

討 議

児嶋弘行 共著 “平面剛滑節構造物の一自動極限解析” への討議
平尾 潔

(土木学会論文報告集第 218 号・1973 年 10 月掲載)

討議者：西野文雄 (東京大学)

著者も書いておられるように、文献に発表されている有限変位を考慮した平面構造物の極限解析は、主として建築構造物に関するものであり、本論文のようにアーチ、ローゼ等の構造物に適用し、数値計算を行った例はあまり見られず、興味深く読ませていただいた。同種の解析に興味を持つ者の一人として、さ細な問題であるが、気のついた点を指摘したい。

著者は、いわゆる安定関数 ϕ を用いて、軸方向力による曲げ剛性の低下を考慮した剛性マトリックスを求め、解析を行っている。比較的新しいマトリックス構造解析の教科書でもこの方法が説明されており^{22), 23)}、最近の研究報告にも、この方法が採用されているのが見られる^{24), 25)}。一方、Gallager, Padlog²⁶⁾ や Hartz²⁷⁾ らによって導かれた幾何剛性マトリックスを用いて、軸方向力による剛性の低下を考慮して、平面骨組の解析を行った研究報告も数多く見られる²⁸⁾。

著者は崩壊過程を追跡するのに、剛性マトリックスの行列式の値の正負によって構造物の安定、不安定を判定する方法をとっている。構造物が比較的小さく、部材数が少ないときには、特に問題となることはないが、安定関数を用いた解析では、無数の固有値が存在し、桁落ちの問題も考えると、節点数が多くなるにつれて、特に極限状態に近い所で信頼度が低下する。一方、幾何剛性マトリックスを用いた解析では、固有値の数は幾何剛性マトリックスの次元数と一致し、その値、特に最小あるいは最大の値を求めることは、比較的容易であり、したがって構造物の安定、不安定の判定は、前者の方法より簡単に行い得る。また幾何剛性マトリックスの各項は、有理多項式であらわされているので、超越関数の評価をしなければならない安定関数を用いるものよりも、剛性マトリックスの評価が容易である。このような理由で、平面骨組の安定解析を行うには、幾何剛性マトリックスを用いる方が有利ではないかと考える。幾何剛性マトリックスは一種の近似式であるが、平面骨組に用いたとき、工学的には十分な精度を有することは、数多くの研究者によって報告されており、筆者も同じ経験をしている²⁹⁾。

著者はそのまえがきで、従来の研究は主として建築構

造に限られるとして、数値計算はアーチ系の橋梁について行っている。この種の極限解析では形状係数を 1 と仮定し、塑性ヒンジが一点で生じ、それ以外の点は弾性状態にあるとして、実質的には弾性部材に対するものと同じ剛性マトリックスを用いている。このような仮定が成り立つのは、軸方向力が全塑性軸力に比べて小さく、さらに部材節点間でのモーメント勾配の大きな場合である。この意味では、横荷重と垂直荷重の両者を受ける建築構造物は、このような解析を用いるに最も適した構造といえる。以上の条件を満たさない構造物の解析を行うときには、軸方向力と全塑性軸力との比、2 節点間の曲げモーメント勾配に注意を払い、仮定が十分に成り立つ範囲にあることを確かめることも必要であろう。著者は、局部座屈強度をオイラー座屈強度で代表しているが、オイラー座屈強度と、実際の柱の強度との間に、大きな差がみられることはよく知られており、上記の理由で大きな誤差が出る一つの例と見てよいであろう。

参 考 文 献

- 22) Beaufait, F.W., W.H. Bowan, Jr., P.G. Hoadley, R.G. Hoadley and R.M. Hackett; Computer Methods of Structural Analysis, Prentice-Hall, New Jersey, 1970; 成岡昌夫訳: コンピューターによる骨組構造解析, 培風館.
- 23) Majid, K.I.: Non-Linear Structures, Butterworths, London, 1972.
- 24) McName, B.M. and Le-Wu Lu: Inelastic multistory frame buckling, Jour. of St. Div., ASCE, Vol. 98, No. ST 7, Proc. Paper 9062, July 1972, pp. 1613-1631.
- 25) Harung, H.S. and M.A. Millar: General failure analysis of skeletal plane frames, Jour. of St. Div., ASCE, Proc. Paper 9776, June 1973, pp. 1051-1074.
- 26) Gallagher, R.H. and J. Padlog: Discrete element approach to structural instability analysis, ATAA Jour., Vol. 1, 1963, pp. 1037-1439.
- 27) Hartz, B.J.: Matrix formulation of structural stability problems, Journal of St. Div., ASCE, Vol. 91., No. ST 6, Proc. Paper 4572, Dec., 1965, pp. 141-157.
- 28) 成岡昌夫・服部 正・加藤 進・後藤茂夫・上田幸雄: 骨組構造解析, コンピューターによる構造工学講座, II-1-B, 培風館, 1971.
- 29) Vijakkhana, C., F. Nishino and S.L. Lee: Inelastic stability of unbraced building frames, Jour. of St. Div., ASCE, Vol. 100, No. ST 3, Proc. Paper 10433, March 1974, pp. 645-667.

回 答

回答者：児嶋弘行 (徳島大学)

平尾 潔 (徳島大学)

著者らの小論にご注目いただき、討議をお寄せ下さいましたことに対し、厚くお礼申し上げます。

討議の内容は、1) 骨組の安定、不安定の判定に著者らの方法を用いることの適否と判定結果の信頼性に関する点、2) 部材の形状係数を1と仮定した点、および3) 局部座屈強度をオイラーの座屈強度で代表させた点、の3点に要約されると考えますので、以下、順を追って著者らの見解を述べさせていただきます。

1) 弾性状態を持続したまま最終崩壊にいたるような骨組では、その荷重-変位曲線は連続であり、これが、比較的強い直線性を持つ部分から急激に変化するような場合の安定解析法としては、荷重と変位とが比例関係にあるとみなして個有値を求める解析法の方が、たしかに、著者らの方法よりも簡単で有利であり、精度上も工学的に十分であるといえます。しかし、多くの場合がそうであるように、弾塑性状態を経て最終崩壊にいたるような骨組では、非弾性部材が発生するたびに構造形式が変化し、そのつど、荷重-変位曲線に不連続点が現われて、崩壊の各段階における曲線の性質が異なったものとなります。このような崩壊過程を、弾塑性解析と安定解析とを両立させながら追跡する手段として両者の方法を比較した場合、必ずしも前者の方が有利であるとは決め難く、検討の余地が残されていると思います。

一方、著者らの方法において判定結果の信頼度に影響をおよぼす要因としては、安定関数や行列式(同時に、連立一次方程式の解)の値を計算する際に生じる桁落ちと最小座屈荷重の見落としが考えられます。このうち、桁落ちについてはできるだけこれを回避するようにプログラム内で処理しています。ちなみに、現在用いているプログラムは、後日、倍精度で解析するように改良したのですが、これによって論文中の例題を解析し直し、単精度で解析して得た表-2、4と同一の結果が得られ

ることを確認しています。このことから、例題にみる程度の規模のものであれば、単精度で解析した場合でも、桁落ちの心配はないものと判断されます。次に、最小座屈荷重は、論文中の(3) b)に述べたようにして求めています。そのような場合でも、これを見落とすような微妙な問題がないとは限りません。これに対処する方法としては、行列式の計算過程で得られる三角行列の対角要素のうち、負の値をもつ要素の個数によって検討する方法がありますが、現在までのプログラムにおいてはこの操作を省略しています。

2) 例題のように軸方向力が支配的になりがちな骨組においては、形状係数は1とせず、塑性領域の広がりも考慮して解析するのが望ましいことをご指摘のとおりです。さらに、軸方向圧縮力をうけるモーメント勾配のゆるやかな部材においては、特に初期たわみが存在するような場合、材端に先立って部材の中間点が塑性化する可能性のあることや、むすびにおいて述べたような諸点についても考慮する必要があると考えます。このうち、1、2の点についてはすでに解決してプログラムに導入した部分もありますが、まだ多くの点が未解決であり、今後の課題として残っています。

3) 局部座屈とせず、部材座屈と表現した方が適当であったかもしれません。しかも、論文では、両端滑節もしくは塑性関節部材に限って部材座屈の検討を行っています。しかし、そうした場合でも、座屈強度は部材の細長比や材端の塑性化の状況に応じて定めるべきで、オイラーの座屈強度だけで代表させたことは大胆過ぎたといえましょう。幸い、例題はすべてこのような部材の存在しない場合であり、ご指摘の点を考慮しても結果はことなりません。この部分のプログラムの改良は比較的簡単ですので、近々、試みてみることに致します。

以上、論文の主眼を荷重強度の変更法の検討に置いてまとめたため、特に、2)、3)の点において細部にわたる検討がなされていない点を認め、今後の課題として考えて参ります。

最後に、懇切なるご助言をいただきましたことに対し、重ねて感謝致します。