

最適道路ネットワークの構成手法

STUDIES ON OPTIMAL ROAD NETWORK DESIGN

飯 田 恭 敬*

By Yasunori IIDA

1. ま え が き

本文でいう最適道路ネットワークの構成とは、交通量の発生・集中点およびその間の OD 交通量が与えられたとき、これら交通量の効率的処理をねらいとするある目的関数が最大あるいは最小となる道路網形態の決定をいう。このとき、制約条件の有無は問わない。この実際面への応用としては、現状道路網に対する運用計画やある地域を対象とした道路網建設計画が考えられる。たとえば、道路網運用計画を例にとり、交差点の右左折直進禁止および道路区間の一方通行制の採用により、既存道路網の利用可能トリップ数を最大化したい場合を考えると、この問題は各交差点の進行規制および一方通行道路区間をどのような組合せで採用するかということになる。つまり、この問題は組合せ最適値問題となる。すでに一般的な組合せ問題の最適値は分岐限界法 (Branch and Bound Method) によって求められることがわかっているが、その求解過程において選択すべき組合せの変更を行う分岐の際の限界値を合理的に設定しておかないと、悪くすれば膨大なほとんどすべての組合せを検討しなければならないことになる。また、分岐限界法では演算が進行しても、分岐してできた既存組合せをすべて記憶しておかねばならないため、電子計算機で演算処理するとしても膨大な記憶容量が必要とされる。一方、インプットとして与えられる OD 交通量は常に一定値を有する定常的なものではなく変動するものである。このように、分岐限界法で現実の道路網計画を厳密に策定することはきわめて困難であるし、またたとえ解が得られたとしても、その最適性の保証はかなり不安定である。したがって、実際面からは少ない計算量でしかもできるだけ最適解に近い解 (近似解) が得られる実用的手法の開発が要請される。

本論文ではかかる観点より、建設費の制約下における総走行距離最小化を目的とした最適道路網問題を対象にしぼり、はじめに分岐限界法を適用した厳密最適解法を示したあと、2つの近似解法について論ずる。特に近似解法については、局所的最適解に落ち込むことを極力回避できる DP 的探索法を提案している。最適道路網構成に関する問題設定としては上記の対象以外に種々な内容が考えられるが、これらの手法はそのいずれに対してもかなりの適応可能性をもつものである。

2. 過去の研究

これまでの研究をみてもとおおまかには2つに分類される。1つは実用ということよりも真の最適道路網形態 (厳密最適解) が系統的に探索できる方法論の開発であり、他の1つは厳密最適解が得られる保証がなくてもできるだけそれに近い道路網形態を得るという実用性に重点を置いた手法開発である。前者には、たとえば Scott や Ridley の研究がある。Scott は道路総延長が与えられたとき、総走行距離が最小となる道路網構成の問題を整数計画で定式化し、分岐限界法を用いて解けることを示している¹⁾。また、同じ問題に対して Backtrack 法による解法も別に提案している²⁾。Backtrack 法では完全連結網から順次リンク (道路区間) を除去していくが、このときある約束のもとに除去するリンクの順番およびそれらの組合せを同一組合せがないようにしてあらかじめ組合せトリーで表わして用意しておく。いまある道路網形態の道路総延長が所与の値以下であるとき、これを実行可能網ということにすると、この組合せトリー上のある道すじに沿って実行可能網に到達するまでリンクの除去操作を行う。そして、この状態に至ればこの道についての以降の計算は打切る。なぜなら、それ以上リンクを除去すると、実行可能網であることに変わりはないが、総走行距離は必ず増大し、最適値から遠ざかるこ

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部建設工学科

とになるからである。そして次に、いま計算を進めてきたトリー上の道を1つ出発点のほうに手前に戻り、次の道について同様な操作を続け、これをすべての道について探索しおえるまで行う。つまり、この方法は組合せトリー上でリンクを順次除去するという分岐操作と、別の道に移る Backtrack 操作から成っている。そして、最適道路網は各道の終端状態の道路網形態のうちで総走行距離が最小なるものを選べばよい。

また、Ridley は総走行時間を最小にするための既存道路網の改良政策について興味ある手法を提示している³⁾。このとき、改良総延長距離が制約として与えられている。その方法では、道路網を構成するすべての道路区間が改良された状態から計算を出発し、1つずつ改良道路区間数を減らして所定の改良総延長距離内におさまるまで行う。これは改良道路区間数が減ると、総走行時間が必ず増大するという性質を利用することによって効率的な演算処理が行えるからである。すなわち、 m 個の道路区間の改良がなされたある1つの道路網形態の総走行時間は、この形態に移行可能な $m+1$ 個の改良道路区間を有するどの道路網形態の総走行時間よりも等しいかあるいは大きい。したがって、移行可能な前段階道路網形態のうちその最大総走行時間をそれぞれの改良道路網形態について記憶しておけば、いま対象とする道路網形態のその値がすでに求まっている同段階の他の改良道路網形態の総走行時間よりも大であるとき、この道路網形態については改めて総走行時間を計算する必要がなく省略できる。このように改良道路区間数が定められると、そのすべての改良道路区間の組合せについて、それぞれの総走行時間の下限値を前段階の移行可能な道路網形態から設定して次々に計算を進めていく。しかし、この方法ではある程度の計算省略は可能としても、組合せについては一応すべてを検討しなければならないことになっているので、実際への適用はやはりかなり困難である。

一方、近似解法についてはこれまで数多くの研究がなされてきている。たとえば、Scott は先の問題に対し、最小スパニングトリーの道路網形態から、各計算段階で総走行距離の減少量が最大となるリンクを逐次1本ずつ付け加えていくという Forward 法と、逆に完全連結網から総走行距離の増分が最小となるリンクを各段階で1本ずつ取外していくという Backward 法を提案している。そして、この Backward 法に Forward 法を組合せて用いるともっとよい最適解が得られる可能性があるとして予想しているが、Backward ルーチンから Forward ルーチンに移るのはまれで、たいていは Backward ルーチンのみで解の探索は終わってしまうことを確認している。また、上の2つの近似解法を比較すると、Backward 法

のほうがよりよい最適解が得られると述べている。さらに、局所的最適解から抜け出す方法として強力な摂動法を用いることを勧めている。

Billheimer および Gray は道路建設費用と総走行費用の和を最小とする最適道路網の問題に対して、Scott の用いた Backward 法と Forward 法に類似したリンク除去ルーチンとリンク付加ルーチンを組合せて繰返し行うという方法を提案している⁴⁾。この方法は各計算段階で建設費用(固定費用)の上限値および下限値を求めておき、これから明らかに最適道路網を構成しないと思われるリンクおよび構成すると思われるリンクを探索して、計算効率を一層高いものになっている。そして同時に、固定費用と変動費用(走行費用)の重み変化が最適道路網構成にどのように影響を及ぼすかを論じている。

上掲の方法はいずれも容量制約のない、すなわち、リンク建設費用がリンク需要交通量とは無関係に一定とした場合であるが、実際には需要交通量によって各リンクの必要車線数は異なり、したがって建設費も違ったものとなってくる。このことを考慮したものに佐佐木・前島の方法がある⁵⁾。そこでは建設費と総走行費用(距離)がほぼ比例することに着目し、建設費用を評価基準とした道路網構成法を論じている。まず一点集中型 OD に対し、最適トリー型道路網形態の探索法について、ランダムサーチによる方法と、近傍トリーを順次調べていくという方法を述べ、その結果として後者が効率的であるとしている。また、一般的な OD に対しては、OD 交通量の異なるノードペア間から順にリンクを付け加え、トリー型道路網が構成されると以後は同様にして建設費が減少するリンクのみを逐次付け加えていくという方法を示している。

以上、既存の主な手法について述べてきたが、これらはすべてリンクを1本ずつ単純に取付けたり取外したりする操作で、できるだけ少ない計算回数で最適解に近い道路網形態を得ようとするものである。しかし、このような操作を採用するかぎり次節で示すように局所的最適解に落込んで全域的最適解に到達できないことが起こり易い。したがって、実用的手法といえども極力このような事態になることを避ける工夫が必要であり、本研究はこうした点に留意したものである。

3. 全域的最適道路網と局所的最適道路網

ある道路網形態が他のどのような道路網形態よりも最適であるとき、これを全域的最適であるという。これに対して、近傍の道路網形態に対してのみ最適であるとき、この道路網形態を局所的最適であるという。ここに近傍の道路網形態とは、ある道路網形態を構成する任意

のリンクを1本取外ずし別に新たなリンクを1本付け加えて作られる道路網形態をいう。先にリンクを1本ずつ単純に付け加えたり除去したりする操作だけでは必ずしも全域的最適道路網が得られる保証のないことは少しふれたが、以下でその簡単な例を示しておく。

いま総走行距離を最小にするような道路網形態の探索を試みに次のような手順で第2段階まで行うとする。すなわち、建設可能な最大網から出発して、まず第1段階で各構成リンクを1本ずつ除去し、そのうちで総走行距離が最小となる道路網形態を選び出す。そして次に第2段階として、この新しく作られた道路網形態から同様にリンクを1本ずつ取外すことを行い、その中で最適なる道路網形態を取出す。表-1のOD表と図-1の建設可能最大網を与えて、その計算結果を示したのが図-2である。第1段階では(4)の道路網形態が取出され、第2段階での最適解としてはこれより作成される(8)の道路網形態となり、その総走行距離は2380kmとなる。しかしながら、第1段階で得られる道路網形態(1)

表-1 OD表

1	2	3	4	
—	40	50	30	1
	—	60	70	2
		—	80	3
			—	4

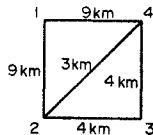


図-1 建設可能最大網と道路区間長

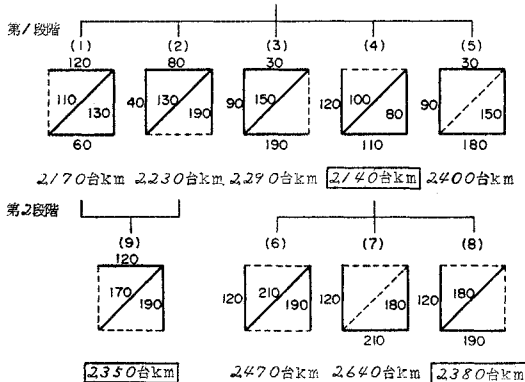
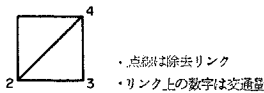


図-2 単純多段階決定過程による総走行距離最小化道路網の計算例

および(2)からリンク2-3, 1-2をそれぞれ除去すると、総走行距離がさきの値よりも小さい2350kmとなる道路網形態(9)が得られる。このことから単純な逐次多段階決定過程では最適解を見落す可能性が多分にあることが理解できる。

もう一つ、今度は建設費最小を目的とする最適道路網を求める問題について、その全域的および局所的最適解

表-2 OD表

1	2	3	4	
—	50	0	300	1
	—	300	800	2
		—	50	3
			—	4

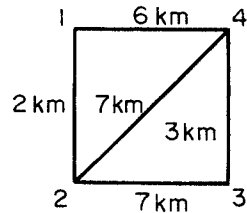


図-3 建設可能最大網と道路区間長

表-3 交通容量および建設単価

車線数	1車線	2車線
交通容量	1000台	2000台
単価 / km	10億円	20億円

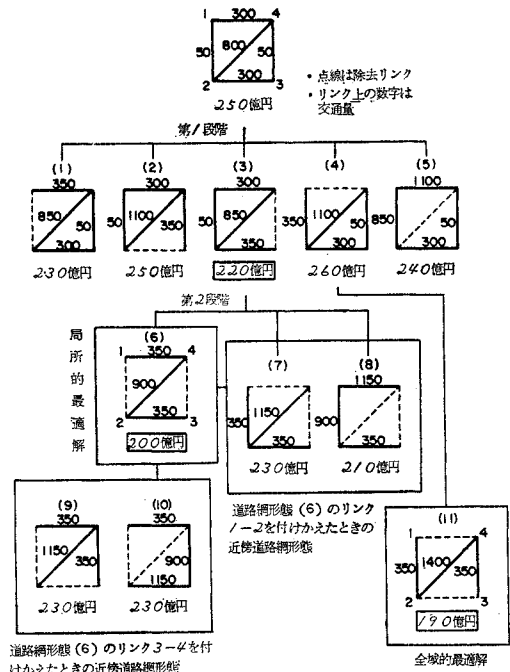


図-4 単純多段階決定過程による建設費最小道路網の全域的および局所的最適解の例

を簡単な例によって示そう。その OD 表と、建設可能最大網および各道路区間長はそれぞれ表—2, 図—3 に与えてある。建設費用については、リンク上の需要交通量によって必要車線数が異なるとし、km あたりの単価を表—3 のように仮定する。計算手順は建設可能最大網から始め、まず第 1 段階として各リンクを 1 本だけ除去したときのすべての道路網形態についてその建設費用を算出する。図—4 はその例題計算を示したものであるが、第 1 段階の結果としては (1) から (5) までの道路網形態となる。次に、これらのうちで建設費が最小なる道路網形態を取出し、この道路網を構成する各リンクを 1 本取除いた道路網形態の建設費用をそれぞれ求める。これが第 2 段階である。この例題では、第 1 段階の結果から (3) の道路網形態が取出され、これより第 2 段階で示す (6), (7), (8) の道路網形態およびその建設費が得られる。この例題ではもはやこれ以上の段階に計算を進めることはできない。なぜなら、この探索手順では段階が進行するにともない道路網を構成するリンク数が減少するようになっていくからで、与えられた建設可能最大網から 3 本以上リンクを除去すると非連結網となるからである。このように各段階で建設費が最小となるリンクを 1 本ずつ順次取除いていくという単純な多段階決定過程では、(6) 案の道路網形態が最適となる。しかし第 1 段階で最も建設費が高かつく道路網形態 (4) からリンク 2-3 を取外すと、建設費が 190 億円となる道路網形態 (11) が得られ、これは上で求められた最適道路網形態 (6) の建設費用 200 億円より安くなる。つまり、この例題では全域的最適解は (11) 案であり、(6) 案は局所的最適解にほかならない。たしかに道路網形態 (6) の建設費はその近傍道路網形態である (7), (8) 案および (9), (10) 案のそれよりも経済的となっている。

従来の実用的な最適道路網探索法は、前節で紹介したようにこのような単純多段階決定過程に類するものがほとんどで、局所的最適解に落ち込む可能性がきわめて高いことがうかがえる。したがって、こうした事態が起こるとしてもできるだけ全域的最適解に近い解が得られるためには、各段階における分岐基準を拡大するか、あるいは構成リンクを同時に 2 本以上除去する道路網変更のルーチンを組込むことを行い、しかもこれが非効率とならないよう工夫することが必要である。

4. 本研究の最適道路網探索法

最適道路網の評価は社会的経済的側面から総合的に行わねばならないが、現状ではそれらの各要因を定量的にとらえることが困難である。そこで本研究では問題をきわめて単純化し、制約条件を建設費、評価関数を総走行

距離と設定する。そして、与件の OD 交通量はオールオアナッシング法で最短経路のみに配分し、各道路区間は交通需要量に見合った車線数で建設するとしている。もちろん既存の研究のように建設費を最小にするとか、建設費と走行費の和を最小にするとといった問題設定もできる。しかしながら、道路はいったん建設されるときわめて長期にわたって供用されるものであり、一時点の投資額を評価基準におくよりも、むしろこれを制約条件として長期的観点からの便益あるいは効用といったものに重点を置いたほうが自然であろう。また、現実の交通現象はオールオアナッシング配分のような単純なものではないが、もし必要とあればもっと実的な配分手法を用いることもできる。制約条件に関しても他の多くの因子を考慮することによってモデルを現実的なものに近づけることも可能である。しかし本研究の目的は、最適道路網構成手法の基本的な開発に主眼があるため、問題の内容がいたずらに複雑化することを避け、あえて上のように単純化したものである。

最適道路網構成の方針としては、すべてのノードペアが直結リンクで結ばれている完全連結網から順次リンクを除去していく方法と、ノード集合のみから成る零グラフから逐次リンクを付け加えていく方法とおおまかには 2 通り存在する。Scott のいう Backward 法および Forward 法はそれぞれ前者、後者の方法に相当する。本方法では Backward 法を採用し、また出発点となる道路網形態は建設可能最大網からとする。その理由は、最適道路網形態は連結網であることから、その構成リンク数は少なくともトリー構成リンク数以上でなければならないため、この方が Forward 法よりは計算量が少なく済むと考えられるからである。このことは Scott も指摘している²⁾。加えて Backward 法では統一的な規準で計算を進めていくことができるが、Forward 法では連結網に達するまでのリンク付加規準が明確でないからである。また、出発状態を完全連結網としないのは、説明するまでもなく社会的制約や経済的制約から不可能であり、建設可能な道路網形態から探索を始めるのが現実的であるからである。

以下に全域的最適解を求めるための分岐限界法による探索法と、精度の良い最適解を求めることをねらいとした近似解法を 2 つ、あわせて 3 通りの方法について述べる。

(1) 分岐限界法による探索法

(1) はじめに、建設可能最大網 G^0 を与え、これを最初の分岐道路網 G_0^1 とする。これが第 1 段階での変換基底道路網となる。

(2) b 段階分岐道路網 G_0^b から i 番目リンク L_i を

除去する道路網変換 $G_0^b - L_i$ を行うにあたり、 L_i が G_0^b のもととなっているかどうか調べる。もとであるなら (3) へ、そうでないなら (8) にとぶ。

(3) 変換道路網が連結であるかどうか判定する。連結なら (4) へ、非連結なら (8) へうつる。

(4) 変換道路網が既出かどうか調べる。既出なら (8) へ、そうでないなら (5) へとぶ。

(5) 道路網変換 $G_0^b - L_i$ を実行し、これを b 段階分岐道路網より作られた r 番目変換道路網 G_r^b とする。

(6) G_r^b の建設費 $C(G_r^b)$ がその制限額 C_0 内であるかどうか検討する。制限内であれば、この G_r^b を a 番目実行可能網 \hat{G}_a^* として特別に記憶しておく。制限内でないときはそのまま (7) に進む。

(7) いま除去した L_i をもとに戻して道路網を再び G_0^b としておく。

(8) G_0^b に対して、それを構成するすべてのリンクについて変換操作が検討されたなら (9) へ、そうでないなら (2) に戻り、次リンク L_{i+1} について同様な手続きを行う。

(9) いままでリンク除去されてきたすべての道路網形態のうち、その総走行距離が最小なるものを次段階の分岐道路網 G_0^{b+1} とする。ただし、既出の分岐道路網 $G_0^b (b=1 \sim b)$ は除かれる。

(10) G_0^{b+1} がいずれかの既出実行可能網 (そのうちで総走行距離が最小のものとなることは自明) と同一と

なるかどうか調べる。同一となるときは、この G_0^{b+1} が最適道路網形態 G_{opt} となる。そうでないときは (2) に戻って同様な操作を続ける。

この計算フローチャートは図-5 に示してある。ここで得られる解が真の最適道路網形態であることは次のように説明できる。

この方法では、道路網変換をリンク除去操作で行っていることと、交通量配分を最短経路法で行っていることから、道路網変換すると迂回を余儀なくされる交通が必ず出現し、その結果総走行距離も変換前に比べて必ず増大する。したがって、新たな分岐道路網 G_0^{b+1} が建設費条件を満足する既存の実行可能道路網形態のどれかと一致するとき、この一致する実行可能網の総走行距離はそれまでに探索されてきたあらゆる道路網形態のうちで最小である。ただし、既出の分岐道路網形態を除く。すなわち、この実行可能網以外の道路網形態の総走行距離はいずれもこれ以上の値を有するから、そのような道路網形態から変換操作を行っても、いま求められた最小総走行距離よりも小さくなる実行可能道路網形態はあり得ない。よって、 $G_0^{b+1} = [G_a^* | \min \{D(\hat{G}_a^*)\}]$ なる G_a^* が真の最適道路網形態となる。

この方法は Scott の Backtrack 法に類するものであるが、次の点において異なっている。まず、Backtrack 法ではあらかじめ同一組合せが生じないように除去リンクを組合せトリー上に用意しておくが、本方法ではリンク組合せが既出かどうかを判定するルーチンを別に組込んでおいた。これは、リンク交通量を両方向合計した形で取扱う場合、組合せトリーを使うことは探索組合せ数を少なくするという点で有効であるが、リンク交通量を方向別に取り扱う場合は組合せトリーの作成は複雑となり、それほどメリットを有するとは思えない。また、この組合せトリーを用いることが逆に最適解の探索に非効率さをもたらすからである。なぜなら、Backtrack 法では、組合せトリー上において根ノードから出発して最初に実行可能解に到達する枝までのすべてのパスを探索しなければならないので、余分な実行可能解までも多数求める必要があるからである。しかし、本方法ではこれが最小限で済む。

(2) 近似解法 I による探索法

建設可能最大網 G^0 から出発し、各段階で総走行距離増分が最小となるリンクを 1 本ずつ順次取外ずし、これを建設費が制限内におさまるまで行うという単純な多段階決定過程による方法では、全域的最適解を得ることがきわめて困難であることはすでに述べたとおりである。そこで、局所的最適解しか得られないにしても、この方法を生かしてできるだけ全域的最適解に近い道路網形態を

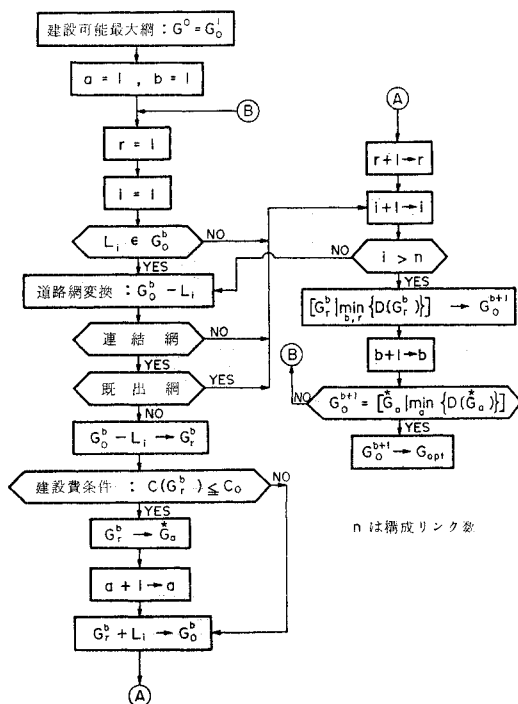


図-5 分岐限界法による最適道路網探索のフローチャート

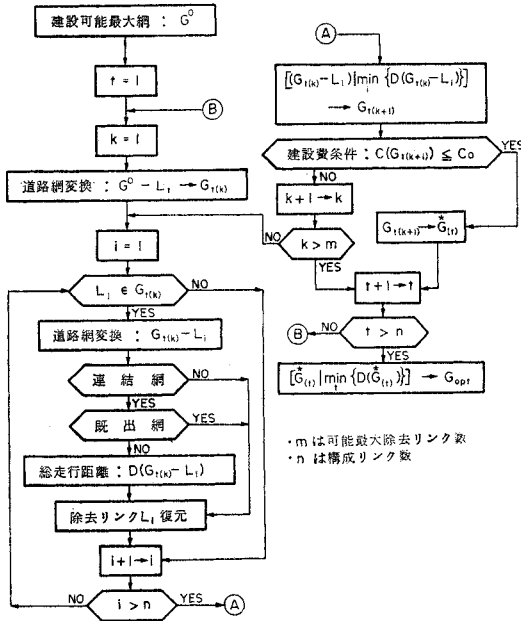


図-6 近似解法 I による最適道路網探索のフローチャート

求めるには、その1つの方法として数多くの初期道路網形態を与えることが考えられる。これが以下に述べる近似解法 I である。図-6 はそのフローチャートである。

(1) 建設可能最大網 G^0 (構成リンク数を n とする) を与える。

(2) G^0 から t 番目リンク L_t を除去した道路網形態 $G_{t(k=1)}$ を初期段階 ($k=1$) の変換道路網とする。

(3) k 段階の変換道路網 $G_{t(k)}$ からリンク L_i ($i=1 \sim n$) をそれぞれ除去する道路網変換 $G_{t(k)} - L_i$ を行い、そのうちで総走行距離が最小なるものを次段階の変換道路網 $G_{t(k+1)}$ とする。

(4) $G_{t(k+1)}$ の建設費 $C(G_{t(k+1)})$ がその制限費用 C_0 以内であるかどうかを検討する。制限内でないときは (3) に戻り、 $k+1$ 段階について同様な操作を行う。制限内のときは (5) に進む。

(5) $G_{t(k+1)}$ を実行可能網 G_{t+1}^* とおき、これを別に記憶する。

(6) $G_{t(k)}$ の t が n に達しているかどうか調べる。達しているなら (7) へ、達していないなら t を $t+1$ として (2) に戻る。

(7) G_{t+1}^* でその総走行距離が最小なる道路網形態を最適道路網 G_{opt} とする。

(3) 近似解法 II による探索法

この探索法は計算内容がダイナミックプログラミング (DP) となっていることから DP 的近似解法ともよんでいる。ここで DP を用いているにもかかわらず、わざわざ近似解法とことわっているのは、最適道路網探索のようないわゆる組合せ最適値問題は、DP 応用の前提となる最適性の原理が成立しないため、真の最適解が得られ

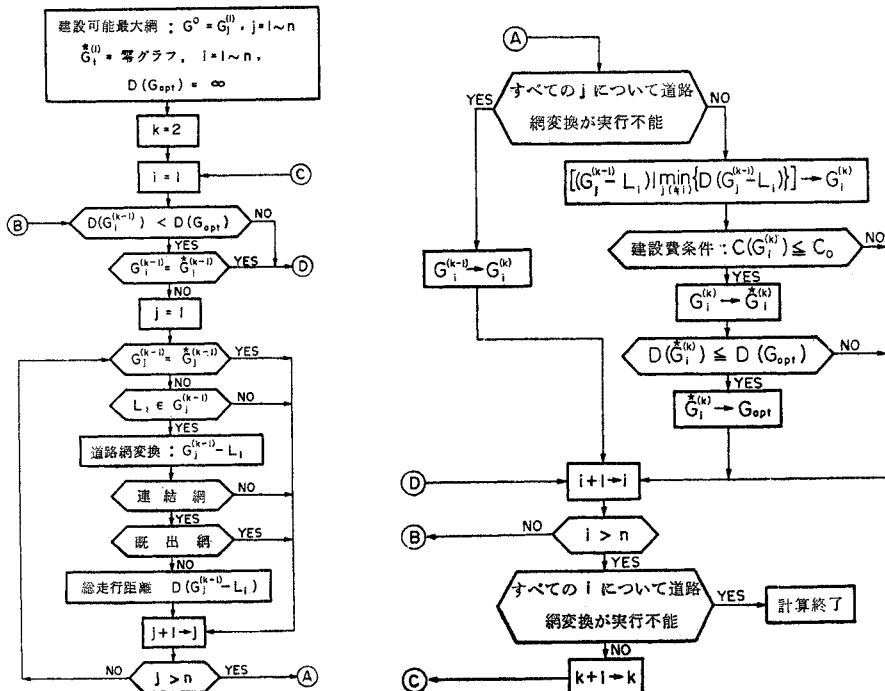


図-7 DP 的近似解法 (近似解法 II) の計算フローチャート

る保証がないからである。この手順のあらましを以下に述べる。詳細については図-7 のフローチャートに示してある。

(1) 建設可能最大網 G^0 を与える。

(2) まず初期段階において G^0 からその構成リンクを各1本のみ除去した道路網形態 $G_j^{(1)}$, ($j=1, \dots, n$) を作る。ただし, G^0 の構成リンク数を n としている。

(3) 第2段階では各 $G_j^{(1)}$, ($j=1, \dots, n; j \neq i$) からリンク L_i を除去し, そのうちで総走行距離最小なる道路網形態を $G_i^{(2)}$ とする。これをすべての i について行う。すなわち,

$$G_i^{(2)} = [G_j^{(1)} - L_i] \min_{j(\neq i)} \{D(G_j^{(1)} - L_i)\},$$

$$(i=1, \dots, n)$$

(4) 一般に, 第 k 段階では同様にして

$$G_i^{(k)} = [G_j^{(k-1)} - L_i] \min_{j(\neq i)} \{D(G_j^{(k-1)} - L_i)\},$$

$$(i=1, \dots, n)$$

が得られる。このとき $G_j^{(k-1)}$ がすでに建設費制約を満たしておれば $G_j^{(k-1)} - L_i$ なる道路網変換は行わない。

(5) $G_i^{(k)}$ の建設費 $C(G_i^{(k)})$ がその制限値 C_0 内におさまるかどうかが判定する。制限内でないときはそのまま次の操作を続けるが, 制限内のときは $G_i^{(k)}$ を実行可能網 $\overset{*}{G}_i^{(k)}$ として特別に記憶する。

(6) $\overset{*}{G}_i^{(k)}$ の総走行距離 $D(\overset{*}{G}_i^{(k)})$ がいままでの計算過程で得られた一時的な最適道路形態のそれよりも小さいかどうか調べる。もし小さければ, この $\overset{*}{G}_i^{(k)}$ を新たな一時的最適道路網 G_{opt} とおく。大きければ, この操作は行わず, 次の手順に進む。

(7) このように第 k 段階でリンク L_i を除去するという道路網変換操作を続けるが, そのとき以下のような場合は L_i に対する道路網変換を実行しない。

㊸ $k-1$ 段階の道路網形態 $G_i^{(k-1)}$ の総走行距離が $D(G_{opt})$ を上回っているか等しいとき, すなわち, $D(G_i^{(k-1)}) \geq D(G_{opt})$ のとき。

㊹ $k-1$ 段階の道路網形態 $G_i^{(k-1)}$ の建設費がすでにその制限内におさまっているとき, すなわち, $G_i^{(k-1)} = \overset{*}{G}_i^{(k-1)}$ のとき。

(8) すべての L_i に対して道路網変換が実行できないとき, そこで計算を終了し, その時点での G_{opt} を最適道路網として採用する。

上の計算手順において, (4) で $G_j^{(k-1)} = \overset{*}{G}_j^{(k-1)}$ のとき, リンク L_i に対する $G_j^{(k-1)} - L_i$ なる道路網変換はしないとしているが, これはすでに $G_j^{(k-1)}$ が実行可能網であり, これからさらにリンク除去を行っても総走行距離は増大するため, $D(G_{opt})$ より小さな $D(G_j^{(k-1)} - L_i)$ が出現し得ないことは明らかであるからである。また, 計算手順(7)の㊸,㊹のような状態になったと

き, リンク L_i に対する道路網変換を実行しないのは, 常に,

$$D(G_i^{(k)}) < D(G_i^{(k+1)}), (i=1, \dots, n) \dots (1)$$

なる関係が成立しているからである。これは以下のように証明できる。道路網変換の定義を用いて,

$$G_i^{(k+1)} = [G_j^{(k)} - L_i] \min_{j(\neq i)} \{D(G_j^{(k)} - L_i)\} \dots (2)$$

$$G_j^{(k)} = [G_h^{(k-1)} - L_j] \min_{h(\neq j)} \{D(G_h^{(k-1)} - L_j)\} \dots (3)$$

と表わしておくと, 式(2)および式(3)から

$$G_i^{(k+1)} = G_i^{(k)} - L_i = G_h^{(k-1)} - L_j - L_i \dots (4)$$

となる。ところで, 道路網変換により総走行距離が増大するという性質と $G_i^{(k)}$ の定義から, 式(5)の関係が得られる。ただし, 等号が成立するのは式(6)が成り立つときである。

$$D(G_i^{(k)}) \leq D(G_h^{(k-1)} - L_i), (h \neq i) \dots (5)$$

$$G_i^{(k)} = G_h^{(k-1)} - L_i, (h \neq i) \dots (6)$$

また, 道路網変換の性質と式(4)から明らかに

$$D(G_h^{(k-1)} - L_i) < D(G_h^{(k-1)} - L_i - L_j) = D(G_i^{(k+1)}), (h \neq i, h \neq j, i \neq j) \dots (7)$$

である。よって, 式(5)および式(7)から

$$D(G_i^{(k)}) < D(G_i^{(k+1)})$$

が成り立つ。

5. 計算例

図-8 の建設可能最大網 G^0 , 表-4 のリンク距離および OD 交通量を与えて, 前節の各方法について例題計算を行ってみる。ただし, 交通量配分は最短経路によるオールオアナッシング法で行い, リンク建設はその需要交通量に見合った車線数だけなされるものとする。また, 車線数, 交通容量および建設単価は表-5 のように仮定し, 建設費制限額を730億円とする。

(1) 分岐限界法

例題計算に入る前に, 前節で述べた分岐限界法を簡単な具体例で示すと図-9 のような手順で進められる。ま

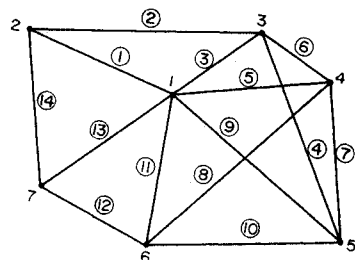


図-8 建設可能最大網とリンク名

表一4 リンク距離および OD 交通量

	1	2	3	4	5	6	7
1		6	3	6	10	5	4
2	737		7	∞	∞	∞	5
3	1474	526		5	9	∞	∞
4	474	53	421		6	8	∞
5	526	263	632	316		7	∞
6	632	105	158	158	316		4
7	1315	632	210	105	421	526	

(注) 右上半はリンク距離 (km), 左下半は OD 交通量 (台), ∞ はリンクが存在しないことを示す。

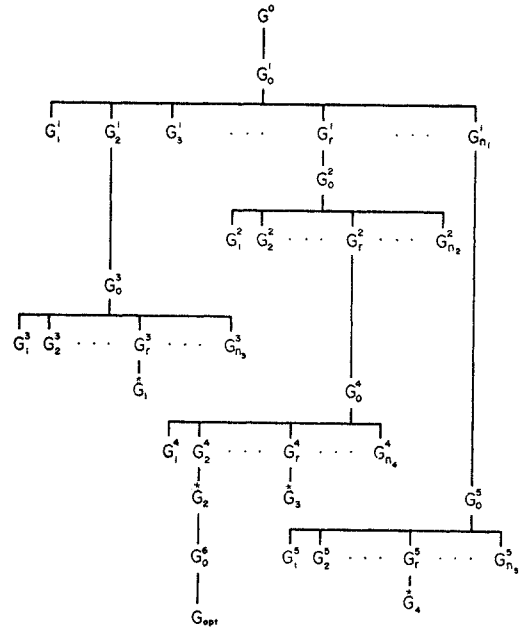
表一5 交通容量および建設単価

車線数	1	2	3	4	5
交通容量	1200	2400	3600	4800	6000
建設費	10	20	30	40	50

単位：交通容量 (台), 建設費 (億円/km)

ず、建設可能最大網 G^0 を第 1 段階の分岐道路網 G_0^1 とし、この道路網を基底として G_1^1 から $G_{n_1}^1$ までの変換道路網が得られる。ここで、それぞれの総走行距離を計算した結果、 G_r^1 が最小であったとすると、この道路網が次の分岐道路網 G_0^2 となり、第 2 段階の変換道路網 $\{G_1^2, \dots, G_{n_2}^2\}$ が求められる。次に、 $\{G_1^1, \dots, G_r^1, \dots, G_{n_1}^1\}$ および $\{G_1^2, \dots, G_{n_2}^2\}$ の中で総走行距離最小なるものを探索すると、これが G_2^1 になるとする。ここで、 G_r^1 は考察の対象から除くことを意味する。そうすると今度は G_2^1 が第 3 段階の分岐道路網 G_0^3 となり、これから $\{G_1^3, \dots, G_{n_3}^3\}$ が得られる。このとき、 G_r^3 が建設費条件を満足しているとする、これを G_1^* とおく。以下の計算段階でこのような道路網形態が出現すると、その出現する順に G_a^* とおく。そして、次に G_0^1, G_0^2, G_0^3 を除いた既存の変換道路網のうち総走行距離が最小なる道路網を G_0^4 とし、以後同様の計算操作を続ける。いま第 6 段階において、分岐道路網 G_0^6 が G_2^4 となり、この G_2^4 が建設費条件をすでに満たしている実行可能網 G_2^* であるとする、この G_2^4 が最適道路網形態となる。

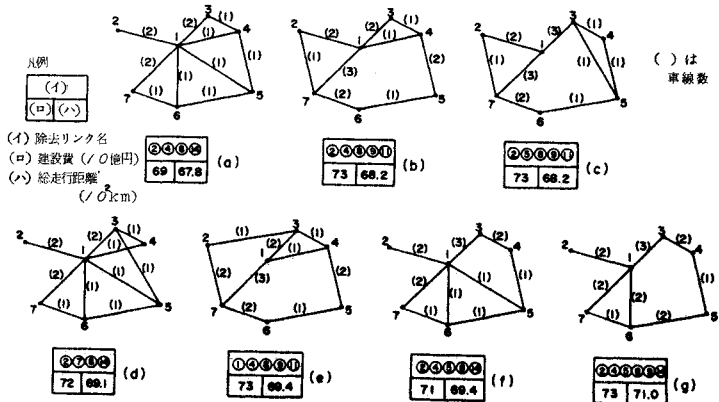
上記例題でこの計算を実行すると、最適道路網形態が得られるまでには、分岐道路網を約 150、変換道路網は約 800 通り探索しなければならない。したがって、その計算過程の詳細を示すことは省略するが、実行可能網としては図一10 のような 7 通りの道路網形態が得られる。明らかに、最適道路網形態としては (a) が取出される。



図一9 分岐限界法による計算手順を示す例

(2) 近似解法 I

近似解法 I による上掲例題の計算結果の一部を図一11 に示す。まず建設可能最大網 G^0 から 1 番目リンク L_1 を除去した道路網形態 $G_{1(1)}$ から始めたとき、第 2 段階ではリンク L_8 を除去した道路網形態が最も総走行距離が小さくなるので、これを $G_{1(2)}$ とする。第 3 段階では、 $G_{1(2)}$ からリンク L_9 を除去する道路網変換が最も良い。このようにして第 5 段階で G^0 から $\{L_1, L_4, L_8, L_9, L_{11}\}$ を除去した道路網形態 $G_{1(5)}$ が得られるが、この建設費用は 730 億円となり、制約条件を満たすので、初期除去リンク L_1 に対する実行可能網として $G_{1(1)}^*$ とおく。同様にして、 G^0 から L_2 を除去した $G_{2(1)}$ から計算を始めると、第 6 段階で実行可能網 $G_{2(2)}^*$ 、すなわち、



図一10 建設費制約 (730 億円) を満たす道路網形態

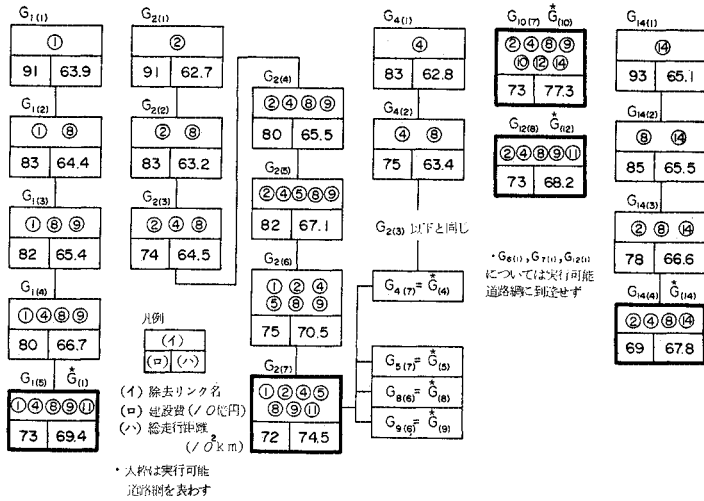


図-11 近似解法 I による例題の計算結果

及び L_9 をそれぞれ除去した初期道路網形態 $G_{4(1)}$, $G_{5(1)}$, $G_{8(1)}$ および $G_{9(1)}$ から探索計算を出発した場合も、この $G_{2(7)}$ と同じ結果となる。その他の各初期道路網形態に対しては $G_{10(7)} = \hat{G}_{(10)}$, $G_{12(8)} = \hat{G}_{(12)}$, $G_{14(4)} = \hat{G}_{(14)}$ が得られる。ただし、 $G_{6(1)}$, $G_{7(1)}$, $G_{12(1)}$ については実行可能道路網に到達しない。また、初期除去リンク L_9 および L_{13} に対する計算は、分岐限界法の例題計算から最適解とはなり得ないことがわかっているため省略した。結局、実行可能網の総走行距離が最小なるものを取出すと $\hat{G}_{(14)}$ となり、これが最適解となる。本計算例では分岐限界法による解を同一のものが得られたが、常に

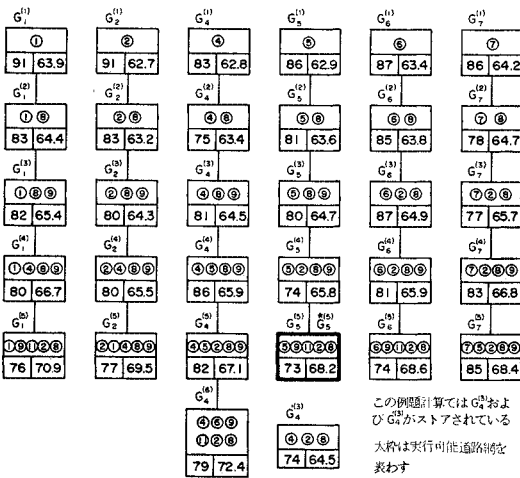


図-12 DP 的近似解法 (近似解法 II) による例題の計算結果

G_0 から $\{L_1, L_2, L_4, L_5, L_8, L_9, L_{11}\}$ を除去した $G_{2(7)}$ が求められる。本例題では G_0 からリンク L_4, L_5, L_8 お

その保証があるとはいえない。ところで、 L_{11} を最初に除去することはあとの図-12 をみてもわかるように、他リンクを除去するのに比べてきわめて非効率であるが、こうした計算手法を採用することによって、最終的にはこのリンク除去を行うことが最適道路網構成につながる事がわかる。この計算手順では、各初期道路網形態に対してそれぞれの実行可能網が得られるまで計算を実行するようになっているが、既存実行可能網の総走行距離を上回る道路網が計算過程で出現すれば、その段階で計算を打ち切り、次の初期道路網形態に移ってよい。こうすれば計算量は少なく済み、さらに改良されたものとなる。

(3) DP 的探索法 (近似解法 II)

本方法による例題の計算結果およびその過程は図-12 に示してある。まず計算の第1段階として、建設可能最大網 G_0 から各リンクを1本だけ除去した道路網形態 $G_i^{(1)}$, ($i=1, \dots, 14$) を作成する。ただし、 $G_3^{(1)}$ と $G_{13}^{(1)}$ は先と同じ理由から計算対象から省く。第2段階の計算では、たとえば $G_1^{(2)}$ についてみると、 $G_2^{(1)} - L_1$, $G_4^{(1)} - L_1$, $G_5^{(1)} - L_1, \dots, G_{14}^{(1)} - L_1$ なる11通りの道路網変換のうち、 $G_8^{(1)} - L_1$ の総走行距離が最小となるので、この道路網形態が $G_1^{(2)}$ となる。第 k 段階で i 番目リンクを除去するという道路網変換により得られる最適道路網形態 $G_i^{(k)}$ の(厳密には最適とはかぎらない)の探索は同様手順で行われるが、もしその最適道路網が既出であれば、次適の道路網形態を採用する。たとえば本例題では、 $G_4^{(4)}$ は本来なら $G_2^{(3)} - L_4$ なる道路網形態となるべきところであるが、すでに $G_2^{(4)}$ として存在するので、2番目最適である $G_5^{(3)} - L_4$ なる道路網形態が採用される。また、総走行距離が同一値となる $G_i^{(k)}$ が唯一で

ないとき、そのすべてを採用する。本計算例では、 $G_4^{(3)}$ として $G_8^{(2)}-L_4$ と $G_2^{(2)}-L_4$ の2個の道路網形態が記憶されている。こうして計算を進めていくと、 $G_{14}^{(4)}$ ではじめて実行可能解が出現する。このとき、 $G_{10}^{(4)}$ の総走行距離 $D(G_{10}^{(4)})$ は $D(\overset{*}{G}_{14}^{(4)})$ を上回っているため、 L_{10} に関する $G_{10}^{(5)}$ 以降の計算を行う必要はない。 $G_{10}^{(5)}$ 以外の $G_i^{(5)}$ ($i=3, 8, 13, 14$)については探索計算を続けるが、実行可能網からの変換すなわち $G_{14}^{(4)}-L_i$ なる道路網変換は行わない。このあとすべての $G_i^{(k)}$ の総走行距離が $D(G_{opt})$ 以上となるまで演算を実行する。その結果は図-12に示す $i=3, 8, 10, 13, 14$ を除く各行最下段の道路網形態となる。このとき、実行可能網として $\overset{*}{G}_5^{(5)}$ および $\overset{*}{G}_{11}^{(5)}$ が出現するが、その総走行距離はいずれも $\overset{*}{G}_{14}^{(4)}$ のそれを上回っているため、結局 $G_{14}^{(4)}$ が問題に対する最適道路網 G_{opt} となる。なお、リンク L_8 に関する $G_8^{(k)}$ の探索計算は $k=3$ 以後実行していないが、これはリンク L_8 が第2段階においてすべての $G_i^{(2)}$ ($i=3, 13$ を除く)の構成元からすでに除去されているからである。

ところで、この計算結果で各 i について $D(G_i^{(k)})$ と $D(G_i^{(k+1)})$ を比較してみると、常に

$$D(G_i^{(k)}) < D(G_i^{(k+1)})$$

の関係は満たされている。この証明に関する例を1つ示しておこう。いま $G_4^{(5)}$ と $G_4^{(6)}$ を対象とする。

$$G_4^{(5)} = G_5^{(5)} - L_4 = G_9^{(4)} - L_6 - L_4$$

$$G_4^{(5)} = G_3^{(4)} - L_4$$

であるから、 $G_4^{(5)}$ の定義式から

$$D(G_4^{(5)}) = D(G_5^{(5)} - L_4) < D(G_9^{(4)} - L_4)$$

となる。また、明らかに

$$D(G_9^{(4)} - L_4) < D(G_9^{(4)} - L_4 - L_6) = D(G_4^{(6)})$$

であるから $D(G_4^{(5)}) < D(G_4^{(6)})$ が導ける。

6. あとがき

以上、ノードの位置およびその間のOD交通量が与えられたとき、建設費を制約とし、総走行距離最小を目的とする最適道路網の厳密解法および近似解法について述べてきた。このようなネットワーク構成問題に対する厳密最適解法は、はじめに紹介したように、すでに2, 3開発されているが、いずれもかなり膨大な計算量が必要とされる。本研究で示した分岐限界法も従来の手法に比べて特に効率的なものであるとはいえないが、その1つとして位置づけられるものであろう。ちなみにノード数が7個、可能最大リンク数が14個であるネットワークを例題とし、本分岐限界法でその最適解を探索したところ、約800余りの道路網形態を検討しなければならなかった。真の最適解が得られる保証はあるにせよ、このよ

うな単純なネットワークに対してもかくのごとく多量の計算を要することは、実際計画にこの手法を適用することはほとんど不可能と考えられる。かかる観点から、本論文ではできるだけ少ない計算量で、しかもなるべく厳密最適解に近い解が得られる近似解法を2つ提示した。その1つは、多くの初期道路網形態を与え、各段階で総走行距離増分が最小なるリンクを1本ずつ逐次除去していく近似解法Iであり、もう1つは、DP的な探索法である近似解法IIである。近似解法Iは探索計算が比較的簡単で、計算機容量もそれほど多くを要しないので実用に適している方法である。しかし、この方法は3.節で示したように局所的最適解に落ち込む可能性がきわめて高い。これに対してDP的な探索法では、近似解法Iとは異なって、たとえば、 $G_4^{(3)} = (G^0 - L_1 - L_5) - L_4$ であったものが $G_4^{(4)} = (G^0 - L_2 - L_5 - L_6) - L_4$ となり得るように、計算が1段階進行すると除去リンクの組合せが大幅に変わってしまうことがある。これはDP的な探索法が常に前段階のすべての最適解との組合せで考えているからである。また、近似解法Iでは計算段階が進行するにともない除去リンクの可能組合せ数は減じてくるが、DP的な探索法(近似解法II)ではほとんど変わらない。したがって、計算過程ではそれほど最適でなかった除去リンク集合が、最終結果の段階で最適解の除去リンク集合の中に含まれて出てくることが可能である。それゆえ、DP的な探索法は近似解法Iに比べて一般的に解の精度はかなり良いことが予想される。また、必要とされる計算機容量の最大限は両近似解法ともほとんど差がないことから、計算量は幾分多くなるとはいえ、このDP的な探索法は実用的な面でもかなり期待できる手法といえる。なお、本計算例では最適解が得られるまでに探索した道路網数は、近似解法Iでは約380通り、近似解法IIでは約470通りであった。本論文では最適道路網探索を既述のような具体的問題に限定して議論してきたが、他の多くの類似の問題にも適用可能なものである。

最後に、本研究の例題計算はすべて、城之内高志氏(長野県庁、元金沢大学工学部学生)の労によるものであることを記し、ここに感謝の意を表します。

参考文献

- 1) Scott, A.J.: An integer program for the optimization of a system of chromatic graphs, J. Reg. Sci. 7, pp. 291-296, 1967.
- 2) Scott, A.J.: The optimal network problem; Some computational procedures, Transpn Res. Vol. 3, pp. 201-210, 1969.
- 3) Ridley, T.M.: An investment policy to reduce the travel time in a transportation network, Transpn. Res. Vol. 2, pp. 409-424, 1968.
- 4) Billheimer, J.W. and Gray, P.: Network design with fixed and variable cost elements, Transpn. Sci. Vol. 7, No. 1, pp. 49-74, 1973.
- 5) 佐佐木 綱・前島忠文: 道路網形態に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第163号, pp. 49-59, 1969.3月.
(1975.2.12・受付)