【討　議】

松尾　稔
黒田勝彦 共著

“土質調査の規模決定に関する研究”への討議

(土木学会論文報告集第223号・1974年3月掲載)

討　議

栗原則夫（日本道路公団）

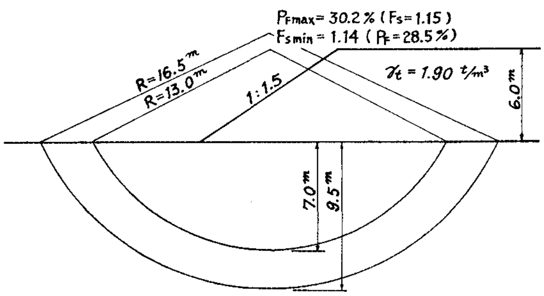
本論文中において著者らは，深度方向に強度が漸増するような地盤上の盛土の安定計算法について検討し，式(6)と式(14)という二通りの破壊確率の計算式を示しているが，それらの式の比較から次のことがわかる。すなわち，強度 c_u を深度 y に関する線形回帰モデルとして表わす場合は，標準偏差 σ_c を一定とみなすか変動係数 V_c を一定とみなすかによって設計係数 $\bar{F}_s^*$ と破壊確率 P_F の対応関係が異なるということである。筆者は，この点を具体的に検討してみたので，その結果について述べ，著者らの見解を得たいと考える次第である。

いま，円弧すべり面法において，すべり面上のせん断応力 s は $N(\mu_s, \sigma_s^2)$ 型の正規分布に従うものとする。

まず，地盤強度 c_u が $N(\mu_c, \sigma_c^2)$ 型の正規分布に従う場合は，著者らの以前の論文[a]にも示されているとおり，標準偏差 σ_c を一定と考えるか変動係数 $V_c(=\sigma_c/\mu_c)$ を一定と考えるかには関係なく P_F は $\bar{F}_s^*$ のみの関数となって，両者は完全に1対1の対応関係を示す（論文a）の式(9),(11)参照)。いいかえれば，$\bar{F}_s^*$ を与える臨界円と $P_{F\,\max}$ を与える臨界円は一致する。

ところが，強度 c_u が $N(\lambda+\nu y, \sigma_c^2)$ 型の正規分布に従う場合は，少し様子が違ってくる。すなわち，変動係数 V_c（この場合は，$V_c=\sigma_c/(\lambda+\nu y)$ となる）が一定であると考える場合は，本論文の式(14)からわかるように P_F と $\bar{F}_s^*$ は1対1の対応関係を保つのに対して，標準偏差 σ_c を一定と考える場合は，式(6)に示されているように P_F は $\bar{F}_s^*$ の他に y_0^* や R^* を含む関数となって，両者の間には完全な1対1の対応関係がなくなる。この点を具体的に示すために，強度 c_u が $N(\lambda+\nu y, \sigma_c^2)$ 型の正規分布に従い，σ_c が一定である場合の計算例を以下に示す。

図—1は，$\lambda=2.0$, $\nu=0.05$, $\sigma_c=0.5$ のような地盤に，$\gamma_t=1.9\,\mathrm{t/m^3}$, $H_b=6.0\,\mathrm{m}$, のり面勾配 1：1.5 の盛土が急速施工されたときの計算例である。ここに，P_F

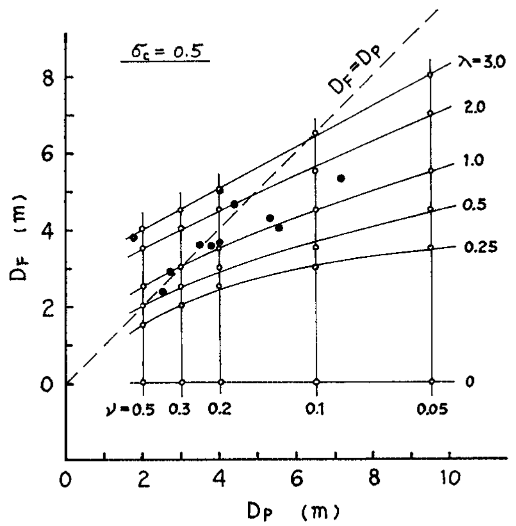


図—1

の計算は，γ_t を一定として c_u の n 個のデータから推定する筆者の簡便法[b]によっているが，これは本質的には著者らの計算法による場合と同じことである。なお，ここでの計算例では，すべての場合 $\sigma_c=0.5$, $n=50$ と仮定している。また，F_s はすべり円弧上の c_u の平均値に対して定義しており，図に示す $F_{s\,\min}$ は，本論文の $\bar{F}_s^*$ に対応するものである。図—1は，$P_{F\,\max}$ を与える臨界円と $F_{s\,\min}$ を与える臨界円が一致せず，したがって，$F_{s\,\min}$ と $P_{F\,\max}$ が1対1に対応しないことを示している。このことは，$\lambda=0$, 0.25, 0.5, 1.0, 2.0, 3.0; $\nu=0.05$, 0.1, 0.2, 0.3, 0.5 の各組合せの場合について，図—1の盛土条件で計算した結果によってさらにはっきりとわかる。

まず，$F_{s\,\min}$ に対する P_F と $P_{F\,\max}$ の差については，これらの計算例の条件の下では，後者は前者を高々3%上回る程度でしかないことがわかった。

一方，$F_{s\,\min}$ を与える臨界円と $P_{F\,\max}$ を与える臨界円のずれについては，図—2にこれら二つの臨界円の地表面からの深さ D_F と D_P の関係で示したように，一般に $D_F \fallingdotseq D_P$ となって両者は一致しないことがわかる。なお，図—2中の黒丸印は，東名高速道路のいくつかの軟弱地盤の c_u のデータ[c]から得た λ, ν の実測値を，図中の λ, ν のコンターに合せてプロットしてみたものである。図—2の計算結果は盛土条件によって変わるため，黒丸印はこれらすべての地盤に図—2の計算例の場



図—2

合とまったく同じ盛土条件を考えたときの計算結果を表わすにすぎないが，こうした結果をみると，D_F と D_P の差は大きい場合で 1.5〜2.0m 程度のものであると考えられる。

以上，破壊確率と設計係数の対応関係について述べた。その結果は，著者らの目的としている調査規模決定に際しては，実質的な影響をおよぼすほどのものではないように考えられるが，(i) このような確率モデルの設定の仕方から派生する計算上の問題点をどう評価するかということ，および，(ii) 確率モデルと実際の地盤の c_u の分布，あるいは計算結果と実際の破壊例の対応関係の評価の仕方，について著者らのコメントをいただければ幸いである。

参考文献

a） 本論文の参考文献 3)
b） 本論文の参考文献 9)
c） 栗原則夫： 盛土の設計法に対する確率論的アプローチ（その1），日本道路公団試験所報告（昭和46年度），pp. 75〜85，昭和 47 年 12 月

回　答

松尾　稔（名古屋大学）
黒田勝彦（京都大学）

著者らの論文に有意義なご討議を載き感謝致します。さて，討議の要点は，(i) $(\bar{F}_s)_a$ を最小にする臨界円と著者らの論文中の式 (6) の $(P_F)_a$ を最大にする臨界円とに相違がある点をいかに解釈するか，(ii) 現実の地盤の確率モデルによる表現をどう考えるか，(iii) 実際に生じた破壊例をどう評価するか，の3点であると考えます。(i)〜(iii) は互いに関連しておりますので，ここでは以下の議論でお答えに替えさせて載きます。

すでに報告[d)]したように，著者らの破壊確率に対する考え方は，強度を1つの確率変数として取り扱おうとする点から出発している。この場合，強度に関する確率モデルとして次の3種類の考え方ができる。第1は，地盤を現行の設計法のように，あくまでも均質とみなし，設計に用いる強度のばらつきは，地盤内の位置によって性質がランダムに変化する点を無視したモデルで，原論文の式(1)の u がこの考えに立っている。第2は，強度のばらつきは地盤の性質が位置的に変動することに起因すると考えるモデル，第3は，両者を合せて考えたモデルである。以前に発表したように[e),f)]，地盤内の位置によって強度がランダムに変動すると考えた場合，$(\bar{F}_s)_{\min}$ に対応する臨界円の位置もランダムに変動する。したがって，本来，破壊確率はすべり面の位置とともに議論すべきである。しかし，現行の設計法はあくまで $\bar{F}_s$ をもとに行われており，この設計法がいかなる意味を有しているかを検討する上では，前述の第1のモデルは非常にシンプルである。したがって，原論文では，もし，すべりが生じるとしたら $(\bar{F}_s)_{\min}$ に対応する臨界円で生じるとの仮定に立ち，その上での強度の偶然変動の影響を考察した。討議者がご指摘のように，実際問題としては，すべり面の位置を考慮に入れた破壊確率を算定すべきであると考える。その場合，たとえば，c_u を表わす確率モデルは，地盤内の位置の関数として与え，しかも，強度の位置的な相関性をも議論する必要がある。くわしい報告は別の機会に譲りますが，この点に関して著者らが調べたデータをもとに若干の議論をする。Wu (1974)[g)] および Lumb (1974)[h)] の研究によれば，工学的に一様と判断できる地盤の体積を V とすると，V の中では水平方向には，鉛直方向に比較して非常に均質性が高く，強度の相関はほとんど 1.0 に近い。このことから，現実的な c_u のモデルは，σ_c が一定の場合，次式で与えられよう。

$$c_u(z)=\mu(z)+u(z) \quad \cdots\cdots(a)$$

ただし，z は地表面からの深さ，$\mu(z)$ は $c_u(z)$ の深さ方向の回帰曲線，$u(z)$ はランダム変数である。いま，$u(z)$ に関して，次式のようなエルゴード仮説を設ける。

$$\left.\begin{aligned} E[u(z)]&=\frac{1}{V}\int_V u(z)dv=0 \\ E[u(z)^2]&=\frac{1}{V}\int_V u(z)^2dv=\sigma_c^2 \end{aligned}\right\} \quad \cdots\cdots(b)$$

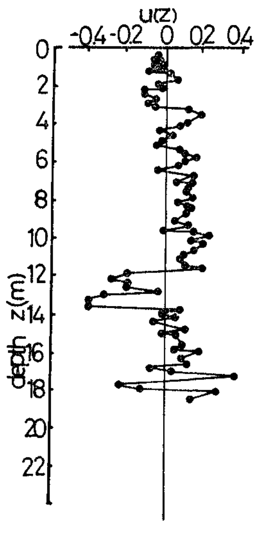
このとき，M_R の期待値および分散は次式のようになる。

$$\left.\begin{aligned} E[M_R]&=R\int_L E[c_u(z)]dL=R\int_L \mu(z)dL \\ V[M_R]&=R^2\int_L\int_L E[u(z)u(z+\tau)]dL_1dL_2 \\ &=R^2\int_L\int_L r(\tau)dL_1dL_2 \end{aligned}\right\} \quad (\mathrm{c})$$

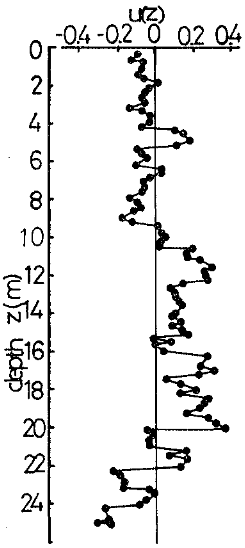
上式において，L はすべり円弧の長さ，dL_1，dL_2 はその線素分，$r(\tau)$ は τ という任意の深さ離れた2点における $u(z)$ と $u(z+\tau)$ の積の空間的平均値で自己相関関数という。すなわち，

$$r(\tau)=E[u(z)u(z+\tau)]=\frac{1}{V}\int_V u(z)u(z+\tau)dv \quad \cdots\cdots(\mathrm{d})$$

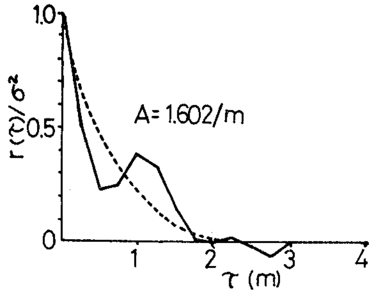
原論文の取り扱いは，$u(z)=u(z+\tau)=u$ で，u は独立でかつ位置の関数ではなく，平均値 0，分数 σ_c^2 の確率変数としていたので，$r(\tau)=\sigma_c^2$ であった。しかしながら，現実の地盤では $r(\tau)$ は一定値ではなく2点間の距離 τ の関数である。**図—3, 4** は日本のある地点における土質調査の結果から $u(z)$ を求めてプロットしたもので，これから $r(\tau)$ を計算するとそれぞれ **図—5, 6** のようになる。この図よりわかるように，$r(\tau)=\sigma_c^2\exp[-|A||\tau|]$ という形で近似でき係数 A は通常 0.5～2.0/m 程度である。図中，破線がこの関数を最小自乗近似で求めたものである。このように，$\tau=3\sim4$ m 程度で $r(\tau)\fallingdotseq0$ になり，現実の地盤では，深さ方向に 5m も離れると2点間の強度は互いに相関がなくなることがわかる。このことから，すべり面の位置が異なっていても，それらは互いに独立ではない。したがって臨界円を求めるには，このすべり面間の相関を考慮した上で決定しなければならない。当然，実際の破壊例ですべり面位置の議論を行う場合も，この検討抜きにしては評価できない。このような考察は，近く，その結果をまとめて公表したいと考えています。



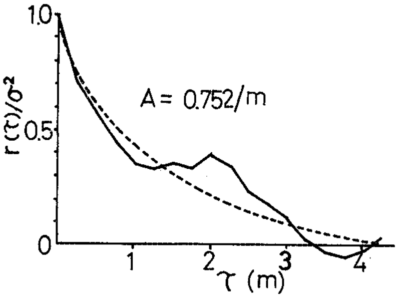
図—3 $u(z)\sim z$ 関係（A地域）



図—4 $u(z)\sim z$ 関係（B地域）



図—5 $u(z)$ の自己相関関数（A地域）



図—6 $u(z)$ の自己相関関数（B地域）

以上，ご指摘いただきました点に関して著者らの見解を述べました。

参 考 文 献

d) 松尾 稔・黒田勝彦：盛土建設のための土質調査と盛土の安定性に関する研究，土木学会論文報告集，No. 198, 1971.

e) 松尾 稔・黒田勝彦：円弧すべり面の位置的生起確率について，土木学会第27回年次学術講演概要集，pp. 307～310, 1972.

f) 黒田勝彦・浅岡 顕・鈴木正敏：不均質地盤の確率論的取扱いに関する一考察，土木学会昭和50年度学術講演概要，III-33, 1975.

g) Wu, T.H.: Uncertainties, Safety and Decision in Soil Engineering, Jour. of ASCE, No. GT. 3, pp. 329～348, 1974.

h) Lee, I.K.: Soil Mechanics New Horizons, Newnes-Butter worths, pp. 69～75, 1974.