

伝達マトリックス法の不整格子桁橋の 解析への応用と模型実験*

STRUCTURAL ANALYSES OF ARBITRARY SHAPED GRILLAGE GIRDER BRIDGES BY TRANSFER MATRIX METHOD SUSTAINED WITH MODEL TESTS

中井 博**・谷田 玲 二***・奥村 敏久****
By Hiroshi NAKAI, Reiji TANIDA and Toshihisa OKUMURA

1. ま え が き

近年、市街地における高架橋は、構造解析法の進歩や製作技術の向上に伴って、ますます複雑化されつつあり、平面的には主桁を多くの横桁で結合した格子構造とし、しかも立体的にはラーメン橋脚などと一体化した構造物として設計される機会が多くなってきている。

旧来より、平面的な格子桁構造は、Leonhardt¹⁾やHomborg²⁾、あるいは、Guyon-Massonnet³⁾の解法により解析されてきたが、斜格子桁や台形格子桁などのいわゆる不整格子桁橋にそれらの理論を拡張するのは、たとえコンピューターをフルに活用したとしても、多くの点で難点があるように思われる^{4)~6)}。

したがって、構造物の多様化に伴う解析手法の複雑化を避けるためには、マトリックス構造解析法がもっとも簡明であると思われる。その代表的なものとしては変形法⁷⁾があり、多くの研究者によって汎用性のあるプログラムが完備され、実用計算⁸⁾に供せられていることは周知のとおりである。

ところで、汎用性のあるもう一つのマトリックス構造解析法としては、伝達マトリックス法がある。この方法は、変形法のように部材数に比例して未知数が増大することはなく、簡明な要素数の少ない伝達マトリックスと桁の境界条件のみによって表わされるマトリックスとの乗算によって処理できる。しかも、境界条件がどのような形式であっても、マトリックスの修正は非常に容易に行え、格子桁などへの応用に適している。その一例としては、R. Kersten⁹⁾、熊野・成岡¹⁰⁾らによる研究があげられる。

しかしながら、これらの研究では、いずれも未知数をより少なくするために主桁が横桁で弾性支持しているとして解析されているので、不整格子桁に対しては若干の修正が必要である。また、後藤・大西・羽根¹¹⁾による同様な研究があるが、横桁の本数が多くなると計算精度がわるくなることを報告している。著者らも R. Kerstenの方法によって種々な試算をこころみだが、主桁が横桁によって弾性支持されているとして取扱うと、未知数は少なくできるという利点があるが、その反面計算精度や不整格子桁への適用性などに関して問題が残されているように思われる。

本文は、以上の点にかんがみ、平井¹²⁾が以前に提案した結合法と上述のような利点のある伝達マトリックス法とを組み合わせることで不整格子桁橋の解析を試みたものである。すなわち、格子桁は個々の主桁と横桁に分解し、それぞれの桁について伝達マトリックス法を適用する。その際、主桁と横桁との結合点に作用する格点力は未知量として取り入れ、各格点における主桁と横桁の変形の適合条件を満足させるようにして全体の構造解析を行うものである。

このような解析方法によると、主桁や横桁の支持条件や結合形式が任意の不整格子桁であっても容易に取り扱うことができるので、汎用性のある解法であると思われる。しかも、不整格子桁の動的挙動を解析¹³⁾するための拡張も容易である。それで、静的挙動としては影響面を求めることを主眼とし、動的挙動としては固有振動数と振動モードの算定法について述べることにする。

なお、本文では簡素化のために主桁のねじり剛性は無視(開断面)したが¹⁴⁾、ねじり剛性(単純ねじり)¹⁵⁾やそのねじり剛性(曲げねじり)のある場合¹⁶⁾についても同様に扱うことができ、さらに曲線格子桁¹⁷⁾にこの解法を応用することも可能である。

最後に、上述の解析を進めているとき、阪神高速道路公団によって今まであまり例のない5径間連続斜格子桁

* 昭和48年度土木学会関西支部年次学術講演会で発表 I-26 および I-46

** 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科

*** 正会員 阪神高速道路公団北大阪工事事務所 所長

**** 正会員 工修 栗本鉄工所 橋梁設計部 部長

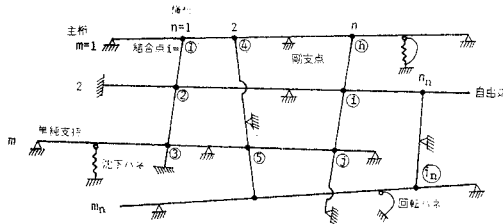
橋が建設されることになり、それをモデルとして模型桁を作製し実験を行う機会を得た。これらの実験結果と計算値とを比較し、本文の妥当性を種々な点より検討するとともに、この種の格子桁橋の力学的挙動に関して種々考察するものである。

2. 解析法

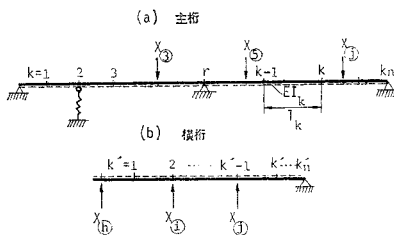
(1) 静的解析

図一1 は任意形状の格子桁橋を示す。すなわち、主桁 $m=1, 2, \dots, m_n$ 、および、横桁 $n=1, 2, \dots, n_n$ は任意に支持されており、任意点 $i=①, ②, \dots, ⑩$ で互に結合されているものとする（添字 n の付けたものは、それぞれ主桁、横桁、およびその結合点の総数を意味する）。

そして、第 m 番目の主桁と第 n 番目の横桁を取り出したものを図一2 に例示するが、主桁と横桁の結合点には、格点力 $X_{⑩}, X_{⑨}, X_{⑧}, X_{⑦}$ などを作用させておく。



図一1 任意形状の格子桁



図一2 解析モデル

すると、主桁あるいは横桁をそれぞれ独立したものと見て伝達マトリックス法で解析することができる。しかし、主桁あるいは横桁の任意断面における変形量や断面力は、それぞれ桁の左端における初期値や中間支点反力（総数 r_n 個） R_1, R_2, \dots, R_{r_n} 、あるいは $X_{⑩}, X_{⑨}, \dots, X_{⑥}$ （総数 i_n 個）の関数として与えられることになる。

そこで、これらの変形量や断面力は、文献 9) を参照にして次のように無次元化しておく。

$$\left. \begin{aligned} \text{たわみ} : w &= w^* \times (P_c l_c^3) / (E_c I_c) \\ \text{たわみ角} : \varphi &= \varphi^* \times (P_c l_c^2) / (E_c I_c) \\ \text{曲げモーメント} : M &= M^* \cdot (P_c l_c) \\ \text{せん断力} : Q &= Q^* \cdot P_c \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{反力} : R &= R^* \cdot P_c \\ \text{格点力} : X &= X^* \cdot P_c \end{aligned} \right\}$$

ただし、 l : 格間長、 I : 断面 2 次モーメント、 E : ヤング率、 P : 集中荷重であり、添字 c を付けたものを基準量にとる。

また、図一2 に示すように任意に桁を分割した第 k パネル ($k-1 \sim k$ 間) の左端における変形量・断面力を状態ベクトル

$$y_{k,0}^* = \{w_{k,0}^*, \varphi_{k,0}^*, M_{k,0}^*, Q_{k,0}^*, 1\} \dots (2)$$

で表わし、初期値・中間支点反力・格点力より構成される未知量を総称して x^* と表わせば、 $y_{k,0}^*$ と x^* とは上述のように状態マトリックス $Y_{k,0}^*$ を通じて線形関係にあり、

$$y_{k,0}^* = Y_{k,0}^* \cdot x^* \dots (3)$$

と置くことができる。

特に、桁左端における初期マトリックス $Y_{1,0}^*$ は、次のように表わされる。

$$Y_{1,0}^* = \begin{matrix} \text{初期値} & \text{荷重項} & \text{中間支点反力} & \text{格点力} \\ \text{(2個)} & 1 & R_1^*, R_2^*, \dots, R_{r_n}^* & X_{⑩}^*, X_{⑨}^*, \dots, X_{⑥}^* \\ \text{表一参照} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} & \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \end{matrix} \dots (4)$$

表一 初期値

単純支持	固定端	バネ支持	自由端
$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} k\psi_{,0} & k\psi_{,0} \\ k\psi_{,0} & k\psi_{,0} \end{matrix}$	$\begin{matrix} k\psi_{,0} & k\psi_{,0} \\ k\psi_{,0} & k\psi_{,0} \end{matrix}$
$\begin{matrix} \psi_{1,0}^* & Q_{1,0}^* \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} M_{1,0}^* & Q_{1,0}^* \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} M_{1,0}^* & \psi_{1,0}^* \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -k\psi_{,0} \\ -k\psi_{,0} & 0 \\ 0 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} \psi_{1,0}^* \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}$

ただし $\begin{matrix} k\psi_{,0} = k\psi_{,0} \frac{3}{E_c I_c} \\ k\psi_{,0} = k\psi_{,0} \frac{2}{E_c I_c} \end{matrix}$

さて、第 k パネルのスパン長を l_k 、曲げ剛性を EI_k とすると、第 k パネル右端における状態ベクトル $y_{k,l}^*$ は、field matrix F_k^* を用いて

$$y_{k,l}^* = F_k^* \cdot y_{k,0}^* \\ = \begin{bmatrix} 1 & -l_k/l_c & l_k^2 I_c / (2 l_c^2 I_k) & l_k^3 I_c / (6 l_c^3 I_k) & 0 \\ 0 & 1 & -l_k I_c / (l_c I_k) & -l_k^2 I_c / (2 l_c^2 I_k) & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_k/l_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot y_{k,0}^* = F_k^* \cdot Y_{k,0}^* \cdot z^* = Y_{k,l}^* \cdot z^* \dots (5)$$

と表わされる。

格点 k が図一3 に示すように剛支点のとき、支点反力 R_r^* が未知となるが、これを求めるための条件式と

しては、上式の状態ベクトル $Y_{k,l}^*$ の第1行目がたわみ $w_{k,l}^*$ を表わすので、

$$w_{k,l}^* = 0 \dots \dots \dots (6)$$

なる条件式をつくれればよい。

次に、第 $k+1$ パネル左端の状態ベクトル $y_{k+1,0}^*$ は point matrix P_k^* を用いて次のように表わされる。

$$y_{k+1,0}^* = P_k^* \cdot y_{k,l}^*$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & w_{s,k}^* \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \varphi_{s,k}^* \\ 0 & -k_{\varphi,k}^* & 1 & 0 & 0 \\ -k_{w,k}^* & 0 & 0 & 1 & P_{s,k}^* \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot y_{k,l}^*$$

$$= P_k^* \cdot Y_{k,l}^* \cdot x^* = Y_{k+1,0}^* \cdot x^* \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 $k_{w,k}^*$ 、 $k_{\varphi,k}^*$ は格点 k のばね定数とする(表-1 参照)。また、剛支点のときは P_k^* の1行1列目の点線で囲んだ要素を0とすることができる。そして、5列目の要素 $w_{s,k}^*$ 、 $\varphi_{s,k}^*$ 、 $P_{s,k}^*$ は、まえがきで述べたように影響面を求めるときの、影響面の種類に応じて表-2のように定めればよい。

表-2 影響面を求めるための荷重項

影響面の区分	荷重項
曲げモーメント	$\varphi_{s,k}^* = \frac{E_c I_c}{P_c l_c^2}$
せん断力	$w_{s,k}^* = \frac{E_c I_c}{P_c l_c^3}$
たわみ	$P_{s,k}^* = \frac{1}{P_c}$

式(7)より求められた状態マトリックス $Y_{k+1,0}^*$ は、格点 k が剛支点であったり、あるいは主桁と横桁との結合点である場合には、次のような修正を行う必要がある。

中間剛支点 格点力

$$Y_{k+1,0}^* = \begin{bmatrix} R_r^* & X_g^* \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (8)$$

各主桁あるいは横桁の左端から右端までの計算は、式(5)~(8)によって進める。

$$y_{kn+1,0}^* = P_{kn}^* \cdot F_{kn}^* \dots \dots P_k^* \cdot F_k^* \dots \dots P_2^* \cdot F_2^* \cdot P_1^* \cdot F_1^* \cdot y_{1,0}^* \dots \dots (9)$$

そして、桁右端の支持条件により次の2つの境界条件を設定することができる。

$$\left. \begin{array}{l} \text{単純支持: } w_{kn,l}^* = 0, M_{kn,l}^* = 0 \\ \text{固定端: } w_{kn,l}^* = 0, \varphi_{kn,l}^* = 0 \\ \text{自由端・ばね支持: } M_{kn+1,0}^* = 0, Q_{kn+1,0}^* = 0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (10)$$

格点力 X_g に関する条件式は、主桁と横桁との結合

点②におけるたわみの適合条件式

$$w_{k,2}^* = -w_{k',0}^* \dots \dots \dots (11)$$

をたてればよい。

以上、未知数の合計 u は、主桁本数 m_n 、横桁本数 n_n 、それぞれの中間剛支点数を r_n, r_n' 、および、主桁と横桁の結合点総数を i_n とすれば、

$$u = \{2m_n + r_n\} + \{2n_n + r_n'\} + i_n \dots \dots \dots (12)$$

となるが、式(6)、(10)、(11)より未知数 u に等しい条件式が得られているので、荷重項 z^* を移行すると、

$$A^* \cdot x^* = z^* \dots \dots \dots (13)$$

なる連立方程式が得られ、解 x^* を容易に求めることができる。そして式(5)、(7)の1行目のみの計算を行ってたわみ曲線を求めると、それが影響面を与えることになる。

このような考え方によるとプログラムも容易に作成することができる。図-4には、これらのフローチャートを示した。また、図-5は渡辺の著書⁹⁾の例題を本文の方法によって解いて比較したものを示したが、よい一致がみられる。なお、本文の方法によると未知数は若干多くなり、この例題の場合合計16個となるが、横桁のばね作用を考えた従来の伝達マトリックス法よりも、境界条件が多くなって拘束度が高められ、より高精度の演算結果が得られるものと思われる。

(2) 動的解析

格子桁の主桁や横桁を図-6に示すように Lumped mass 系に置換すると、山田・小堀⁸⁾らによって示され

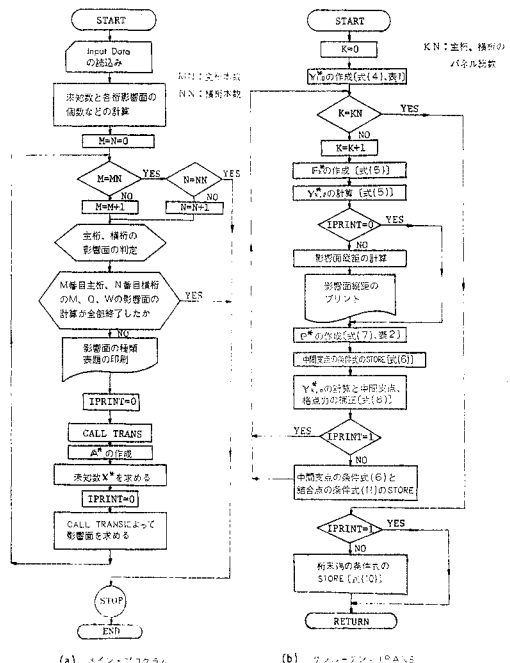


図-4 静的解析用フローチャート

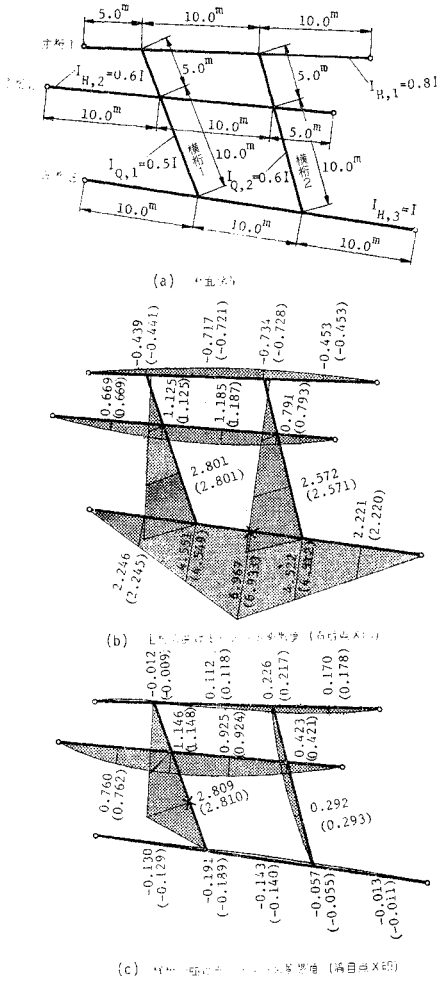


図-5 不整格子桁の曲げモーメントの影響面の一例
 () 内数字は渡辺¹⁾による

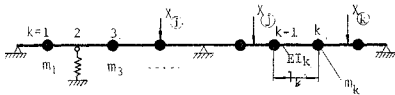


図-6 Lumped mass 系

たように伝達マトリックス法によって振動解析を行うことができる。すなわち、質量 m_k は格点 k に集中しており、パネル k は曲げ剛性 EI_k のみを有すると考えて自由振動を取り扱う。すると、荷重項は考えなくてもよいから、この場合の field matrix F_k^* は次のようになる。

$$F_k^* = \begin{bmatrix} 1 & -l_k/l_c & l_k^2 I_c / (2l_c^2 I_k) & l_k^3 I_c / (6l_c^3 I_k) \\ 0 & 1 & -l_k I_c / (l_c I_k) & -l_k^2 I_c / (2l_c^2 I_k) \\ 0 & 0 & 1 & l_k / l_c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (14)$$

一方、point matrix は格点 k に作用する慣性力が $Q_k = -m_k \ddot{w}_{k,l} = m_k p^2 w_{k,l}$ (p : 固有円振動数 rad/sec) であるから、

$$P_k^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ m_k p^2 l_c^2 / (EI_c) & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (15)$$

と書ける。

したがって、前項のすべての式において荷重項を抜いて、あとはまったく同じ計算方式で解析を進めることができる。そして、最終的には格子桁の全未知量 x^* に対して、次の同次連立方程式が得られる。

$$A^* \cdot x^* = 0 \dots\dots\dots (16)$$

しかし、 $x^* \neq 0$ なる有意義解を得るためには、係数行列式が

$$\text{Det } A^* = 0 \dots\dots\dots (17)$$

でなければならない。

係数行列 A^* の中には固有円振動数 p が含まれているので、種々 p 値を変化させ、式 (17) を満足する p_i ($i=1, 2, \dots$) を数値的に求めることができる。また、固有円振動数が求めれば、それを再び式 (16) に代入し、未知量 x^* のうちどれか1つを単位量1.0にとって未知量間の比を定めて格子桁全体のたわみを求めると、それが振動モードを与えることになる。

図-7 には、これらのフローチャートを示した。また、平井¹²⁾によって示された例題(図-8 参照)につい

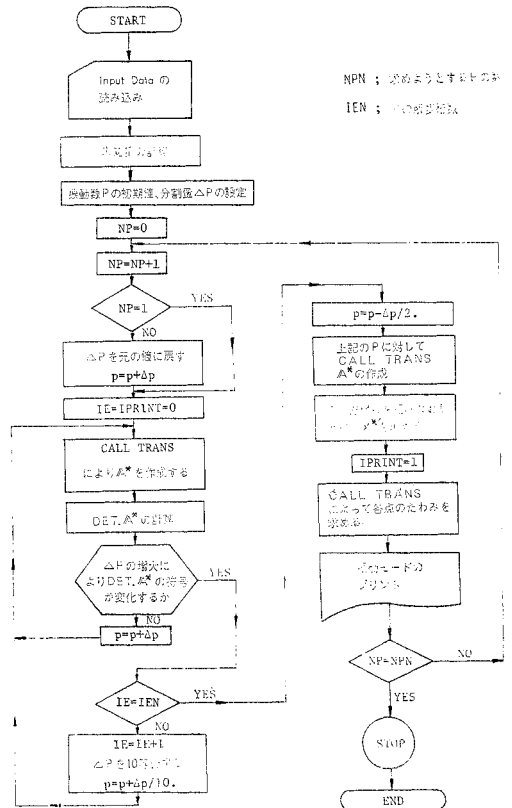


図-7 固有振動数とモードを求めるフローチャート

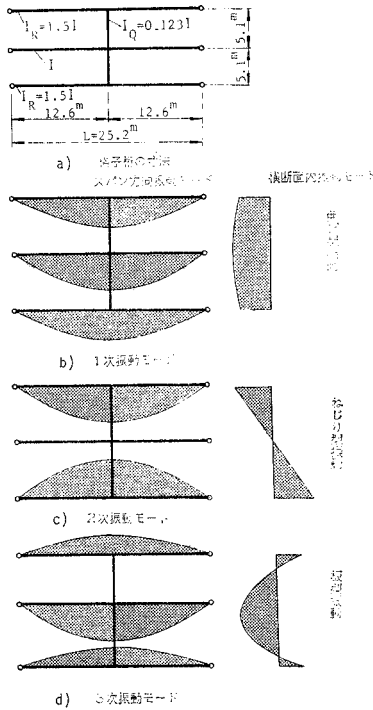


図-8 格子桁の振動モード

表-3 格子桁の固有振動数

振動次数	本文の方法	文献 12)	横断面の振動モード
1	1.145	1.163	曲げ型 (図-7(b))
2	1.225	1.225	ねじり型 (図-7(c))
3	1.958	1.872	板型 (図-7(d))

$$\times \frac{\pi}{2EI} \sqrt{\frac{EIg}{w}}$$

(l : スパン, EI : 曲げ剛性, w : 単位長さあたりの死荷重)

て固有振動数の比較を行ったものを表-3 に示す。本文の方法では、各主桁、横桁はともに3質点系で近似したために、表-3 に示すよう固有振動数には若干の誤差が出ているが、本文の方法によって十分実用的な解が得られると思われる。

3. アクリライト模型実験

阪神高速道路公団によって大阪府道大阪東大阪線内の木津川橋梁¹⁹⁾(後述の図-9 参照)は、① 既設市街橋のピアーを利用して、その上に2層橋とし、② 中央部には地下鉄のためのクリアランスをとる必要があるので、主桁は上下線の2本に分離するように計画された。設計にあたっては、③ 鋼重を軽くするため主桁はπ形鋼床版連続

桁とし、④ 中間支点はロッキング・ピアで支持する、⑤ しかし、ロッキング・ピアは水平力にまったく抵抗できなく、主桁のねじり剛性も小さい。それで、⑥ 水平荷重やねじり荷重に対する橋全体の安定性を考えて、開床の荷重分配横桁と横構によって2本のπ形主桁を結合する、⑦ また、橋全体として組み上がったときには、約45°の斜角がつく、などの考慮が払われた。

このように従来あまり例を見ない不整格子桁橋となったので、設計計算法(変形法が用いられた)の妥当性を検討し今後の設計資料とすることは有意義であると思われるので、以下のような項目について模型実験を行うことにした。

まず、静的挙動としては、① 開床の横桁の荷重分配作用、② それによる主桁の断面力・変形量、③ ロッキング・ピアの反力などの特性を調べる。そのために、ここではそれらの影響面を知ることに重点をおいた。次に、動的挙動としては、④ 鉛直方向に作用する起振力に対する振動数・モード、振幅を測定し、実橋の動的特性を推定する。また、⑤ 水平方向の起振力(地震など)による全橋断面の動的安定性を検討するものである。

以下では、これらの実験結果と本文に述べた解析結果とを比較して、この種の不整格子桁橋の力学的特性に関して種々考察を行う。

(1) 模型桁

模型桁は、表-4 に示す次元解析によって実橋とできるだけ忠実に相似となるように約1/20に縮尺した。図-9には模型桁の寸法を示す。桁の材料としては、製作加工の容易なアクリライトを使用した。ただし、アクリライトの板厚は1.0mm、1.5mm、2.0mmのものに限

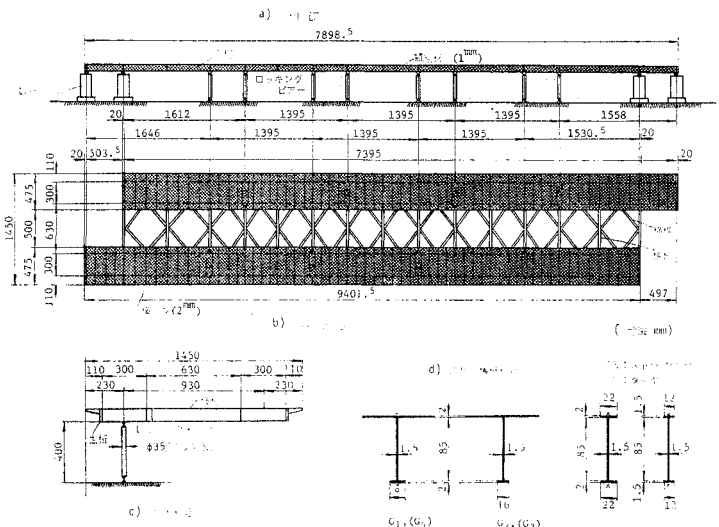


図-9 模型桁一般図

表-4 縮 尺 値

物 理 量	記 号	次 元	縮 尺	補正された縮尺
長 さ	l	L	n	n
断 面 積	A	L^2	n^2	$n^2 m$
断面 2 次モーメント	I	L^4	n^4	$n^4 m$
力	P	ML/T^2	n	$n^2 m E_p / E_m$
モーメント	M	ML^2/T^2	n^2	$n^3 m E_p / E_m$
応力度 (ヤング率)	$E, (\sigma)$	MLT^{-2}	$1/n$	E_p / E_m
ひずみ	ϵ	—	—	1
たわみ	δ	L	n	n

n : 寸法の縮尺値, m : 縮尺係数
 E_p : 実橋のヤング率, E_m : 模型桁のヤング率

表-5 縮尺値の比較

項 目		理論上の縮尺値	実際の縮尺値 (平均値)	実際/理論
主 桁	断 面 積	200	162	0.81
	断面 2 次モーメント	8.0×10^4	7.99×10^4	1.00
横 桁	断 面 積	200	170	0.85
	断面 2 次モーメント	8.0×10^4	7.85×10^4	0.98
横 構 断 面 積		200	200	1.00

$n=20, m=0.5, E_p=2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, E_m=2.8 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$

定したので、桁高を若干調節して断面 2 次モーメントの相似率を保つようにした。また、鋼床版の縦リブは換算板厚で均らし、横リブについても多少の理想化を行った。

アクリライトは板厚が多少ばらつくが、縮尺値の理論値と実測に基づく計算値とを比較したものを表-5 に示す。この結果、格子桁としての実験を行うにあたっては、ほぼ良好に縮尺されているものと思われる。なお、ロッキング・ピアは実橋では十分剛な鋼製パイプが使用されているので、模型桁ではプラスチック製の丸棒を使用した(図-9 参照)。さらに、橋端の支持条件も実橋とまったく同様に挙動するように工夫した支承を取付けてある。

また、次元解析によると実橋の格点集中荷重 $P_p=200 \text{ t}$ は、模型桁に対しては $P_m=13.5 \text{ kg}$ となる。それで、実験では $4 \text{ kg} \times 3 \text{ 個}=12 \text{ kg}$ の分銅を用意して載荷するようにした。

(2) 材料試験

アクリライトは温度によって機械的性質が変わるという特性を有しているので、これを明らかにするために母材の試験片のほかにスパン $l=60.0 \text{ cm}$ の小型ばりを別途つくり材料試験を行った。

その結果を図-10 に示す。この図より特に興味深いのは、たわみ δ の実測値からヤング率 E を求めたものと、ひずみ ϵ の実測値より求めたヤング率 E' とが異なることである。この原因は、文献(20)~(21)で詳細に調べられているように、ヤング率が小さい材料にストレインゲージを接着すると、接着材とゲージによる局所的な

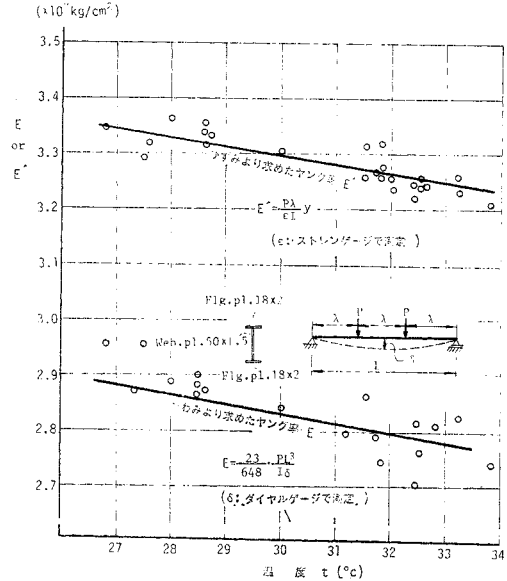


図-10 アクリライトのヤング率と温度との関係 (夏季の測定結果)

補剛効果が現われ、その部分の伸びが小さくなってヤング率が見かけ上大きくなるからであると考えられる。

したがって、このような効果を考慮してアクリライトのヤング率は決めるべきであるが、あまり厳密に行っても測定計器などの誤差(通常 2~3%)などもあるので、本実験に対しては、±3% の誤差を許して表-6 のように定めることにした。

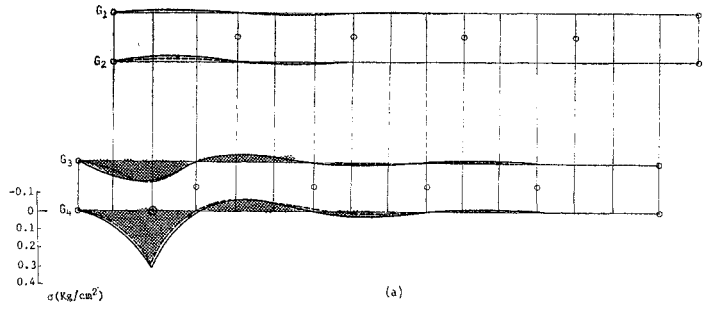
表-6

項 目	ヤ ン グ 率
弾性計算を行う場合	$E=2.8 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$
実測ひずみより応力を求める場合 ($t=27\sim 34^\circ\text{C}$)	$E'=3.3 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$

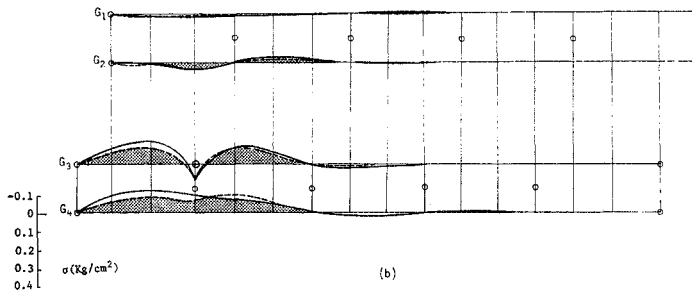
(3) 静的載荷実験

固定荷重のもとにおける桁断面内の応力分布やたわみ性状を代表断面について調べたが、異状な現象は現われなかった。荷重を順次移動させ、影響面を求めたものの代表例を図-11~14 に示す。なお、これらの図中の計算値は本文の方法により求めたものであり、未知数は式(12)より $n=(2 \times 4 + 0) + (2 \times 15 + 8) + 60 = 106$ となったので、京都大学大型計算センター FACOM 230/60 で計算したものである。そして、実橋の設計に使用された変形法による結果は、本文の方法と 0.1% 以下の誤差しかなかった。ここでは省略してある。

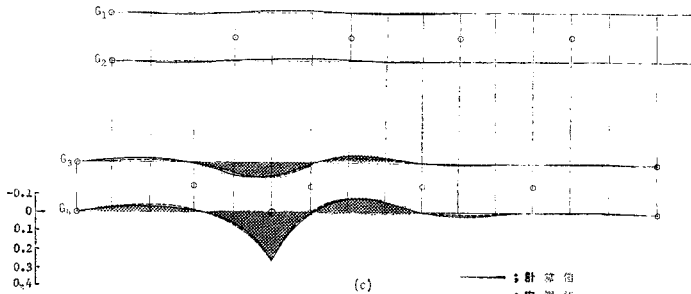
図-11~14 より明らかなように、着目点近傍では実測値と計算値とはよく一致している。また、着目点より離れた点では測定値そのものが小さく誤差を多分に含んでいるので、両者の値を詳細に比較することはあまり意味



(a)

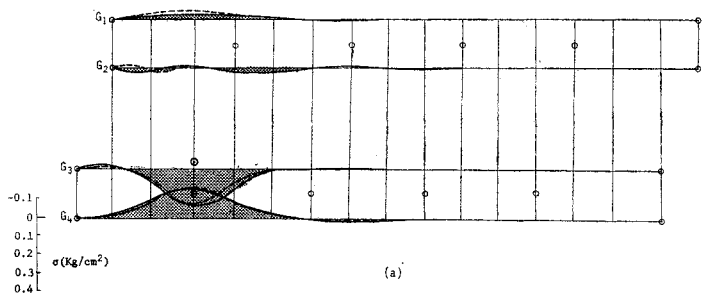


(b)

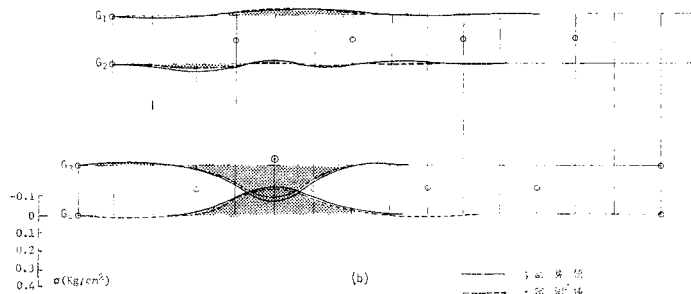


(c)

図-11
主桁下フランジの
応力影響面



(a)



(b)

図-12
横桁下フランジの
応力影響面

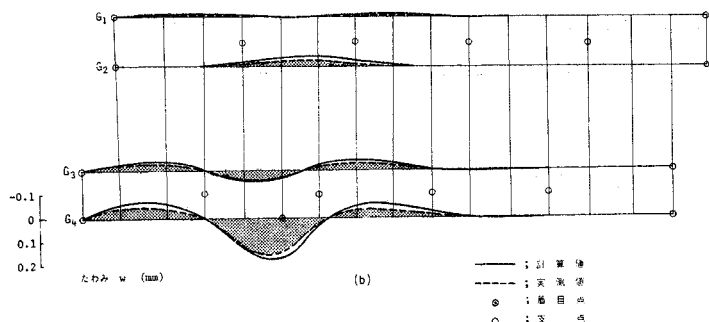
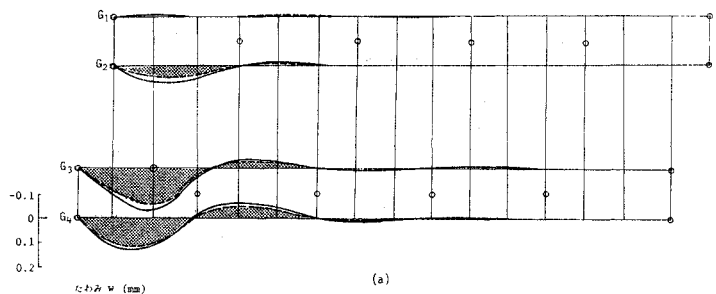


図-13
主桁のたわみ
影響面

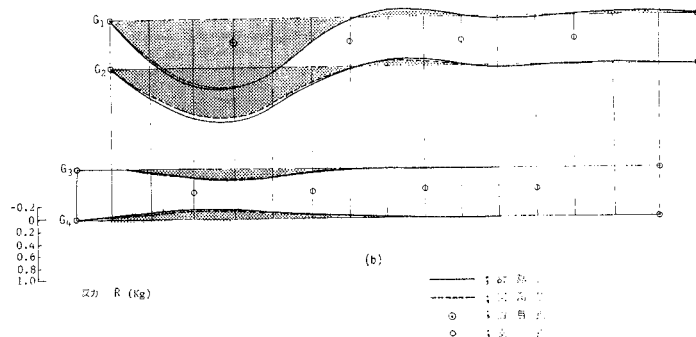
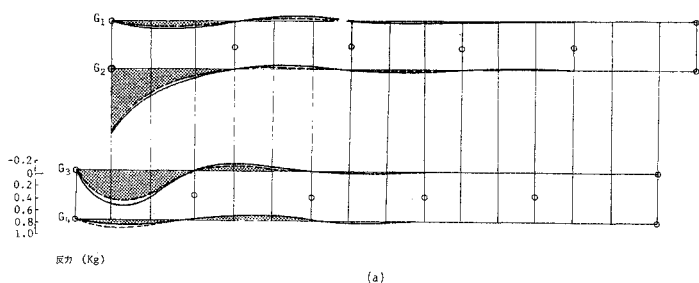


図-14
反力の影響面

がないものと思われる。それで、着目点近傍の影響面縦距に関する実測値と計算値との比を調べると ① 主桁の応力に関し 80~103%, ② 横桁の応力に関し 87~100%, ③ 主桁のたわみに関し 81~83%, ④ 反力に関し 85~96% となり、良好な結果が得られているものと思われる。

これらの結果から、横桁やロッキング・ピアーが有効に働いているように思われる。また、斜支持による影響が若干あらわれているが、それほど著しくはない。

なお、水平荷重に対する静的挙動は後述する。

(4) 振動実験

振動実験は、図-15 に示すように動電型起振機を用いて起振させ、振幅は加速度計をピック・アップとして測定した。

a) 鉛直振動実験結果

図-16 は共振曲線の一例を示す。また、図-17 には振動モードをプロットしてある。

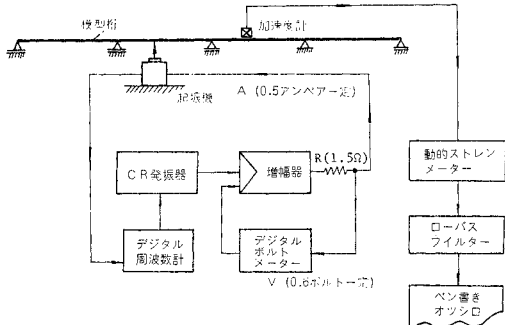


図-15 起振装置・測定装置

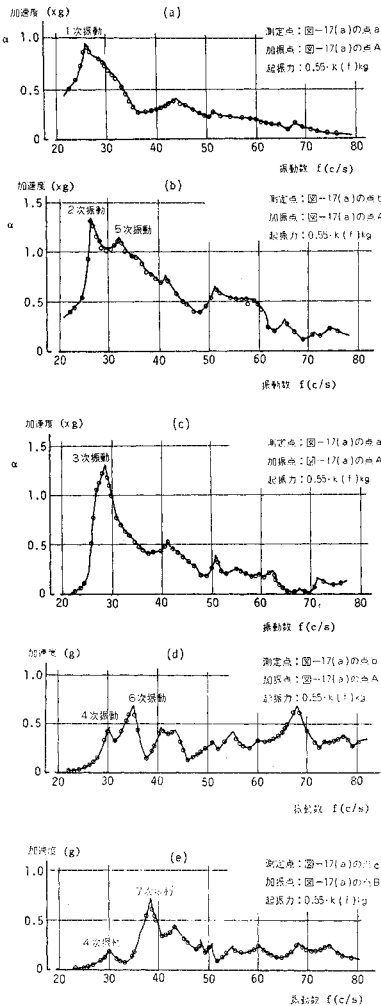


図-16 共振曲線(鉛直振動)

これらの図より模型桁の固有振動数の実測値を総括したものを表-7に示す。表中には本文の方法による計算値も示してあるが、よく一致する傾向にある。そして、1~2次振動に対する実測値と計算値の比は101~106%、3次以上の振動に対して91~97%ぐらいで、計算値が若干小さくでている。これは Lumped Mass 系に構造

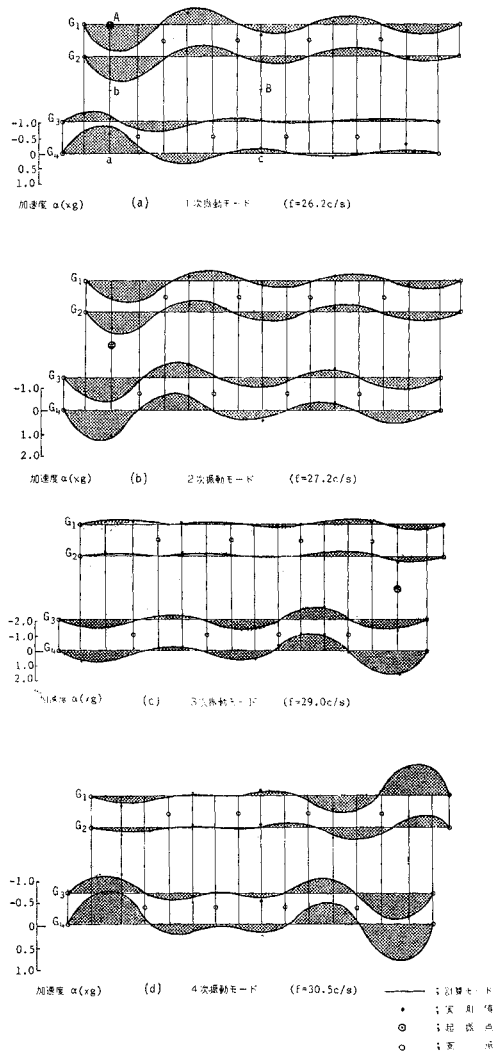


図-17 橋軸方向の振動モード

表-7 固有振動数の実測値と計算値の比較

振動次数	実測値 $f(c/s)$	計算値 $f(c/s)$		振動モード	
		本文の方法	連続桁	橋軸方向	横断面内
1	26.2	27.9	25.8	1次	ねじり型
2	27.2	27.5			
3	29.2	29.5	27.7	2次	曲げ型
4	30.5	29.9			
5	32.8	33.4	—	0次	板型
6	35.8	36.8	—	1次	板型
7	38.7	37.2	36.9	3次	曲げ型

物を置換して振動解析すると、高次振動になるほど振動数が大きく計算されるためであると思われる。また、1次振動と2次振動の計算値は実測値と逆になっているが、その差は0.4 c/sであり、主桁や横桁の断面2次モーメントのわずかな差異によって逆転するためであると思われる。

次に、振動モードについて考察する。橋軸方向の振動モードは、連続桁と類似したモードを示し、そのときの振動数も表-7 に示したように格子桁としての振動数に近いように思われる。しかし、橋軸方向の振動モードが同じであっても、横断面方向の振動モードは図-8 に示したように ① 全橋断面が一体となつてたわむ曲げ型振動、② 全橋断面の中央をねじり中心とするねじり型振動、および ③ 横断面が平板のようにたわむ板型振動とあり、格子桁の振動は連続桁とは著しく異なる²³⁾。

図-18 には横断面内の振動モードの実測値と計算値とを比較したものを示した。この模型桁の場合、斜支持の影響のために横断面の振動モードは左右非対称なものとなり、実測値と計算値は多少ずれているものと思われる。

ところで、表-7 の第5次振動モードはうなりの現象が強く現われ、実測値は正確に求められなかったが、橋軸方向の振動モードは他のものとはまったく異なっていた。それで、図-19 には本文の方法によって計算された振動モードを示したが、全スパンを sin-波形のモードを呈していることがわかる。これは、本橋の中間支点がロッキング・ピアーであるためにその点ではたわみが0であるが回転振動はまったく拘束されない独特の振動を呈しており、後述するようにこのときの振幅もかなり

表-8 実橋の振動特性の推定 (鉛直振動)

振動次数 <i>i</i>	模型桁に関する実測値				実橋の推定値	
	固有振動数	起振力	加速度	<i>F</i> =1 kg に対するたわみ	固有振動数	<i>F</i> =3 t に対するたわみ
	<i>f</i> (c/s)	<i>k</i> (<i>f</i>)(kg)	α (kg)	δ_m (mm)	<i>f</i> (c/s)	$\delta_{p,i}$ (mm)
1	26.2	3.85	1.35	0.127	4.27	4.35
2	27.2	3.71	1.58	0.142	4.43	4.87
3	29.2	3.52	1.63	0.134	4.76	4.59
4	30.5	3.50	0.50	0.038	4.97	1.30
5	32.8	3.30	1.90	0.153	5.34	5.25
6	35.8	3.08	0.70	0.044	5.83	1.51
7	38.7	2.92	0.95	0.055	6.30	1.89

大きい。したがって、ロッキング・ピアーの場合にはこの種の振動に注意する必要があるように思われる。

さて、共振時における起振力 $F=0.55 \cdot k(f)$ kg、($k(f)$ は起振機の周期 f による補正係数) と測定加速度 α (重力加速度 g 単位で表わす) より、動的たわみ $\delta = ag / (2\pi f)^2$ を求め、起振力 $F=1$ kg に換算したものを表-8 に示す。

次に、実橋の固有振動数 f は、模型桁と同じ比例定数 κ を有すると考えられるから、 EI を曲げ剛度、 A を断面積、 γ を単位重量、 l をスパンとすれば、

$$f = \frac{\kappa^2}{2\pi} \sqrt{\frac{EIg}{Arl^4}} \dots\dots\dots(18)$$

とおける。これを次元解析すれば、

$$\frac{f_p}{f_m} = \left(\frac{l_m}{l_p}\right)^2 \left(\frac{E_p}{E_m}\right)^{1/2} \left(\frac{I_p}{I_m}\right)^{1/2} \cdot \left(\frac{A_m}{A_p}\right)^{1/2} \left(\frac{\gamma_m}{\gamma_p}\right)^{1/2} \dots\dots\dots(19)$$

と表わされる。それで、表-4~5 より $l_m/l_p=1/20$, $E_p/E_m=74$, $I_p/I_m=8 \times 10^4$, $A_m/A_p=1/200$, $\gamma_m/\gamma_p=1.19/7.85$ を代入すると、 $f_p/f_m=1/6.14$ となる。この結果より実橋の固有振動数を推定したものを表-8 中に示した。

一方、周期的起振力 F は、たわみを δ , β を比例定数 (模型・実橋とも同じと考えられる) とすれば、

$$F = \beta \frac{Arl}{g} \delta f^2 \dots\dots\dots(20)$$

と表わされる。したがって、実橋のたわみ δ_p は、

$$\frac{\delta_p}{\delta_m} = \left(\frac{A_m}{A_p}\right) \left(\frac{\gamma_m}{\gamma_p}\right) \left(\frac{l_m}{l_p}\right) \left(\frac{f_m}{f_p}\right)^2 \left(\frac{F_p}{F_m}\right) \dots\dots\dots(21)$$

で与えられ、模型と実橋のスケールを代入すると $\delta_p/\delta_m = 1/700 \cdot F_p/F_m$ となる。実橋に作用する起振力 F_p に関しては、ランダム振動としての実測によると1車線あたり $F_p=3t$ となることが明らかにされている²³⁾。それで、 $F_p=3t$ に対する実橋の動的たわみ $\delta_{p,i}$ を求めたものを同じく表-8 に示した。

そして、各振動次数に対する振幅を $\delta_{p,i}$ ($i=1, 2, \dots$) とすれば、これを次式によって重ね合せ、合振幅 δ_p を

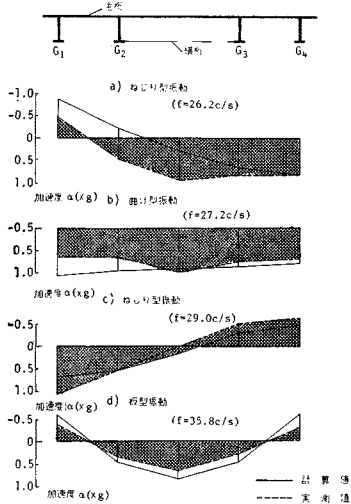


図-18 横断面内振動モード

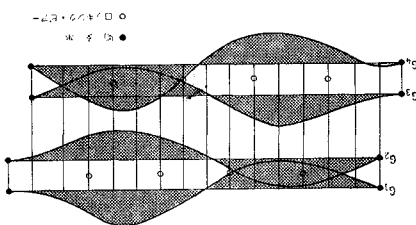


図-19 5次振動モード (計算値)

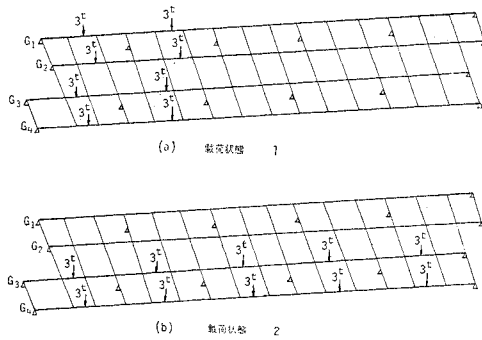


図-20 周期的外力の作用状態

推定することができる²⁴⁾。

$$\delta_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\beta_i \delta_{p,i})^2} \dots \dots \dots (23)$$

たとえば、図-20 に示すように各振動モードの最大値のところに外力が作用する極端な場合を考える。さらに、モードの比によって定まる刺激係数を $\beta_i=1$ ($i=1, 2, \dots$) と仮定し、表-8 の $\delta_{p,i}$ と上式を用いると、 $\delta_p \cong 10 \text{ mm}$ と計算される。これに対して活荷重のたわみは平均スパンを $L=30.0 \text{ m}$ とすると $\delta_l=L/500=60 \text{ mm}$ になる。したがって、模型桁と実橋の減衰作用が同じであるとすれば、いわゆる衝撃係数は $i=\delta_p/\delta_l=1/6$ (設計では $i=20/(50+L)=1/4$) 程度の値を持つことになり、実橋が数多くの共振点を有する振動しやすい橋梁であるが、活荷重による振動はそれほど大きくないと考えられる。

b) 水平振動実験

本橋の中間支点はロッキング・ピアーであるために、水平方向の荷重に対しては単純的に挙動するものと思われたので、水平方向に起振力を作用させて振動実験を行った。図-21 は共振曲線の一例を示したものである。また、図-22 には振動モードを示した。これらより水平方向の荷重に対しては、ほぼ単純桁として挙動することが明らかにされた。しかしながら、固有振動数について実測値と計算値とを比較すると、表-9 に示すように2次以上の高次振動では著しい差異が現われた。

それで、 π 型主桁1断面の鉛直軸に関する断面2次モーメントを I_0 、断面積を A_0 、主桁の間隔を b とし、全橋断面の鉛直軸に関する断面2次モーメント I を求めると、静的な場合には

$$I = 2 \left\{ I_0 + A_0 \left(\frac{b}{2} \right)^2 \right\} \dots (24)$$

と表わされる。しかし、本橋のように横桁や横構で結合されている場合には、高次振動のとき上式の断面2

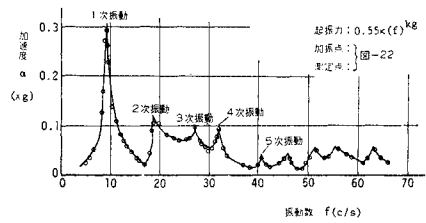


図-21 共振曲線 (水平振動)

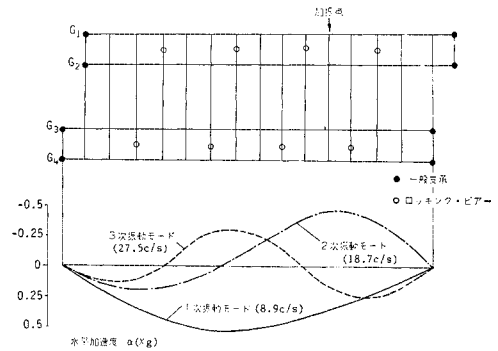


図-22 水平振動モード (実測値)

表-9 水平振動に対する固有振動数

振動次数 i	模型桁の固有振動数 f (c/s)			実橋の固有振動数の推定値 f (c/s)
	実測値	計算値		
		I	I/n^2	
1	8.9	8.9	8.9	1.44
2	18.7	35.6	17.8	3.04
3	27.5	80.0	26.7	4.48
4	32.4	142.3	35.6	5.28
5	40.6	222.3	44.5	6.61

次モーメントが期待できず、種々検討した結果

$$I/n^2 \quad (n=1, 2, \dots \text{振動次数}) \dots \dots \dots (25)$$

にとると、表-9 に示すように実測値と計算値により一致が見られた。

また、これらの結果から実橋の固有振動数を推定したものを表-9 中に示した。基本固有振動周期は $T=0.69 \text{ sec}$ であり、中間のロッキング・ピアーが水平力に対して抵抗しないので、本橋は若干フレキシブルな構造物となるようであるが、地震に対しては修正震度法を用い、

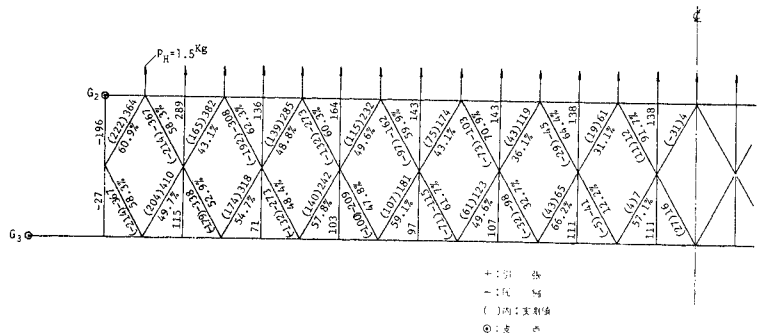


図-23 水平荷重による横構の応力 (静的荷荷)

静的な問題に帰着させて設計しておけばよいと考えられる。

図-23 は地震荷重を静的な荷重におきかえ、次元解析によって格点力として模型桁に水平方向に作用させ、横構の応力を測定した結果を示している。計算値は簡単のために単純トラスとして求めているが、実測値と計算値との比は 43~62% であり、水平方向のたわみも傾向は応力と同様であり、十分安全側にあるように思われる。

4. あとがき

本文は伝達マトリックス法を用いて任意に支持された不整格子桁橋の静的解析や動的解析を行ったものであり、それらの解析結果の妥当性をアクリライト模型実験によって検討したものである。実測値と計算値とは、いずれの場合も良好な一致をみた。したがって、本文の方法は実用的であると思われる。さらに、模型実験結果から実橋の力学的特性を推定し、設計計算法との関連性についても述べたものである。

最後に、本研究を行うにあたり種々助言を賜った大阪大学 小松定夫教授に深謝申し上げます。また、模型桁は正豊工学実験装置製作所で製作を依頼し、実験は昭 47~48 にわたって大阪市立大学工学部橋梁研究室で行ったが、実験結果の整理やその数値解析に多大の協力をえた当時の大学院生 青木良雄、学部学生 富永義昭 両君、ならびに助手 事口寿男氏などの関係各位に感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) Leonhardt, H. und W. Andrä: Die vereinfachte Trägerrostberechnung, Stuttgart, Julius Hoffmann (1950).
- 2) Homberg, H.: Kreuzwerke, Forshungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues, H 8, Berlin, Springer-Verlag (1951).
- 3) Massonnet, C.: Methode de calcul des points multiples tenant de leur resistance a la torsion, Publication of I.A.B.S.E., Vol. 10 (1950).
- 4) 渡辺 昇: 格子桁の理論と計算, 技報堂 (昭 40).
- 5) 藤尾武明・大村 裕・成岡昌夫: 直格子斜桁橋の曲げモーメントに関する研究, 土木学会論文集, No. 94 (昭 38.6).
- 6) 小松定夫・大山 峰: 主桁のねじり剛性を考慮した任意形状格子桁の解法, 土木学会論文集, No. 134 (昭 41.10).
- 7) 成岡昌夫・後藤茂夫・上田幸雄・服部 正: 骨組構造解析, 日本鋼構造協会編, コンピューターによる構造工学講座, 11-1, 培風館, (昭 47).
- 8) 鷹羽信勝・成岡昌夫: 変形法による任意形状の薄肉格子桁の解析, 土木学会論文報告集, No. 178 (昭 45.6).
- 9) Kersten, R.: Das Reduktion Verfahren in der Bau- statik, Springer-Verlag (1962).
- 10) 熊野哲幹・成岡昌夫: Reduction 法とそれによる振り剛性のない格子桁の解法, 土木学会誌, 50-7 (1965.6).
- 11) 後藤茂夫・大西幸紀・羽根悟朗: トランスファー・マトリックス法による任意形格子桁の解法, 第 27 回土木学会年次学術講演会, I-42 (昭 47.10).
- 12) 平井一男: 結合法による格子構造の動的解析, 土木学会論文集, No. 101 (昭 39.1).
- 13) Pestel and Leckie: Matrix Method in Elastomechanics, McGrall-Hill (1963).
- 14) 小松定夫・中井 博・田井戸米好: ねじり定数比とねじり曲げ剛比から考察した曲線桁橋設計々算法への一提言, 土木学会論文報告集, No. 224 (1974.4).
- 15) 小松定夫・中井 博・向山寿彦: 斜支持箱桁橋の静的解析, 土木学会論文報告集, No. 189 (1971.5).
- 16) 中井 博・事口寿男: 伝達マトリックス法による曲げねじりを受ける薄肉直線桁橋の解析と断面力・変形量に関する研究, 土木学会論文報告集, No. 233 (1975.1).
- 17) 小松定夫・中井 博・中西正昭: 斜支持曲線箱桁橋の静的特性の解析, 土木学会論文報告集, No. 193 (1971.9).
- 18) 山田善一・小堀為雄: けた橋の固有振動周期とその固有関数を求めるプログラムについて, 土木学会誌, 52-9 (1967.9).
- 19) 谷田玲二・藤田万吉・村田修一: 木津川橋の設計と施工, 橋梁と基礎 (1974.7).
- 20) 土井・広末: 接着型抵抗線ひずみゲージをプラスチックに使用する場合の問題について, 材料試験, 10-88.
- 21) 山村・吉塚・宮下: 補剛トラフと鋼床版を合成した橋梁の応力解析に関する 2, 3 の検討, 土木技術 27-7.
- 22) 千葉静男・橋 善雄・中井 博・矢幡 健: 軽量コンクリート合成けた橋の現場実験, 土木学会誌, 52-9 (1967.9).
- 23) Nakai, H. and H. Kotoguchi and R. Ominami: Dynamci Response of Highway Bridge under Traffic Loads, 大阪市立大学工学部紀要 (1971.12).
- 24) 土木学会編: 土木技術者のための振動便覧 (昭 41). (1974.10.7・受付)