

有限水深域の波による楕円および矩形浮体の  
運動と波の変形ON THE MOTIONS OF ELLIPTICAL OR RECTANGULAR  
FLOATING BODY IN WAVES OF FINITE WATER DEPTH井島 武士\*・吉田 明德\*\*・湯村 やす\*\*\*  
By Takeshi IJIMA, Akinori YOSHIDA and Yasu YUMURA

## 1. はしがき

本論文は、有限水深の海域に係留された鉛直軸をもつ任意断面形の柱状体が、任意の角度からの正弦波の入射によって行う運動と、浮体周辺の波の分布を求める解析法、およびその数値計算例について述べるものである。

このような浮体の運動を論ずる従来の船体運動論においては、一般に無限水深の場合が対象とされ、かつ問題が船体運動に限られるため、浮体に強制運動を与えた場合の流体力の計算から、付加質量と減衰力を求めて船体の運動方程式に適用する方法が行われ、特に有限長浮体の場合にはストリップ法が導入されている。このような方法は船体運動のみを対象とする場合に好都合であるが、浮体による波の制御効果を見るためには不適當で、特に浮体に対する斜め入射波については、適用不可能と考えられる。船体運動に対しては、種々の船体断面について付加質量と減衰力が、田才<sup>1)~3)</sup>により2次元的取り扱いで求められており、また Kim<sup>4),5)</sup>により3次元的取り扱いによって、楕円体や球体について計算されている。これらはいずれも無限水深の場合であり、最も一般的な基礎理論として、John<sup>6),7)</sup>の Green 関数による解析法がある。最近、新井<sup>8)</sup>は本論文と類似の方法で、有限水深の場合の矩形浮体に対する波浪強制力を算出している。

本文に述べる方法は、上記の諸法と異なり、著者ら<sup>9),10)</sup>が円形および矩形断面物体の2次元運動を論じた際に用いた速度ポテンシャルの接続法を、Green 関数を用いて3次元問題に拡張したもので、浮体が固定された場合(すなわち、Scatteringの問題)については、解析法および計算値の精度、級数項の収束などについてすでに

発表した<sup>11)</sup>。引続きこれらの結果を参照しつつ、楕円および矩形の柱状体の3次元自由運動についての計算例を示してきたが<sup>12),13)</sup>、本文ではこれらを含み、自由および係留運動の場合を取り扱い、代表的な結果を示すものである。

本文の計算は、2次元の場合に比べて格段に複雑で、浮体の運動のみに着目するならば、必ずしも便利な方法とはいえないかもしれない。しかし浮体による波の制御という点から見るならば、浮体の長さは現実には有限であって、そのための波の回折効果、または浮体端の効果は無視できないもので、それは3次元的取り扱いによらねば、明らかにすることはできないし、2次元的取り扱いのみによる判断は、本質的な誤りを生ずる恐れも多い。

このような意味から、本論文は従来の船体運動の取り扱いと異なって、浮体運動と同時に、波の分布を明らかにする方法を示したもので、解析関数で表わされる任意の断面形の柱状体には、すべて用いられるが、ここでは普遍的な形としての、矩形と楕円形について取り扱った例を示すこととした。

## 2. 解 析

## (1) 基本条件

Fig. 1 に示すように、水深  $h$  の海域に鉛直軸をもつ柱状体が、弾性索によって係留されており、周波数  $\sigma (= 2\pi/T : T$  は周期) の入射波によって、周期的な微小運動を行うものとする。物体の中心に原点  $O$  を取り、図のように座標系を定め、楕円および矩形の、短軸および長軸を、 $x, y$  軸につきそれぞれ、 $2a, 2b$ 、吃水を  $qh (l > q > 0)$ 、静止時の重心位置を  $(0, 0, z_0)$  とする。運動中の任意時刻  $t$  には、重心は  $(x_0, y_0, z_0)$  に移り、かつ浮体は重心のまわりに、 $x, y, z$  の各軸に関して、 $\delta_1, \delta_2, \delta_3$

\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水土木科

\*\* 学生会員 工修 九州大学大学院博士課程

\*\*\* 九州大学 工学部 研究補助員

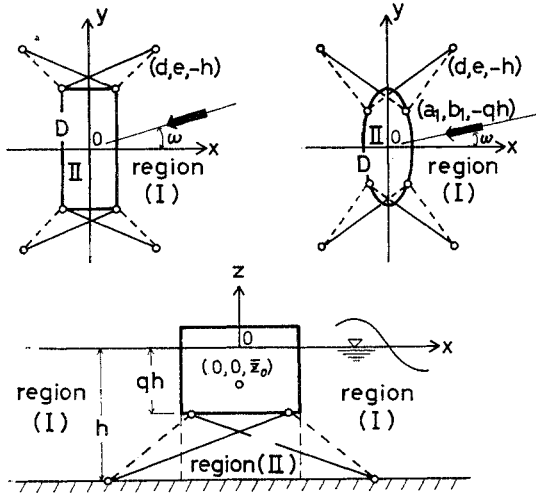


Fig. 1

の回転を行うものとし、これらの変位と回転角の複素振幅を、それぞれ  $\xi^*, \eta^*, \zeta^*$ 、および  $\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*$  とすると、これらは次の関係にある。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \xi^* e^{-i\omega t}, & y_0 &= \eta^* e^{-i\omega t}, & z_0 - \bar{z}_0 &= \zeta^* e^{-i\omega t} \\ \delta_1 &= \omega_1^* e^{-i\omega t}, & \delta_2 &= \omega_2^* e^{-i\omega t}, & \delta_3 &= \omega_3^* e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.1)$$

流体運動は、非圧縮性完全流体での微小振幅波運動と仮定し、浮体側面より外側の外域 I と、浮体底面下の内域 II での速度ポテンシャルを、それぞれ  $\phi_1(x, y, z) \cdot e^{-i\omega t}$ 、 $\phi_2(x, y, z) e^{-i\omega t}$  とすると、 $\phi_1, \phi_2$  は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi_j}{\partial z^2} = 0 \quad (j=1, 2) \dots\dots\dots(1.2)$$

これらの  $\phi_1$  と  $\phi_2$  に対する、浮体側面と底面での運動学的境界条件式は、次のように表わされる。

浮体側面で

(矩形)

$$\left. \begin{aligned} \partial \phi_1 / \partial x &= -i\sigma \{ \xi^* - \omega_3^* y + \omega_2^* (z - \bar{z}_0) \} \text{ at } x = \pm a \\ \partial \phi_1 / \partial y &= -i\sigma \{ \eta^* + \omega_3^* x - \omega_1^* (z - \bar{z}_0) \} \text{ at } y = \pm b \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1.3)$$

(楕円)

$$\begin{aligned} b^2 x \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + a^2 y \frac{\partial \phi_1}{\partial y} \\ = -i\sigma [ b^2 x \{ \xi^* - \omega_3^* y + \omega_2^* (z - \bar{z}_0) \} \\ + a^2 y \{ \eta^* + \omega_3^* x - \omega_1^* (z - \bar{z}_0) \} ] \dots\dots\dots(1.4) \end{aligned}$$

浮体底面で

(矩形および楕円)

$$\partial \phi_2 / \partial z = -i\sigma \{ \zeta^* - \omega_2^* x + \omega_1^* y \} \text{ at } z = -qh \dots\dots\dots(1.5)$$

入射波は次式の実数部分で表わされる波数  $k$ 、振幅  $\zeta_0$  をもち、 $x$  軸と  $\omega$  の角度で入射する余弦波とする。

$$\zeta = \zeta_0 \exp \{ -i(kx \cos \omega + ky \sin \omega + \omega t) \} \dots\dots(1.6)$$

(2) 速度ポテンシャルの展開

自由表面と水底での境界条件を満足する外域 I の速度ポテンシャル  $\phi_1$  は、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \phi_1(x, y, z) &= \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[ \{ f_0(x, y) + f_1(x, y) \} \right. \\ &\quad \cdot \left. \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] \dots\dots\dots(2.1) \end{aligned}$$

ここで、 $g$  は重力の加速度、 $k$  および  $k_n$  は次式の根である。

$$\begin{aligned} kh \tanh kh &= -k_n h \tan k_n h = \sigma^2 h / g \\ (n=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots(2.2) \end{aligned}$$

また  $f_0(x, y)$  は、式 (1.6) の入射波に対応するもので、次式で与えられる。

$$f_0(x, y) = -i \exp \{ -ik(x \cos \omega + y \sin \omega) \} \dots\dots\dots(2.3)$$

浮体底面での条件式 (1.5) と、水底での境界条件を満足する内域 II での速度ポテンシャル  $\phi_2$  は、次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \phi_2(x, y, z) &= \frac{g\zeta_0}{\sigma} \left[ \varphi_0(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) \right. \\ &\quad \cdot \cos \bar{s}(z+qh) + i \frac{1}{2\bar{q}} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \\ &\quad \cdot \left\{ \left( -\frac{\zeta^*}{\zeta_0} - \frac{\omega_1^* y}{\zeta_0} + \frac{\omega_2^* x}{\zeta_0} \right) \cdot \left( 1 + \frac{z}{h} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left( \frac{2\zeta^*}{\zeta_0} + \frac{\omega_1^* y}{\zeta_0} - \frac{\omega_2^* x}{\zeta_0} \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot \left( \frac{x^2 + y^2}{h^2} \right) \right\} \dots\dots\dots(2.4) \end{aligned}$$

ここで  $s$  は整数、 $\bar{s} = s\pi/\bar{q}h$ 、 $\bar{q} = 1 - q$

式 (2.1), (2.4) の  $f_1(x, y), f_2^{(n)}(x, y) (n=1, 2, 3, \dots)$ 、 $\varphi_0(x, y), \varphi_s(x, y) (s=1, 2, 3, \dots)$  は、それぞれ次の Helmholtz の方程式を満足すべき未知関数である。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 f_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_1}{\partial y^2} + k^2 f_1 &= 0 \\ \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f_2^{(n)}}{\partial y^2} - k_n^2 f_2^{(n)} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.5)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial y^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_s}{\partial y^2} - \bar{s}^2 \varphi_s &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.6)$$

(3) Green 関数による  $f_1, f_2^{(n)}$ 、および  $\varphi_0, \varphi_s$  の表示

境界線を  $D$  とし、その上の点を  $(\xi, \eta)$ 、外域または内域の任意点を  $(x, y)$  で表わし、距離  $r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}$  を用い  $r \rightarrow 0$  で  $\log r$  の order の特異性をもち、 $r \rightarrow \infty$  で Sommerfeld の radiation condition を満足する式 (2.5), (2.6) の特解としての Green 関数

は,  $f_1, f_2^{(m)}, \varphi_0, \varphi_s$  に対してそれぞれ  $H_0^{(1)}(kr), K_0(kr), \log 1/kr, K_0(sr)$  である。ここで  $H_0^{(1)}$  は第1種ハンケル関数,  $K_0$  は変形ベッセル関数である。 $D$  における外向き法線を  $\nu$  とし,  $f_1, f_2^{(m)}, \varphi_0, \varphi_s$  の  $D$  における法線微分値を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(\xi, \eta) &= \partial f_1(\xi, \eta)/k\partial\nu, \quad \bar{f}_2^{(m)}(\xi, \eta) = \partial f_2^{(m)}(\xi, \eta)/k\partial\nu \\ \bar{\varphi}_0(\xi, \eta) &= \partial \varphi_0(\xi, \eta)/k\partial\nu, \quad \bar{\varphi}_s(\xi, \eta) = \partial \varphi_s(\xi, \eta)/k\partial\nu \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.1)$$

また  $D$  を  $N$  個の点  $(\xi_j, \eta_j) (j=1, 2, \dots, N)$  で,  $N$  個の小要素  $\Delta s_j = \sqrt{(\xi_{j+1} - \xi_{j-1})^2 + (\eta_{j+1} - \eta_{j-1})^2}/2$  に分割し, 固定点  $(\xi_i, \eta_i) (i=1, 2, \dots, N)$  に関して,

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \left( -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) kds \\ \bar{A}_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial\nu} \left( -\frac{i}{2} H_0^{(1)}(kR_{ij}) \right) ds \\ B_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \left( -\frac{K_0(k_n R_{ij})}{\pi} \right) kds \\ \bar{B}_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial\nu} \left( -\frac{K_0(k_n R_{ij})}{\pi} \right) ds \\ E_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \left( -\frac{\log(1/kR_{ij})}{\pi} \right) kds \\ \bar{E}_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial\nu} \left( -\frac{\log(1/kR_{ij})}{\pi} \right) ds \\ F_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \left( -\frac{K_0(\bar{s}R_{ij})}{\pi} \right) kds \\ \bar{F}_{ij} &= \int_{\Delta s_j} \frac{\partial}{\partial\nu} \left( -\frac{K_0(\bar{s}R_{ij})}{\pi} \right) ds \\ R_{ij} &= \sqrt{(\xi_i - \xi_j)^2 + (\eta_i - \eta_j)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.2)$$

とおくと Green の定理により  $D$  上の  $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(m)}$ , および  $\bar{\varphi}_0, \bar{\varphi}_s$  はそれぞれ  $D$  上の  $f_1, f_2^{(m)}, \varphi_0, \varphi_s$  によって, 次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{f}_1(i) &= \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(0)} f_1(j) \\ \bar{f}_2^{(m)}(i) &= \sum_{j=1}^N M_{ij}^{(m)} f_2^{(m)}(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{\varphi}_0(i) &= \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(0)} \varphi_0(j) \\ \bar{\varphi}_s(i) &= \sum_{j=1}^N N_{ij}^{(s)} \varphi_s(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} M_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{\Delta(0)} \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^{(0)} \Delta k_i^{(0)}, \quad \alpha_{kj}^{(0)} = \delta_{kj} + \bar{A}_{kj} \\ M_{ij}^{(m)} &= \frac{1}{\Delta(n)} \sum_{k=1}^N \alpha_{kj}^{(m)} \Delta k_i^{(m)}, \quad \alpha_{kj}^{(m)} = \delta_{kj} + \bar{B}_{kj} \\ N_{ij}^{(0)} &= \frac{1}{\Gamma(0)} \sum_{k=1}^N \beta_{kj}^{(0)} \nabla k_i^{(0)}, \quad \beta_{kj}^{(0)} = -\delta_{kj} + \bar{E}_{kj} \\ N_{ij}^{(s)} &= \frac{1}{\Gamma(s)} \sum_{k=1}^N \beta_{kj}^{(s)} \nabla k_i^{(s)}, \quad \beta_{kj}^{(s)} = -\delta_{kj} + \bar{F}_{kj} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.5)$$

$\delta_{kj}$  は Kronecker の delta で,  $\delta_{kj} = 0 (k \neq j); \delta_{kj} = 1 (k=j)$ , また  $\Delta(0), \Delta(n), \Gamma(0), \Gamma(s)$  は, それぞれ  $A_{ij}, B_{ij}, E_{ij}, F_{ij} (i=1, 2, \dots, N) (j=1, 2, \dots, N)$  で

作られる行列式,  $\Delta k_i^{(0)}, \Delta k_i^{(m)}, \nabla k_i^{(0)}, \nabla k_i^{(s)}$  は, それぞれの行列式の第  $k$  行, 第  $i$  列を取り除いたものに  $(-1)^{k+i}$  を乗じた余因子である。

Green の公式により, 外域, 内域の任意点  $(x, y)$  における  $f_1, f_2^{(m)}, \varphi_0, \varphi_s$  の値はそれらの  $D$  上の値と,  $D$  上での  $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(m)}, \bar{\varphi}_0, \bar{\varphi}_s$  の値により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} f_1(x, y) &= -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{A}_{xj} f_1(j) - A_{xj} \bar{f}_1(j)] \\ f_2^{(m)}(x, y) &= -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{B}_{xj} f_2^{(m)}(j) - B_{xj} \bar{f}_2^{(m)}(j)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{E}_{xj} \varphi_0(j) - E_{xj} \bar{\varphi}_0(j)] \\ \varphi_s(x, y) &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N [\bar{F}_{xj} \varphi_s(j) - F_{xj} \bar{\varphi}_s(j)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.7)$$

ここで,  $A_{xj}, \bar{A}_{xj}, \dots$  etc. は式(3.2)の  $A_{ij}, \bar{A}_{ij}, \dots$  etc. における  $(\xi_j, \eta_j)$  の代わりに  $(x, y)$  とおいたものを表わし, また  $f_1(j), f_2^{(m)}(j), \dots$  etc. は  $f_1(\xi_j, \eta_j), f_2^{(m)}(\xi_j, \eta_j), \dots$  etc. を表わすものとする。以上の Green 関数による展開および数値計算法については, 論文 11) に詳述している。

(4) 浮体に作用する流体力

浮体の側面に作用する流体圧力  $p_1$  と, 浮体の底面に作用する流体圧力  $p_2$  は, 速度ポテンシャル  $\phi_1, \phi_2$  により次のようである。

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= i\rho\sigma\phi_1(\xi, \eta, z)e^{-iaz} \\ p_2 &= i\rho\sigma\phi_2(x_p, y_p, -qh)e^{-iat} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.1)$$

ゆえに, 式(2.1), (2.4)により

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{\rho g \zeta_0} &= i \left[ \{f_0(\xi, \eta) + f_1(\xi, \eta)\} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(\xi, \eta) \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] e^{-iat} \end{aligned} \dots\dots\dots (4.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{p_2}{\rho g \zeta_0} &= i \left[ \varphi_0(x, y) + \sum_{s=1}^{\infty} \varphi_s(x, y) + i \frac{\bar{q}}{2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \right. \\ &\quad \cdot \left\{ \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + \left( 2 \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + \frac{\omega_1^* y}{\zeta_0} - \frac{\omega_2^* x}{\zeta_0} \right) \right. \\ &\quad \left. \left. \cdot \left( \frac{x^2 + y^2}{4 \bar{q}^2 h^2} - 1 \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (4.3) \end{aligned}$$

底面を  $x, y$  軸に関して対称に  $M$  個の微小面積  $\Delta\alpha_p$  ( $p=1, 2, \dots, M$ ) に分割し, 中心点を  $(x_p, y_p)$  とし, 式(3.4), (3.7)を用いると,  $\varphi_0(x_p, y_p), \varphi_s(x_p, y_p)$  は  $D$  上の  $\varphi_0(j), \varphi_s(j)$  により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(x_p, y_p) &= \sum_{j=1}^N r_j^{(0)} \varphi_0(j) \\ r_j^{(0)} &= \frac{1}{2} \left( \bar{E}_{pj} - \sum_{k=1}^N E_{pk} N_{kj}^{(0)} \right) \\ \varphi_s(x_p, y_p) &= \sum_{j=1}^N r_j^{(s)} \varphi_s(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.4)$$

$$\tau_j^{(s)} = \frac{1}{2} \left( \bar{F}_{pj} - \sum_{k=1}^N F_{pk}^{(s)} N_{kj}^{(s)} \right)$$

底面についてのこれらの和, および  $x, y$  軸に関するモーメントを次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{p=1}^M \tau_j^{(s)} k^2 \Delta \alpha_p &= \Gamma_j^{(s)}, & \sum_{p=1}^M \tau_j^{(s)} k x_p k^2 \Delta \alpha_p &= \Gamma_{jx}^{(s)} \\ \sum_{p=1}^M \tau_j^{(s)} k y_p k^2 \Delta \alpha_p &= \Gamma_{jy}^{(s)} \quad (s=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.5)$$

すると浮体に作用する流体圧力の  $x, y, z$  方向の合力  $P_X, P_Y, P_Z$  および重心まわりのモーメント  $T_X, T_Y, T_Z$  は, 次式で求められる。

$$\left. \begin{aligned} P_X &= - \sum_{j=1}^N \int_{-qh}^0 p_1(j) \Delta \eta_j dz \\ P_Y &= \sum_{j=1}^N \int_{-qh}^0 p_1(j) \Delta \xi_j dz \\ P_Z &= \sum_{p=1}^M p_2(p) \Delta \alpha_p + W_Z \\ T_X &= - \sum_{j=1}^N \int_{-qh}^0 p_1(j) \Delta \xi_j (z - \bar{z}_0) dz \\ &\quad + \sum_{p=1}^M p_2(p) \Delta \alpha_p y_p + W_X \\ T_Y &= - \sum_{j=1}^N \int_{-qh}^0 p_1(j) \Delta \eta_j (z - \bar{z}_0) dz \\ &\quad - \sum_{p=1}^M p_2(p) \Delta \alpha_p x_p + W_Y \\ T_Z &= \sum_{j=1}^N \int_{-qh}^0 p_1(j) (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) dz \end{aligned} \right\} \dots\dots (4.6)$$

ただし  $p_1(j) = p_1(\xi_j, \eta_j, z)$ ,  $p_2(p) = p_2(x_p, y_p, -qh)$ ,  $W_Z$  は静水圧効果,  $W_X, W_Y$  は復元モーメントを表わす。

また,

$$\Delta \xi_j = (\xi_{j+1} - \xi_{j-1})/2, \quad \Delta \eta_j = (\eta_{j+1} - \eta_{j-1})/2$$

である。

よって式 (4.6) に式 (4.2), (4.3), (4.4), (4.5) を代入すると次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{P_X}{\rho g \zeta_0 h^2} &= - \frac{i}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n f^{(n)}(j) \right\} \cdot k \Delta \eta_j \cdot e^{-i\sigma t} \\ \frac{P_Y}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{i}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n f^{(n)}(j) \right\} \cdot k \Delta \xi_j \cdot e^{-i\sigma t} \\ \frac{P_Z}{\rho g \zeta_0 h^2} &= \frac{i}{\lambda_0^2} \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \Gamma_j^{(s)} \varphi_s(j) \right\} \cdot e^{-i\sigma t} \\ &\quad - Q_Z \frac{\zeta^*}{\zeta_0} \cdot e^{-i\sigma t} \\ \frac{T_X}{\rho g \zeta_0 h^3} &= - \frac{i}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[ \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} B_n f^{(n)}(j) \right\} \cdot k \Delta \xi_j \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{s=0}^{\infty} \Gamma_{jx}^{(s)} \varphi_s(j) \right] \cdot e^{-i\sigma t} \\ &\quad - Q_X \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} \cdot e^{-i\sigma t} \\ \frac{T_Y}{\rho g \zeta_0 h^3} &= - \frac{i}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[ \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} B_n f^{(n)}(j) \right\} \cdot k \Delta \eta_j \right. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} &+ \frac{1}{\lambda_0^2} \sum_{s=0}^{\infty} \Gamma_{jx}^{(s)} \varphi_s(j) \right] \cdot e^{-i\sigma t} \\ &- Q_Y \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} \cdot e^{-i\sigma t} \\ \frac{T_Z}{\rho g \zeta_0 h^3} &= \frac{i}{\lambda_0^2} \sum_{j=1}^N \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} A_n f^{(n)}(j) \right\} \\ &\quad \cdot k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) \cdot e^{-i\sigma t} \\ &\quad \dots\dots\dots (4.7) \end{aligned} \right\}$$

ここで,

$$f^{(0)}(j) = f_0(j) + f_1(j), \quad f^{(n)}(j) = f_2^{(n)}(j)$$

$$\lambda_0 = kh, \quad \lambda_n = k_n h$$

$$A_0 = (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) / \lambda_0 \cosh \lambda_0$$

$$A_n = (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) / \lambda_n \cos \lambda_n$$

$$B_0 = \{ q \lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0 \\ - k \bar{z}_0 (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) \} / \lambda_0^2 \cosh \lambda_0$$

$$B_n = \{ q \lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n \\ - k_n \bar{z}_0 (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) \} / \lambda_n^2 \cos \lambda_n$$

$$Q_Z = \begin{cases} \text{楕円} & \frac{\pi ab}{h^2} \left\{ \left( \frac{a^2 + b^2}{16 \bar{q} h^2} - \frac{\bar{q}}{2} \right) \frac{\sigma^2 h}{g} + 1 \right\} \\ \text{矩形} & \frac{4 ab}{h^2} \left\{ \left( \frac{a^2 + b^2}{12 \bar{q} h^2} - \frac{\bar{q}}{2} \right) \frac{\sigma^2 h}{g} + 1 \right\} \end{cases}$$

$$Q_X = \begin{cases} \text{楕円} & \frac{\pi}{2} \cdot \frac{a}{h} \left[ \frac{1}{4 \bar{q}} \left( \frac{b}{h} \right)^2 \left\{ \frac{a^2 + 3 b^2}{24 h^2} - \bar{q}^2 \right\} \right. \\ & \left. \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - q^2 \left\{ 1 + \frac{2 \bar{z}_0}{qh} - \frac{1}{2} \left( \frac{b}{qh} \right)^2 \right\} \right] \\ \text{矩形} & \frac{a}{h} \left[ \frac{1}{2 \bar{q}} \left( \frac{b}{h} \right)^2 \left\{ \frac{5 a^2 + 9 b^2}{45 h^2} - \frac{4}{3} \bar{q}^2 \right\} \right. \\ & \left. \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - 2 q^2 \left\{ 1 + \frac{2 \bar{z}_0}{qh} - \frac{2}{3} \left( \frac{b}{qh} \right)^2 \right\} \right] \end{cases}$$

$$Q_Y = \begin{cases} \text{楕円} & \frac{\pi}{2} \cdot \frac{b}{h} \left[ \frac{1}{4 \bar{q}} \left( \frac{a}{h} \right)^2 \left\{ \frac{3 a^2 + b^2}{24 h^2} - \bar{q}^2 \right\} \right. \\ & \left. \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - q^2 \left\{ 1 + \frac{2 \bar{z}_0}{qh} - \frac{1}{2} \left( \frac{a}{qh} \right)^2 \right\} \right] \\ \text{矩形} & \frac{b}{h} \left[ \frac{1}{2 \bar{q}} \left( \frac{a}{h} \right)^2 \left\{ \frac{9 a^2 + 5 b^2}{45 h^2} - \frac{4}{3} \bar{q}^2 \right\} \right. \\ & \left. \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - 2 q^2 \left\{ 1 + \frac{2 \bar{z}_0}{qh} - \frac{2}{3} \left( \frac{a}{qh} \right)^2 \right\} \right] \end{cases}$$

$$\dots\dots\dots (4.8)$$

(5) 係留力

Fig. 1 に示すように, ばね定数  $K$  の弾性索により, 浮体が係留されているとし, 実線の場合を Cross type, 破線の場合を Open type とする。浮体側の係留点を  $A_0(a_1, b_1, -qh)$ ,  $B_0(-a_1, b_1, -qh)$ ,  $C_0(-a_1, -b_1, -qh)$ ,  $D_0(a_1, -b_1, -qh)$ , 海底側を  $A'(d, e, -h)$ ,  $B'(-d, e, -h)$ ,  $C'(-d, -e, -h)$ ,  $D'(d, -e, -h)$  とし, Open type の場合を考えると, 浮体上の点  $A_0$  は, 式 (1.1) によって示される浮体運動により, 静止時の位置  $(a_1, b_1, -qh)$  から  $\{(a_1 + x_0 - c \delta_2 - b_1 \delta_3), (b_1 + y_0 + c \delta_1 + a_1 \delta_3), (-qh + (z_0 - \bar{z}_0) + b_1 \delta_1 - a_1 \delta_2)\}$  に移る。ここで  $c = \bar{z}_0 + qh$  で, 浮体重心から底面までの高さを示す。このため静止時には長さ  $l = \{(d - a_1)^2 + (e - b_1)^2 +$

$(\bar{q}h)^2)^{1/2}$  であった素は  $\varepsilon_A$  だけの伸びを示す。

$$\varepsilon_A = -\frac{1}{l} [(d-a_1)\xi^* + (e-b_1)\eta^* - \bar{q}h\zeta^* + \{c(e-b_1) - b_1\bar{q}h\}\omega_1^* - \{c(d-a_1) - a_1\bar{q}h\} \cdot \omega_2^* - \{b_1(d-a_1) - a_1(e-b_1)\}\omega_3^*] e^{-i\omega t}$$

この伸びによる、浮体に作用する  $x, y, z$  方向の係留力  $F_X^{(A)}, F_Y^{(A)}, F_Z^{(A)}$  および浮体重心に関する回転モーメント  $M_X^{(A)}, M_Y^{(A)}, M_Z^{(A)}$  は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} F_X^{(A)} &= \frac{d-a_1}{l} \cdot K\varepsilon_A \\ F_Y^{(A)} &= \frac{e-b_1}{l} \cdot K\varepsilon_A \\ F_Z^{(A)} &= -\frac{\bar{q}h}{l} \cdot K\varepsilon_A \\ M_X^{(A)} &= \frac{c(e-b_1) - b_1\bar{q}h}{l} \cdot K\varepsilon_A \\ M_Y^{(A)} &= \frac{c(d-a_1) - a_1\bar{q}h}{l} \cdot K\varepsilon_A \\ M_Z^{(A)} &= \frac{a_1(e-b_1) - b_1(d-a_1)}{l} \cdot K\varepsilon_A \end{aligned} \right\} \dots(5.1)$$

同様に点  $B_0, C_0, D_0$  について計算し合計すると、浮体に作用する係留力と、そのモーメントは次のようである。

$$\left. \begin{aligned} F_X &= (-K_{xx}\xi^* + K_{\theta_{2x}}\omega_2^*)e^{-i\omega t} \\ F_Y &= (-K_{yy}\eta^* - K_{\theta_{1y}}\omega_1^*)e^{-i\omega t} \\ F_Z &= -K_{zz}\zeta^*e^{-i\omega t} \\ M_X &= (-K_{\theta_{1x}}\eta^* - K_{\theta_{1\theta_1}}\omega_1^*)e^{-i\omega t} \\ M_Y &= (K_{\theta_{2x}}\xi^* - K_{\theta_{2\theta_2}}\omega_2^*)e^{-i\omega t} \\ M_Z &= -K_{\theta_{3\theta_3}}\omega_3^*e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots(5.2)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} K_{xx} &= 4K \frac{(d-a_1)^2}{l^2} \\ K_{yy} &= 4K \frac{(e-b_1)^2}{l^2} \\ K_{zz} &= 4K \frac{(\bar{q}h)^2}{l^2} \\ K_{\theta_{2x}} &= 4K \frac{d-a_1}{l} \cdot \frac{c(d-a_1) - a_1\bar{q}h}{l} \\ K_{\theta_{1y}} &= 4K \frac{e-b_1}{l} \cdot \frac{c(e-b_1) - b_1\bar{q}h}{l} \\ K_{\theta_{1\theta_1}} &= 4K \left\{ \frac{c(e-b_1) - b_1\bar{q}h}{l} \right\}^2 \\ K_{\theta_{2\theta_2}} &= 4K \left\{ \frac{c(d-a_1) - a_1\bar{q}h}{l} \right\}^2 \\ K_{\theta_{3\theta_3}} &= 4K \left\{ \frac{a_1(e-b_1) - b_1(d-a_1)}{l} \right\}^2 \end{aligned} \right\} \dots(5.3)$$

Cross type の場合は、上式の  $a_1$  を  $-a_1$  とすればよい。

(6) 浮体の運動方程式

浮体の質量  $M$  と重心に関する慣性モーメント  $I$  を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} M &= \text{楕円 } \rho\pi abqh, \text{ 矩形 } 4\rho abqh \\ I_X &= \left\{ \begin{array}{l} \text{楕円 } \rho\nu_1^2 \frac{\pi}{4} (ab)^2 qh \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{qh}{b} \right)^2 \right\} \\ \text{矩形 } \frac{4}{3} \rho\nu_1^2 ab^3 qh \left\{ 1 + \left( \frac{qh}{2b} \right)^2 \right\} \end{array} \right\} \\ I_Y &= \left\{ \begin{array}{l} \text{楕円 } \rho\nu_2^2 \frac{\pi}{4} (ab)^2 qh \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left( \frac{qh}{a} \right)^2 \right\} \\ \text{矩形 } \frac{4}{3} \rho\nu_2^2 a^3 bqh \left\{ 1 + \left( \frac{qh}{2a} \right)^2 \right\} \end{array} \right\} \dots(6.1) \\ I &= \left\{ \begin{array}{l} \text{楕円 } \rho\nu_3^2 \frac{\pi}{4} ab(a^2 + b^2)qh \\ \text{矩形 } \frac{4}{3} \rho\nu_3^2 ab(a^2 + b^2)qh \end{array} \right\} \end{aligned} \right.$$

ここで  $\nu_1^2, \nu_2^2, \nu_3^2$  は、浮体物質の密度分布で決まる定数である。浮体の運動方程式は、流体力  $P, T$  および係留力  $F, M$  により次式のものである。

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 x_0}{dt^2} &= P_X + F_X, \quad M \frac{d^2 y_0}{dt^2} = P_Y + F_Y \\ M \frac{d^2 z_0}{dt^2} &= P_Z + F_Z \\ I_X \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} &= T_X + M_X, \quad I_Y \frac{d^2 \delta_2}{dt^2} = T_Y + M_Y \\ I_Z \frac{d^2 \delta_3}{dt^2} &= T_Z + M_Z \end{aligned} \right\} \dots(6.2)$$

式 (6.2) に式 (1.1), (4.7), (5.2) および式 (6.1) を代入して次の関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} &= -i \frac{c_2}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[ \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} (\beta_3 A_m - \alpha_2 B_m) f^{(m)}(j) \right\} \cdot k \Delta \xi_j + \frac{\alpha_2}{\lambda_0^2} \sum_{s=0}^{\infty} \Gamma_{y,j}^{(s)} \varphi_s(j) \right] \\ \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} &= -i \frac{c_1}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[ \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} (\beta_4 A_m - \alpha_1 B_m) f^{(m)}(j) \right\} \cdot k \Delta \eta_j - \frac{\alpha_1}{\lambda_0^2} \sum_{s=0}^{\infty} \Gamma_{x,j}^{(s)} \varphi_s(j) \right] \\ \frac{\omega_3^* h}{\zeta_0} &= -i \frac{1}{\lambda_0^2 \alpha_6} \sum_{j=1}^N \left[ \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} A_m f^{(m)}(j) \right\} \cdot k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) \right] \\ \frac{\xi^*}{\zeta_0} &= i \frac{c_1}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[ \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_5 A_m - \beta_1 B_m) f^{(m)}(j) \right\} \cdot k \Delta \eta_j - \frac{\beta_1}{\lambda_0^2} \sum_{s=0}^{\infty} \Gamma_{x,j}^{(s)} \varphi_s(j) \right] \\ \frac{\eta^*}{\zeta_0} &= -i \frac{c_2}{\lambda_0} \sum_{j=1}^N \left[ \left\{ \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_4 A_m - \beta_2 B_m) f^{(m)}(j) \right\} \cdot k \Delta \xi_j + \frac{\beta_2}{\lambda_0^2} \sum_{s=0}^{\infty} \Gamma_{y,j}^{(s)} \varphi_s(j) \right] \\ \frac{\zeta^*}{\zeta_0} &= -i \frac{1}{\lambda_0^2 \alpha_3} \sum_{j=1}^N \left[ \sum_{s=0}^{\infty} \Gamma_{j}^{(s)} \varphi_s(j) \right] \end{aligned} \right\} \dots(6.3)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 &= \frac{K_{\theta_{2x}}}{\rho g a h^2}, \quad \beta_2 = \frac{K_{\theta_{1y}}}{\rho g b h^2} \\ \beta_3 &= \frac{K_{\theta_{1y}}}{\rho g h^3}, \quad \beta_4 = \frac{K_{\theta_{2x}}}{\rho g h^3} \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{M}{\rho h^3} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - \frac{K_{xx}}{\rho g h^2} \\ \alpha_2 &= \frac{M}{\rho h^3} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - \frac{K_{yy}}{\rho g h^2} \\ \alpha_3 &= \frac{M}{\rho h^3} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - Q_Z - \frac{K_{zz}}{\rho g h^2} \\ \alpha_4 &= \frac{I_X}{\rho b h^4} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - Q_X - \frac{K_{\theta_1 \theta_1}}{\rho g b h^3} \\ \alpha_5 &= \frac{I_Y}{\rho a h^4} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - Q_Y - \frac{K_{\theta_2 \theta_2}}{\rho g a h^3} \\ \alpha_6 &= \frac{I_Z}{\rho h^3} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} - \frac{K_{\theta_3 \theta_3}}{\rho g h^4} \\ c_1 &= \frac{1}{\alpha_1 \alpha_5 - \beta_1 \beta_4}, \quad c_2 = \frac{1}{\alpha_2 \alpha_4 - \beta_2 \beta_3} \end{aligned} \right\} \dots\dots (6.4)$$

よって次の条件式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_1(\xi, \eta, z) &= (\text{浮体側面での運動学的境界} \\ &\quad \text{条件式 (1.3) または (1.4)}) \\ &\quad (0 > z > -qh) \\ \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_1(\xi, \eta, z) &= \frac{\partial}{\partial \nu} \phi_2(\xi, \eta, z) \\ &\quad (-qh > z > -h) \\ \phi_1(\xi, \eta, z) &= \phi_2(\xi, \eta, z) \quad (-qh > z > -h) \end{aligned} \right\} \dots\dots (7.1)$$

(7) 境界 D における連続条件

浮体側面では、式 (1.3), (1.4) に示した運動学的境界条件が成立し、また外域 I と内域 II の流体運動に対しては、境界 D において、力学的な連続性、すなわち質量流束とエネルギー流束の連続が成り立たねばならない。

上の関係式に式 (1.3) (矩形), 式 (1.4) (楕円) の運動学的境界条件式, 式 (2.1), (2.4) の速度ポテンシャル  $\phi_1, \phi_2$ , および式 (6.3) の運動方程式を代入し, 関数系  $\cosh k(z+h), \cos k_n(z+h)$  が  $0 \geq z \geq -h$  で,  $\cos \bar{s} \cdot (z+qh)$  が  $-qh \geq z \geq -h$  で直交関数系をなすことを利用し, また Green の定理より得られた式 (3.3), (3.4) を用いて  $\bar{f}_1, \bar{f}_2^{(m)}, \bar{\varphi}_0, \bar{\varphi}_s$  を  $f_1, f_2^{(m)}, \varphi_0, \varphi_s$  で表わすと, 次式のように, 境界 D 上における  $f_1(j), f_2^{(m)}(j), \varphi_0(j), \varphi_s(j)$  についての関係式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left[ M_{ij}^{(0)} f_1(j) - \sum_{m=0}^{\infty} Q_{mij}^{(0)} f_2^{(m)}(j) - \sum_{\rho=0}^{\infty} \left( \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{N_{ij}^{(\rho)}}{1 + (\rho\pi/\bar{\lambda}_0)^2} + R_{\rho ij}^{(0)} \right) \varphi_{\rho}(j) \right] \\ = -\bar{f}_0(i) + \sum_{j=1}^N Q_{0ij}^{(0)} f_0(j) \\ \sum_{j=1}^N \left[ M_{ij}^{(n)} f_1(j) - \sum_{m=0}^{\infty} Q_{mij}^{(n)} f_2^{(m)}(j) - \sum_{\rho=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{N_n \sin \lambda_n} \cdot \frac{N_{ij}^{(\rho)}}{1 - (\rho\pi/\bar{\lambda}_n)^2} + R_{\rho ij}^{(n)} \right) \varphi_{\rho}(j) \right] \\ = \sum_{j=1}^N Q_{0ij}^{(n)} f_0(j) \quad (n=1, 2, 3, \dots) \quad \text{ここで } f_2^{(0)}(j) = f_1(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots (7.2)$$

$$\left. \begin{aligned} \sum_{j=1}^N \left[ \left( \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \cdot \delta_{ij} - F_{0ij}^{(0)} \right) f_1(j) + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \bar{\lambda}_m}{\bar{\lambda}_m \cos \lambda_m} \cdot \delta_{ij} - F_{mij}^{(0)} \right) f_2^{(m)}(j) \right. \\ \left. - (I_{0ij}^{(0)} + \delta_{ij}) \varphi_0(j) - \sum_{\rho=1}^{\infty} I_{\rho ij}^{(0)} \varphi_{\rho}(j) \right] = -\sum_{j=1}^N \left( \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \cdot \delta_{ij} - F_{0ij}^{(0)} \right) f_0(j) \\ \sum_{j=1}^N \left[ \left( \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \cdot \frac{\delta_{ij}}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2} - F_{0ij}^{(s)} \right) f_1(j) + \sum_{m=1}^{\infty} \left( \frac{\sin \bar{\lambda}_m}{\bar{\lambda}_m \cos \lambda_m} \cdot \frac{\delta_{ij}}{1 - (s\pi/\bar{\lambda}_m)^2} - F_{mij}^{(s)} \right) f_2^{(m)}(j) \right. \\ \left. - I_{0ij}^{(s)} \varphi_0(j) - \sum_{\rho=1}^{\infty} \left( I_{\rho ij}^{(s)} - \frac{1}{2} \delta_{ij} \right) \varphi_{\rho}(j) \right] = -\sum_{j=1}^N \left( \frac{\sinh \lambda_0}{\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0} \cdot \frac{\delta_{ij}}{1 + (s\pi/\bar{\lambda}_0)^2} - F_{0ij}^{(s)} \right) f_0(j) \end{aligned} \right\} \dots\dots (7.3)$$

(s=1, 2, 3, ...)

ここで  $\varepsilon_r = 1 (r=0); = -1 (r \neq 0)$  として, 上式の係数  $Q_{mij}^{(n)}, R_{\rho ij}^{(n)}, F_{mij}^{(s)}, I_{\rho ij}^{(s)}$  は次のようである。

(楕円)

$$\left. \begin{aligned} Q_{mij}^{(n)} &= \frac{\varepsilon_n}{E_n(i)} \left[ A_n \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_0} \right)^2 \left\{ c_1 \left( \frac{b}{a} \right)^2 k \xi_i k \Delta \eta_j (\alpha_5 A_m - \beta_1 B_m) - c_2 k \Delta \eta_i k \Delta \xi_j (\alpha_4 A_m - \beta_2 B_m) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{1}{\lambda_0^2 \alpha_6} \left( 1 - \frac{b^2}{a^2} \right) k \xi_i k \eta_i k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) A_m \right\} + \frac{1}{\lambda_0} \{ c_2 M_2^{(n)}(i) k \Delta \xi_j (\beta_3 A_m - \alpha_2 B_m) \right. \\ &\quad \left. - c_1 M_1^{(n)}(i) k \Delta \eta_j (\beta_4 A_m - \alpha_1 B_m) \} \right] \\ R_{\rho ij}^{(n)} &= \frac{\varepsilon_n}{E_n(i)} \left[ -A_n \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_0} \right)^2 \left\{ c_1 \beta_1 \left( \frac{b}{a} \right)^2 k \xi_i \Gamma_{xj}^{(\rho)} + c_2 \beta_2 k \eta_i \Gamma_{yj}^{(\rho)} \right\} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\lambda_0^3} \left\{ \frac{\lambda_0}{\alpha_3} \left( \frac{b}{h} \right)^2 \frac{\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n}{2 \bar{q} \cos \lambda_n} \Gamma^{(\rho)} + c_2 \alpha_2 M_2^{(n)}(i) \Gamma_{yj}^{(\rho)} + c_1 \alpha_1 M_1^{(n)}(i) \Gamma_{xj}^{(\rho)} \right\} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots (7.4)$$

(矩形)

$$\left. \begin{aligned} Q_{mij}^{(n)} &= \pm \frac{\varepsilon_n}{N_n} \left[ A_n \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_0} \right)^2 \left\{ c_1 k \Delta \eta_j (\alpha_5 A_m - \beta_1 B_m) + \frac{1}{\lambda_0 \alpha_6} \cdot \frac{\eta_i}{h} k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) A_m \right\} \right] \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{\lambda_0} \left\{ c_1 M_1^{(n)}(a, i) k \Delta \eta_j (\beta_4 A_m - \alpha_1 B_m) - c_2 M_2^{(n)}(a) \frac{\eta_i}{b} \cdot \frac{\xi_i}{a} k \Delta \xi_j (\beta_3 A_m - \alpha_2 B_m) \right\} \\
& \qquad \qquad \qquad \text{at } x = \pm a \\
Q_{mij}^{(n)} = & \mp \frac{\varepsilon_n}{N_n} \left[ A_n \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_0} \right)^2 \left\{ c_2 k \Delta \xi_j (\alpha_4 A_m - \beta_2 B_m) + \frac{1}{\lambda_0 \alpha_6} \cdot \frac{\xi_i}{h} k^2 (\xi_j \Delta \xi_j + \eta_j \Delta \eta_j) A_m \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{1}{\lambda_0} \left\{ c_2 M_1^{(n)}(i, b) k \Delta \xi_j (\beta_3 A_m - \alpha_2 B_m) - c_1 M_2^{(n)}(b) \frac{\xi_i}{a} \cdot \frac{\eta_i}{b} k \Delta \eta_j (\beta_4 A_m - \alpha_1 B_m) \right\} \right\} \right] \\
& \qquad \qquad \qquad \text{at } y = \pm b \\
R_{pij}^{(n)} = & \pm \frac{\varepsilon_n}{N_n} \left[ -A_n \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_0} \right)^2 c_1 \beta_1 \Gamma_{xj}^{(p)} + \frac{1}{\lambda_0^3} \left\{ c_1 \alpha_1 M_1^{(n)}(a, i) \Gamma_{xj}^{(p)} \right. \right. \\
& \left. \left. + c_2 \alpha_2 M_2^{(n)}(a) \frac{\eta_i}{b} \cdot \frac{\xi_i}{a} \Gamma_{yj}^{(p)} + \frac{2\lambda_0}{\alpha_3} M_2^{(n)}(a) \frac{\xi_i}{a} \Gamma_{yj}^{(p)} \right\} \right] \qquad \text{at } x = \pm a \\
R_{pij}^{(n)} = & \pm \frac{\varepsilon_n}{N_n} \left[ -A_n \left( \frac{\lambda_n}{\lambda_0} \right)^2 c_2 \beta_2 \Gamma_{yj}^{(p)} + \frac{1}{\lambda_0^3} \left\{ c_2 \alpha_2 M_1^{(n)}(i, b) \Gamma_{yj}^{(p)} \right. \right. \\
& \left. \left. + c_1 \alpha_1 M_2^{(n)}(b) \frac{\xi_i}{a} \cdot \frac{\eta_i}{b} \Gamma_{xj}^{(p)} + \frac{2\lambda_0}{\alpha_3} M_2^{(n)}(b) \frac{\eta_i}{b} \Gamma_{xj}^{(p)} \right\} \right] \qquad \text{at } y = \pm b
\end{aligned} \tag{7.5}$$

(楕円および矩形)

$$\begin{aligned}
F_{mij}^{(0)} = & \frac{\tau_2(i)}{2q} \cdot \frac{\sigma^2 h/g}{\lambda_0} \left\{ c_2 \frac{\eta_i}{b} k \Delta \xi_j (\beta_3 A_m - \alpha_2 B_m) - c_1 \frac{\xi_i}{a} k \Delta \eta_j (\beta_4 A_m - \alpha_1 B_m) \right\} \\
F_{mij}^{(s)} = & -\frac{\bar{q}}{(s\pi)^2} \cdot \frac{\sigma^2 h/g}{\lambda_0} \left\{ c_2 \frac{\eta_i}{b} k \Delta \xi_j (\beta_3 A_m - \alpha_2 B_m) - c_1 \frac{\xi_i}{a} k \Delta \eta_j (\beta_4 A_m - \alpha_1 B_m) \right\} \\
I_{pij}^{(0)} = & \frac{1}{2\bar{q}} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \frac{1}{\lambda_0^3} \left\{ \frac{\lambda_0}{\alpha_3} \tau_1(i) \Gamma_{xj}^{(p)} + \tau_2(i) \left( c_2 \alpha_2 \frac{\eta_i}{b} \Gamma_{yj}^{(p)} + c_1 \alpha_1 \frac{\xi_i}{a} \Gamma_{xj}^{(p)} \right) \right\} \\
I_{pij}^{(s)} = & -\frac{\bar{q}}{(s\pi)^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \frac{1}{\lambda_0^3} \left\{ \frac{\lambda_0}{\alpha_3} \Gamma_{xj}^{(p)} + c_2 \alpha_2 \frac{\eta_i}{b} \Gamma_{yj}^{(p)} + c_1 \alpha_1 \frac{\xi_i}{a} \Gamma_{xj}^{(p)} \right\}
\end{aligned} \tag{7.6}$$

ここで

$$\begin{aligned}
N_0 &= \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2\lambda_0}{\sinh \lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{2\lambda_n}{\sin \lambda_n} \right) \\
\tau_1(i) &= \frac{\xi_i^2 + \eta_i^2}{2h^2} - \frac{\bar{q}^2}{3}, \quad \tau_2(i) = \frac{\xi_i^2 + \eta_i^2}{4h^2} - \frac{\bar{q}^2}{3} \\
E_n(i) &= N_n \{ (b/a)^4 (k\xi_i)^2 + (k\eta_i)^2 \}^{1/2} \quad (n=0, 1, 2, \dots) \\
M_1^{(0)}(i) &= \left( \frac{b}{a} \right)^2 \frac{\xi_i}{a} \left[ B_0 \lambda_0^2 - C_0 + \frac{\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0}{2\bar{q} \cosh \lambda_0} \left\{ \frac{\xi_i^2 + \eta_i^2}{4h^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{a}{h} \right)^2 \right\} \right] \\
M_1^{(n)}(i) &= \left( \frac{b}{a} \right)^2 \frac{\xi_i}{a} \left[ B_n \lambda_n^2 - C_n + \frac{\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n}{2\bar{q} \cos \lambda_n} \left\{ \frac{\xi_i^2 + \eta_i^2}{4h^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{a}{h} \right)^2 \right\} \right] \\
M_2^{(0)}(i) &= \frac{\eta_i}{b} \left[ B_0 \lambda_0^2 - C_0 + \frac{\lambda_0 \sinh \lambda_0}{2\bar{q} \cosh \lambda_0} \left\{ \frac{\xi_i^2 + \eta_i^2}{4h^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{b}{h} \right)^2 \right\} \right] \\
M_2^{(n)}(i) &= \frac{\eta_i}{b} \left[ B_n \lambda_n^2 - C_n + \frac{\lambda_n \sin \lambda_n}{2\bar{q} \cos \lambda_n} \left\{ \frac{\xi_i^2 + \eta_i^2}{4h^2} + \frac{1}{2} \left( \frac{b}{h} \right)^2 \right\} \right] \\
M_1^{(0)}(a, i) &= \frac{1}{ka} \left\{ B_0 \lambda_0^2 - C_0 + \frac{3a^2 + \eta_i^2}{8\bar{q}h^2} \cdot \frac{\lambda_0 \sinh \lambda_0}{\cosh \lambda_0} \right\} \\
M_1^{(n)}(a, i) &= \frac{1}{ka} \left\{ B_n \lambda_n^2 - C_n + \frac{3a^2 + \eta_i^2}{8\bar{q}h^2} \cdot \frac{\lambda_n \sinh \lambda_0}{\cosh \lambda_0} \right\} \\
M_2^{(0)}(a) &= \frac{\lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0}{4\bar{q}ka \cosh \lambda_0} \cdot \left( \frac{a}{h} \right)^2, \quad M_2^{(n)}(a) = \frac{\lambda_n \sin \bar{\lambda}_n}{4\bar{q}ka \cos \lambda_n} \cdot \left( \frac{a}{h} \right)^2 \\
M_1^{(0)}(i, b), M_1^{(n)}(i, b), M_2^{(0)}(b), M_2^{(n)}(b) & \text{は上式の } a \text{ を } b \text{ に, } \eta_i \text{ を } \xi_i \text{ に変える。} \\
C_0 &= (\bar{\lambda}_0^2 \sinh \bar{\lambda}_0 - 2\bar{\lambda}_0 \cosh \bar{\lambda}_0 + 2 \sinh \bar{\lambda}_0) / 2\bar{\lambda}_0 \cosh \lambda_0 \\
C_n &= (\bar{\lambda}_n^2 \sin \bar{\lambda}_n + 2\bar{\lambda}_n \cos \bar{\lambda}_n - 2 \sin \bar{\lambda}_n) / 2\bar{\lambda}_n \cos \lambda_n
\end{aligned} \tag{7.7}$$

## (8) 諸量の決定

式(7.2), (7.3)は境界D上のN個の計算点 $(\xi_j, \eta_j)$ について成立するもので、 $n$ および $s$ についてそれぞれ第 $n^*$ 項、第 $s^*$ 項まで取ると、式(7.2)は $(n^*+1)N$ 個、式(7.3)は $(s^*+1)N$ 個の方程式である。こ

れらはそれぞれ、 $N$ 個の未知量 $f_1(j), \varphi_0(j)$ , および $n^*N$ 個、 $s^*N$ 個の未知量 $f_2^{(n)}(j), \varphi_s(j)$ に関する $(n^*+s^*+2)N$ 個の連立方程式を与える。

ゆえにこれを解いてすべての未知量を決めれば、速度ポテンシャル $\phi_1, \phi_2$ は式(2.1), (2.4)浮体運動は、式(6.3)により決まることになる。

$f_0(j), \bar{f}_0(j)$  は式 (2.3) より次式のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} f_0(j) &= -i \cdot \exp\{-i(k\xi_j \cos \omega + k\eta_j \sin \omega)\} \\ \bar{f}_0(j) &= \frac{\partial f_0(j)}{k \partial \nu} = \frac{d\xi_j \sin \omega - d\eta_j \cos \omega}{ds_j} \\ &\quad \cdot \exp\{-i(k\xi_j \cos \omega + k\eta_j \sin \omega)\} \\ ds_j &= \sqrt{d\xi_j^2 + d\eta_j^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8.1)$$

係留索に作用する力は、たとえばA点での係留索では

$$\begin{aligned} \frac{F}{K\zeta_0} = \frac{\varepsilon_A}{\zeta_0} = & -\frac{1}{l} \left[ (d-a_1) \frac{\xi^*}{\zeta_0} + (e-b_1) \frac{\eta^*}{\zeta_0} \right. \\ & \left. - \bar{q}h \frac{\zeta^*}{\zeta_0} + \left\{ \frac{c(e-b_1) - b_1 \bar{q}h}{b} \right\} \frac{\omega_1^* b}{\zeta_0} \right. \\ & \left. - \left\{ \frac{c(d-a_1) - a_1 \bar{q}h}{a} \right\} \frac{\omega_2^* a}{\zeta_0} \right. \\ & \left. - \left\{ \frac{b_1(d-a_1) - a_1(e-b_1)}{h} \right\} \frac{\omega_3^* h}{\zeta_0} \right] \\ & \cdot e^{-i\omega t} \dots\dots\dots (8.2) \end{aligned}$$

また外域の任意点  $(x, y)$  における波の振幅と、入射波の振幅の比  $K_d$  は、次式で表わされる。

$$K_d = \left| f_0(x, y) + f_1(x, y) + \sum_{n=1}^{\infty} f_2^{(n)}(x, y) \right| \dots\dots\dots (8.3)$$

3. 数値計算と結果

楕円および矩形とも、長軸と短軸の比  $a/b=0.2$ 、水深に対して、 $b/h=2.0$ 、慣性モーメントの係数  $\nu_1^2=\nu_2^2=\nu_3^2=1.25$ 、重心位置  $\bar{z}_0=-qh/2$  とし、吃水  $q=0.25$  および  $q=0.5$  の浮体について、また係留浮体については、ばね定数  $K/\rho g h l=0.5$  とし、Fig. 1 の実線で示す Cross type について計算を行った。このとき浮体側の係留点は、矩形

では底面隅角部  
に、また楕円では  
 $a_1=(\sqrt{7}/4)a$ ,  $b_1$   
 $=(3/4)b$  にとり、  
水底での係留点  
は、楕円および矩  
形とも、 $d=2.25$   
 $a$ ,  $e=1.25b$  であ  
る。境界D上の計  
算点は、Fig. 2 に  
示すように 20 個  
( $N=20$ ) とし、底  
面の分割は、楕円  
は 20 個 ( $M=20$ )、  
矩形は 32 個であ  
る。まず自由およ

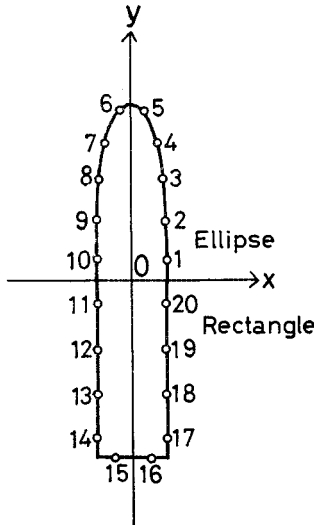


Fig. 2

び係留状態の楕円 および矩形浮体について、 $n^*=2, s^*=1$  とし、 $a^2h/g=0.5, 0.75$  で、種々の波の入射角  $\omega$  に対する浮体運動、および浮体周辺の波高分布を求めた。次に  $\omega=0^\circ$  とし、 $n^*=3, s^*=2$  にとって、種々の周波数に対する、自由浮体および係留浮体の運動を計算した。この  $n^*, s^*$  の違いによる運動変位の値の差は、大きくて 5%、ほとんどの場合 2% 以下である。なお矩形自由浮体については、著者が先に発表した、速度ポテンシャルの接続法による、2次元矩形断面浮体（入射波向に直角な方向に無限に長い浮体）の計算を行い、三次元影響を調べた。

(1) 入射角による運動の相違

浮体運動の振幅を  $a^2h/g=0.5$  および  $0.75$  の場合、入射角  $\omega$  に対して示すと、Fig. 3~11 のようである。Fig. 3, 4 は楕円形自由浮体、Fig. 5, 6 は矩形自由浮体、Fig. 7, 8, 9 は楕円係留浮体、Fig. 10, 11 は矩形係留浮体に対するものである。 $\xi^*$ (Sway),  $\omega_2^*$ (Roll) は  $\omega=0^\circ$  で最大値、 $\omega=90^\circ$  で 0 となり、 $\omega_3^*$ (Yaw) は  $\omega=0^\circ, 90^\circ$  で 0、 $\omega=45^\circ$  で最大となる。 $\omega_1^*$ (Pitch),  $\eta^*$ (Surge) は、 $\omega=0^\circ$  で 0、 $\omega=90^\circ$  で最大となるが、周波数によっては、その中間で最大値を取ることあり、周波数が大きいほどその傾向が強い。 $\zeta^*$ (Heave) は  $\omega=0^\circ$  で最大となり、 $\omega$  の増加とともに単調に減少し、長軸方向からの入射波に対しての方が、鉛直運動は小さいことを示している。また入射角  $\omega$  の増加に対する、 $\zeta^*$  の減少は、周波数が大きいほど著しい。これは波長に対する浮体幅の割合が、 $a^2h/g=0.5, 0.75$  の場合は、短軸ではそれぞれ 0.098, 0.13 で、ほぼ波長の 1/10 であるのに対し、長軸では、0.5, 0.65 で、 $a^2h/g=0.5$  で半波

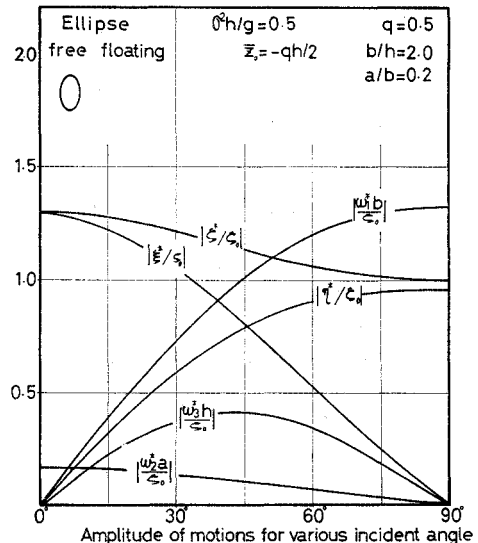


Fig. 3



長,  $\sigma^2 h/g=0.75$  では  $2/3$  波長となり, 揚圧力の減少が,  $\sigma^2 h/g$  が大きくなるほど,  $\omega=0^\circ$  においてよりも,  $\omega=90^\circ$  において大きいことによる。 $\omega_3^*$  は, 自由および係留浮体とも, 矩形と楕円の差はあまり見られない。また Fig. 3 と Fig. 8 の楕円浮体, あるいは Fig. 5 と Fig. 11 の矩形浮体について, 自由状態と係留状態をくらべると, この場合はこれらの運動変位は, 係留により一様に減少しているが, 周波数が変ればピーク位置が移動し, また運動変位の値および運動の様子も変化する。周波数によっては逆に増大することもある。

次に原点 (浮体中心位置) における入射波の水面変動,  $\zeta=\zeta_0 \cos \sigma t$  に対する浮体運動の位相を示すと,

Table 1 (a), (b) のようである。ここでは (振幅)  $\times \cos(\sigma t + \epsilon)$  としたときの  $\epsilon$  の値を,  $\pi$  を単位として示している。Table 1 (a) には,  $\sigma^2 h/g=0.5, q=0.5$  および  $\sigma^2 h/g=0.75, q=0.25$  の自由浮体について, また Table 1 (b) には,  $\sigma^2 h/g=0.5$  で  $q=0.25, q=0.5$  の係留浮体について示している。これより, 自由浮体では, 楕円および矩形とも,  $x_0, y_0, \delta_1, \delta_2$  はほぼ  $\pi/2$  あるいは  $-\pi/2$  の位相をもつ。また楕円, 矩形とも,  $y_0$  と  $\delta_1$  は同位相をもち, 楕円については,  $x_0$  と  $\delta_2$  も同位相であるが, 矩形はほぼ  $\pi$  の位相差がある。 $\delta_2$  の位相は入射波の位相に等しく, ( $x_0 - \bar{x}_0$ ) も入射波の位相にほぼ等しい。また入射角による位相の変化は, ( $x_0 - \bar{x}_0$ ) を除い

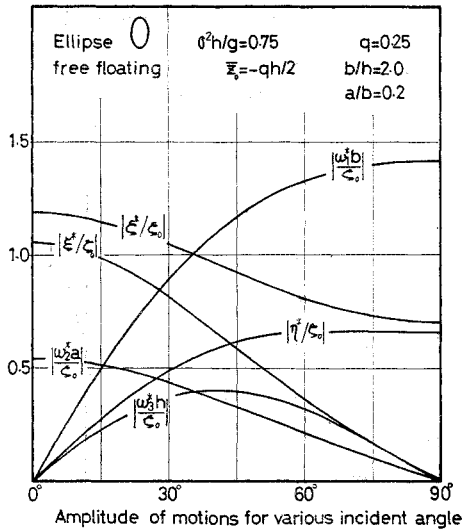


Fig. 4

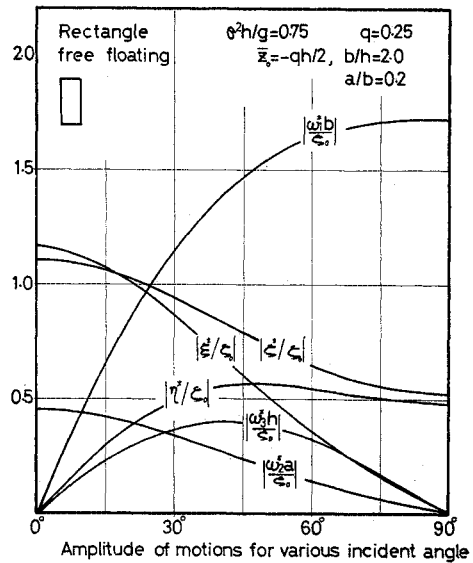


Fig. 6

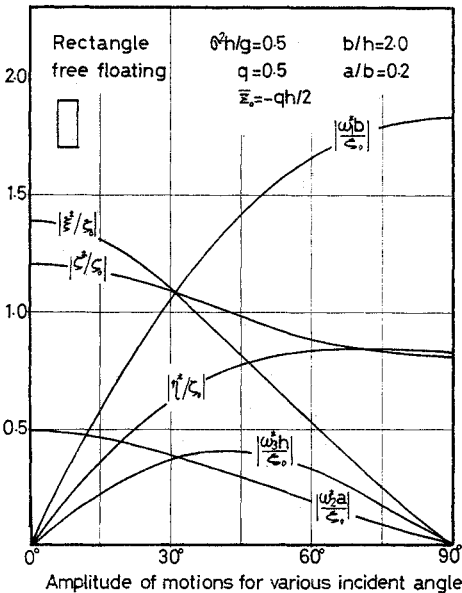


Fig. 5

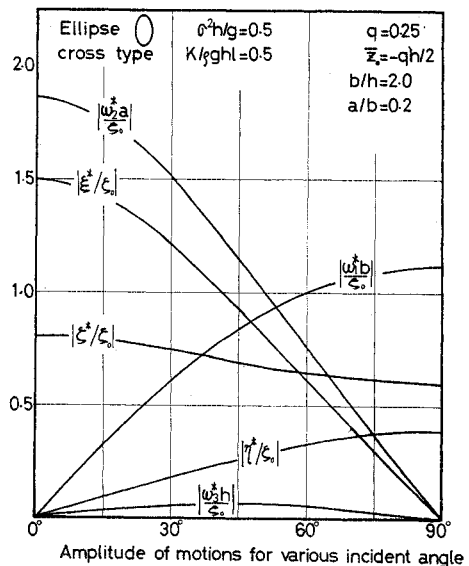


Fig. 7

**Table 1 (a)** Phase Angle of Motions for Freely Floating Body in  $\pi$  Unit

	$\sigma^2 h/g$	$q$	$\omega=0^\circ$	$\omega=30^\circ$	$\omega=60^\circ$	$\omega=90^\circ$
Ellipse ( $x_0$ )	0.50	0.50	-0.502	-0.502	-0.502	
	0.75	0.25	-0.509	-0.509	-0.508	
Rectangle	0.50	0.50	-0.500	-0.499	-0.498	
	0.75	0.25	-0.502	-0.501	-0.498	
E ( $y_0$ )	0.50	0.50		-0.508	-0.508	-0.507
	0.75	0.25		-0.519	-0.519	-0.519
R	0.50	0.50		-0.490	-0.486	-0.484
	0.75	0.25		-0.490	-0.483	-0.478
E ( $z_0 - \bar{z}_0$ )	0.50	0.50	-0.090	-0.079	-0.055	-0.043
	0.75	0.25	0.099	0.081	0.056	0.042
R	0.50	0.50	0.128	0.122	0.107	0.100
	0.75	0.25	0.027	0.026	0.021	0.016
E ( $\delta_1$ )	0.50	0.50		-0.508	-0.507	-0.507
	0.75	0.25		-0.520	-0.518	-0.517
R	0.50	0.50		-0.489	-0.487	-0.485
	0.75	0.25		-0.487	-0.483	-0.481
E ( $\delta_2$ )	0.50	0.50	-0.502	-0.502	-0.502	
	0.75	0.25	-0.509	-0.508	-0.507	
R	0.50	0.50	0.500	0.501	0.502	
	0.75	0.25	0.498	0.499	0.502	
E ( $\delta_3$ )	0.50	0.50		0.016	0.016	
	0.75	0.25		-0.002	-0.002	
R	0.50	0.50		0.002	0.002	
	0.75	0.25		0.001	0.001	

**Table 1 (b)** Phase Angle of Motions for Moored Floating Body in  $\pi$  Unit

	$\sigma^2 h/g$	$q$	$\omega=0^\circ$	$\omega=30^\circ$	$\omega=60^\circ$	$\omega=90^\circ$
Ellipse ( $x_0$ )	0.5	0.25	-0.517	-0.517	-0.517	
		0.50	-0.472	-0.472	-0.472	
Rectangle	0.5	0.25	-0.652	-0.652	-0.651	
		0.50	-0.535	-0.534	-0.533	
E ( $y_0$ )	0.5	0.25		-0.508	-0.507	-0.507
		0.50		0.516	0.516	0.517
R	0.5	0.25		-0.504	-0.508	-0.514
		0.50		-0.493	-0.490	-0.487
E ( $z_0 - \bar{z}_0$ )	0.5	0.25	-0.125	-0.111	-0.082	-0.067
		0.50	-0.097	-0.086	-0.062	-0.049
R	0.5	0.25	0.086	0.072	0.041	0.023
		0.50	0.102	0.096	0.081	0.078
E ( $\delta_1$ )	0.5	0.25		-0.508	-0.508	-0.507
		0.50		-0.483	-0.485	-0.486
R	0.5	0.25		-0.507	-0.507	-0.507
		0.50		-0.492	-0.490	-0.487
E ( $\delta_2$ )	0.5	0.25	-0.517	-0.517	-0.517	
		0.50	-0.472	-0.472	-0.472	
R	0.5	0.25	-0.652	-0.652	-0.651	
		0.50	-0.535	-0.534	-0.533	
E ( $\delta_3$ )	0.5	0.25		-0.996	-0.996	
		0.50		-0.987	-0.987	
R	0.5	0.25		-0.994	-0.994	
		0.50		-0.981	-0.981	

て、あまり見られない。次に係留浮体の場合は、楕円、矩形とも  $x_0$  と  $\delta_2$ 、および  $y_0$  と  $\delta_1$  は同位相をもつが、 $q=0.5$  の楕円は、 $y_0$  と  $\delta_1$  に  $\pi$  の位相差がある。また  $\delta_3$  は係留により、ほぼ  $\pi$  の位相の遅れを生じる。以上の位相のうち、後述する  $\omega=0^\circ$  で種々の周波数に対する浮体運動の計算より、 $x_0$ 、 $\delta_2$ 、 $z_0 - \bar{z}_0$  の位相について見ると、自由浮体では、 $x_0$  は、振幅の0点を除いて、常に  $-\pi/2$  の位相をもつものに対し、 $\delta_2$  は  $\sigma^2 h/g$  の増加とともに、まず  $\pi/2$  の位相をもち、振幅のピーク位置を境として、ほぼ  $-\pi/2$  の位相をもつ。ゆえに  $\delta_2$  のピーク位置より小さい  $\sigma^2 h/g$  に対しては、 $x_0$  と  $\delta_2$  は  $\pi$  の位相差をもち、ピーク位置より大きい  $\sigma^2 h/g$  に対しては、ほぼ  $-\pi/2$  の同位相をもつ。また係留浮体では、 $x_0$  も

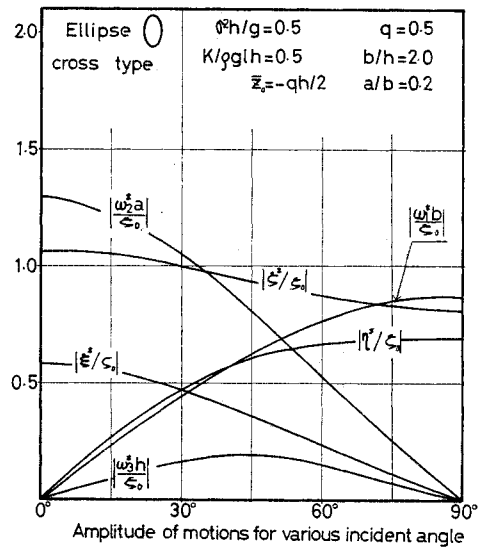


Fig. 8

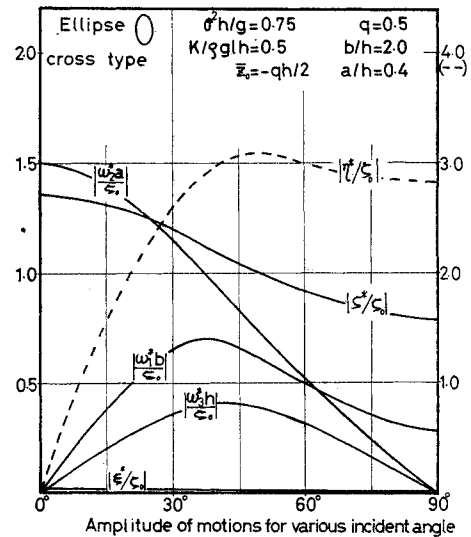


Fig. 9

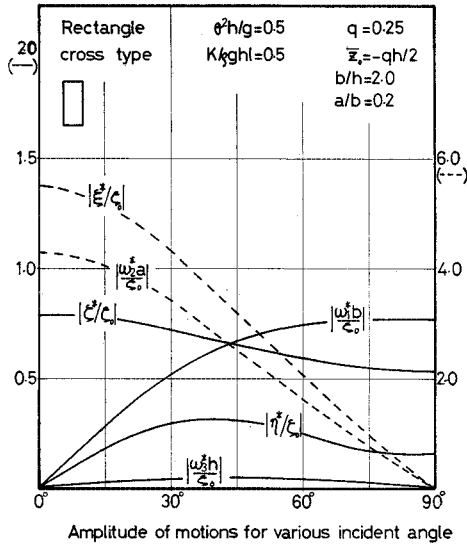


Fig. 10

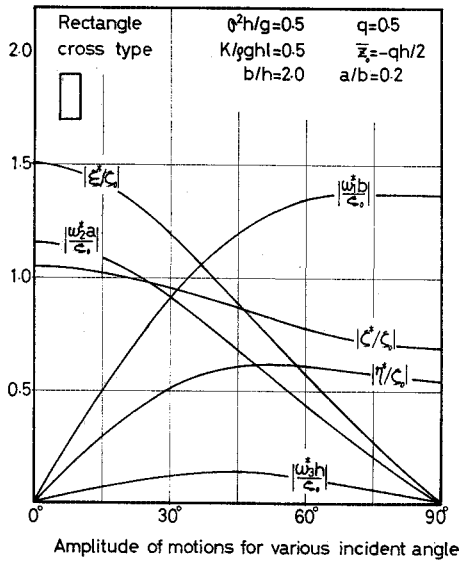


Fig. 11

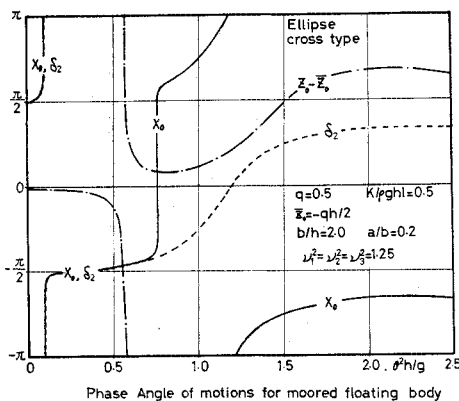


Fig. 12

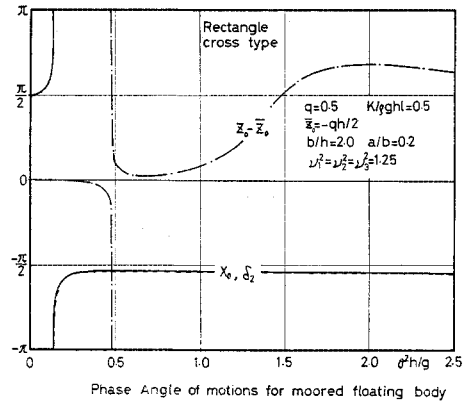


Fig. 13

$\delta_2$  と同様に、 $\sigma^2 h/g$  の増加とともに、まず  $\pi/2$  の位相をもち、振幅のピークを境にして、ほぼ  $-\pi/2$  の位相をもつ、ゆえに  $x_0$  と  $\delta_2$  は常に同位相をもつ。しかし楕円係留浮体では、吃水が大きくなると ( $q$  が大となる)、浮体運動に対応して、位相変化が、 $x_0$  と  $\delta_2$  とで異なってくる。ゆえに周波数によっては、 $x_0$  と  $\delta_2$  の位相は、必ずしも、 $\pi/2$  あるいは  $-\pi/2$  の同位相ではないが、 $x_0$  と  $\delta_2$  の位相関係は常に同位相か、あるいは  $\pi$  の位相差をもつかのどちらかである。また  $\xi_0$  の位相変化の様子は、矩形と楕円あるいは自由と係留による違いはなく、周波数の小さいときは、入射波の位相に等しく、振幅の 0 点に近づくにつれ、いく分位相遅れを生じ、0 点で位相が逆転した後、ふたたび入射波の位相に近づき、その後単調に増大する。

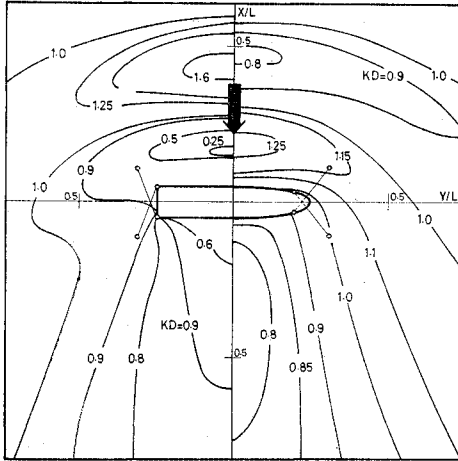
これらの位相変化の 1 例として、 $q=0.5$  の楕円および矩形係留浮体について示すと、Fig. 12, 13 のようである。

(2) 波高分布

$\sigma^2 h/g=0.5, q=0.5$  のときの、浮体周辺の波高分布を示すと、たとえば Fig. 14, 15, 16 のようで、矩形と楕円では予想以上に異なることがわかる。これは楕円と矩形の形状の相違により、固定柱状体での波の散乱、および浮体運動の変位と位相が異なるためで、 $\omega=0^\circ$  のときの Scattering Cross Section を示すと Fig. 17 のようである。これからも、楕円と矩形ではその分布が非常に異なっており、この分布が後方に大きく、 $f_0(x, y)$  と  $f_1(x, y)$  の位相差が  $\pi$  に近いほど、浮体の遮蔽効果が大きいことになる。

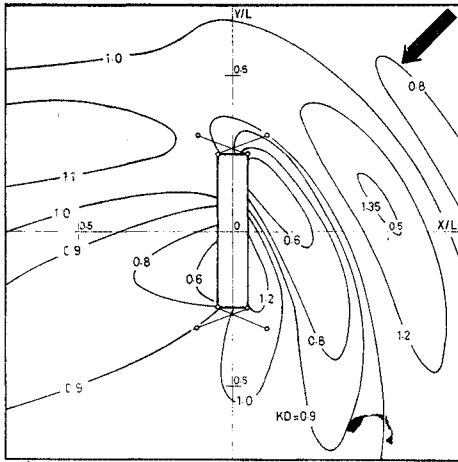
(3) 周波数による運動変化

まず矩形自由浮体の場合については、Fig. 18, 19, 20 に示すようで、図中の点線および破線は、速度ポテンシャルの接続法を用いた、矩形断面二次元浮体に対するも



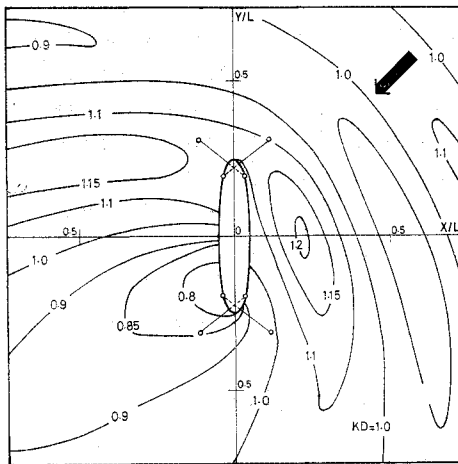
$\theta^2 h/g=0.5, q=0.25, K/g h l=0.5, \omega=0, \bar{x}=-qh/2, b/h=2.0, a/b=0.2$   
Distribution of KD for rectangular and elliptical body

Fig. 14



$\theta^2 h/g=0.5, q=0.25, K/g h l=0.5, \omega=45^\circ, \bar{x}=-qh/2, b/h=2.0, a/b=0.2$   
Distribution of KD for moored rectangular body

Fig. 15



$\theta^2 h/g=0.5, q=0.25, K/g h l=0.5, \omega=45^\circ, \bar{x}=-qh/2, b/h=2.0, a/b=0.2$   
Distribution of KD for moored elliptical body

Fig. 16

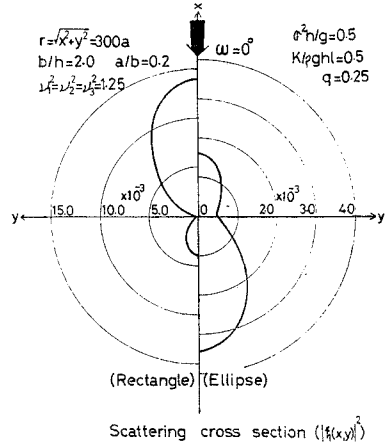


Fig. 17

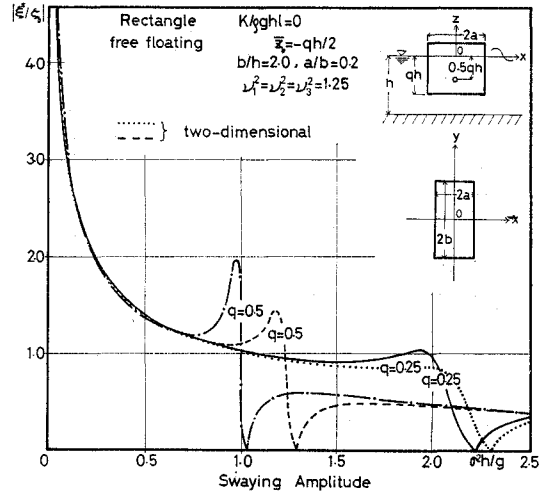


Fig. 18

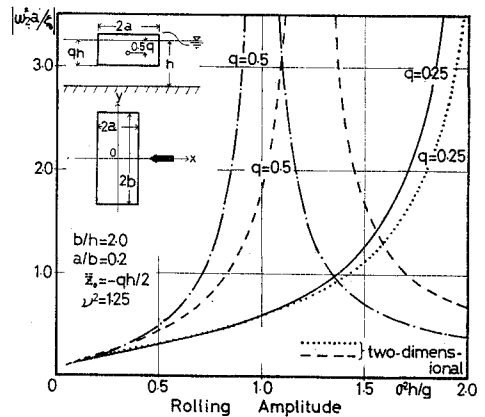


Fig. 19

のである。Fig. 18 の  $\xi^*$  (Sway) については、2 次元に比べピーク値が大きく、 $\sigma^2 h/g$  の小さい所で現われるが、運動の傾向は 2 次元と同様であり、ピークの現われる近傍の周波数を除いては、2 次元計算は、3 次元計算に近い値を与え、吃水が小さいほど、また特に  $\sigma^2 h/g$  の小さいところで、3 次元影響は少ない。Fig. 19 の  $\omega_2^*$  (Roll) についても、運動の傾向は、2 次元と同様で、 $\xi^*$  と同様に 3 次元では、ピークを示す位置が、 $\sigma^2 h/g$  の小さい方へ移る。しかし Fig. 20 の  $\zeta^*$  (Heave) については、ピークの位置は  $\sigma^2 h/g$  の大きい方へ移り、そのピーク値もいく分小さくなり、 $\sigma^2 h/g \approx 0.475$  付近で一度 0 を示す。この現象は、次に示す楕円形浮体において、より著しく現われている。

楕円自由浮体については、Fig. 21, 22, 23 に示すよ

うに、運動の傾向は、 $\xi^*$ 、 $\omega_2^*$  については矩形の場合と著しく異なり、前者より大きな値のピークを示し、その位置も、 $\sigma^2 h/g$  の小さいところで現われる。 $\zeta^*$  は両者についてほとんど相違はないが、0 点を示す位置がいく分  $\sigma^2 h/g$  の大きい所に移り、矩形に比べ、より明瞭に現われる。

次に矩形保留浮体について示すと、Fig. 24, 25, 26 のようである。 $\xi^*$  は保留によって、自由浮体の場合とかなり運動の様子が変化し、自由浮体において生じた 0 点が消え、周波数の増加とともにピークを示し、その後単調に減少する。 $\omega_2^*$  はそのピーク位置が、周波数の小さい方へ移り、その変化も急激になる。また  $\xi^*$  と  $\omega_2^*$  は類似の変化をするようになる。 $\zeta^*$  の変化の様子は、自由浮体とかわらないが、ピーク位置は、 $\xi^*$ 、 $\omega_2^*$  と逆に

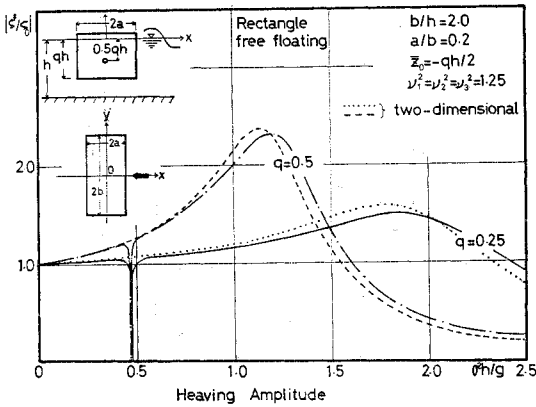


Fig. 20

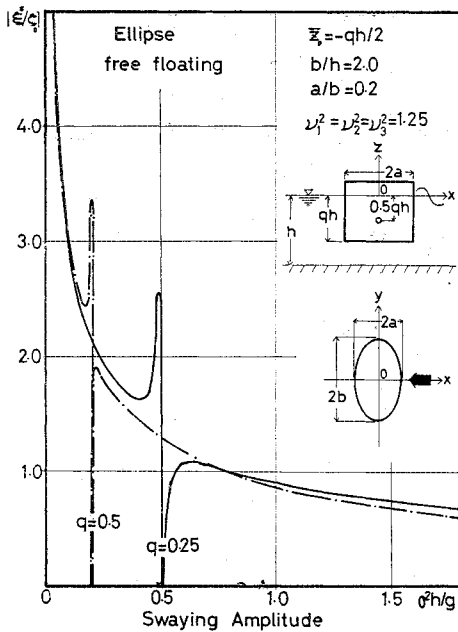


Fig. 21

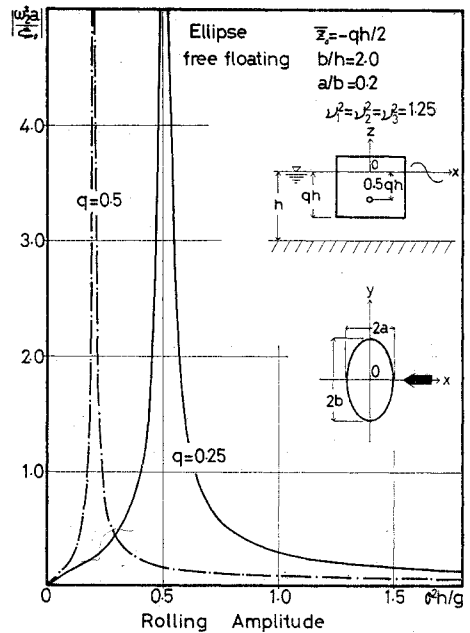


Fig. 22

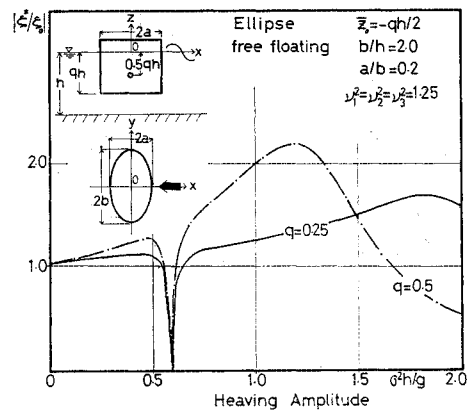


Fig. 23

$\sigma^2 h/g$  の大きい方へ移る。

楕円係留浮体について示すと、Fig. 27, 28, 29 のようである。楕円の場合は、自由浮体と係留浮体で非常に様子が異なり、また矩形浮体とも著しく異なってくる。

$\xi^*$  は自由浮体と同様に 0 点を示すが、その位置は  $\sigma^2 h/g$  の大きい方へ移り、その変化もゆるやかになる。また 0 点を示した後、第 2 のピークが現われる。 $\omega_2^*$  も  $\sigma^2 h/g$  の増加とともに一度ピークを示し、その後第 2 のピークが現われる。また自由浮体に比べ、全般に値も大きい。以上の点は、 $\xi^*$  が 0 点を示さず、また  $\xi^*$ 、 $\omega_3^*$  とも一度ピークを示した後、単調に減少する矩形係留浮

体と異なる点である。 $\zeta^*$  はその変化の様子は、自由浮体と同様であり、0 点を示す位置、およびその位置が吃水により変化しないことも同様である。

#### 4. むすび

上述の計算結果は、特定の浮体形状と条件に限定されるが、次のことは明らかである。

(1) 同じ長軸、および短軸をもつ場合でも、矩形と楕円とでは、浮体運動および波高分布に著しい相違が現われる。したがって、一般に形が大体において似ていても、運動においては顕著な違いがあることに注意する必要がある。

(2) 矩形浮体においては、入射波向に直角な方向の

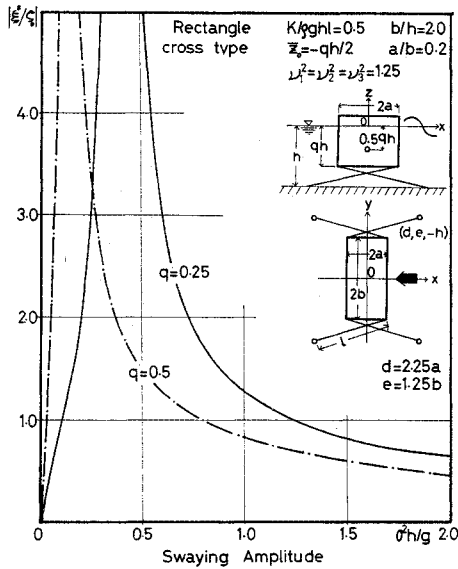


Fig. 24

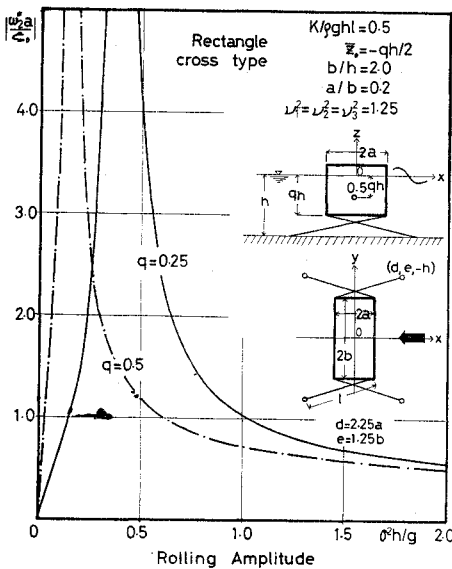


Fig. 25

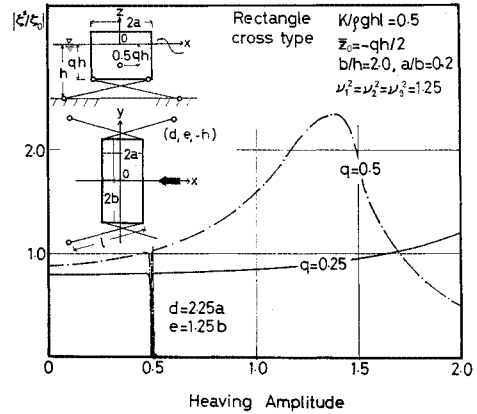


Fig. 26

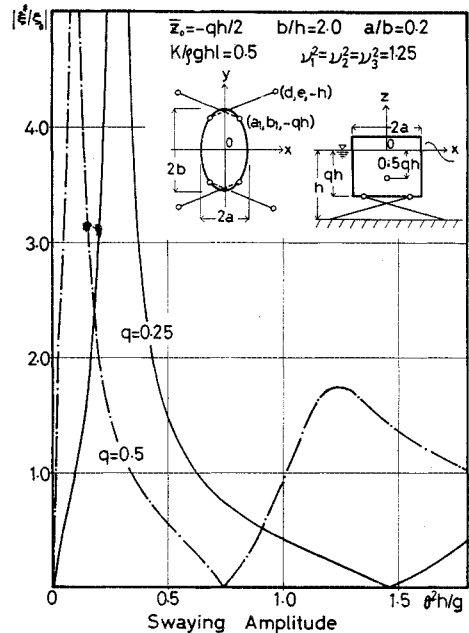


Fig. 27

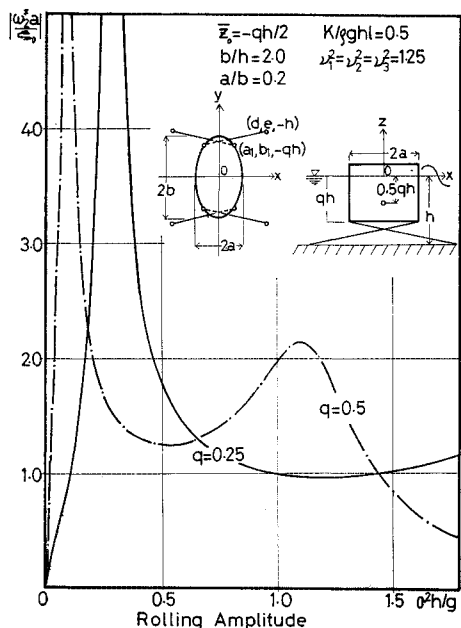


Fig. 28

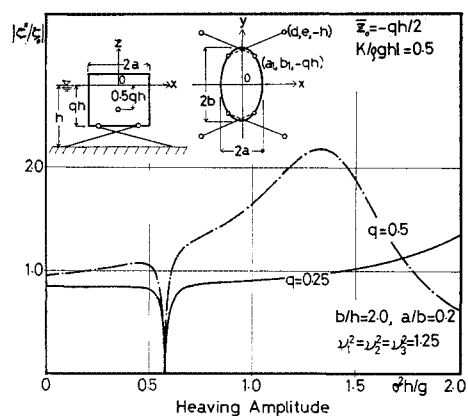


Fig. 29

長さが、ある程度長ければ、運動振幅のピーク付近を除くと、浮体運動に対する、浮体長の有限性の影響は少なく、特に波長の長い波 ( $\sigma^2 h/g$  が小さい) に対しては、2次元計算による浮体運動は、3次元計算のそれにほぼ一致する値を示し、吃水が小さいほどこの傾向は明らかである。ただし、浮体周辺の波高分布に関しては別である。

(3) 楕円浮体においては、浮体が相当に長くても、有限長であることの影響は、矩形に比べてかなり著しい。

(4) 浮体運動および波高分布は、入射波向により著しく相違することはもちろんであるが、その変化は楕円と矩形とでは、かなり異なったものとなる。

(5) 浮体の無限長であること、すなわち浮体端の影響を無視した2次元取扱いにおいては、浮体背後には、通過波だけが存在するため、波浪制御に対してかなり有効と見られる場合もあるが、有限長であるための回折波の影響は相当に著しく、かつそれは浮体形状や、入射波の性質、あるいは係留条件により変化が大きい。したがって、浮防波堤等による波の制御に関しては、この点を十分考慮する必要がある。

上記の計算は相当に複雑であるため、計算上のミスが入り易い。本論文の結果は、正確を期するために、著者の2人が独立に計算を行い、両者の結果が完全に一致することを確かめたものである。計算結果の精度、あるいは級数の収束性についての確認は、固定柱状体の計算<sup>13)</sup>におけるとまったく同様に行った。

本論文は、解析法と計算結果についてのみ述べたが、現在実験的検証を進めつつあるので、それについては、引き続き報告する予定である。

参考文献

- 1) 田才福造：船の Heaving 並に Pitching に対する附加質量および減衰力，西部造船会会報，第 21 号，1961 年 3 月。
- 2) 田才福造：Hydrodynamic Force and Moment Produced by Swaying and Rolling Oscillation of Cylinders on the Free Surface，九州大学応用力学研究所英文報告，Vol. IX, No. 35, 1961.
- 3) 田才福造：Wave Height at the Side of Two-Dimensional Body Oscillating on the Surface of a Fluid，九州大学応用力学研究所英文報告，Vol. IX, No. 35, 1961.
- 4) W.D. KIM：On the harmonic oscillations of a rigid body on a free surface, J. Fluid Mech, Vol. 21, Part 3, 1965.
- 5) W.D. KIM：On a Free-Floating Ship in Waves, Journal of Ship Research, Vol. 10, No. 3, Sept 1966.
- 6) Jhon. Fritz：On the motion of Floating Bodies I., Communication on Pure and Applied Mathematics, Vol. II, 1949.
- 7) Jhon. Fritz：On the motion of Floating Bodies II., Communication on Pure and Applied Mathematics, Vol. III, 1950.
- 8) 新井・高木・中村・松永：箱型船の流体力について（第 1 報），日本造船学会論文集，第 137 号，1975.
- 9) 井島・田淵・湯村：有限水深の波による円柱状浮体の運動，土木学会論文報告集，第 206 号，1972 年 10 月。
- 10) 井島・田淵・湯村：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第 206 号，1972 年 6 月。
- 11) 井島・周・吉田・湯村：水底および水面付近の任意断面の固定柱状体による波の散乱と波力，土木学会論文報告集，第 228 号，1974 年 8 月。
- 12) 井島：有限水深域の構造物および浮体による波の変形（2次元および 3次元問題），土木学会水工学 夏期研修会講義集，1974 年 8 月。
- 13) 井島・吉田・湯村：有限水深域における楕円形浮体の 3次元運動，第 21 回海岸工学講演会論文集，1974 年 11 月。（1975. 6. 23・受付）