

粘土・水系の統一的な流動機構に関する基礎的研究*

GENERALIZED FLOW MECHANISM OF CLAY-WATER SYSTEM

松井 保**・伊藤 富雄***
By Tamotsu MATSUI and Tomio ITO

1. ま え が き

土質力学の体系には多くの不統一性が認められる。これをより統一的な体系にするためのアプローチの一つに微視的な立場からのアプローチがある。最近、この立場から土の力学的挙動を解明しようとする研究が多く行われている。これはその本質的な機構を追求することによって、統一的な概念を得ようとする努力である。

著者らは、この観点に立って、粘土・水系の多様な流動現象の本質的な機構を解明し、これらを統一的に取扱うことを目的としている。このため、代表的な粘土・水系の定常流動現象として粘土サスペンションのニュートン流動、粘土ペーストの定常流動および圧密粘土の定常クリープを取り上げた。そして、これらの実験結果に基づき、粘土・水系の流動機構に種々の検討をすでに加えてきた¹⁾。すなわち、これらの代表的な粘土・水系の流動現象に Eyring ら²⁾により提唱された rate process 理論を適用し、それぞれの流動機構を明確にした。その際、rate process 理論で仮定される微視的な流動機構を粘土粒子間の微視的な構造と対応させる。そして、この立場から粘土粒子接合点の物理化学的な機構を検討した。その結果、粘土・水系の流動機構は本質的には heterogeneous process であると考えることによって、粘土・水系の流動現象を統一的に取扱う可能性が示唆された。

本論文では、まず、上記の示唆に立脚して粘土・水系の統一的な流動機構モデルを提案する。次に、ペン型プラストメーターによる高含水粘土ペーストの実験により、heterogeneous process の流動機構を明らかにす

る。また、総合的な検討により、粘土・水系の統一的な流動機構を明らかにし、提案した流動機構モデルの妥当性を裏づける。一方、このモデルの微視的な基本機構である流動単位に作用するせん断力の特性について検討するとともに、圧密粘土の一般的な巨視的挙動を微視的な立場から明らかにする。

2. 粘土・水系の流動機構モデル

(1) 粘土・水系の統一的な流動機構

比較的低含水量の粘土・水系、すなわち圧密粘土あるいは w/F (w : 含水比, F : ファイネスナンバー) が 1.4 程度より小さい粘土ペーストなどにおいて、活性化エネルギーがほぼ一定 (約 30 kcal/mol) である¹⁾。また、破壊時に流動単位 1 個当りに作用するせん断力もほぼ一定の値として得られている¹⁾。したがって、rate process 理論に基づけば、これらの粘土・水系の流動の基本機構が同じであり、その流動機構の類似性が指摘される。すなわち、これらの粘土・水系の流動現象を 1 種の流動単位系が卓越して流動に関与している homogeneous process として表現することができる。一方、ニュートン流動領域における粘土サスペンションの活性化エネルギー (約 4 kcal/mol) は純水 (自由水) のそれとほぼ等しい¹⁾⁴⁾。したがって、rate process 理論に基づけば、その流動機構は純水と同じ流動機構をもつと考えられる。すなわち、粘土サスペンションの流動現象は前記の流動単位系とは異なった別の流動単位系が卓越した homogeneous process として表現することができる。前者の homogeneous process の基本機構としては、粘土粒子固体間の直接接触による結合を考えて酸素による一次結合 (共有結合あるいはイオン結合)、後者では水素結合を考える。これらの結合を 2 種の homogeneous process の基本機構のモデルとして想定しても現

* 土木学会第 27 回、第 28 回および第 29 回年次学術講演会にて一部発表済

** 正会員 大阪大学講師 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

状では特に不都合な点は見当らない¹⁾。

しかるに、粘土・水系の流動現象を統一的に取扱う立場に立つかぎり、2種の homogeneous process の間に過渡的な heterogeneous process の存在を予想するのは当然である。この heterogeneous process の存在の可能性は以下の理由によりある程度推測されている¹⁾。なぜなら、 w/F が約 1.4 より大になると活性化エネルギーが約 30 kcal/mol より減少する傾向にあり、 w/F が非常に大きい粘土サスペンションのそれは非常に小さく(約 4 kcal/mol)なるからである。この heterogeneous process の領域においては、複数の流動単位系が関与することになる。

以上のように、粘土・水系の流動機構は高含水量および低含水量の粘土・水系においてそれぞれ別個の homogeneous process が存在するとして表現できる。そしてその間に heterogeneous process として表現される過渡領域の存在を仮定することにより、粘土・水系の流動現象を統一的に取扱う事ができると考えられる。

(2) Heterogeneous process の流動機構

heterogeneous process において2種の流動単位系のみが存在すると考える。これまでの homogeneous process における検討から、これらの2種の流動単位系として酸素による一次結合および水素結合を想定する。これらの流動単位系において、ひずみ速度および流動単位の平衡位置間の距離は等しいと仮定する。これらの仮定は以下の理由から推測して認め得ないものではない。なぜなら、酸素による一次結合および水素結合において、ともに、粘土粒子表面にほぼ一様に分布している酸素原子が重要な役割をはたしており、2種の流動単位系のどちらにもなる可能性があるからである。特に、これらの流動単位系における流動単位の平衡位置間の距離はほぼ等しく、2.7~2.8 Å 程度であると考えられる¹⁾。

rate process 理論によれば、せん断力の作用によって供給されるエネルギーが熱エネルギーよりも大きい場合、すなわち $\sinh(f\lambda/2kT) \approx (1/2)\exp(f\lambda/2kT)$ なる近似が可能な場合、次式が成立する。

$$\dot{\gamma} = X \frac{kT}{h} \exp\left(-\frac{\Delta F}{RT}\right) \exp\left(\frac{\lambda r}{2kST}\right) \dots (1)$$

ここに、 $\dot{\gamma}$ はひずみ速度、 X は frequency factor、 k はボルツマン定数 (1.3805×10^{-16} erg/deg·mol)、 T は絶対温度、 h はプランク定数 (6.624×10^{-27} erg·sec)、 ΔF は活性化エネルギー、 R はガス定数 (1.987 cal/deg·mol)、 λ は流動単位の平衡位置間の距離、 τ はせん断応力、 S は微視的すべり面単位面積当りの流動単位数(結合数)、 f は流動単位に作用するせん断力 (τ/S) である。式(1)の誘導はすでに多くの文献^{1),3),4)}に示されて

いるので省略する。

heterogeneous process における2種の流動単位系の活性化エネルギー、結合数およびせん断応力は、それぞれの流動単位系において ΔF_0 , S_0 , τ_0 および ΔF_H , S_H , τ_H で表わされる。この際、サフィックス 0 および H はそれぞれ酸素による一次結合および水素結合の流動単位系に対応させる。2種の流動単位系におけるひずみ速度および流動単位の平衡位置間の距離がそれぞれ等しいと仮定されるので、 $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_0 = \dot{\gamma}_H$, $\lambda = \lambda_0 = \lambda_H$ と置くことができる。したがって、式(1)より、2種の流動単位系に対してそれぞれ式(2)および式(3)が成立する。

$$\frac{\lambda}{2kT} \cdot \frac{\tau_0}{S_0} = \ln \dot{\gamma} + \left\{ \frac{\Delta F_0}{RT} - \ln \left(X \frac{kT}{h} \right) \right\} \dots (2)$$

$$\frac{\lambda}{2kT} \cdot \frac{\tau_H}{S_H} = \ln \dot{\gamma} + \left\{ \frac{\Delta F_H}{RT} - \ln \left(X \frac{kT}{h} \right) \right\} \dots (3)$$

2種の流動単位系におけるせん断応力と結合数は、重ね合せが可能と考えて、 $\tau = \tau_0 + \tau_H$, $S = S_0 + S_H$ とおく。式(2)および式(3)を加え合せると、heterogeneous process において次式が成立する。

$$\frac{\lambda}{2kT} \cdot \frac{\tau}{S} = \ln \dot{\gamma} + \left\{ \frac{S_0 \Delta F_0 + S_H \Delta F_H}{S RT} - \ln \left(X \frac{kT}{h} \right) \right\} \dots (4)$$

式(1)の両辺の対数を取り式(4)と対比すれば、heterogeneous process の見かけの活性化エネルギー ΔF_a は次式で表わされることがわかる。

$$\Delta F_a = \frac{S_0 \Delta F_0 + S_H \Delta F_H}{S} = \frac{\Delta F_0 + \alpha \Delta F_H}{1 + \alpha} \left. \begin{array}{l} \text{ここに、} \\ \alpha = S_H/S_0 \end{array} \right\} \dots (5)$$

式(5)より、 $\alpha = 0$ すなわち $S_H = 0$ のとき $\Delta F_a = \Delta F_0$, $\alpha \rightarrow \infty$, すなわち $S_0 = 0$ のとき $\Delta F_a = \Delta F_H$ となる。したがって、それぞれの場合に酸素による一次結合あるいは水素結合のみによる homogeneous process となることがわかる。酸素による一次結合および水素結合の活性化エネルギーをそれぞれ $\Delta F_0 \approx 30$ kcal/mol, $\Delta F_H \approx 4$ kcal/mol として ΔF_a と α の関係を図示すれば、図-1 のようになる。この図から、heterogeneous process において含水量の増加とともに活性化エネルギーの減少する傾向が定性的に説明される。しかし、 ΔF_a が土の状態量(たとえば含水比)の関数として表現されなければ、この傾向を定量的に議論することはできない。なぜなら、 S_0 と S_H の分布状態が未知であるからである。そこで、 ΔF_a と含水比の関係を次式で仮定する。

$$\Delta F_a = -m \log \left(\frac{w}{F} \right) + n \dots (6)$$

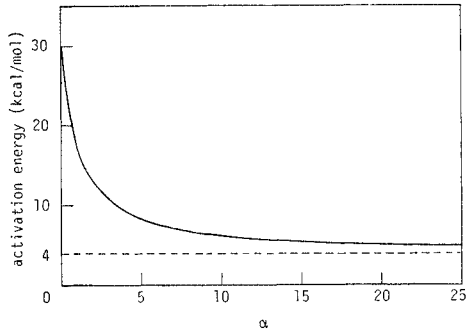


図-1 ΔF_a と α の関係

ここに、 m および n は係数であり、含水比 w はファインネスナンバー F で除した値で表現されている。式(6)は、ある含水比で ΔF_a が 30 kcal/mol となり、含水比が増大するとともに ΔF_a が減少し、ついには 4 kcal/mol となる定性的な必要条件を備えている。式(6)の妥当性はのちに検討される。式(5)及び式(6)より

$$\alpha = \frac{-\Delta F_0 - m \log(w/F) + n}{\Delta F_H + m \log(w/F) - n} \dots \dots \dots (7)$$

式(7)により、 α が w/F の関数として表示されるので、 S_0 および S_H の分布状態が明らかになる。

3. Heterogeneous process の流動機構の検証

(1) 目的

2. で提案した流動機構モデルにおける2種の相異なる homogeneous process に対しては、すでに数多くの実験が行われ、かなりの証拠も得られている^{1),3),4)}。しかし、heterogeneous process の存在については、十分な証拠が得られておらず推測の域を出ていない。すなわち、非常に高含水量をもつ粘土ペーストの流動現象を対象とした検証は行われていない。しかるに、提案した流動機構モデルでは、粘土・水系の流動を統一的に表現しうる本質的な機構は heterogeneous process であるとしている。このモデルの妥当性を裏づけるためには、heterogeneous process の流動機構を検証することが最も重要で不可欠であると考えられる。

(2) 試料および実験装置

実験に用いられる粘土試料は2種類で、千里粘土Aおよびカオリンである。これらの物性を表-1に示す。

実験装置としては、ベーン型プラストメーターが使用される。この装置は高精度のベーン試験機ともいえる装置で、写真-1に示される。この装置の基本的な機構は著者らがすでに用いているベーン試験機¹⁾の機構とほぼ同様であるので、その詳細は省略する。ベーンの回転角

表-1 粘土試料

物 性	粘 土 試 料	
	千里粘土 A	カオリン
liquid limit (%)	92.6	52.8
fineness number (%)	76.9	52.1
plastic limit (%)	37.7	32.7
plasticity index (%)	54.9	20.1
specific gravity	2.68	2.69
clay fraction (<2 μ) (%)	43.0	60.0

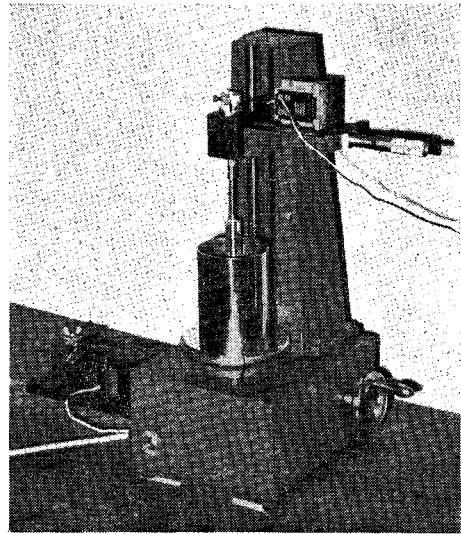


写真-1 ベーン型プラストメーター

速度は $3 \times 10 \text{ deg/sec} \sim 1 \times 10^{-3} \text{ deg/sec}$ の範囲で変化させることができる。予備実験によれば、ベーン軸の摩擦により計測トルクに与える誤差は計測されたトルクのたかだか 3.5% 程度であり、十分無視できる程度の大きさである。ベーン羽根の直径および高さはそれぞれ 20 mm および 40 mm であり、4枚および8枚羽根のベーンを使用する。

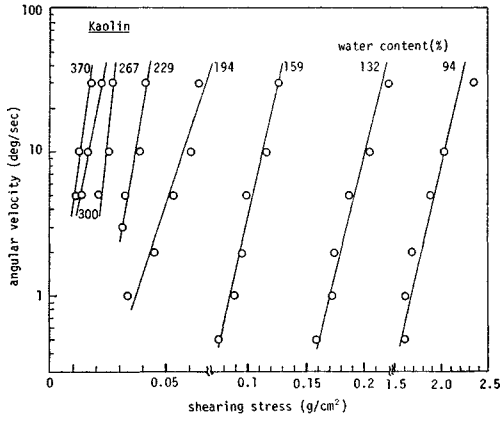
(3) 実験結果

実験方法および結果の整理方法はすでにベーン試験に対して行った方法¹⁾と同じである。図-2(a)および(b)はそれぞれカオリンおよび千里粘土Aの粘土ペーストに対する結果である。含水比をパラメーターとして回転角速度 ω とせん断応力 τ の関係を示している。これらの図から明らかなように、 $\log \omega$ と τ の間にほぼ直線関係が存在することがわかる。すでにベーン試験によって同様の関係が得られている¹⁾が、非常に高含水量の粘土ペーストにおいてもこの直線関係が成立すると思われる。この直線関係の傾きおよび切片から、それぞれ微視的すべり面単位面積当りの結合数 S および活性化エネルギー ΔF が求められる¹⁾。

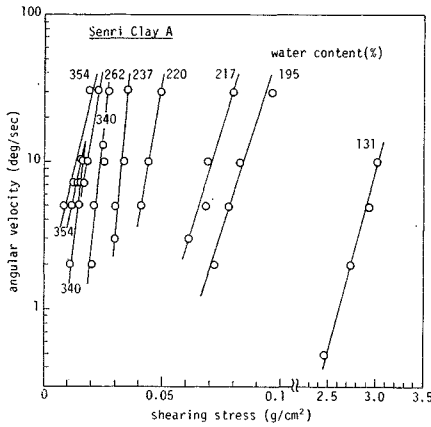
表-2は、以上の結果として得られた S および ΔF と含水比の関係を表示したものである。この際、 λ とし

ては 2.8 Å を用いた。これらの活性化エネルギーの値は 17~25 kcal/mol の範囲にあり、今までに種々の粘土

に対して得られた活性化エネルギーよりも小さな値が得られている。



(a) カオリン



(b) 千里粘土 A

図-2 回転角速度とせん断応力の関係

表-2 活性化エネルギーおよび結合数

粘土試料	含水比 w (%)	w/F	活性化エ ネルギー ΔF (kcal/mol)	結合数 S (cm^{-2})	せん断強さ τ_f (g/cm^2)
千里粘土 A	131	1.71	24.8	6.52×10^7	3.03×10^0
	195	2.54	21.3	2.94×10^6	8.27×10^{-2}
	217	2.82	21.3	2.41×10^6	6.89×10^{-2}
	220	2.86	21.4	1.51×10^6	4.42×10^{-2}
	238	3.09	23.4	8.07×10^5	3.25×10^{-2}
	262	3.40	20.8	9.27×10^5	2.50×10^{-2}
	340	4.43	18.2	1.54×10^6	1.82×10^{-2}
	340	4.43	20.2	7.23×10^5	1.57×10^{-2}
カオリン	355	4.62	17.9	1.52×10^6	1.62×10^{-2}
	355	4.62	17.2	1.93×10^6	1.57×10^{-2}
	94	1.81	22.8	5.70×10^7	2.03×10^0
	132	2.54	24.3	4.63×10^6	2.06×10^{-1}
	159	3.06	21.0	4.11×10^6	1.15×10^{-1}
	195	3.73	19.3	3.06×10^6	6.08×10^{-2}
	229	4.40	20.6	1.53×10^6	3.86×10^{-2}
267	5.13	20.8	9.64×10^5	2.61×10^{-2}	
300	5.75	17.7	1.73×10^6	1.63×10^{-2}	
370	7.10	17.9	1.30×10^6	1.27×10^{-2}	

(4) Heterogeneous process の流動機構

a) 活性化エネルギーと含水比の関係

活性化エネルギー ΔF と w/F の関係を 図-3 に示す。図中にはベーン試験によりすでに得られた結果もプロットされている。この図より、 w/F が 1.4 程度より大きくなると活性化エネルギーは 30 kcal/mol から次第に減少する傾向が明らかに認められる。したがって、高含水量の粘土ペーストを対象とした今回の実験によって、heterogeneous process の存在が確認されたことになる。

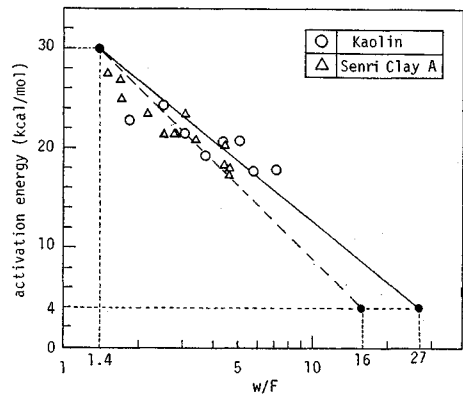


図-3 活性化エネルギーと含水比の関係

さらに、図-3 において、カオリンおよび千里粘土 A のプロットはそれぞれ実線および破線の直線にほぼ対応している。カオリンに対する実線は、($\Delta F_a=30$ kcal/mol, $w/F=1.4$) の点と ($\Delta F_a=4$ kcal/mol, $w/F=27$) の点、千里粘土 A に対する破線は、($\Delta F_a=30$ kcal/mol, $w/F=1.4$) の点と ($\Delta F_a=4$ kcal/mol, $w/F=16$) の点を結んだものである。それぞれの前者の点は、前述のように粘土ペーストの活性化エネルギーが $w/F=1.4$ 付近を境として変化することが認められていることから決定した。また、それぞれの後者の点は、粘土サスペンションの活性化エネルギーがニュートン流動領域において約 4 kcal/mol であることから決定した。その際、ニュートン流動領域の限界含水比は、すでに粘度試験から得られているニュートン流動の限界容積濃度¹⁾ から換算して求められた。したがって、heterogeneous process における活性化エネルギー ΔF_a は $\log(w/F)$ に対して近似的に直線関係にあると結論される。

以上のような直線関係は、式 (6) において仮定された関係と一致している。したがって、 ΔF_a と w/F の関係として式 (6) を仮定することの妥当性が近似的に裏づけられた。ただし、式 (6) における係数 m および n は粘

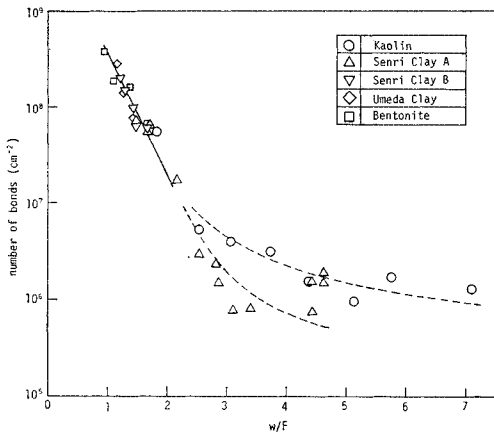


図-4 全結合数と含水比の関係

土の種類によって多少変化するものと思われる。

b) 結合数およびせん断強さと含水比の関係

図-4 は結合数 S と w/F の関係を示している。図中には、ベーン試験により得られた結果¹⁾もプロットされている。この図からわかるように、 w/F が 1~2 の範囲において $\log S$ と w/F の間に直線関係が存在するが、 $w/F > 2$ ではその直線関係が認められなくなる。この定性的な傾向は、カオリンおよび千里粘土Aにおいてともに同じであるが、定量的には $w/F > 2$ において両者はやや異なる。以上の事実はこのことを意味する。すなわち、 $w/F \leq 2$ では、状態量の指標として w/F を選ぶことによって種々の粘土ペーストに対する結合数と含水比の関係を一義的に表現することができる。しかし、 $w/F > 2$ では、 w/F が種々の粘土ペーストの状態量の一義的な指標にはなり得ない。

図-5 はせん断強さと w/F の関係を示している。ここで、せん断強さ τ_f はベーン型プラストメーターの試験に用いた平均的な回転角速度 ($\omega = 10 \text{ deg/sec}$) におけ

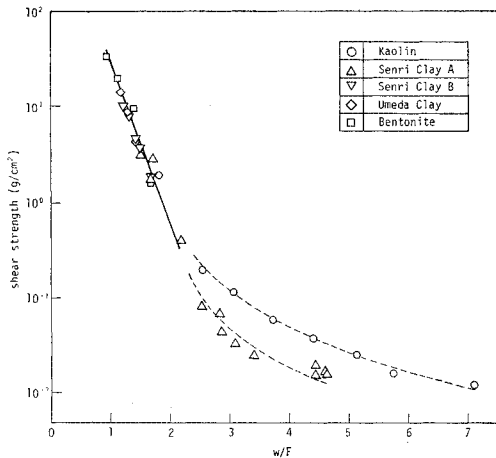


図-5 せん断強さと含水比の関係

る値である。 $w/F > 2$ における τ_f と w/F の関係が結合数と w/F の関係と同様粘土の種類によって異なる。これは、 $w/F > 2$ において w/F が種々の粘土ペーストの状態量の一義的な指標にはなりえないことをさらに裏づけている。また、圧密粘土に対して一般に確認されている $\log \tau_f$ と含水比の直線関係が $w/F \leq 2$ の粘土ペーストでは成立するが、 $w/F > 2$ において成立しなくなるのは注目に値する。

$1 \leq w/F \leq 2$ において $\log S$ あるいは $\log \tau_f$ と w/F の関係が直線関係であることは、流動機構の本質が $w/F \approx 1.4$ 付近において変化するということと一見矛盾するように思われる。しかし、以下の理由によって、 $w/F \leq 1.4$ の homogeneous process における結合数あるいはせん断強さの特性が $1.4 \leq w/F \leq 2$ の heterogeneous process においても成立つことは十分理解できる。すなわち、 $1.4 \leq w/F \leq 2$ の heterogeneous process においては、酸素による一次結合数に比し水素結合数も少なく、特に結合数あるいはせん断強さに及ぼすその影響が小さいと考えられる。

c) 結合数の分布

結合数の分布、すなわち酸素の一次結合数 S_0 および水素結合数 S_H と含水比の関係について検討する。図-3の実験結果および 2.(2)の式(5)、式(6)、式(7)を用いて、 S_0 および S_H を求める。カオリンおよび千里粘土Aに対する結合数 S 、 S_0 および S_H と w/F の関係をそれぞれ図-6および図-7に示す。これらの図から、含水比の増加に伴って、 S 、 S_0 および S_H がともに減少する傾向が認められる。また、 S_0 と S_H の分布状態としては、含水比の減少とともに S_0 と S_H の差は広がり、 S_0 は S に近づく。逆に、含水比の増加とともに、 S_0 と S_H の差が小さくなる。カオリンの w/F が 6.5 付近において、 S_0 と S_H が等しくなり、それ以上

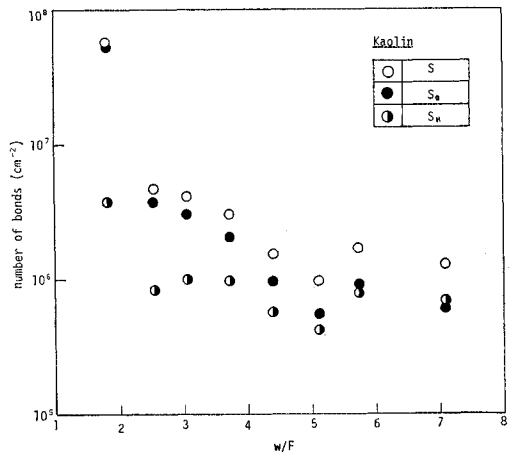


図-6 結合数 S 、 S_0 および S_H と含水比の関係 (カオリン)

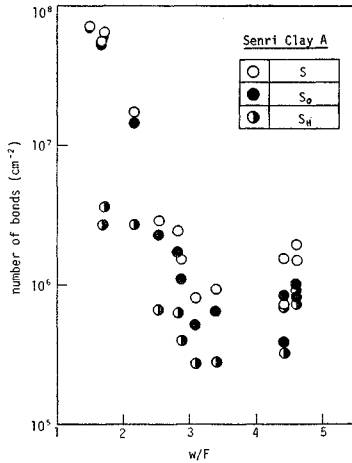


図-7 結合数 S , S_0 および S_H と含水比の関係 (千里粘土 A)

の w/F では、 S_H が S_0 より大きくなる傾向が認められる。 w/F がさらに大きくなると、 S_0 が減少し S_H が S に近づくものと推測される。

4. Heterogeneous process としての統一な流動機構

いままでに検討してきた homogeneous process および heterogeneous process の流動機構を総合して、広範なコンシステンシー状態の粘土・水系における活性化エネルギーおよび結合数を統一的に表示すれば、それぞれ図-8 および図-9 のようになる。すなわち、 $(w/F)_1$ と $(w/F)_2$ の間に 2 種の流動単位系に支配される heterogeneous process が存在し、その両側にはそれぞれ相異なる単一の流動単位系に支配される homogeneous process が存在する。図-8 において、 $(w/F) \leq (w/F)_1$ および $(w/F) \geq (w/F)_2$ の homogeneous process における活性化エネルギーは、それぞれ約 30 kcal/mol および約 4 kcal/mol で、ほぼ一定値をとる。そして、その間の heterogeneous process における活性化エネルギーは $\log(w/F)$ と直線関係にあり、両 homogeneous process に接続する。一方、図-9 において、全結合数 S は homogeneous および heterogeneous process 全体を通して (w/F) の増加とともに減少する。この傾向は、粘土の種類、応力履歴、ひずみ速度など種々の条件が同じであれば常に満足される。しかし、これらの条件が異なれば、当然全結合数と含水比は異なった関係になるので、必ずしもこの傾向が満足されるとは限らない。ただし、 $(w/F)_1$ 付近およびそれ以下における全結合数は、状態量の指標として (w/F) を用いることにより、粘土の種類にかかわらず一義的に表現される。また、

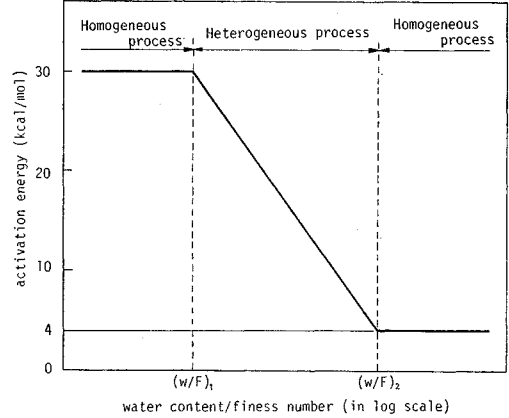


図-8 活性化エネルギー-含水比関係の統一表示

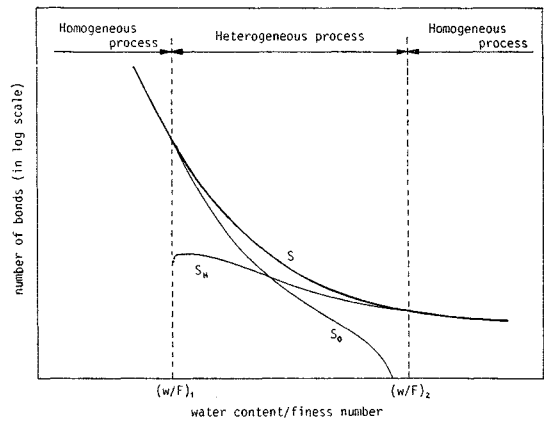


図-9 結合数-含水比関係の統一表示

heterogeneous process における S_0 と S_H の分布状態もまた図-9 に示されている。 S_0 と S_H の和が全結合数 S となっている。 S_0 は、 $(w/F)_1$ において S と等しく、 (w/F) の増加とともに減少し、 $(w/F)_2$ において 0 となる。 S_H は、 $(w/F)_1$ において近似的に 0 で、 (w/F) が増加するとあるピーク値から徐々に減少し、 $(w/F)_2$ において S と等しくなる。

次に、homogeneous process と heterogeneous process の境界の含水比 $(w/F)_1$ および $(w/F)_2$ のもつ意味について述べる。 $(w/F)_1$ は、粘土ペースト状態の粘土・水系に対して粘土の種類にかかわらず、1.4 程度である。このとき粘土粒子間の微視的構造に変化が生ずることを意味している点で重要である。この含水比以下では、粘土粒子間の結合は酸素による一次結合のみであるが、この含水比以上では、水素結合も加わるようになる。しかし、結合数あるいはせん断強さの点からみれば、 (w/F) が 2 程度までは水素結合の影響は少ない。 $(w/F)_2$ は、粘土サスペンション状態の粘土・水系に対して 10~30 程度で、粘土の種類によって異なる。これ

は、粘土サスペンションのニュートン流動を示す限界の含水比（濃度）を意味する。この含水比以上では、粘土粒子間の結合は水分子を介する水素結合のみであり、この含水比以下では、酸素による一次結合が加わり粘土粒子固体間の結合がみられるようになる。

5. 粘土・水系の結合数とせん断強さ

図-10 には、ペーン型プラストメーターによって得られた高含水量の粘土ペーストの結合数 S とせん断強さ τ_f の関係がプロットされている。同時に、種々の圧密粘土、粘土ペーストなどに対してすでに得られている結果^{1),3)} も示されている。図中の実線は homogeneous process における S と τ_f の比例関係、すなわち S が 10^8 程度以上のプロットに対して得られる S と τ_f の比例関係を示している¹⁾。多種多様な土に対して、全体を通してほぼ比例関係が認められる。しかし、せん断強さの小さい部分において結合数がやや多い傾向がある。言い換えれば、 S が 10^8 程度以下の heterogeneous process のプロットを図中の実線と比較すると、これらのプロットはほとんど実線の右下方に位置している。この原因としては、含水比が増加するにしたがって結合エネルギーの低い水素結合数が相対的に多くなることが考えられる。この傾向は 図-6 および 図-7 において確認できる。その結果、含水比の増加にともなう $\log S$ の

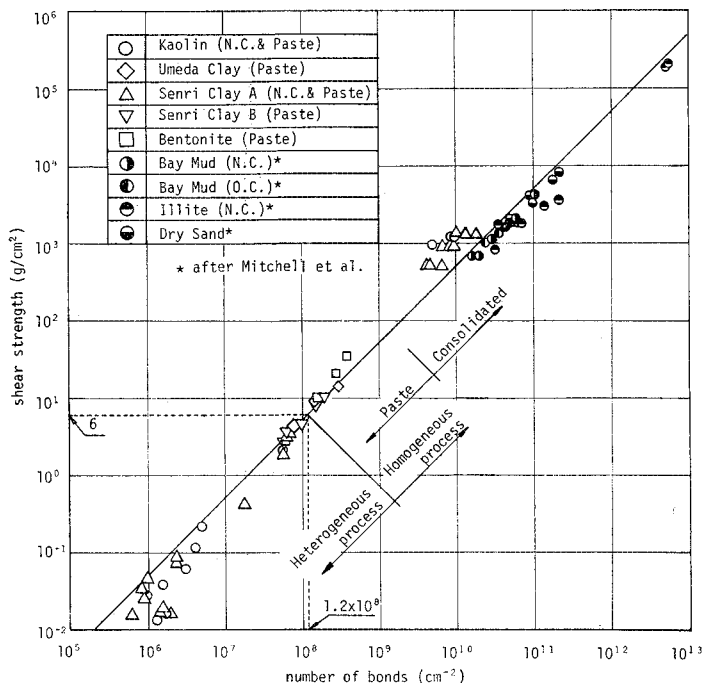


図-10 種々の土のせん断強さと全結合数の関係

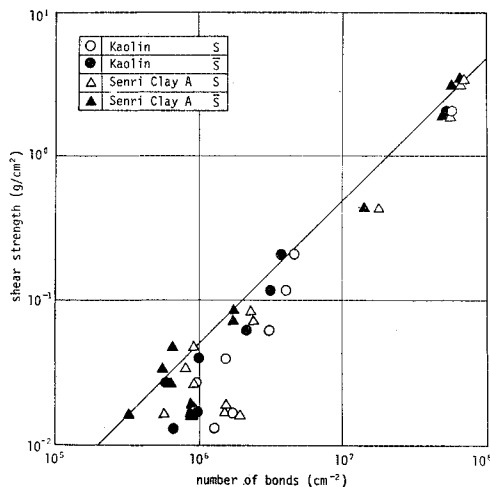


図-11 せん断強さと換算された全結合数の関係

減少の割合が $\log \tau_f$ のそれより相対的に小さくなると思われる。

そこで、流動単位1個あたりの結合力を見かけ上等しくするために、水素結合数 S_H を酸素による一次結合数 S_0 に換算する。水素結合と酸素による一次結合の結合力の比、すなわち活性化エネルギーの比は約4:30であるので、換算された全結合数 \bar{S} は次式で表わされる。

$$\bar{S} = S_0 + \frac{4}{30} S_H \dots\dots\dots (8)$$

図-11 は、heterogeneous process の粘土ペーストの全結合数 \bar{S} とせん断強さ τ_f の関係を示したものである。比較のため、 S と τ_f の関係も同時にプロットしてある。 S を \bar{S} に換算することにより、 \bar{S} と τ_f の関係が図中の実線すなわち homogeneous process における S と τ_f の比例関係に近づく。したがって、見かけ上 heterogeneous process を酸素による一次結合の homogeneous process とみなすことができる。

以上のことは、2. で提案した粘土・水系の統一的な流動機構モデルの妥当性を結合数とせん断強さの関係から逆に裏づけることになると思われる。

6. 粘土の粒子間結合

(1) 流動単位に作用するせん断力

粘土の粒子間結合の基本単位、すなわち粘土のせん断抵抗力発生の基本単位と

して、流動単位に作用するせん断力が考えられる。そこで、このせん断力が抵抗力発生の基本単位となるに足るだけの特性を保持しているか否かについて以下に検討する。

酸素による一次結合の homogeneous process で表わされる粘土・水系において、その結合数（流動単位数） S とせん断強さ τ_f の関係がほぼ同一の比例関係にあることがすでに明らかにされた。その際、粘土ペーストの結合数は破壊時の測定値から算定されているが、圧密粘土のそれは破壊に至らない三軸クリープ試験の測定値から算定されている。したがって、図-10 において著者が得た圧密粘土のプロットは異なったせん断状態において得られた値を比較しており、若干の不統一点が見られる。まず、この点について検討する。

正規圧密粘土の Multi-Increment 試験、すなわち荷重を数段階増加させるクリープ試験によって得られた結果¹⁾ から、結合数レベルとせん断ひずみの関係を図-12 に示す。結合数レベル S/S_m はひずみの増大とともにやや増加し、せん断ひずみが2%以上になるとその変化は比較的小さくなる傾向が認められる。したがって、破壊時の結合数は破壊に至らないクリープ試験で得られた結合数に近似しており、一般に前者は後者より少し大きい値をとるものと思われる。結局、せん断強さを破壊時の結合数と対応させれば、図-10 の著者が得た圧密粘土のプロットは少し右に移動することになり、図中の直線にさらに近づく。

以上の考察から、さきに指摘した不統一点にかかわらず、図-10 における結合数とせん断強さの比例関係が成立することは明らかである。これは、破壊時の流動単位1個当りに作用するせん断力 $f_f (= \tau_f/S)$ が酸素の一次結合の homogeneous process で表わされる粘土・水系においてほぼ一定であることを意味する。言い換えれば、せん断強さの発生機構が同一であることを意味し、この f_f の大きさが $10^{-7} \sim 10^{-8} g$ (平均 $5 \times 10^{-8} g$) 程度

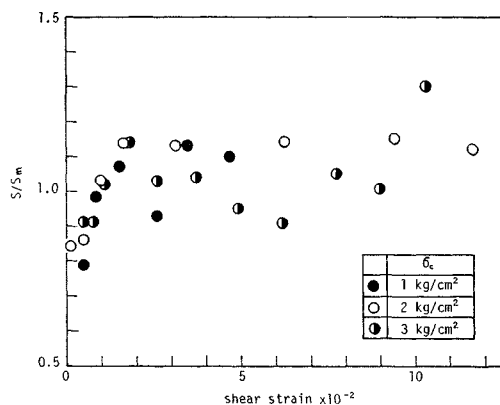


図-12 結合数とせん断ひずみの関係

であると結論される。これは微視的な機構の破壊時の結合力が一定であり、その集合によって巨視的な粘土・水系のせん断強さが発揮されるという概念を明確に証明している。

次に、流動単位に作用するせん断力 f とせん断ひずみ r の関係について検討する。図-13 は Multi-Increment 試験による $f \sim r$ 関係を示す。この図から、せん断ひずみの増加とともに流動単位に作用するせん断力が次第にモビライズされる様子が確認できる。図-14 は $r/f \sim r$ 関係を示すが、近似的に直線関係にあり、 f と r が双曲線関係にあることがわかる。さらに、この双曲線関係は、圧密圧力すなわち粘土の状態量にかかわらずほぼ同一であることが確認できる。しかるに、Kondner⁵⁾ によれば土の応力-ひずみ関係は双曲線で表示できる。Multi-Increment 試験の結果より $r/f \sim r$ 関係を図示すれば図-15 のようになる。 $r/f \sim r$ 関係が直線で表わされるので、Kondner のいう応力-ひずみの双曲

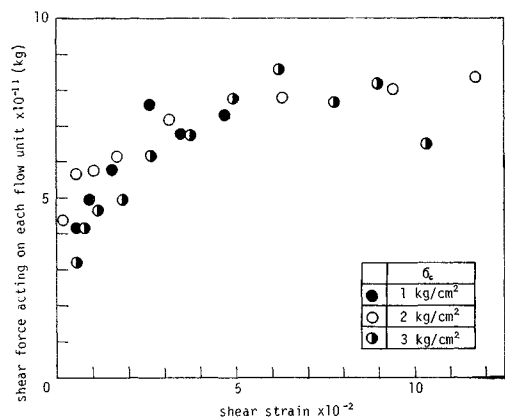


図-13 流動単位に作用するせん断力とせん断ひずみの関係

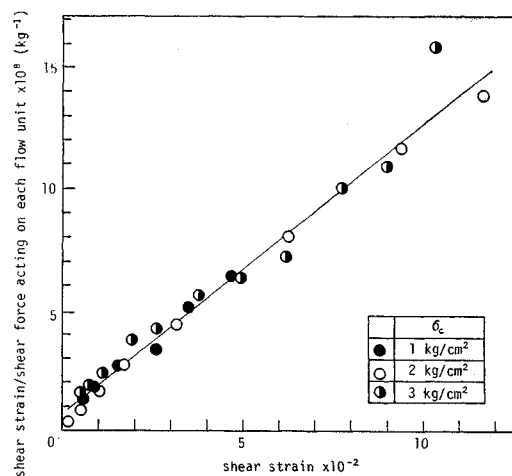


図-14 $r/f \sim r$ 関係

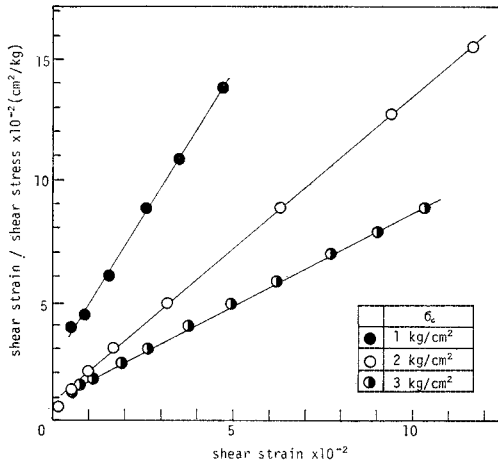


図-15 $\tau/\tau \sim \gamma$ 関係

線関係が満足されている。しかし、この場合、圧密圧力すなわち粘土の状態量の相違によって、 $\tau \sim \gamma$ の双曲線関係が異なる。以上要約すれば、微視的な流動単位に作用するせん断力 f および巨視的なせん断応力 τ はともにせん断ひずみと双曲線関係にある。しかし、粘土の状態量が増加した場合に、 f のみがひずみと同一の双曲線関係にあることになる。これは、流動単位に作用するせん断力が状態量の影響を受けないより本質的な基本単位であることを意味している。

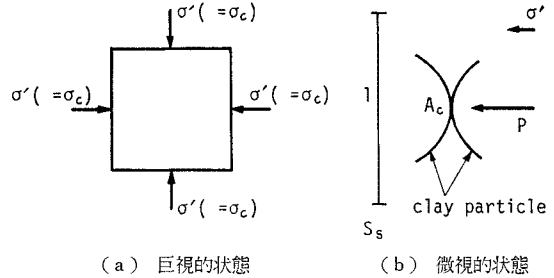
以上の議論から、流動単位に作用するせん断力は粘土のせん断抵抗力発生の基本単位としての特性を備えていると考えられる。したがって、微視的な流動単位に作用するせん断力が粘土・水系のダイラタンシーに起因しないせん断抵抗力の本質的な発生機構になりうると考えられる。さらには、流動単位が微視的な基本機構であり、その集合として巨視的な挙動が表現されるという概念が、粘土粒子間の物理化学的な相互作用に関する一般的な概念となりうるものと思われる。

結局、以上のことは、rate process 理論に基づいた微視的機構が粘土・水系の定常的な流動状態のみならず一般的な変形時の粘土粒子接合点の微視的機構となりうることを示している。言い換えれば、この微視的機構に基づき粘土粒子間の物理化学的な相互作用に関する一般的な概念を表現することができる。

(2) 結合と有効応力

いままで、代表的な粘土・水系の巨視的な挙動から微視的な機構を検討してきた。ここでは、逆に、すでに得られた粘土・水系の微視的な機構に基づいて、圧密粘土の一般的な巨視的挙動を微視的立場から検討する。

図-16 (a) に示すように、等方的な圧力で圧密された粘土要素を考える。巨視的には有効応力（圧密圧力） σ'



(a) 巨視的状态 (b) 微視的状态
図-16 粘土要素

($=\sigma_c$) が作用している。この粘土要素を微視的にみて、図-16 (b) に示すように、単位面積当りの粘土粒子接点数を S_s 、1 接点に作用する垂直力を P 、1 接点の粘土粒子間の接触面積を A_c 、粘土粒子の降伏応力を σ_y とする。Bowden と Tabor⁶⁾ による摩擦の凝着理論を粘土粒子接合点に適用すれば、次式が成立する。

$$P = \sigma_y \cdot A_c \dots\dots\dots (9)$$

しかるに、各接点に垂直応力が等しく分配されていると仮定すると、

$$P = \sigma' / S_s \dots\dots\dots (10)$$

式 (9) および式 (10) より、

$$\sigma' = \sigma_y \cdot S_s \cdot A_c \dots\dots\dots (11)$$

単位面積当りの結合数（流動単位数） S は接触面積に比例すると仮定する。この仮定は、粘土粒子接合点の結合は酸素による一次結合であり、粘土粒子表面には酸素原子がかなり一様に分布していることから考えて、近似的に認め得ないものではない。したがって、次式が成立する。

$$S = \chi \cdot S_s \cdot A_c \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 χ は比例係数である。

式 (11) および式 (12) より、

$$\sigma' = \frac{1}{\chi} \sigma_y \cdot S \dots\dots\dots (13)$$

上式は、 χ および σ_y が σ' に関係しないならば、結合数が有効応力に比例することを意味する。この比例関係はすでに正規圧密粘土に対して近似的に確認されている^{1),3)}。また、すでに実験的に明らかにされたように、せん断強さ τ_f と結合数 S は比例関係にある。すなわち、次式が成立する。

$$\tau_f = f_f \cdot S \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 f_f は破壊時の流動単位に作用するせん断力である。式 (13) および式 (14) より、

$$\tau_f = \frac{\chi \cdot f_f}{\sigma_y} \sigma' \dots\dots\dots (15)$$

式 (15) は、せん断強さと有効応力の比例関係を表わしており、正規圧密粘土に対して得られる両者の比例関係を説明している。すなわち、正規圧密粘土において、 $\tau_f = \sigma' \tan \phi'$ が成立するので、 ϕ' の内容が微視的には次

式で表現できることを意味している。

$$\varphi' = \tan^{-1} \left(\frac{\lambda \cdot f_f}{\sigma_y} \right) \dots\dots\dots (16)$$

以上の議論は、過圧密状態の粘土あるいは粘土粒子間に σ' に起因しない物理化学的な力が相互に作用する場合などでは成立しない。これらの場合、外的に作用する応力がないときでも粘土粒子間に相互作用があり、粘土粒子間に接触面積が存在すると考えれば、式 (9) の代りに次式が成立する。

$$P = \sigma_y (A_c - A_0) \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 A_0 は外的な力が作用しないときの粘土粒子間の接触面積である。したがって、 $\sigma_y A_0$ は粘土粒子間に作用する内的な力を表わしている。式 (10)、式 (12) および式 (17) より、

$$\sigma' = \frac{1}{\lambda} \sigma_y \cdot S - \sigma_y \cdot S_s \cdot A_0 \dots\dots\dots (18)$$

式 (14) および式 (18) より、

$$\tau_f = \frac{\lambda \cdot f_f}{\sigma_y} \sigma' + \lambda \cdot f_f \cdot S_s \cdot A_0 \dots\dots\dots (19)$$

式 (19) は、一般に知られている粘土のせん断強さと有効応力の関係、すなわち、

$$\tau_f = \sigma' \tan \varphi' + c' \dots\dots\dots (20)$$

と同形である。式 (19) および式 (20) を比較すれば、

$$\left. \begin{aligned} \varphi' &= \tan^{-1} \left(\frac{\lambda \cdot f_f}{\sigma_y} \right) \\ c' &= \lambda \cdot f_f \cdot S_s \cdot A_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

一方、最も合理的な強度定数は Hvorslev 規準の有効摩擦角 φ_e および有効粘着力 c_e である。これらの強度定数は式 (21) と同様にして次式のように表現できる。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_e &= \tan^{-1} \left(\frac{\lambda_e \cdot f_f}{\sigma_y} \right) \\ c_e &= \lambda_e \cdot f_f \cdot S_s \cdot A_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ここに、 λ_e は Hvorslev 規準の場合の結合数と接触面積の比例係数である。

一般に、 φ_e は一つの土に対してほぼ一定値になり⁷⁾、 c_e は等価圧密圧力に比例する⁸⁾ ことが実験的に確認されている。 λ_e 、 f_f および σ_y は一つの土に対してほぼ定数であると思われるので、式 (22) の φ_e の表現は実験結果を定性的に満足している。一方、式 (22) の c_e の表現において、 $\lambda_e \cdot f_f$ はほぼ一定値になるので、 $S_s \cdot A_0$ すなわち内的な力に起因する単位面積当りの粘土粒子接触面積が C_e に比例し、したがって等価圧密圧力に比例することになる。等価圧密圧力が大になれば $S_s \cdot A_0$ も大になることは定性的に首肯できる。

結局、有効摩擦角 φ_e および有効粘着力 c_e 、あるいは有効応力に基づく摩擦角 φ' および粘着力 c' の意味が微視的立場から式 (22) あるいは式 (21) のように明らかにされる。

7. む す び

本論文においては、微視的な立場から広範なコンシステンシーをもつ粘土・水系の多様な流動現象の本質的な機構を解明し、これらの現象を統一的に取扱った。さらに、得られた粘土・水系の統一的な微視的機構に基づいて、圧密粘土の一般的な強度定数の微視的意味も明らかにした。その結果を要約すれば次のようである。

(1) 粘土・水系の統一的な流動機構モデルを提案した。その際、粘土・水系の本質的な流動機構は2種の基本機構をもつ heterogeneous process として表現できるという考えに立脚している。

(2) ベーン型プラストメーターによる高含水粘土ペーストの実験から、heterogeneous process の存在が確認された。さらに、heterogeneous process としての統一的な流動機構が明らかにされ、提案したモデルの妥当性がほぼ裏づけられた。

(3) 流動単位に作用するせん断力は粘土のせん断抵抗力発生の基本単位としての特性を備えており、rate process 理論に基づく微視的機構により粘土粒子間の物理化学的な相互作用に関する一般的な概念を表現することができる。

(4) 以上に得られた微視的機構および摩擦の凝着理論に基づいて導かれた圧密粘土のせん断強さと有効応力の関係が一般に認められている巨視的な関係と同じ形で表現された。すなわち、Hvorslev 規準の強度定数 φ_e および c_e 、あるいは有効応力規準の強度定数 φ' および c' の意味が微視的立場から明らかにされた。

なお、本研究の遂行にあたり多大の協力をいただいた元本学大学院生 阿部信晴君 (現在大阪大学助手)、長瀬恵一郎君 (現在建設省九州地建) および元本学学生 大江泰広君 (現在兵庫県土木部) に謝意を表する次第である。

記 号

A_c : 粘土粒子1接点の接触面積

A_0 : 外的な応力が作用しない場合の粘土粒子1接点の接触面積

c_e : 有効粘着力

c' : 有効応力規準における粘着力

F : ファイネスナンバー

ΔF : 活性化エネルギー

ΔF_a : heterogeneous process のみかけの活性化エネルギー

ΔF_H : 水素結合の homogeneous process の活性化エネルギー

ΔF_0 : 酸素による一次結合の homogeneous process
 の活性化エネルギー
 f : 流動単位に作用するせん断力
 f_f : 破壊時の流動単位に作用するせん断力
 h : プランク定数
 k : ボルツマン定数
 m, n : ΔF_a と $\log w/F$ の関係における係数
 P : 粘土粒子接点に作用する垂直力
 R : ガス定数
 S : 微視的すべり面単位面積当りの全結合数
 \bar{S} : 微視的すべり面単位面積当りの換算された全結合数
 S_H : 微視的すべり面単位面積当りの水素結合数
 S_m : 微視的すべり面単位面積当りの平均結合数
 S_0 : 微視的すべり面単位面積当りの酸素による一次結合数
 S_s : 単位面積当りの粘土粒子接点数
 T : 絶対温度
 w : 含水比
 X : frequency factor
 α : S_H/S_0
 r : せん断ひずみ
 \dot{r} : せん断ひずみ速度
 \dot{r}_H : 水素結合の流動単位系におけるせん断ひずみ速度
 \dot{r}_0 : 酸素による一次結合の流動単位系におけるせん断ひずみ速度
 λ : 流動単位の平衡位置間の距離
 λ_H : 水素結合の流動単位平衡位置間の距離
 λ_0 : 酸素による一次結合の流動単位平衡位置間の距離
 σ_c : 圧密圧力

σ_y : 粘土粒子の降伏応力
 σ' : 有効垂直応力
 τ : せん断応力
 τ_f : せん断強さ
 τ_H : 水素結合の流動単位系に作用するせん断応力
 τ_0 : 酸素による一次結合の流動単位系に作用するせん断応力
 φ_e : 有効摩擦角
 φ' : 有効応力規準における摩擦角
 α : 結合数と接触面積の比例係数 (有効応力規準)
 α_e : 結合数と接触面積の比例係数 (Hvorslev 規準)
 ω : ベーン回転角速度

参考文献

- 1) 伊藤富雄・松井 保: 粘土の流動機構に関する研究, 土木学会論文報告集, 第236号, pp. 109~123, 1975.
- 2) Glasstone S., Laidler K. and Eyring H.: The Theory of rate process, McGraw-Hill, New York, 1941.
- 3) Mitchell J.K., Singh A. and Campanella R.G.: Bonding, effective stresses and strength of soils, Proc. ASCE, Vol. 95, No. SM. 5, pp. 1219~1246, 1969.
- 4) Andersland O.B. and Douglas A.G.: Soil deformation rates and activation energies, Géotechnique, Vol. 20, No. 1, pp. 1~16, 1970.
- 5) Kondner R.L.: Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils, Proc. ASCE, Vol. 89, No. SM. 4, pp. 115~143, 1963.
- 6) Bowden F.P. and Tabor O.: The friction and lubrication of solids, Oxford, Clarendon Press, 1954. (曾田訳).
- 7) Gibson P.E.: Experimental determination of the true cohesion and true angle of internal friction in clays, Proc. 3rd I.C.S.M.F.E., Vol. 1, pp. 126~130, 1953.
- 8) Hvorslev M.J.: Physical components of the shear strength of saturated clays, Res. Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils, ASCE, pp. 169~273, 1960.

(1975.2.12・受付)