

横流式沈殿池における密度流の発生域の挙動

BEHAVIOR OF A GENERATING ZONE OF DENSITY CURRENTS IN RECTANGULAR SETTLING TANKS

栗谷 陽一*・金子 新**
By Yōichi AWAYA and Arata KANEKO

1. ま え が き

横流式沈殿池の除去率は、一般に overflow rate の理論から与えられる値よりも著しく低いことが知られ、理由として池内の乱流拡散、短絡流、沈殿物の巻き上げなどが考えられている。

このうち、流入状況が不均一なときに見られる左右の偏流による除去率の低下は、流速の異なる各部分についてそれぞれ overflow rate を考えることにより説明され、流入水と池内水の温度差あるいは濁度差によって発生する密度流のような鉛直方向の流れの偏りは、掃流や巻き上げにより除去率を低下しうることが知られている^{1),2)}。

沈殿池内密度流の発生に関する従来の研究は、中川³⁾および栗谷・楠田⁴⁾らにより報告されている。前者は未定実験パラメーターを含むものであり、後者は沈殿池内の流れを完全流体と考え、鉛直流速を無視して取扱っているため、いずれも密度流発生に関する実際の現象を十分説明するものとはいえない。

著者らは、特に流入水と池内水の密度差がかなり大きく、流入水が整流壁通過直後に急速に上昇し鉛直プルームを形成する場合(図-1 参照)には、この鉛直プルームが池内全体にわたる密度流を形成する最大の要因となると考えられるので、このプルームの発生機構について解析的、実験的検討を加えている。

その結果、与えられた流入条件に対して発生する密度流を算定するための基礎として、滲出を伴う壁面の抵抗、流速および質量欠損分布、混合状態、密度界面よりの連行などについて一連の結論を得ることができた。

類似した現象に、鉛直プルームや鉛直熱対流などがある。前者については、よく知られるように分布形に相

似が存在することより基礎偏微分方程式を分布形に対する常微分方程式に変換して解を得ている。後者は、固体壁抵抗のため分布形に相似が存在しない。そのため、分布関数形を2個のパラメーター(たとえば、最大流速と噴流幅)で仮定し、運動量および質量欠損の保存を考え、パラメーターに対する常微分方程式に変換し、それらの鉛直方向変化が求められている⁵⁾。

一方、滲出を伴う固体壁上の抵抗は、わずかの滲出によって著しく減少することが航空工学の分野で知られている⁶⁾。

ここで対象とする現象も、整流壁から絶えず流入水の滲出があるため、整流壁上の抵抗は無視できるものとし

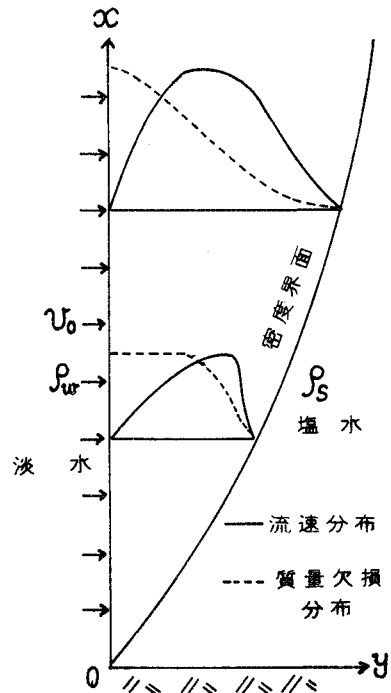


図-1 密度流モデル

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木教室

** 正会員 工修 九州大学助手 工学部水工土木教室

で議論を進めている。ところが、整流壁よりの滲出のため、プリュームが上昇するにつれ乱流拡散が顕著になり、密度界面よりの連行量も増加し、流速および質量欠損分布が図-1 に例示するように変わる。このため、分布形に相似が存在せず、鉛直プリュームにおけるように分布関数形を基礎式より直接求めることができない。

プリュームの上昇による分布形の変化を考え、分布形を3個のパラメーターで仮定し、基礎式にエネルギー式を加え、鉛直熱対流と同じ解析がなされている。

また、池底付近の乱流拡散が無視できるほど小さい領域に対する解およびプリュームが上昇して乱流拡散が十分発達した時の解が同じく与えられている。

解析の結果、特に壁面より滲出を伴う場合、滲出のない境界層にくらべて Karman 定数が顕著に減少し、壁面抵抗を無視しても実測値をほぼ説明できることが知られた。これにより、流入部直後における水平密度流の初期条件を定めることができる。

2. 理論解析

(1) 完全流体の解

乱れおよび粘性を考えるまえに、最も解析の容易な完全流体の場合について考察し流況の概要を把握する。この解は池底付近の乱流拡散の弱い領域における現象を説明することができる。沈殿池流入部の整流壁は、抵抗の十分大きな透過壁と考え、流れは深さ方向に一樣な流速で壁より滲出するものとする。

池内水に比べて流入水の密度が小さい場合を考え、図-1 に示すように流入整流壁に沿って鉛直上向きに x 軸、池底に沿って下流方向に y 軸をとる。 x, y 方向の流速成分をそれぞれ u, v とする。流入水の密度が池内水より大きい時は、流れが上下いれかわりになるだけで現象としてはほとんど同じである。

壁面プリューム内部にも外部の静水圧と同じ圧力分布を仮定し、密度界面の混合がなく壁面プリューム内部はすべて流入水の密度 ρ_w になっていることを考えれば、方向の完全流体運動方程式は、

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \epsilon_0 g \dots\dots\dots(1)$$

また、

$$p = p_b - \rho_s g x \dots\dots\dots(2)$$

ただし、 $\epsilon_0 = (\rho_s - \rho_w) / \rho_w$, ρ_s, ρ_w は、それぞれ池内水(塩水)、流入水(淡水)の密度、 p_b は池底の圧力、 g は重力加速度である。

二次元連続の式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots(3)$$

完全流体の場合密度界面での混合はなく、密度界面は一つの流線を表わす。

流れ関数 ψ を用いると、式 (1), (3) の解は式 (4) で与えられる。式 (4) は特解であるが、別に整流壁面と上昇するプリューム横断面間との流量と運動量の保存より同様の結果を導いている。

$$\psi = -v_0 x + \frac{\epsilon_0 g}{2 v_0} y^2 \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 v_0 は一樣流入流速である。

式 (4) より x, y 方向の流速はそれぞれ次式となる。

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \frac{\epsilon_0 g}{v_0} y \dots\dots\dots(5)$$

$$v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = v_0 \dots\dots\dots(6)$$

式 (4) において $\psi = 0$ とすれば密度界面の形状が得られる。

$$y_c = \sqrt{\frac{2 v_0^2}{\epsilon_0 g} x} \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 y_c は噴流幅である。

関係諸量を次のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{\epsilon_0 g x}{v_0^2}, \quad \eta = \frac{\epsilon_0 g y}{v_0^2}, \quad \eta_c = \frac{\epsilon_0 g y_c}{v_0^2} \\ U &= \frac{u}{v_0}, \quad V = \frac{v}{v_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

式 (8) を式 (5), (6), (7) に代入すればそれぞれ次式を得る。

$$U = \eta, \quad V = 1, \quad \eta_c = \sqrt{2\xi} \dots\dots\dots(9)$$

図-2 に密度界面の形状と流速分布の概要を示す。

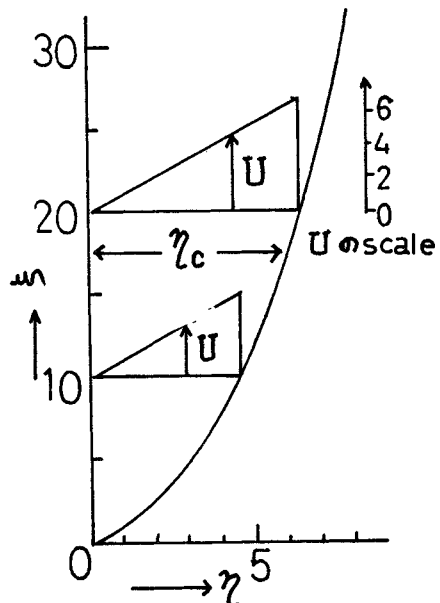


図-2 完全流体

(2) 乱流拡散を考慮した解

通常の鉛直壁面プリュームの解析においては壁面抵抗を考慮する必要があるけれども、前述のように壁面より滲出のある場合、壁面抵抗は著しく減少することが考えられるので一応これを無視して解析をすすめる。

一般に、境界層理論において用いられる仮定 $u \gg v$, $\partial/\partial y \gg \partial/\partial x$ を適用し、混合距離を $l = \kappa y$ (κ は Karman 定数) とすれば、定常流に対する二次元運動方程式は次式で与えられる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \varepsilon g + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa^2 y^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \right) \dots\dots (10)$$

ここに、

$$p = p_b - \rho_s g y$$

$$\varepsilon = (\rho_s - \rho) / \rho_w$$

である。

ここで、乱れによる運動量の輸送と質量の輸送を等しいと仮定する Reynolds の相似を適用すれば、質量欠損保存則は次式となる。

$$u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa^2 y^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) \dots\dots (11)$$

また、二次元連続の式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \dots\dots (12)$$

となる。

これらの基礎方程式の解には、鉛直プリュームなどにおけるような相似な分布形が存在しない。厳密解を求めることは困難であるが、流速分布の実測値あるいは完全流体の解を参照し、分布形にもう一つの自由度を与え、境界条件を考えて式 (13) のように仮定すれば、ほぼ実際の分布形を表現しうると思われる。整流壁近傍では、壁面よりの滲出のため乱れの発達は抑えられ完全流体に近い直線的な流速分布形をもつと考えられる。このことは、 $0 < y < y_1$ における正弦関数による流速分布の仮定に考慮されている (正弦関数は $y=0$ 近傍で直線となる)。

流速分布：

$$\left. \begin{aligned} 0 < y < y_1 \quad u_1 &= u_m \sin \frac{\pi y}{2 y_1} \\ y_1 < y < y_1 + y_2 \quad u_2 &= \frac{u_m}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi (y - y_1)}{y_2} \right] \end{aligned} \right\}$$

質量欠損分布：

$$\left. \begin{aligned} 0 < y < y_1 \quad \varepsilon_1 &= \frac{\varepsilon_0}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi y}{2 y_1} \right] \\ y_1 < y < y_1 + y_2 \quad \varepsilon_2 &= \frac{\varepsilon_0}{2} \left[1 + \cos \frac{\pi (y_1 - y_1 + y_2)}{2 y_2} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots (13)$$

ここに、 u_m は最大流速、 y_1 は壁面より最大流速点ま

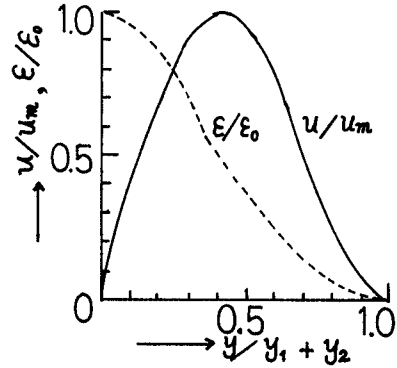


図-3 仮定された分布形の例 ($y_1 : y_2 = 4 : 6$)

での距離、 y_2 は最大流速点から密度界面までの距離である。図-3 に $y_1 : y_2 = 4 : 6$ のときの式 (13) による分布形の例を示す。

式 (10) の両辺に u を乗じたものおよび式 (11) を式 (12) を考慮して噴流幅にわたって積分すればそれぞれ次式を得る。式 (14), (15), (16) はそれぞれ運動量、エネルギー、質量欠損の保存を示している。

$$2 \int_0^{y_1 + y_2} u \frac{\partial u}{\partial x} dy = g \int_0^{y_1 + y_2} \varepsilon dy \dots\dots (14)$$

$$\frac{3}{2} \int_0^{y_1 + y_2} u^2 \frac{\partial u}{\partial x} dy = g \int_0^{y_1 + y_2} \varepsilon u dy$$

$$+ \int_0^{y_1 + y_2} u \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa^2 y^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \frac{\partial u}{\partial y} \right) dy \dots\dots (15)$$

$$\int_0^{y_1 + y_2} \frac{\partial(\varepsilon u)}{\partial x} dy = \varepsilon_0 v_0 \dots\dots (16)$$

ここに、境界条件は

$$\left. \begin{aligned} y=0 \quad : \quad u=0 \quad v=v_0 \quad \varepsilon=\varepsilon_0 \\ y=y_1 + y_2 : \quad u=0 \quad \frac{\partial u}{\partial y}=0 \quad \varepsilon=0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (17)$$

としている。

式 (14), (15), (16) に分布形の仮定 (13) を代入すればそれぞれ次式のようになる。

$$\left(y_1 + \frac{3}{4} y_2 \right) u_m \frac{du_m}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dy_1}{dx} + \frac{3}{4} \frac{dy_2}{dx} \right) u_m^2$$

$$= \frac{\varepsilon_0 g}{2} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi} y_1 \right) + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) y_2 \right] \dots\dots (18)$$

$$\left(\frac{2}{\pi} y_1 + \frac{15}{32} y_2 \right) u_m \frac{du_m}{dx}$$

$$+ \frac{1}{2} \left(\frac{2}{\pi} \frac{dy_1}{dx} + \frac{15}{32} \frac{dy_2}{dx} \right) u_m^2$$

$$= \left[\frac{3}{2\pi} y_1 + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4}{\pi} \right) y_2 \right] \varepsilon_0 g$$

$$- \kappa^2 u_m^2 \left[\frac{\pi^2}{4} - \frac{50}{27} + \frac{\pi^2}{6 y_2^2} y_1 (y_1 + y_2) \right] \dots\dots (19)$$

$$\left[\frac{3}{2\pi} y_1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3\pi} \right) y_2 \right] u_m = v_0 \cdot x \dots\dots (20)$$

関係諸量を次のように無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} \xi^* &= \frac{\kappa^4 \varepsilon_0 g x}{v_0^2}, & U^* &= \frac{\kappa^2 u_m}{v_0} \\ \eta_1^* &= \frac{\kappa^2 \varepsilon_0 g y_1}{v_0^2}, & \eta_2^* &= \frac{\kappa^2 \varepsilon_0 g y_2}{v_0^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

式 (18), (19), (20) に式 (21) を代入すればそれぞれ次式を得る。

$$\left(\eta_1^* + \frac{3}{4} \eta_2^* \right) U^* \frac{dU^*}{d\xi^*} + \frac{1}{2} \left(\frac{d\eta_1^*}{d\xi^*} + \frac{3}{4} \frac{d\eta_2^*}{d\xi^*} \right) U^{*2} = \frac{1}{2} \left[\left(1 + \frac{2}{\pi} \right) \eta_1^* + \left(1 - \frac{2}{\pi} \right) \eta_2^* \right] \dots\dots\dots(22)$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{\pi} \eta_1^* + \frac{15}{32} \eta_2^* \right) U^* \frac{dU^*}{d\xi^*} \\ & + \frac{1}{3} \left(\frac{2}{\pi} \frac{d\eta_1^*}{d\xi^*} + \frac{15}{32} \frac{d\eta_2^*}{d\xi^*} \right) U^{*2} \\ & = \frac{3}{2\pi} \eta_1^* + \frac{1}{4} \left(1 - \frac{4}{3\pi} \right) \eta_2^* \\ & - U^{*2} \left[\frac{\pi^2}{4} - \frac{50}{27} + \frac{\pi^2}{6 \eta_2^{*2}} \eta_1^* (\eta_1^* + \eta_2^*) \right] \end{aligned} \dots\dots\dots(23)$$

$$\left[\frac{3}{2\pi} \eta_1^* + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{3\pi} \right) \eta_2^* \right] U^* = \xi^* \dots\dots\dots(24)$$

式 (22), (23) および式 (24) より ξ^* の関数として U^* , η_1^* , η_2^* を決定できる。

この結果を式 (13) に代入して u の分布が求まれば, v は式 (12) を積分して得られる。

$$0 < y < y_1, \quad v_1 = v_0 - \int_0^y \frac{\partial u_1}{\partial x} dy \dots\dots\dots(25)$$

$$y_1 < y < y_1 + y_2, \quad v_2 = v_0 - \int_0^{y_1} \frac{\partial u_1}{\partial x} dy - \int_{y_1}^y \frac{\partial u_2}{\partial x} dy \dots\dots\dots(26)$$

(3) 乱れが十分に発達した領域の解

プリュームが十分に上昇し, 壁面よりの滲出が密度界面よりの連行量にくらべて無視できるほど小さく, 流速および質量欠損の分布形が x 方向にほとんど変化しない領域の解を検討する。この場合も整流壁上の抵抗を無視すれば, 質量欠損, 運動量および流量の保存則はそれぞれ式 (27), (28), (29) となる。

$$\int_0^{y_c} \varepsilon u dy = \varepsilon_0 v_0 x \dots\dots\dots(27)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{y_c} u^2 dy \right) = g \int_0^{y_c} \varepsilon dy \dots\dots\dots(28)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{y_c} u dy \right) = E \frac{1}{y_c} \int_0^{y_c} u dy \dots\dots\dots(29)$$

ここに, E は連行係数で y_c は噴流幅である。

ε の平均値を ε_m , 最大流速を u_m とし, 質量欠損, 運動量および流量を変えずに, 流速および質量欠損分布を矩形分布に置き換えれば, 分布形により決まる定数 c_1 ,

c_2 を使用して式 (27), (28), (29) はそれぞれ次式のようになる。

$$c_1 \varepsilon_m u_m y_c = \varepsilon_0 v_0 x \dots\dots\dots(30)$$

$$c_2 \frac{d}{dx} (u_m^2 y_c) = g \varepsilon_m y_c \dots\dots\dots(31)$$

$$\frac{d}{dx} (u_m y_c) = E u_m \dots\dots\dots(32)$$

式 (30), (31) より ε_m を消去すれば,

$$\frac{d}{dx} (u_m^2 y_c) = \frac{\varepsilon_0 g v_0}{c_1 c_2} \frac{x}{u_m} \dots\dots\dots(33)$$

式 (32), (33) より解を求めれば,

$$u_m = \sqrt[3]{\frac{4}{5} \frac{\varepsilon_0 g v_0}{c_1 c_2} \frac{x}{E}} \dots\dots\dots(34)$$

$$y_c = \frac{3E}{4} x \dots\dots\dots(35)$$

となる。式 (34), (35) は特解であるが, 実測値などとの比較より有意な解であることが後に明らかとなる。

関係諸量を次のように無次元化する。

$$U_m = \frac{u_m}{v_0}, \quad \xi = \frac{\varepsilon_0 g x}{v_0^2}, \quad \eta_c = \frac{\varepsilon_0 g y_c}{v_0^2} \dots\dots\dots(36)$$

式 (36) を式 (34), (35) に代入して

$$U_m = \sqrt[3]{\frac{4}{5} \frac{\xi}{c_1 c_2 E}} \dots\dots\dots(37)$$

$$\eta_c = \frac{3E}{4} \xi \dots\dots\dots(38)$$

を得る。分布形の仮定式 (13) を適用して c_1, c_2 を決定すれば,

$$c_1 = \frac{2/\pi + y_2/2 y_1}{1 + y_2/y_1}, \quad c_2 = \frac{1/2 + 3 y_2/8 y_1}{1 + y_2/y_1} \dots\dots\dots(39)$$

となる。十分にプリュームが上昇した領域においては, $y_1/y_2 \ll 1$ となるので結局

$$c_1 = 2/\pi, \quad c_2 = 1/2 \dots\dots\dots(40)$$

を得る。一方, このときの連行係数 E は, 鉛直プリュームにおいて得られている値 $E=0.17^1)$ を採用すれば,

$$U_m = 2.929 \xi^{1/3}, \quad \eta_c = 0.075 \xi \dots\dots\dots(41)$$

を得る。

3. 実験および結果の考察

(1) 実験装置および方法

流入水と池内水の温度差によって発生する密度流を流入水に淡水, 池内水に塩水をモデルとして使用し以下のような模型実験を行い, 密度流流速および塩分濃度分布を実測した。

模型沈殿池として, 長さ 200 cm, 幅 10 cm, 深さ 40 cm の水槽 [A] と, 深さ 100 cm で他の諸元と同じ水槽 [B] の二種類を使用した。流入水は, 水槽 [A] による実験では流出水をポンプにより循環して用い, 水槽

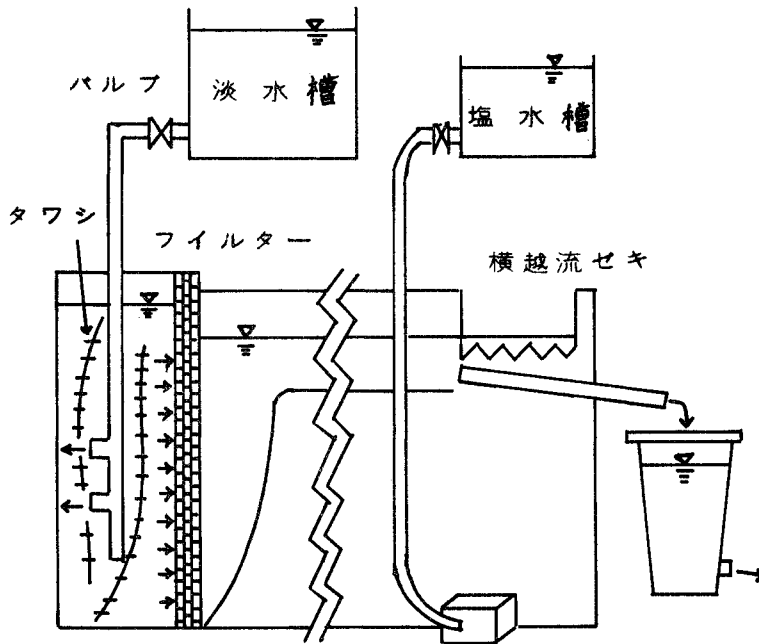


図-4 実験装置

[B] では容積約 5ℓ の淡水貯水槽より連続的に供給している。どちらも、塩水の流出を減少させるため流出端は横越流堰にし、実験を通じて水槽底より減少した塩水の補給がなされている。

水槽 [A]、水槽 [B] では、それぞれ乱流拡散が小さく完全流体に近い場合、乱流拡散の発達した場合の実験を行った。図-4 に水槽 [B] を使用した実験装置の概要が示されている。

模型水槽にあらかじめ塩水を貯留しておき、布製の整流壁を通して淡水を水槽内に流入させる。深さ方向にほぼ一律な流速で流入させるため、整流壁の透過抵抗を大きくし、整流壁前後の水位差を十分に保っている。

実験開始後、数分の後定常的にブリュームが整流壁に

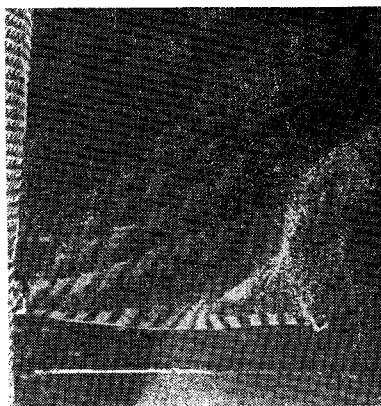


写真-1 水素気泡の写真撮影 (水槽 [A])

沿って上昇するようになった時、すばやく流速および濃度の測定を行う。流速の測定は、水素気泡法 (Hydrogen Bubble Method) により行い、一定の時間間隔で断続的に電極より発生する水素気泡を写真撮影する。写真-1 は、水素気泡法による流速の実測例を示している。時間間隔は、Timer により数種に変換でき、電極には直径 18 μ の白金線を使用した。塩分濃度は、四電極伝導度計により測定し記録計に描かせた。塩水は、密度界面を判定しやすくするためウランで着色している。塩水と淡水の温度は同じにしている。

実験は、塩水濃度および一様流入流速を数種変えて行った。表-1 に各実験の諸元を与える。

(2) 最大流速と噴流幅

最大流速および噴流幅の実測値と理論値を、それぞれ図-5、図-6 で比較している。

図-5、図-6 は、 κ をパラメーターとし、4 種の κ に対する式 (22)~(24) による解析結果と、同時に完全流体の解式 (9) および乱れが十分に発達した領域の解式 (37)、(38) が示されている。

実験値との比較より、 ϵ が増加するにつれ完全流体の解からはずれ、 κ もしだいに増加してゆき乱れが十分に発達した領域の解に漸近してゆく様子が認められる。このことは、後に連行係数の議論においても示される。実験範囲内で κ の値は最大 0.14 から 0.2 程度であり、滲出のない普通の境界層に対する κ が 0.4 であることから、壁面からの滲出により κ が急減することがわか

表-1 実験条件

実験番号	水槽名	v_0 (cm/s)	$\epsilon_0 = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w}$	$\frac{v_0^2}{\epsilon_0 g}$
EXP 1	A	1.80	0.004	0.827
2	~	1.48	0.003	0.745
3	~	1.20	0.002	0.735
4	~	1.43	0.003	0.696
5	~	1.52	0.004	0.589
6	~	1.00	0.002	0.510
7	B	0.83	0.004	0.174
8	~	0.52	0.004	0.069
9	~	0.65	0.007	0.060
10	~	0.64	0.010	0.042
11	~	0.24	0.002	0.028
12	~	0.45	0.008	0.026
13	~	0.45	0.010	0.021

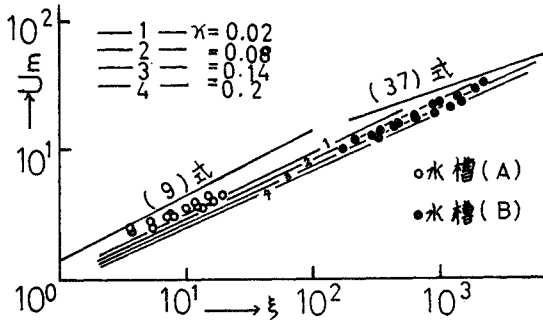


図-5 最大流速

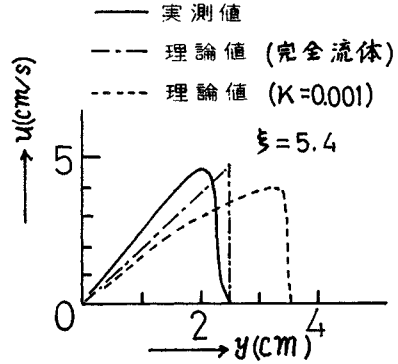


図-7 流速分布 $\xi=5.4$ (水槽 [A])

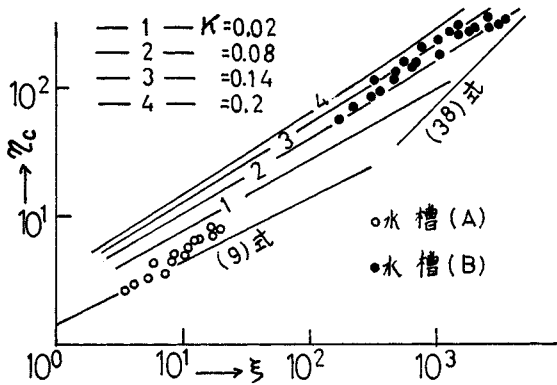


図-6 噴流幅

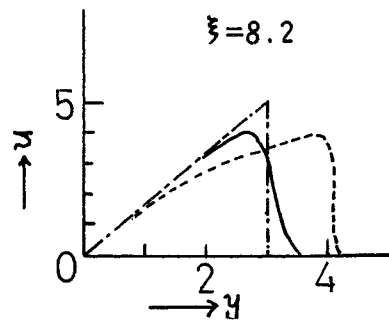


図-8 $\xi=8.2$

る。このような κ の小さな流れに Reynolds の相似を適用する明確な根拠はないが、流れは完全に乱流に遷移しているので近似的に適用した。

水槽 [A] での実験結果は、 κ が 0.02 以下でむしろ完全流体に近い状態となっている。これは、滲出の影響とともに流れの Reynolds 数が小さいため乱れが十分に発達してないことにも起因している。

このことは、密度界面の混合状態が、渦が間欠的に発生する程度であることから予想される。

水槽 [B] による実験では、 κ は 0.14 程度の値であり、密度界面も完全に乱れ、流れの Reynolds 数の考慮からも流れは完全に乱流状態であることを示す。

(3) 流速分布

図-7 から図-10 までは、水槽 [A] で得られた流速分布の実測値と、理論解析により得られた値を比較して示している。 ξ が 10 以下の時は、完全流体の解が実測値と一致し、 ξ が 10 を越えると、むしろ乱流拡散を考慮し、 $\kappa=0.001$ とした時の解が実測値をよく説明している。このことは、図-5 および図-6 でもわかることであるが、 ξ が増加するにつれ、急速に乱流拡散の影響が強まり完全流体とみなし得なくなることを示している。

一方、図-11 から図-14 までは、水槽 [B] で得ら

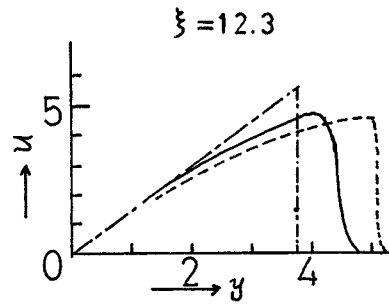


図-9 $\xi=12.3$

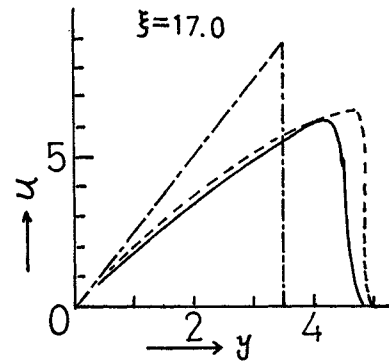


図-10 $\xi=17.0$

れた値と $\kappa=0.14$ としたときの理論値とを比較して示している。 ξ が増加するにつれ最大流速の位置が壁面に接近する様子が認められるが、多少理論値の方がより壁面に接近する結果となっている。流速分布形の仮定(13)が、実際の現象を説明するには多少の無理があるためと考えられるが、実用上はこの程度の一致をみれば十分といえる。

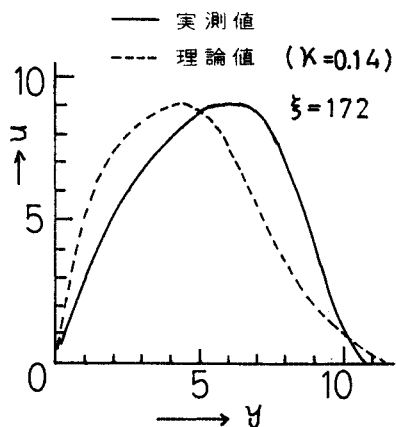


図-11 流速分布 $\xi=172$ (水槽 [B])

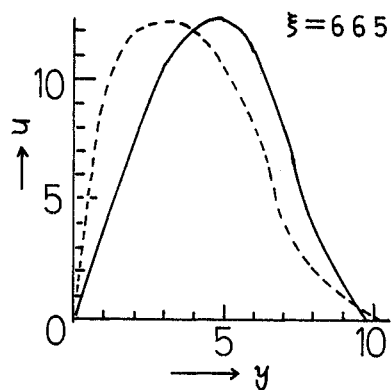


図-12 $\xi=665$

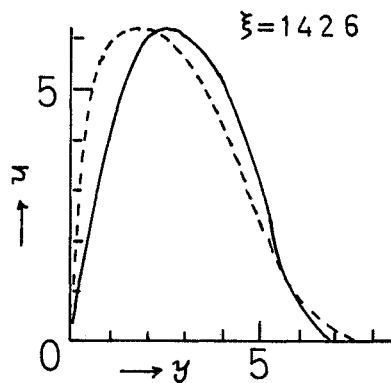


図-13 $\xi=1426$

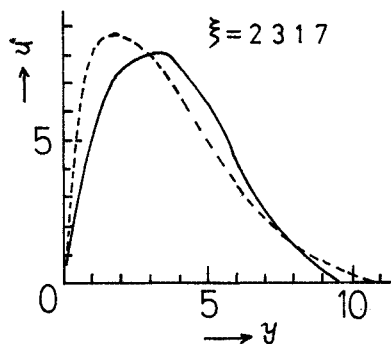


図-14 $\xi=2317$

(3) 質量欠損分布

水槽 [A] による実験では、密度界面での混合は大きな渦が断続的に発生する程度であり、密度界面近くまで流入水の密度 ρ_w が保たれているものと考えられる。ここでは、水槽 [B] での四電極伝導度計による質量欠損分布の実測値と、 $\kappa=0.14$ とした時の理論値が、図-15 から図-18 で比較されている。実測値の方がいくぶん

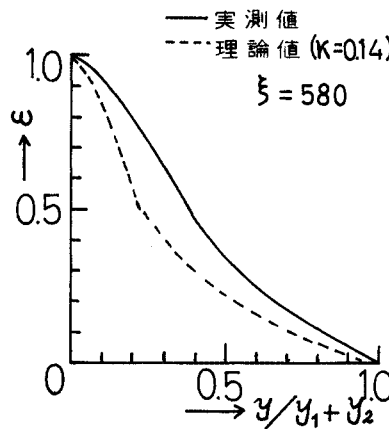


図-15 質量欠損分布 $\xi=580$ (水槽 [B])

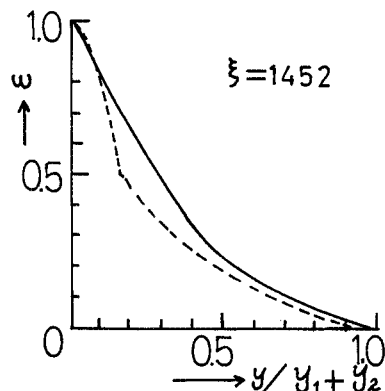


図-16 $\xi=1452$

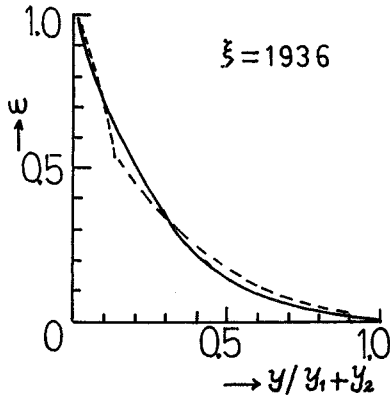


図-17 ξ=1936

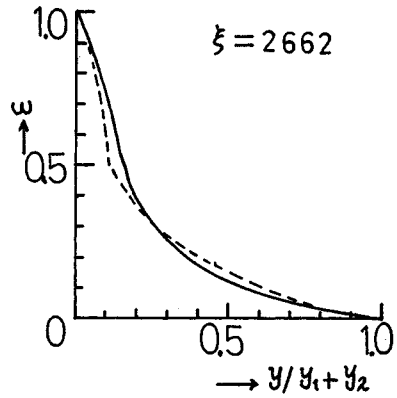


図-18 ξ=2662

大きな質量欠損分布を与えているが、(2)で実測値の最大流速点がより壁面から離れていることに対応している。

式 (13) で仮定された質量欠損分布は、最大流速点で分布が不連続になり、かつ $\epsilon = \epsilon_0/2$ となっているが、実用上はこの程度の仮定で十分であることが同様にいえる。

(4) 連行係数

連続の式 (12) は、噴流幅にわたって積分し連行係数

E を使用すれば次式のように書ける。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{y_c} u dy \right) = E \frac{1}{y_1 + y_2} \int_0^{y_1 + y_2} u dy + v_0 \dots (42)$$

式 (42) に分布形の仮定式 (13) を代入すれば、

$$\begin{aligned} & \left(\frac{2}{\pi} y_1 + \frac{1}{2} y_2 \right) \frac{du_m}{dx} + \frac{2}{\pi} u_m \frac{dy_1}{dx} + \frac{1}{2} u_m \frac{dy_2}{dx} \\ & = E \frac{2 y_1 / \pi + y_2 / 2}{y_1 + y_2} u_m + v_0 \end{aligned}$$

となり、さらに式 (21) を代入すれば、

$$\begin{aligned} \frac{E}{\kappa^2} &= \frac{\eta_1^* + \eta_2^*}{2 \eta_1^* / \pi + \eta_2^* / 2} \left[\left(\frac{2}{\pi} \eta_1^* + \frac{1}{2} \eta_2^* \right) \frac{dU^*}{d\xi^*} \right. \\ & \left. + \frac{2}{\pi} U^* \frac{d\eta_1^*}{d\xi^*} + \frac{1}{2} U^* \frac{d\eta_2^*}{d\xi^*} - 1 \right] \dots (43) \end{aligned}$$

を得る。式 (22), (23), (24) の解析結果を式 (43) に代入し、 κ をパラメーターにして連行係数 E を表示すれば図-19 となる。同図には、水槽 [B] による実測結果も同時に示している。

実測値は、前述と同様に $\kappa = 0.14$ の解析値の周辺にプロットされ、 ξ が増加するにつれ連行係数 E はしだいに減少している。図-19 より、プリュームが上昇し ξ が十分大きくなれば、 E は 0.1 漸近することがわかり、このことから、乱れが十分に発達した領域において $E = 0.1$ としてよいことがわかる。

(5) 壁面抵抗

滲出のある固体壁の抵抗が滲出のない場合に比べて著

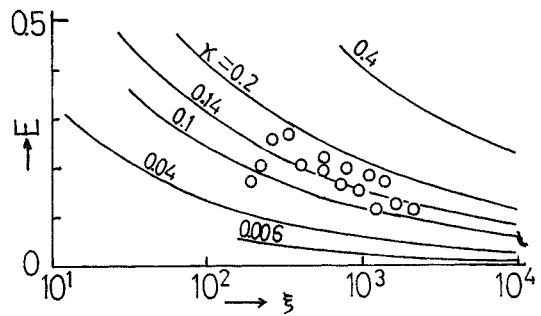


図-19 連行係数

しく小さくなることは、航空工学の分野でもかなり知られたことである⁶⁾。前述の解析において、壁面抵抗はすべて無視しているが、ここでは運動量の保存を考慮して実験的にそのことを確かめる。

水槽 [A] では、流速分布が非常に完全流体に近く壁面抵抗もきわめて小さいと考えられるので、水槽 [B] による実験が考察の対象となる。

x 方向の運動方程式は、せん断応力 τ を使用して次式で与えられる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = \epsilon g + \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial \tau}{\partial y} \dots (44)$$

式 (44) を連続の式 (12) および境界条件式 (17) を考慮し、噴流幅にわたって積分すれば、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{y_c} u^2 dy \right) = g \int_0^{y_c} \epsilon dy - \frac{\tau_w}{\rho_w} \dots (45)$$

ここに、 y_c は噴流幅で τ_w は壁面せん断応力である。 ϵ_m を断面平均値とし、 $\epsilon_m = \beta \epsilon_0$ とすれば、式 (45) は、

$$\tau_w / \rho_w = \beta \epsilon_0 g y_c - \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_0^{y_c} u^2 dy \right) \dots (46)$$

となる。 β の値は、質量欠損の実測より図-20 に与える。図-21 には、実測値より求めた式 (46) の右辺第 1

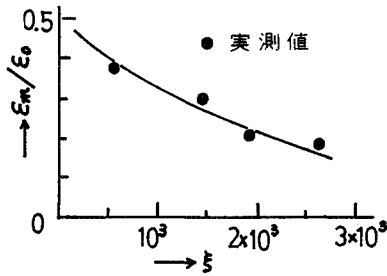


図-20 $\beta = \epsilon_m / \epsilon_0$ の決定

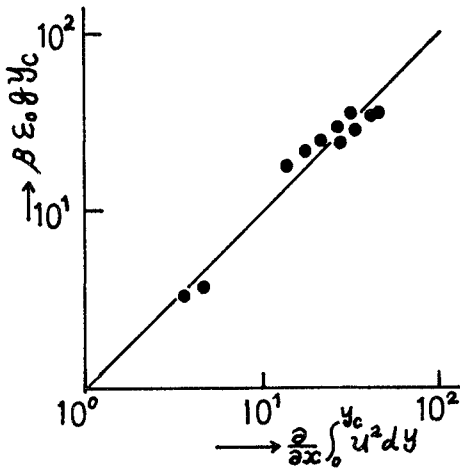


図-21 壁面せん断応力

項と第2項の関係を与えている。流速の測定精度を考えた時、きわめて粗い議論であるが、実験でもほぼ壁面抵抗は無視できると考えられる。

4. むすび

横流式沈殿池において、流入水と池内水の温度差に起因して発生する密度流に関して議論を進めてきたが、これにより整流壁を通り水槽底あるいは自由表面に衝突後生ずる水平密度流の初期条件を確定できる。

解析において、整流壁上の抵抗は無視している。このことは、粗い議論であるが実測値によっても確かめられ、Karman 定数が滲出のない境界層に比べて著しく減少することからも説明される。

厳密に言えば、流速分布および質量欠損分布の仮定に多少の問題は残るけれども、最大流速および噴流幅に関してはこの程度の議論で十分説明できる。

本論文の理論計算には、九州大学大型電子計算機 FACOM 230-60 を使用したことを付記する。

記号説明

x : 水槽底に沿って下流向きにとった座標

y : 水槽底より鉛直上向きにとった座標

u : 流速の x 成分

v : 流速の y 成分

v_0 : 一様流入流速

p : 圧力

p_b : 水槽底の圧力

ρ_s : 池内水 (塩水) の密度

ρ_w : 流入水 (淡水) の密度

ρ : プリユーム内の密度

ϵ : $(\rho_s - \rho) / \rho_w$

ϵ_0 : $(\rho_s - \rho_w) / \rho_w$

ψ : 流関数

y_1 : 整流壁面より最大流速点までの距離

y_2 : 最大流速点より密度界面までの距離

y_c : 噴流幅 ($y_c = y_1 + y_2$)

u_m : 最大流速

u_1 : $0 < y < y_1$ における流速の x 成分

u_2 : $y_1 < y < y_1 + y_2$ における流速の x 成分

v_1 : $0 < y < y_1$ における流速の y 成分

v_2 : $y_1 < y < y_1 + y_2$ における流速の y 成分

ϵ_1 : $0 < y < y_1$ における ϵ の値

ϵ_2 : $y_1 < y < y_1 + y_2$ における ϵ の値

κ : Karman 定数 g : 重力加速度

ξ : $\epsilon_0 g x / v_0^2$ ξ^* : $\kappa^2 \epsilon_0 g x / v_0^2$

η : $\epsilon_0 g y / v_0^2$ η_c : $\epsilon_0 g y_c / v_0^2$

η_1^* : $\kappa^2 \epsilon_0 g y_1 / v_0^2$ η_2^* : $\kappa^2 \epsilon_0 g y_2 / v_0^2$

U : u / v_0 U_m : u_m / v_0

U^* : $\kappa^2 u / v_0$ V : v / v_0

E : 連行係数

c_1, c_2 : 流速および質量欠損分布形により決まる定数

τ : せん断応力 $\beta = \epsilon_m / \epsilon_0$

τ_w : 壁面せん断応力

参考文献

- 1) Fisherstrom, N.H. : Proc. of A.S.C.E. Vol. 81, p. 687, 1955.
- 2) 中川義徳 : 水道協会雑誌, No. 333, p. 28, 昭 37.
- 3) 中川義徳 : 水道協会雑誌, No. 258, p. 9, 昭 31.
- 4) 栗谷陽一・楠田哲也 : 土木学会論文集, Vol. 168, p. 25, 1966.
- 5) 甲藤好郎 : 伝熱概論, p. 137, 養賢堂, 1972.
- 6) Dorrance, W.H. and Dore, F.J. : Journal of Aeronautical Sciences, Vol. 21, p. 404, 1954.
- 7) 椿東一郎・小松利光 : 第 28 回土木学会年次学術講演会概要集, p. 359, 昭 48.

(1975. 3. 17・受付)