha_1'^2 + \omega^2} \Phi_p(k, \omega) \dots\dots(24)$$

$$\Phi_y(k, \omega) = \left(\frac{p_0'}{\rho q_y'} \right)^2 \frac{n^2 k^2}{\sqrt{(\alpha_1'^2 + \omega^2)(\alpha_2'^2 + \omega^2)}} \Phi_p(k, \omega) \dots\dots(25)$$

したがって、 $\Phi_p(k, \omega)$ が既知であれば乱れのスペクトルは容易に求まる。しかし、浸透粗面上のスペクトル関数 Φ_p を直接求めることは容易でなく、ここでは滑面管路流に関する Corcos の¹¹⁾ および粗・滑面境界層流に関する Willmarth らの¹⁴⁾ 圧力変動解析結果から Φ_p を推定することにする。しかし、以下で評価される Φ_p の関数形はあくまでも滑面上の壁面乱れの圧力変動から推定されるものであり、必ずしも浸透粗面上のものとは一致するとは考えられないが、 Φ_p が正規化されていることを考えると、近似的には以下の議論が許されるであろう。

さて、Corcos は圧力変動の時空間相関解析を行い、乱れの相似性を仮定して次式を導いた¹¹⁾。

$$\Phi_p(k, \omega) = \frac{U_c}{|\omega|} \phi(\omega) E_0(\mu+1) \dots\dots\dots(26)$$

$$E_0(\mu+1) \equiv \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A(t) \cos t(\mu+1) dt \dots\dots(27)$$

ここで、 $t = \omega \xi / U_c$ 、 $\mu = k U_c / \omega$ であって ξ は波数 k に対応する空間相関のずらし距離である。また、 $A(t)$ はクロス・スペクトル関数 $\Gamma(\xi, \omega)$ の振幅比を表わすものであって、 $|\Gamma(\xi, \omega)| / \phi(\omega)$ で定義される¹¹⁾。式 (26) は圧力変動の自己相関関数をフーリエ変換したスペクトル $\phi(\omega)$ と、時空間相関の最大値が距離 ξ によって減衰する度合 $E_0(\mu+1)$ との積で表現したものである。

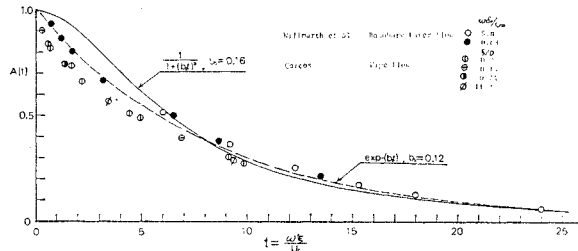


図-5 圧力変動のクロス・スペクトル関数の振幅

当然、Taylor の凍結乱流の仮定が厳密に成立すれば、時空間相関の最大値は減衰しないから $A(t) \equiv 1$ であり、このとき式 (26) および (27) から

$$\Phi_p(k, \omega) = \phi(\omega) \delta(1 + \omega/k U_c)$$

あるいは

$$\Phi_p(-\omega/U_c, \omega) = \phi(\omega) \dots\dots\dots(28)$$

すなわち、時空間スペクトル Φ_p は自己相関スペクトル $\phi(\omega)$ と一致し、攪乱は完全にコヒーレンスに $U_c = -\omega/k$ で輸送されることになる。

いま、圧力変動の積分スケール \mathfrak{E} を導入し、乱流解析でよく行われるように、自己相関関数が指数関数で近似的に表わされるものと仮定する。このとき、

$$\phi(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-|\tau|/\mathfrak{E}) e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{\mathfrak{E}}{\pi(1+\mathfrak{E}^2\omega^2)} \dots\dots\dots(29)$$

次に、 $E_0(\mu+1)$ は式 (27) によって $A(t)$ がわかれば計算される。図-5 は Willmarth らおよび Corcos の実験結果を示したものである。実験値の適合関数として式 (29) と同様にまず、

$$A(t) = e^{-b_1 t} \quad (b_1 \text{ は実験定数}) \dots\dots\dots(30)$$

が考えられ、

$$E_0(\mu+1) = \frac{1}{\pi} \frac{b_1}{b_1^2 + (\mu+1)^2} \dots\dots\dots(31)$$

となるが、式 (31) を使って式 (22) および (23) からそれぞれ q_x', q_y' を求めようとすると、高波数成分がききすぎてこれらの積分は発散する。この原因は $t = \omega \xi / U_c$ が微小のとき、式 (30) で表現され得ないことを意味し、速度相関を式 (30) のような指数関数で近似すれば、乱れエネルギー逸散量が発散してしまうといった困難さと同じである。

t が微小のとき、式 (28) で示した Taylor の仮説が成立すると考えられるから、 $A'(0) = 0$ の条件を満足するような式 (30) に近い関数として次式が考えられる。

$$A(t) = \frac{1}{1+(b_2 t)^2} \quad (b_2 \text{ は実験定数}) \dots\dots(32)$$

このとき、

$$E_0(\mu+1) = \frac{1}{2b_2} \exp\left(-\frac{1}{b_2} |\mu+1|\right) \dots\dots(33)$$

したがって、式 (26), (29) および (33) からスペクトル関数は次式で与えられる。

$$\phi_p(k, \omega) = \frac{U_c \mathfrak{E}}{2\pi b_2 |\omega| (1 + \mathfrak{E}^2 \omega^2)} \cdot \exp\left(-\frac{1}{b_2} \left| \frac{U_c k}{\omega} + 1 \right| \right) \dots\dots (34)$$

当然、式 (34) は式 (21) の正規化条件を満足している。これを用いて式 (22) および (23) から q_x' および q_y' を求めると次式が得られる。

$$q_x'^2 = n^2 \left(\frac{p_0'}{\rho} \right)^2 \frac{2b_2^2 + 1}{U_c^2} \cdot \frac{1}{\alpha_1' + 1} \dots\dots (35)$$

$$q_y'^2 = n^2 \left(\frac{p_0'}{\rho} \right)^2 \frac{2b_2^2 + 1}{U_c^2} \frac{2\alpha_1'}{\pi(\alpha_1'^2 - 1)} \cdot [K_1 + (e^2 - 1)K_3] \dots\dots (36)$$

ここで、 $\alpha_1' \equiv \alpha_1 \mathfrak{E}$, $\alpha_2' = \alpha_2 \mathfrak{E}$ であり、 $\alpha_1' > 1$ としている。 $\alpha_1' < 1$ のときも類似な式が求められる。また、 K_1 および K_3 はそれぞれ Legendre-Jacobi の第1種および第3種完全楕円積分であって次式で定義される。

$$K_1 = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}$$

$$K_3 = \int_0^1 \frac{dx}{(x^2 - e^2) \sqrt{(1-x^2)(1-k^2x^2)}}$$

$$e^2 = \alpha_1'^2 / (\alpha_1'^2 - 1) > 0, k^2 = 1 - \alpha_2' / \alpha_1' > 0$$

$$\therefore \frac{q_y'}{q_x'} = \left\{ \frac{2}{\pi} \frac{\alpha_1'}{\alpha_1' - 1} [K_1 + (e^2 - 1)K_3] \right\}^{1/2} \dots (37)$$

式 (37) は式 (31) を使っても式 (22) および (23) を有限に抑えるように高波数成分切断を行えば導びかれる。

浸透層の特性値である α_1 および α_2 が決定されると数表によって K_1, K_3 が求まるから、乱れの異方性の程度 q_y'/q_x' は主流の水利条件とは無関係に決められることになる。図-6 は $r = \alpha_2/\alpha_1$ をパラメーターとして q_y'/q_x' の変化を示したものである。一般に r は1に近く、 α_1' はそれほど大きくないから異方性の程度は小さいと考えられるが、壁面乱流では $u' > v'$ が成立することを考えれば²⁾、浸透層内では $q_y' > q_x'$ となることはむしろ注目に値する。この差異は q_x が q_y に比べてポアラス粗度により一層抑制されやすいため生ずるものと

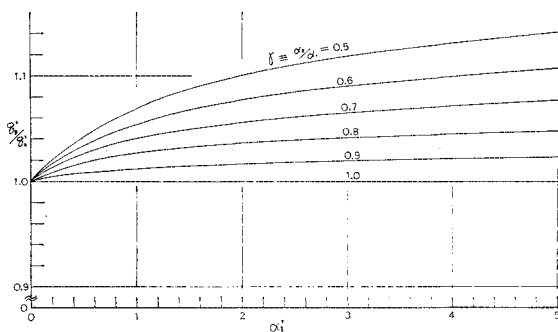


図-6 浸透流の乱れ強度の異方性

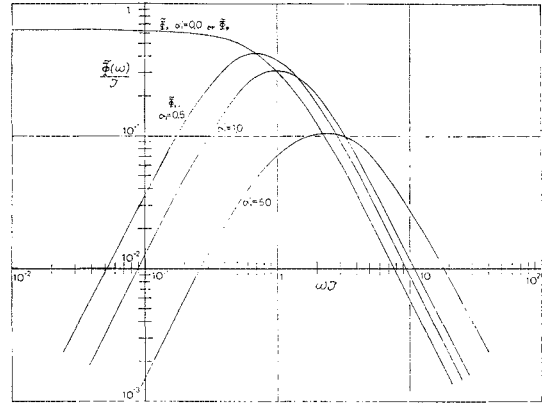


図-7 浸透流乱れの周波数スペクトル関数

考えられ、本研究の浸透流モデル式 (5) からこのことは推測される。実際、式 (12) と (13) とを比較すれば、壁面乱流場での圧力変動の起因力として $\partial v/\partial x$ が重要であるのに対し、浸透流場では $\partial q_x/\partial x$ となって、両者の差異が乱れ強度の異方性に反映しているものと推測される。

最後に、圧力および速度の周波数スペクトル関数 $\hat{\phi}(\omega)$ を求めれば、

$$\hat{\phi}_p(\omega) \equiv 2 \int_{-\infty}^{\infty} \phi_p(k, \omega) dk = 2 \phi(\omega) \dots\dots (38)$$

同様にして

$$\hat{\phi}_x(\omega) = \frac{2}{\pi} \frac{\mathfrak{E} \omega'^2 (\alpha_1' + 1)}{(\omega'^2 + \alpha_1'^2) (\omega'^2 + 1)} \dots\dots (39)$$

ここで、 $\omega' \equiv \mathfrak{E} \omega$ である。

式 (38) および (39) を図示したのが 図-7 である。式 (38) はいわゆる Dryden の式であり¹⁵⁾、圧力変動によって誘起、共振させられる浸透流の変動スペクトル $\hat{\phi}_x(\omega)$ は $\omega' = \sqrt{\alpha_1'}$ で最大値をとることがわかる。 α_1' が増大する、すなわち浸透層が密になるに従って $\hat{\phi}_x(\omega)$ の最大共振点は高周波成分へと移行し、低周波攪乱はポアラス粗度によって急速に減衰するものと考えられる。

5. 浸透流の乱れによる誘導応力

空気流と自由表面との動的相互作用の結果として風波が発生することはよく知られているが、Miles⁶⁾ は風波の位相速度と空気流の速度とが一致するいわゆる臨界領域でおこるエネルギー輸送がこの原因と考えて風波の発生理論を展開し、また Lighthill¹⁶⁾ はこの理論に物理的な意味付けを行い、風波の速度で移動する座標系では 図-8 (a) に示すような“cat's eye”形の流線が観察されるとしている。

一方、Phillips は⁷⁾ この Miles の理論を拡張して

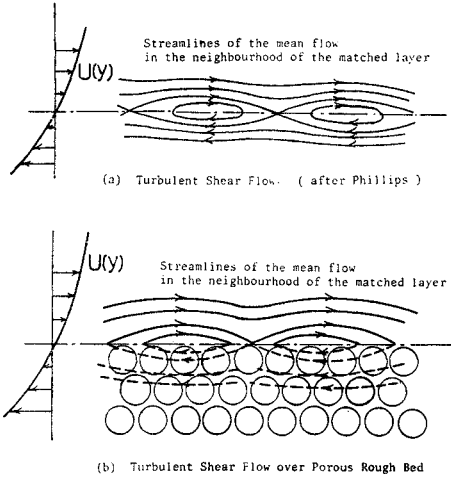


図-8 移動座標から見た平均流流線の模式図 (Cat's eye)

せん断乱流でのレイノルズ応力の維持機構を説明した。すなわち、大きなスケールの2次元攪乱が主流方向に対して α なる角度で U_c で伝播するとき、ちょうど $U(y_m)\cos\alpha = U_c$ なる y_m の位置で Miles のいう臨界領域 (Phillips は風波の機構と区別するためにこの領域を “matched layer” とよんだ) が発生し、主にこの領域のみで渦度 $\partial U/\partial y$ と y 方向の攪乱 ω とが強く相関づけられると仮定して、その結果レイノルズ応力が誘導されるとした。この Phillips の理論を足掛りにして 1. の概説で述べた主流と浸透流との動的相互作用を考察し、その結果生じる誘導応力を推定してみる。

まず、平均流として主流の渦度 $\partial U/\partial y$ を、 y 方向の攪乱として浸透流の q_y をとり、これらは Phillips が仮定したように matched layer 内では強く相関づけられているすなわち強い動的相互作用が存在していると仮定する。このとき、主流と浸透流との動的相互作用は主に両者間の境界面で起きている (図-1 を参照)、すなわち、この境界面がこの場合の matched layer に相当すると考えられる。いま、上記の推論が許されるとすれば、浸透流の攪乱 q_y は式 (17) に示すように主流の圧力変動と同じ速度すなわち、 U_c で下流に輸送される ($\alpha = 0$ としている) ことになるから、

$$U(y=0) \equiv U_0 = U_c \dots\dots\dots (40)$$

を満足する攪乱 (k, ω) が matched layer を構成して誘導応力に寄与するものと考えられる。

このとき、 U_c で下流に動く座標系から見れば 図-8 (b) のようになり、Lighthill の “cat's eye” がこの境界面で存在するものと推測される。

この移動座標では、攪乱波は単に波数 k によって決まり、 k の攪乱 q_y が主流と動的相互作用を演ずる結果生じる誘導応力 $d\tau_i$ は、Phillips によれば次式で与え

られる⁷⁾。

$$d\tau_i = A_m \rho \left\{ \frac{-d^2 U/dy^2}{k dU/dy} \bar{q}_y^2 \right\}_{y=0} dk d\omega \dots\dots (41)$$

ここで A_m は比例定数であって Miles 理論では π にあたる。

したがって、式 (23) を使って全攪乱波の寄与を計算すれば誘導応力が評価されることになる。matched layer は $y=0$ であるから式 (40) から

$$\omega = -k U_0, \text{ および } d\omega = -k(dU/dy)_{y=0} dy \dots\dots\dots (42)$$

式 (41) と (42) から次式が求まる。

$$\frac{d\tau_i}{dy} = \mu_e \frac{d^2 U}{dy^2} \dots\dots\dots (43)$$

ここで、

$$\mu_e \equiv \int_{-\infty}^{\infty} A_m \rho \bar{q}_y^2 dk \dots\dots\dots (44)$$

μ_e は Phillips がいうように渦動粘性に相当するものである。式 (43) は攪乱の伝播方向と x 方向とが一致する ($\alpha=0$) として導びかれたものであり、 $\alpha \neq 0$ のときは式 (44) の被積分関数に $\cos^2 \alpha$ が乗せられる。また、 μ_e が y と無関係と仮定すれば、式 (43) は Boussinesq 形の応力表現となることがわかる。

さて、式 (23) を用いて、式 (44) は積分され、式 (43) は次式のように変形される。

$$\frac{\tau_i}{\rho} = \frac{A_m \rho^2 I \bar{X}}{2 \pi b_2 U_0^2} \left(\frac{p_0'}{\rho} \right)^2 \left(\frac{dU}{dy} \right)_{y=0} \dots\dots (45)$$

式 (32) のかわりに式 (30) を使えば、式 (45) の分母の $2b_2$ が単に πb_1 と変わるだけである。また、ここで、

$$I \equiv \int_0^{\infty} \frac{dt}{\sqrt{(\alpha_1'^2 + t)(\alpha_2'^2 + t)}(1+t)}$$

であって次のように容易に積分される。

(i) $\alpha_1' \geq \alpha_2' > 1$ ($1 > \alpha_1' > \alpha_2'$ のときは下段の複号をとる)

$$I = \pm \frac{2}{\sqrt{\beta_1 \beta_2}} \ln \left\{ \frac{\alpha_1' \sqrt{\pm \beta_2} + \alpha_2' \sqrt{\pm \beta_1}}{\sqrt{\pm \beta_1} + \sqrt{\pm \beta_2}} \right\}$$

(ii) $\alpha_1' > 1 > \alpha_2'$

$$I = \frac{2}{\sqrt{-\beta_1 \beta_2}} \left\{ \tan^{-1} \left(\frac{\alpha_1'}{\alpha_2'} \sqrt{\frac{-\beta_2}{\beta_1}} \right) - \tan^{-1} \sqrt{\frac{\beta_2}{\beta_1}} \right\}$$

(iii) $\alpha_1' \geq \alpha_2' = 1$ ($1 = \alpha_1' \geq \alpha_2'$ のときは α_1' と α_2' とを交換すればよい)

$$I = 2/(\alpha_1' + 1) \dots\dots\dots (46)$$

ここで、

$$\beta_1 \equiv \alpha_1'^2 - 1, \beta_2 \equiv \alpha_2'^2 - 1$$

図-9 は $r (= \alpha_2/\alpha_1)$ をパラメーターにとって α_1' と

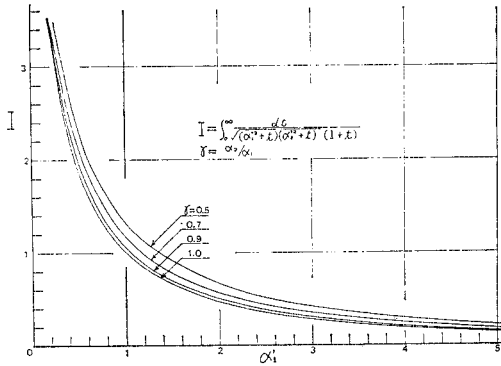


図-9 係数 I の関係図

I との関係を示したものであり、直角双曲線的な変化を描いている。 $r=(1+cR_K)/(1+2cR_K)$ であるから、浸透流の非線形性の程度を表わしていると考えられる係数 c が増加すれば、 I も増加を示し、非線形な浸透流ほど大きな誘導応力を発生せしめるものと思われる。また、 α_1' が 2 倍に増大すればすなわち透水係数 K がほぼ半分になれば、 I もほぼ半分減少する。つまり、透水係数が大きい浸透層ほど主流と浸透流との動的相互作用はより活発になって、より大きな誘導応力を生じさせる結果となり、このことは実際現象からも推測されるところである。

さて、主流の平均流速勾配は、速度欠損則を表わしている次の対数則分布から評価される。

$$\frac{U-U_{\max}}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln\left(\frac{y+\delta}{h+\delta}\right) \dots\dots\dots(47)$$

ここで、 U_{\max} および U_* はそれぞれ最大平均流速および摩擦速度を示し、 δ は実測の平均流速を式 (47) の対数関数で適合させ得るように選ばれた実験定数であって“displacement height”に相当するものである²⁾。

式 (47) が $y=0$ まで適用可能であるとすれば、

$$(dU/dy)_{y=0} = U_*/\kappa\delta \dots\dots\dots(48)$$

次に、Willmarth や Corcos などの多くの研究者によって、壁面上の圧力変動強度 p_0' は壁面せん断応力 τ_0 に比例することが知られている¹⁴⁾。すなわち、

$$p_0' = a\tau_0 \dots\dots\dots(49)$$

ここで、比例定数 a は壁面の種類およびレイノルズ数に依存する。

最後に、タイム・スケール \mathfrak{T} は $U_c\mathfrak{T}$ がほぼ主流の平均管径に相当すると考えられるから、 $\mathfrak{T} \sim 0.4h/U_0$ と近似される^{2), 13)}。

以上の仮定がゆるされるとすれば、式 (45) から誘導応力が次のように評価される。

$$\frac{\tau_i}{\tau_0} \doteq \frac{0.4a^2}{\pi(2b_2)} \cdot A_m \cdot \left(\frac{n^2 I}{\kappa \xi_0}\right) \left(\frac{U_*}{U_0}\right)^3 \dots\dots\dots(50)$$

ここで、 $\xi_0 = \delta/h$ である。

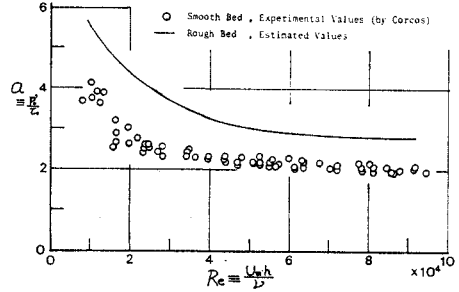


図-10 無次元化された圧力変動強度とレイノルズ数との関係

式 (50) には多くの実験定数が含まれているから、これらの正確な値が既知でなければ信頼に足る誘導応力を評価できない。

まず、先述のように b_1 および b_2 は 図-5 から求められる。実験値と適合関数式 (30) および (32) との一致はかなり良好であるが、前者の方が若干良いようである。この図から、 $b_1=0.12, b_2=0.16$ となるが、式 (50) に含まれる係数はそれぞれ $\pi b_1=0.377, 2b_2=0.32$ となるから、いずれを用いてもそれほど大差はない。

次に、図-10 は Corcos による滑面管路流の a とレイノルズ数 $Re (=U_m h/\nu, U_m$: 平均流速) との関係を示したものであって¹⁴⁾、 Re 数が増大すれば a は単調に減少してほぼ 2 に収束するようである。また、Willmarth らは圧力変動強度に与える粗度の効果を若干研究し¹⁴⁾、粗度による壁面せん断力の増大は圧力変動強度の増大よりも小さいと結論づけている。Clauser の図¹⁷⁾を使えば、Willmarth らの粗度は $k_s^+ = k_s U_* / \nu = 15$ 程度であってこのとき a の値は滑面での値に比べて 1.2~1.4 倍に増大している。本研究の浸透粗度 k_s^+ は約 150 であるから、Willmarth らの結果を直ちに使うことにはさらに検討が必要であるが、ここでは仮に a の値として滑面での値の 1.4 倍を採用した。図-10 には本研究で使われた a の推定値を併示している。

a, b_1 あるいは b_2 がわかれば、式 (50) の A_m 値を除き、他の値は主流および浸透流の流速特性を実験で求めれば評価されるから、本研究で対象とした浸透層上の乱流場での A_m 値が求められ、Phillips 自身が予測した値と比較することによって浸透面付近の乱流場へ Phillips の理論の適用性を論じることができる。

6. 実験的検証

(1) 実験装置

長さ 15 m、幅 50 cm の勾配可変の直線水路の上流端より 3 m の位置から下流の水路床に径 1.25 cm の一様

粒径のガラス・ビーズを敷きつめ、浸透層を構成した。また、上流端から下流 8.5~9.5m を測定対象区間とし、その下流 1m の区間は浸透層上面を薄いブリキ板で覆い、主流と浸透流とを分離し、主流は四角堰で、また浸透流は塩ビ管に導かれ、その流末に設けられた流量ますでそれぞれの流量を計測した。測定区間をはさむ約 3m 間の水路床の中央にほぼ等間隔に 17 個の圧力タップを設け、マンオメーターに連絡した。そして、流量を与えて所定の等流水深が得られるように水路勾配を調節するとともに、塩ビ管に取付けられたバルブを調節して式 (7) を満足するようにした。また、水面高と河床のピエゾメーターとを比較検討することによって、上記の条件がほぼ満足されていることを確かめた。

浸透層として次の 3 種類を対象とした。すなわち、ガラス・ビーズを路床に一層だけ完全に稠密にゴムのりで接着し、浸透流がほぼ存在しないと考えられる粗面乱流場を作ったケース *D*、次にケース *D* と同じ配列で粗度粒子を 3 層積み上げ、浸透層厚 h_p を約 3.4 cm としたケース *E*、最後にケース *D* の粗度配列と相似であるが、粗度粒子同志の間隔を拡げてケース *E* よりゆるい浸透層を作ったケース *F* で、浸透層厚はケース *E* と同じであるが、粗度粒子は 5 層積み上げられる。

(2) 予備実験

まず、浸透層の間隙率は粗度粒子の個数を数えて容易にケース *E* および *F* でそれぞれ 0.39 および 0.54 と求められた。

次に、浸透流量を数多く変化させて、マンオメーターで測定された動水勾配 I_e との関係を図示した結果は図 11 に示されているが、式 (7) と実験値との一致はきわめて良好であって、2. で述べた平均流に関する浸透流モデルは妥当であることが確かめられた。式 (7) と実

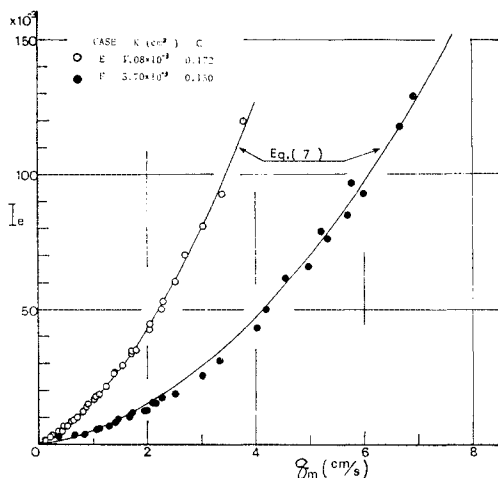


図-11 浸透流速と動水勾配との関係

験値との比較から、浸透層の特性値すなわち透水係数 K および非線形定数 C は容易に求められ、これらの実験定数は表-1 に示されている。

最後に、測定区間内の 3 断面での平均流速をピトー管で計測し、ほぼ完全に発達した等流 2 次元乱流場として扱えることが確かめられた。

(3) 主流の平均流特性

浸透層境界面で発生すると考えられる誘導応力の効果のみを検討するには、レイノルズ数 Re およびフルード数 F_r を一定にするような水理条件を設定せねばならない。

本研究では、各ケースにつき 3 通りの異なる水理条件で実験を行った (実験番号 1~3)。表-1 に示すように、各実験番号ごとにほぼ Re 数および F_r 数は一定であるから、主流には主に浸透流の効果のみが現われていると期待される。

さて、浸透流の効果である誘導応力は壁面せん断応力に比べて室内実験規模ではわずかであると考えられるから、摩擦速度は合理的かつ正確に評価されねばならない。

まず、平均流速を対数則分布にあてはめ、カルマン定数 κ を 0.4 としての逆算法は、粗面乱流でさえもあまり合理的とは考えられず^{18), 19)}、浸透層上の乱流場ではさらに大きな誤差を伴うものと考えられる。実際、Chura は⁸⁾ 浸透層上の円管気流の流速分布をピトー管で計測し、圧力勾配から求めた U_* を使って式 (47) の対数則を適用した所 $\kappa=0.27$ の結果を得ている。

以上のことを考慮して、ここでは運動方程式から直接導びかれる次式より摩擦速度を評価する方法が最も合理的と考えた。すなわち、

$$-\overline{uv}/U_*^2 = 1 - y/h \dots\dots\dots (51)$$

式 (51) から U_* を評価するには、レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ を直接計測する必要があり、ここでは 2 成分 hot-film 流速計を使用して直接測定を行った。レイノルズ応

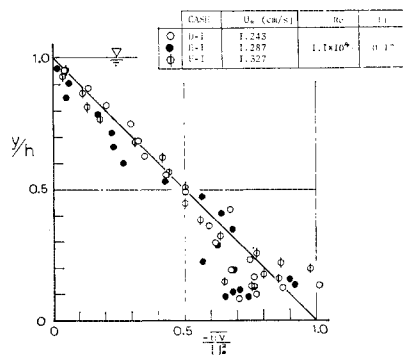


図-12 無次元化されたレイノルズ応力の分布

表一 浸透層上の乱流場に関する水理実験および誘導応力の推定値

CASE RUN	h (cm)	h _p /h	Re = $\frac{U_m h}{\nu}$	F _y = $\frac{U_m}{\sqrt{g h}}$	$\xi_0 = \delta/h$	U* (cm/sec)	κ	U ₀ /U*	R _K	α_1'	α_2'	I
D-1	7.38		0.9×10 ⁴	0.16	3.39×10 ⁻²	1.243	0.352					
E-1	7.75	0.44	1.1×10 ⁴	0.17	4.03×10 ⁻²	1.287	0.317	5.427	0.057	1.960	1.942	0.476
F-1	7.58	0.45	1.2×10 ⁴	0.18	8.25×10 ⁻²	1.327	0.260	5.287	0.409	0.743	0.708	1.355
D-2	7.38		2.6×10 ⁴	0.47	3.39×10 ⁻²	3.260	0.358					
E-2	7.59	0.45	3.0×10 ⁴	0.45	4.12×10 ⁻²	3.360	0.340	5.632	1.075	0.802	0.694	1.319
F-2	7.45	0.46	3.1×10 ⁴	0.44	8.38×10 ⁻²	3.517	0.318	5.709	2.268	0.343	0.280	2.584
D-3	7.42		4.1×10 ⁴	0.68	3.23×10 ⁻²	5.024	0.342					
E-3	8.01	0.42	4.4×10 ⁴	0.63	3.90×10 ⁻²	5.152	0.334	5.768	0.942	0.567	0.497	1.761
F-3	8.33	0.41	4.4×10 ⁴	0.58	7.50×10 ⁻²	5.421	0.270	4.479	4.900	0.541	0.389	1.958

CASE RUN	τ_i/τ_0	a	A _m	
			from b ₁	from b ₂
E-1	0.0672	5.5	0.184	0.156
F-1	0.1226	5.5	0.096	0.083
E-2	0.0586	3.8	0.149	0.126
F-2	0.1408	3.8	0.190	0.161
E-3	0.0491	3.1	0.140	0.119
F-3	0.1410	3.1	0.138	0.117
Average			0.150	0.127

CASE	K(cm ²)	C	n	d _m (cm)	porous strata
E	1.08×10 ⁻³	0.172	0.39	1.25	3
F	3.70×10 ⁻³	0.130	0.54	1.25	5

力の実測値の一例を図示したものが 図-12 である。壁面近傍は粘性の影響を受けたり、hot-film 流速計自体の精度もあまりよくないから^{3), 18)}、実験値のばらつきは若干大きい。しかし、壁面からはなれた主流の主要部では、実験値と式(51)との一致はかなり良好であって、この U* の直接評価法はかなり合理的だと考えられる。この評価法を使って系統的に算出された U* の値が表一 1 に示されている。

次に、hot-film 流速計から得られた平均流速の実験値をこれらの U* で無次元化し、式(47)の速度欠損で表わした結果を実験条件 1 の場合を例にとり 図-13 に示した。他の条件でも同様に、実験値と式(47)とは良好な一致を示した。したがって、式(40)から y=0 とし評価された U₀ の値は妥当なものと考えられる。

表一 1 に示したように、平均流速の対数則分布表示で特に興味ある点は壁面がルーズな状態になるに従ってカ

ルマン定数 κ は減少するという傾向である。乱流場のカルマン定数が外的条件によって変化を受けることはよく知られている。たとえば、浮遊砂を含んだ流れ²⁰⁾、壁面を通しての流出入を伴う流れ²¹⁾あるいはルーズな浸透層上の乱れ⁹⁾などで観察されている。Ippen は²⁰⁾、カルマン定数は壁面近傍の境界条件によって左右されると述べている。すなわち、壁面近傍で乱れの運動量交換が活発なほどカルマン定数は減少し、逆に運動量交換が抑えられるとカルマン定数は増加するようである。

したがって、これらの乱流場の乱れの挙動とともに、カルマン定数の変化を統一的に説明し得るモデルの設定が期待される所であり、今後の研究に待つ所は大きい。

(4) 誘導応力について

誘導応力 τ_i は次の方法によって推定できるものと考ええる。すなわち、浸透流がほぼ零であるケース D の場合には、誘導応力も零、すなわち粗面乱流の壁面応力 τ_0' のみが現われていると考えられる。次にケース E および F の場合には浸透流の効果が十分期待されるので、それらの壁面応力 τ_0 の中には誘導応力 τ_i の寄与が含まれており、全壁面応力 τ_0 は粗面乱流による応力 τ_0' と誘導応力 τ_i との和によって表わされるものと仮定する。このとき、

$$\frac{\tau_i}{\tau_0} = \frac{\tau_0 - \tau_0'}{\tau_0} = \frac{U_*^2 - U_*'^2}{U_*^2} \dots\dots\dots (52)$$

式(52)を使って推定された誘導応力の実験値を表一 1 示す。ケース E の場合は全応力のほぼ 5~7%、よりゆるい状態であるケース F では 12~14% に相当していることがわかるが、当初推測されたように野外観察で期待される誘導応力よりは小さいようである。

以上の実験値と誘導応力の式(50)とを比較して、Phillips の理論がこの浸透層上の乱流場での主流と浸透流との動的相互作用の説明に適用されるか否かを検討す

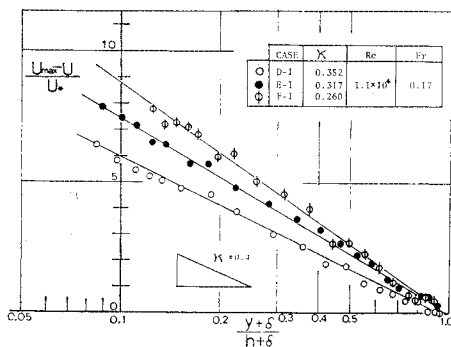


図-13 主流の平均流速分布 (速度欠損則)

る。

表-1には、 b_1 あるいは b_2 を使って式(50)から計算された A_m 値が示されている。実験間で若干のばらつきはあるが、ほぼ定数と見なされ、その平均値は $A_m=0.15$ (b_1 から)、 0.127 (b_2 から)となる。

一方、Phillipsは⁷⁾Townsendによる噴流の実験値から、約5%ばらつきをもつが平均して $A_m=0.12$ と評価し、この理論を他のせん断乱流場へ適用しても同じオーダーの値が期待されるであろうと予測した。

したがって、筆者らの実験値に関する限り、Phillipsの予測は浸透層上の乱流場においても妥当であると判断される。換言すれば、Phillipsの理論を適用して主流と浸透流との動的相互作用を説明しようとした本研究の意図はある程度達成されたものと考えられる。しかし、誘導応力の推定式(50)を導く際にはいくつかの仮定を行っており、また多くの実験定数も含まれているから、浸透層粒径を一定にして行った本実験の結果だけから誘導応力に関する普遍的な結論を下すことは早計であって、今後さらに多くの実験的検証を重ねるとともに、上記の多くの仮定の妥当性を検討することが必要であると考えられる。

7. 結 論

本研究は、開水路浸透層上の2次元乱流場を対象にして、主流と浸透流との動的相互作用を考察し、その結果生じると考えられる誘導応力を推定する式を提案したものである。すなわち、浸透層上の主流の圧力変動によって誘起される境界面近傍の浸透流の攪乱は、そのフィード・バックとして主流に付加的な応力である誘導応力を発生させるものと考えられ、Phillipsの理論を適用してこの応力を評価する式が導びかれた。

そして、誘導応力の実験値と推定値との比較検討の結果、定数 A_m はPhillipsがTownsendの噴流実験値から予測した値に良好に一致し、この乱流場の主流と浸透流との動的フィード・バック・システムにPhillipsの理論を適用し得ることを確かめた。

さらにルーズな境界面をもつ乱流場すなわち、移動河床上の乱流場に対してもこの理論を発展させようものと考えられる。気流と自由水面との動的相互作用の結果、風波が発生される。一方、水流とルーズな砂面との動的相互作用の結果河床波が発生すると考えられているが、前者に比べてその内部機構には不明な点が多い。

河床波の発生機構を主流の乱れ挙動と河床との動的相

互作用の面から解明することは容易ではないが、きわめて重要な課題であって筆者らは今後精力的に研究していくつもりである。

最後に、本研究を遂行するにあたり、実験などにご協力願った本学大学院生 為沢長雄、藤原吉美 両君に深く感謝を表す。

参 考 文 献

- 1) Lovera, F. and Kennedy, J.F. : Friction-factors for flat-bed flows in sand channels, Proc. of ASCE, HY-4, 1969, pp. 1227-1234.
- 2) Monin, A.S. and Yaglom, A.M. : Statistical Fluid Mechanics, The M.I.T. Press, 1971, pp. 257-327
- 3) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H. : Turbulence of open channel flow over smooth and rough beds Proc. of JSCE, No. 241, 1975, pp. 155-168.
- 4) Einstein, H.A. and Li, H. : The viscous sublayer along a smooth boundary, Proc. of ASCE, EM-2, 1956, pp. 1-27.
- 5) Hinze, J.O. : Turbulence, McGraw-Hill, 1959 pp. 451-564.
- 6) Miles, J.W. : On the generation of surface waves by shear flows, Jour. of Fluid Mech. Vol. 3, 1957, pp. 185-204.
- 7) Phillips, O.M. : The maintenance of Reynolds stress in turbulent shear flow, Jour. of Fluid Mech. Vol. 27, 1967, pp. 131-144.
- 8) Chu, Y. and Gelhar, L.W. : Turbulent pipe flow with granular permeable boundaries, Ralph M. Parsons Labo. Report No. 148, MIT, 1972.
- 9) Ward, J.C. : Turbulent flow in porous media, Proc. of ASCE, HY-5, 1964, pp. 1-12.
- 10) 武内 等 : 浸透層内の流れに関する水理学的研究, 京都大学学位論文, 昭和45年.
- 11) Corcos, G.M. : The structure of turbulent pressure field in boundary layer flows, Jour. of Fluid Mech. Vol. 18, 1964, pp. 353-378.
- 12) Deardorff, J.W. : A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow, at large Reynolds numbers, Jour. of Fluid Mech. Vol. 41, 1970 pp. 453-480.
- 13) Nakagawa, H. and Nezu, I. : On a new eddy model in turbulent shear flow, Proc. of JSCE, No. 231, 1974, pp. 61-70.
- 14) Willmarth, W.W. and Wooldridge, C.E. : Measurements of the fluctuating pressure at the wall beneath a thick turbulent boundary layer, Jour. of Fluid Mech., Vol. 14, 1962, pp. 187-210.
- 15) Dryden, H.L. : A review of the statistical theory of turbulence, Quart. of Applied Mathe., Vol. 1, 1943, pp. 7-42
- 16) Lighthill, M.J. : Physical interpretation of the mathematics theory of wave generation by wind, Jour. of Fluid Mech., Vol. 14, 1962, pp. 385-398
- 17) Clauser, F.H. : The turbulent boundary layer, Adv. in Applied Mech., Vol. 4, 1956, pp. 1-51
- 18) Antonia, R.A. and Luxton, R.E. : The response of a turbulent boundary layer to a step change in a surface roughness, Jour. of Fluid Mech. Vol. 48, 1971, pp. 721-761.
- 19) 中川・祿津・上田 : 粗・滑面の乱れ特性について, 土木学会関西支部年講, 1974, II-11.
- 20) Ippen, A.T. : A new look at sedimentation in turbulent streams, Jour. of BSCE, Vol. 58, 1971, pp. 131-163
- 21) Tennekes, H. : Similarity laws for turbulent boundary layers with suction or injection, Jour. of Fluid Mech. Vol. 21, 1965, pp. 689-703

(1975.5.17・受付)