

多段載荷による盛土の最適設計に関する研究

A STUDY ON THE OPTIMUM DESIGN FOR MULTISTAGED CONSTRUCTION OF EMBANKMENT

松尾 稔*・浅岡 顕**

By Minoru MATSUO and Akira ASAOKA

1. はじめに

軟弱な粘性土地盤上の土構造物の建設においては、載荷をいくつかの段階にわけて、圧密による地盤の強度増加をはかりながら順次建設を進めるといふ、いわゆる多段載荷工法がしばしば用いられる。この工法は、信頼性解析に基づく最適設計の対象として見ると、おもに以下の2点が特徴的である。

1) 圧密に伴う地盤の非排水強度の上昇の程度はそれまでになされた施工量とその速度、放置期間とに強く関係する。したがってこの工法の信頼性は、完成時の土構造物の規模の諸元に依存するだけではなく、段階的な施工計画の設計にも大きく依存する。橋梁や建築構造物などのように、完成された構造物についての信頼性解析が重要であるのと比べると、この工法は、地盤を含めた土構造物設計のひとつの特徴点が強制的にあらわれているものといってもよいであろう。もちろん工期に十分の余裕がある場合には、この工法の信頼性は望むだけ大きくすることも可能かも知れない。しかし一般には、工期に制約がある上、現実に要した工期の長短は経済的損失などと比例するから、このような制約のもとでの最適な施工計画は定義が可能で、解も存在すると考えられる。

2) 第2の特徴点は、施工中の観測（動態観測）とその結果に基づく設計変更の許されていることが、この工法の本質的な部分となっていることである。この工法では、施工中の圧密にともなう地盤状態の変化を利用するため、動的なものとしての地盤状態の把握が重要である。施工前になされる土質調査は地盤の初期状態を知る上で重要であるが同時に将来の地盤状態の把握のために

も生かされなければならない。しかし3.で述べるが、施工前の土質調査データによる将来の地盤状態の推測は、初期状態の推測に比べて、不確実性がかなり大きい。このことは施工中の観測を必然ならしめる理由であるが、施工中の観測の結果は、設計変更を生かされなければならない。そして、この設計変更を許していることは、そうでない場合と比べて、観測データの見方、すなわち上述の不確実性に対する技術者の態度を大きく変化させる。この点については、Terzaghiが文献1)の中で次のように述べている。“最も都合の悪い仮説に基づく設計が不経済なのはやむを得ない。土でさええられる構造物が予期しない欠点を生じないことを設計者が施工前に確信できるためには、それ以外の方法は考えられない。しかしもしその仕事が施工中の設計変更を許すことができれば、最も都合の悪い可能性よりは最も起こり得る可能性に基づいて設計することにより、非常な節約が可能となる。”そして前者の場合は情報の不足は大した問題にはならないが、後者の場合はそうではなく、“情報の不足は施工中の観測によって補われ、設計はその新情報に従って修正される。”すなわち Terzaghi は、不確実な情報による推定原理として、mini-max 原理と、（おそらくは）最尤原理とを挙げ、施工中の設計変更の可不可が選択のための基準となることをいっているのである。多段載荷工法は、Terzaghi のこの知見が十分に考慮されるべき一典型であろう。

さて、以上2つの事柄は、どのような土工に際しても幾分かは考慮の対象となるものであろう。本論文は盛土の多段階載荷施工を例にとり、これらの量的な把握とその利用についての、基本的な一方法論を提示したものである。

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部附属土圧研究施設

** 学生会員 工修 京都大学大学院博士課程 工学部土木工学科

2. すべり破壊の確率^{2), 3), 10)}

軟弱な粘性土地盤の急速なすべり破壊に対する $\phi_u=0$

解析について考える。

1 軸圧縮試験による粘土の非排水せん断強度 c_u の測定値は、一般に試料が採取された地盤内の各点 (\mathbf{x} で表わす) ごとに大きく異なっている。点 \mathbf{x} における試料の測定値はただ1つしか得られないが、この値は、次のエルゴード仮説に従う確率変数 $c_u(\mathbf{x})$ の実現値と見なすことにしよう。すなわち、

$$E[c_u(\mathbf{x})] \equiv \frac{1}{V} \int_V c_u(\mathbf{x}) dV = \mu$$

$$E[(c_u(\mathbf{x}) - \mu)^2] \equiv \frac{1}{V} \int_V (c_u(\mathbf{x}) - \mu)^2 dV = \sigma^2$$

$$E[(c_u(\mathbf{x} + \boldsymbol{\tau}) - \mu)(c_u(\mathbf{x}) - \mu)]$$

$$\equiv \frac{1}{V} \int_V (c_u(\mathbf{x} + \boldsymbol{\tau}) - \mu)(c_u(\mathbf{x}) - \mu) dV$$

$$= r_{c_u}(\boldsymbol{\tau})$$

ここに、 V は巨視的に一様とみなしうる粘土地盤の領域を示し、同時に、安定計算のための試料採取の対象となる領域でもある。この仮説が体積 V について設けられたのは、一般の試料採取が仮想されるすべり線に沿ってのものではなく、体積 V からのランダムサンプリングであることによる。

これまでの多数の研究によって、 V からの c_u の測定値の頻度分布は正規分布でよく近似されることが確かめられている。このことから本論文でも確率変数 $c_u(\mathbf{x})$ を正規分布 $N(\mu, \sigma^2)$ に従うと考える。また特に、次章以下での便利のために1組のパラメータ (μ, σ^2) を、今後地盤状態とよぶことにする。

さて一般の円弧すべり法による安全率 (G と書く) は起動モーメントを M_0 、すべり円弧の半径を R として、

$$G = \frac{R \int_L c_u(\mathbf{x}) dL}{M_0} = \frac{\int_L c_u(\mathbf{x}) dL}{T \cdot L}$$

と書くことができる。ここに L はすべり円弧とその長さを表わし、 dL はその線素、 T は $M_0/R \cdot L$ であり、地盤の設計強度といえるものである。

さて $c_u(\mathbf{x})$ が前に定義した確率変数であることに留意すれば、 G はさらに次のように書くことができる。

$$G = \frac{\mu}{T} + \epsilon$$

ここに、 ϵ は平均が零の正規分布に従う確率変数である。 ϵ の分散を σ_ϵ^2 と書けば、 σ_ϵ^2 は、 $\sigma^2, r_{c_u}(\boldsymbol{\tau})$ および L から計算することができる。しかし $r_{c_u}(\boldsymbol{\tau})$ に関する著者らのデータが十分でないため、ここでは大別して次の3つの場合について考えることにする。

(1) $V \gg v$ モデル地盤

微視的に均質と考えてよい領域の体積 v が V に比して極小であり、近接する v 間の強度における相関がないとき。すなわち、

$$r_{c_u}(\boldsymbol{\tau}) = \begin{cases} \sigma^2 & (\boldsymbol{\tau} = 0) \\ 0 & (\boldsymbol{\tau} \neq 0) \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

の場合であり、

$$E\left[\left(\int_L c_u(\mathbf{x}) dL - \mu L\right)^2\right]$$

$$= \int_L \int_L r_{c_u}(\mathbf{x} - \mathbf{x}') dL dL'$$

であることから、 $\sigma_\epsilon^2 = 0$ となることがわかる。

(2) $V > v$ モデル地盤

強度の場所的な自己相関が無視しえない地盤をいう。著者らの有しているデータに、

$$r_{c_u}(\boldsymbol{\tau}) = \sigma^2 \exp(-|\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\tau}|)$$

をあてはめ、 $R = 14$ m 内外のすべり円弧について計算した結果によれば、

$$\sigma_\epsilon^2 = \frac{\sigma^2}{r T^2}$$

と表わしたとき右辺分母の係数 r は $7 < r < 40$ 程度である。

(3) $V = v$ モデル地盤

このモデル地盤は

$$r_{c_u}(\boldsymbol{\tau}) = \sigma^2 \text{ for all } \boldsymbol{\tau}$$

を意味し、 $\sigma_\epsilon^2 = \sigma^2/T^2$ となる。このモデルは、すべり領域がまったく均質地盤 ($\sigma^2 = 0$) であるか、またはすべり領域に比べて試料採取領域があまりに広大であり、すべり領域からは、たかだか1つの測定値しかえられていないときに用いられるべきであろう。松尾・黒田の連続の論文^{15)~17)}ではこのモデルが使われている。

さて破壊確率 P_F を

$$P_F = P_{\text{rob.}} \left(G \leq 1 \left| \frac{\mu}{T} \right. \right) \dots\dots\dots(2)$$

で表わすことにしよう。ここに $P_{\text{rob.}}$ は確率を表わす。

この破壊確率の計算が、慣用の $\phi_u = 0$ 法を前提としていることは明らかであり、さらには試料採取に伴う乱れによる強度の低下、画一的試験法(現象が軸対称ひずみでないにもかかわらず一軸圧縮試験を、慣用的には画一的に用いている)のもたらす誤差などもまったく考慮されていない。これらを考慮したさらに詳しい破壊確率の計算法は文献 18) をみられたい。

本論文の 4. で述べる最適設計の計算例では、 $V \gg v$ モデル地盤が用いられたが、他のすべてのモデルも、設計の方法論に何の変更もなく用いうることを述べておく。

3. 非排水強度に関する地盤状態の遷移過程

地盤の不均質性が $V \gg v$ モデルであるときは、地盤

内での c_u の母平均 μ (式 (2)) の推定が問題となる。そして、少数個のサンプルからの μ の推定は、分布の型を問わず一般的に母分散 σ^2 にも大きく依存する。

さて、多段載荷工法では、前段階の荷重による圧密で地盤の強度は全体として上昇しているが、同時にばらつき方の状態 (地盤状態) も変化していると考えられる。本章では、 c_u の地盤状態の特に μ と σ^2 に注目して、それが圧密に伴ってどのように変化するかを調べる。

(1) μ, σ^2 の遷移過程

均質な粘土試料が正規圧密状態にあるときは、室内実験から、 c_u とそのときの圧密荷重 p_0 との比 c_u/p_0 が、その試料に個々の定数になり、 p_0 の大きさに依存しないことが知られている。地盤内では c_u, p_0 は、各 v について一組の確率変数であるが、上記のことは、 p_0 のばらつき方の圧密にもなる遷移を知れば c_u のばらつき方の遷移をも知りうることを示している。

さて、全体として一次元圧密変形をうける地盤では、圧密前後の鉛直圧密圧力を p_I, p_{II} とすれば、組 (p_I, p_{II}) について、次の2つの量がともに p_{II} に依存しないことが予想されている⁵⁾。

$$\left. \begin{aligned} & (m_c)_m \times \left\{ \frac{(\log(p_{II}/p_I)/\log[(p_{II})_m/(p_I)_m])}{\{Cov.(m_c, \log p_{II}) - Cov.(m_c, \log p_I)\}} \right. \\ & \quad \cdot \left. \{ (p_{II})_m - (p_I)_m \} \right. \\ & \quad : p_{II} \text{ に依存しない絶対定数} \\ & \left. \frac{\{Cov.(m_c, p_{II}) - Cov.(m_c, p_I)\}}{\{ (p_{II})_m - (p_I)_m \}} \right. \\ & \quad : p_{II} \text{ に依存しない絶対定数} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに $m_c = C_c/(1+e_0)$ であり、 $()_m$ は場所的母平均を、 $Cov.()$ は同様の共分散を表わす。ただし C_c は圧縮指数、 e_0 は初期間隙比である。(3) に示された2つの量が p_{II} に依存しないためには $\log p_{II}$ と $\log p_I$ 、および p_{II} と p_I の相関係数が同時に1になれば十分である。そしてこれはこの地盤の深さ z で、確率変数の組 (p_{II}, p_I) のすべてについて

$$p_{II}|_z = t(z) \cdot p_I|_z \dots\dots\dots (4)$$

ここに

$$t(z) = (p_{II})_m / (p_I)_m|_z : \text{definite value} \dots (5)$$

であることと同義である。このときでも、条件(3)はさらに $(m_c)_m$ に比べて $Cov.(m_c, p_I)/p_I$ が無視しうるオーダーにあることも要求するが、多くのデータからこのことも確かめられている⁵⁾。

p の地盤内でのばらつき方に関する仮説式(4)は、必ずしも条件式(3)が成立するための必要条件ではない。しかし p が式(4)にしたがってばらついていると考えるならば、前述した p_0 と c_u との一意的な関係から圧密後の c_u のばらつきを容易に計算することができる。

すなわち、深さ z での各 v について、

$$c_{uII}/c_{uI}|_z = p_{II}/p_I|_z = t(z)$$

であるから

$$\left. \begin{aligned} & (c_{uII})_m = t(z) \cdot (c_{uI})_m \\ & V[c_{uII}] = \{t(z)\}^2 V[c_{uI}] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここに c_{uI}, c_{uII} は地盤内での圧密前後の c_u であり、 $V[]$ は分散を表わす。

式(6)は、地盤内での c_u が、圧密にもなって、変動係数を一定にたもちつつ遷移してゆくことを示す。

$t(z)$ は、 $1+q/(p_I)_m$ (q は上載荷重) とも表わされるから、式(6)に代入すれば、 $(c_{uII})_m$ を求めるためには個々の v についての (c_u/p) の値またはその平均ではなく、 $(c_u)_m/(p)_m$ の値だけで十分であることがわかる。確率変数 c_u と p との地盤内での相関関係をあらわすとも解釈できる $c_u/p \sim I_p$ 関係、たとえば Fig. 1⁷⁾ などは地盤状態の遷移を知る上で有用であるが、しかし、 c_u/p と I_p との間で必ずしも強い相関が示されていなくても、そして c_u と p とに地盤内における相関関係がなくても、このことと式(6)が成り立つことは直接の関係はない(同図中の S_u は本論文の c_u を表わす)。

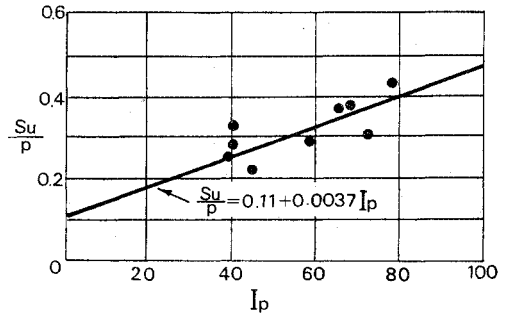


Fig. 1 $c_u/p \sim I_p$ relation (after Nakase⁷⁾)

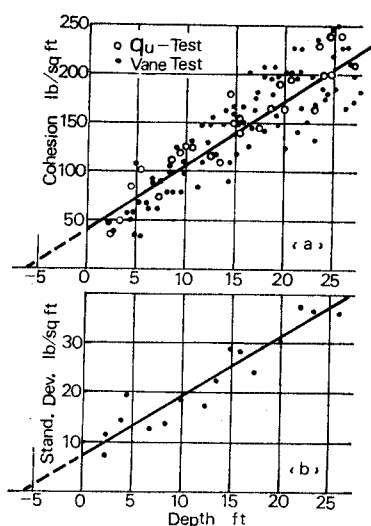
さて $t(z)$ は確率変数の母数と同じ意味で圧密前の初期地盤に個々の、載荷重の大きさだけによってきまる定数である。そして c_u の地盤状態が式(6)によって示されるような確定的な変換を受けると考えることは4. 以下の議論を容易にする。そこでは $t(z)$ の値の不確かさは考慮されるが、リスク問題の対象とされるのではなく、感度分析の対象とされている。なぜなら式(6)が導かれる上での力学的な仮説の妥当性にいくつかの疑問点もあり、さらに盛土などの円弧すべりが問題になる地盤では必ずしも式(3)の前提となる一次元圧密の仮説が満足されていないことや、さらに過圧密地盤においては、過圧密度の推定とあわせて $t(z)$ について未解明の点が残っているからである。

(2) データからの考察

同一の組成をもつとみなしうる理想的に堆積された新鮮な正規圧密粘土地盤では、式(6)からの類推により、深さに対して c_u の変動係数が変化しないと考えられる。そしてこのことは多くの海成粘土地盤についてよく知られていることである。Fig. 2 に示されるデータは正規圧密された海成粘土地盤の c_u について、Lumb が整理したものである⁸⁾。この図は、 c_u が各深さで変動係数を一定に保って分布していることを示す。Lumb は文献 8) で土質諸係数を、その地盤内でのばらつき方に応じて3つのタイプに分類している。そして c_u は、平均値と標準偏差とがともに深さに対して線形に増加するタイプに属するとしているが、これは式(6)を直接支持するものと考えられる。なお筆者らのデータ収集に協力

された技術者の多くは、過圧密地盤の c_u の分散が正規圧密地盤の分散に比してかなり大きいことを主張していた。しかし一方では、Fig. 3 にみられるように圧密による強度増加の割合いと、膨張による減少の割合いとが実用上等しいとする議論⁹⁾の中で、ばらつきについてのこの仮説と異なるデータもあり、過圧密地盤については、式(6)と同形式の取扱いはまだ検討を要する。

さて Fig. 4 (a)~(e) は正規圧密された海成粘土地盤での c_u のばらつきの遷移を示す実測データである。地盤表面は標高 +3.3 m である。荷重は埋立盛土によってなされ、荷重幅はかなり大きい。Fig. 5 (a)~(c) は、サンドドレーン打設によって乱された地盤 (Fig. 4 (b)) を規準にして、 $(c_{uII})_m / (c_{uI})_m$ と $\{V[c_{uII}] / V[c_{uI}]\}^{1/2}$ とを比較したものである。実線は平均比 $t(z)$ 、破線は偏差比 $l(z)$ を表わす。データ数が少な



(a) Undrained cohesive strength against depth for marine clay
(b) Standard deviation of strength against depth for marine clay (after Lumb⁸⁾)

Fig. 2

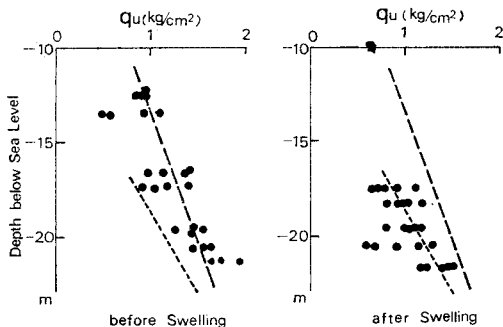
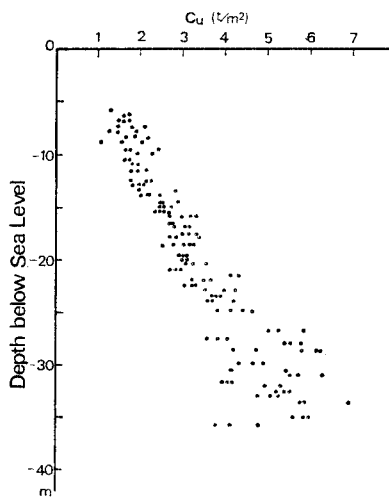
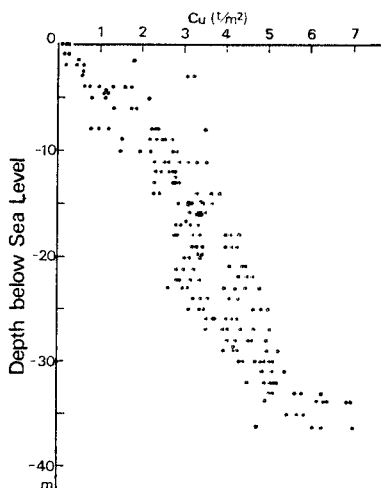


Fig. 3 q_u Values before and after swelling (after Nakase)



(a) Initial state



(b) Disturbance due to sand piles

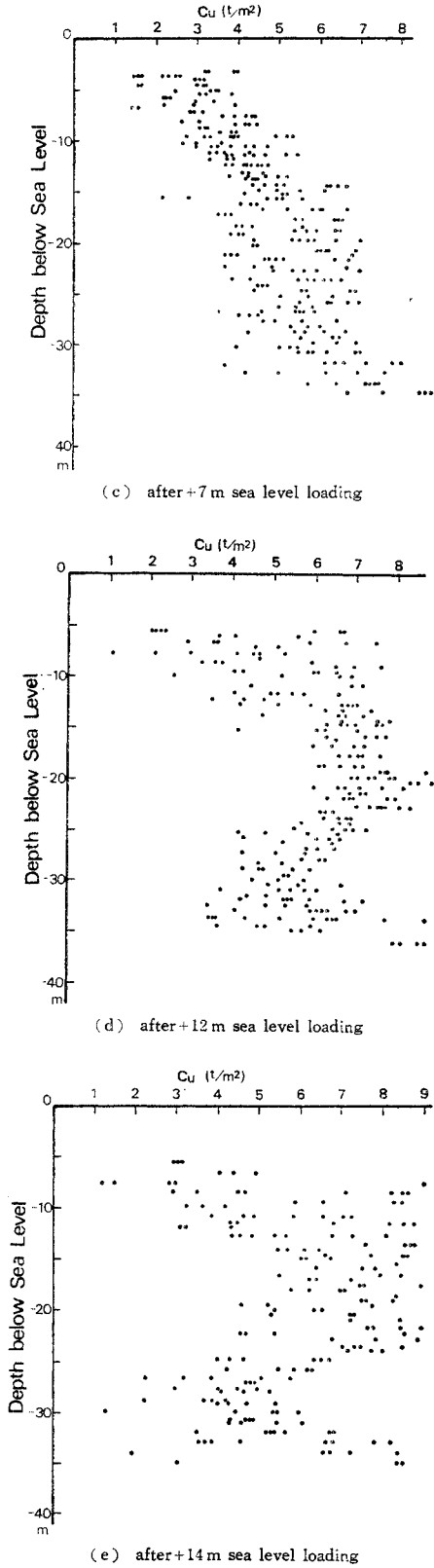


Fig. 4 c_u -Depth relation

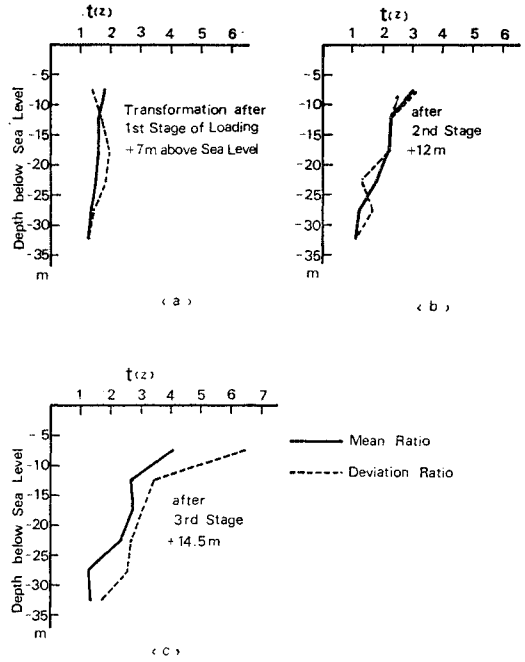


Fig. 5 Ratio of mean and standard deviation to those of the state of Fig. 4 (b)

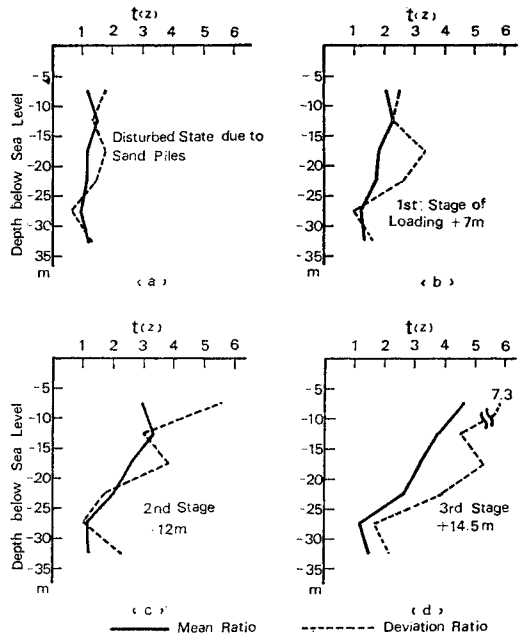


Fig. 6 Ratio of mean and standard deviation to those of the initial state

いため深さを 5 m ごとにくぎりその間での $t(z)$ の変化を無視して整理しているためと必ずしも試料の採取場所、深さが各段階で正確には一致していないことのため厳密な議論にはたえないが、全体として平均比と偏差比とがよく一致していて、式 (6) の内容はよく示されていると思われる。Fig. 6 (a)~(d) はサンドドレーン打設によって乱される以前の原地盤を規準にとって同様の整理を行ったものである。Fig. 5 にくらべると平均比と偏差比の相違がかなり大きくなるのがわかる。Fig. 4 (a) と同 (b) とで見るかぎりサンドドレーン打設による乱れは少ないようにも思われる。しかし Fig. 6 は、この攪乱が及ぼす将来の地盤状態の予測への影響のかなり大きいことを示しているから、式 (6) を将来の地盤状態の予測に用いる場合、初期地盤としてサンドドレーン打設後の地盤を考えるのがより適切である。Fig. 7 (a), (b) は規準にする地盤を各段階の直前にとり、同様の整理を行ったものである。この図では地層の深いところで $t(z)$ が 1 を下回るものが見られるが、これは式 (5) と矛盾することである。載荷重が分散して小さくなること他の誤差的要因を相対的に大きくしているものと思われる。しかしながら 3 次載荷後の地盤状態を例にとれば、全体として Fig. 5 より平均比と偏差比との乖離は小さくなっている。このことは式 (6) による予測の不確実性を補うための施工中の観測等の必要性を示している。

次に平均比と偏差比を与える $t(z)$ が式 (5) であらわされるかどうかを検討する。平均比と偏差比とがよく一致したとしてもその値が式 (5) や、さらにもっと推定の容易な、 $t(z)=1+q/rz$ 等と与えられるのでなければ式 (6) の工学的有用性がうすらぐからである。ここに q は載荷重、 r は地盤の有効単位体積重量を表わす。 z は地表面標高 (+3.3 m) からの深さである。

Fig. 8 (a)~(c) は $c_{uII}/(c_{uI})_m$ を深さに対してプロットしたものである。分母の値は Fig. 5~7 と同様に深さを 5 m 間隔に分割した近似的なものである。こ

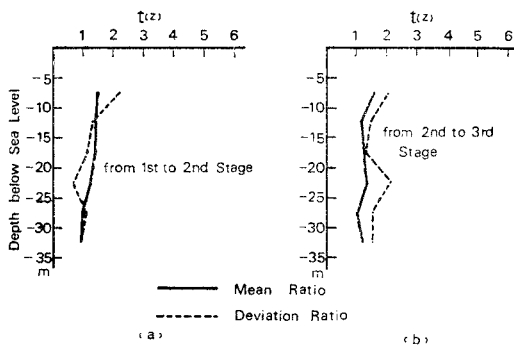


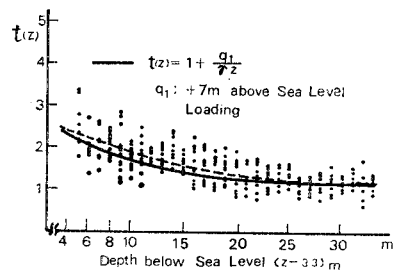
Fig. 7 Ratio of mean and standard deviation to those of directly former state

のデータの回帰曲線は $t(z)$ に一致すべきものであるが、図中で実線は $1+q/rz$ を表わし、破線はデータの最良多項式近似である。このような比較はとくに $(c_{uI})_m$ のもつ誤差によってやはり厳密な検討にはたえないが、あらくいって $t(z)$ は式 (5) 等で与えて非常識な結果は生じないことを示している。

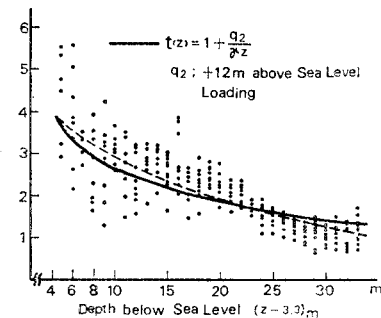
4. 多段載荷計画の定式化

(1) 用いる統計的決定方式の概要

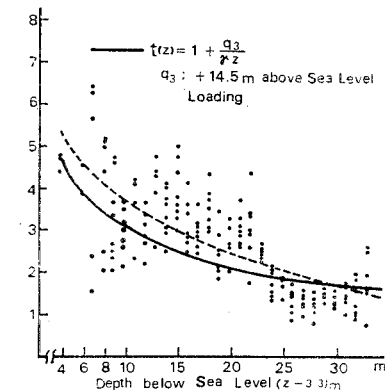
地盤内での土質諸係数のばらつきを支配する確率モデルの母数 (parameter) は、その地盤に個有の定数であ



(a)



(b)



(c)

Fig. 8 $(C_{uII})/(C_{uI})_m$ -Depth relation. Ordinate of each point shows $(C_{uII})/(C_{uI})_m$

るとみなされることが多い。しかし、この母数について、技術者が事前に何らかの知識、情報を有しているならば、これらを利用することにより、この母数をあたかも確率変数のように見立てて、より合理的な母数推定を行うことは許されるだろう。さらに、母数推定量と同義である決定関数の満足の度合を、現実的な損失関数で重みづけして、ほどよい決定法則を定めるやり方は、もしそれが簡単に計算できるならば、土構造物の調査・設計・施工の一連のシステムの中のいくつかのあいまいな点を明らかにするのに役立つことを、筆者らは簡単な例ですでに示した⁵⁾。本論文では 1. で述べた問題の表現のために、やはりこの方法が有効であると考えている。そのために、用いる決定方式の概要を最初に述べる。なおいくつかの記号説明を関連する箇所ですす。

記号 1

- θ : 自然状態 (確率モデルの母数)
- Θ : 母数空間
- \mathbf{a} : 行動
- \mathfrak{A} : 行動空間
- X : 確率変数 $X=(X_1, X_2, \dots)$
- x : X の実現値, 標本 $x=(x_1, x_2, \dots)$
- \mathfrak{E} : 標本空間
- $\delta(\mathbf{a}|x)$: 決定法則, $\delta(\mathbf{a}|x)=\text{Prob.}(\mathbf{a}|x)$
- D^* : δ の集合
- y : 事後事象
- \mathfrak{Y} : y の集合
- $l(y, \mathbf{a})$: 確定損失
- $f(y|\mathbf{a}, \theta)$: y の条件付確率 (密度) 関数

記号 2

- $\mathfrak{A}=\{\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots\}$: 離散集合
- $\mathbf{a}=(a_1, a_2, \dots)$: ベクトル
- a_1 : サンプルサイズ
- a_2, a_3, \dots : 仕様, 以下区別する必要のあるまでは (a_2, a_3, \dots) を一括して a_2 と書く。

損失関数 $L(\theta, \mathbf{a})$ は

$$L(\theta, \mathbf{a}) = \int_{\mathfrak{Y}} l(y, \mathbf{a}) f(y|\theta, \mathbf{a}) dy$$

$$\text{or} = \sum_{y \in \mathfrak{Y}} l(y, \mathbf{a}) f(y|\theta, \mathbf{a})$$

決定法則は次式を満たすものとする。

$$\delta(\mathbf{a}|x) = \delta_1(a_1) \times \delta_2(a_2|x) \dots \dots \dots (7)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \sum_{\mathbf{a} \in \mathfrak{A}} \delta(\mathbf{a}|x) &= 1 \\ \sum_{a_1 \in \mathfrak{A}_1} \delta_1(a_1) &= 1, \quad \sum_{a_2 \in \mathfrak{A}_2} \delta_2(a_2|x) = 1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

ここに $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2$ は a_1, a_2 の集合であり、式 (7), (8) か

ら \mathfrak{A} は $\mathfrak{A}_1, \mathfrak{A}_2$ の積集合である。

次式で定義される危険関数

$$R(\theta, \delta) = E_{\theta, \delta} [L(\theta, \mathbf{a})] \dots \dots \dots (9)$$

の計算は、 \mathbf{a} および x を変化させて行う。 X が θ のみならずサンプルサイズ a_1 にも依存するから、 X のこのような条件付確率密度関数を $u(x|\theta, a_1)$ と書くと、式 (9) の計算は具体的には次のように行われる。

$$R(\theta, \delta) = \sum_{a_1 \in \mathfrak{A}_1} \left[\delta_1(a_1) \sum_{a_2 \in \mathfrak{A}_2} \cdot \left\{ \int_{\mathfrak{E}} \delta_2(a_2|x) L(\theta, \mathbf{a}) u(x|\theta, a_1) dx \right\} \right]^*$$

記号 3

- $\tau(\theta)$: θ に関する事前分布 (確率密度関数)
- $\xi(\theta|x, a_1)$: θ に関する事後分布 (確率密度関数)
- $g(x|a_1)$: X の周辺分布 (確率密度関数)
- τ, ξ, g には次の関係
- $pdf(x, \theta|a_1) = \xi(\theta|x, a_1) \times g(x|a_1)$
- $= u(x|\theta, a_1) \times \tau(\theta)$

があるから、サンプルサイズ a_1 のもとでの ξ, g はそれぞれ

$$\xi(\theta|x, a_1) = \tau(\theta) u(x|\theta, a_1) / g(x|a_1)$$

$$g(x|a_1) = \int_{\Theta} u(x|\theta, a_1) \tau(\theta) d\theta$$

である。これを用いて、かつ積分順序の交換性を仮定すると τ に対する δ のベイズリスク $r(\tau, \delta)$ は

$$r(\tau, \delta) = E_{\delta} [R(\theta, \delta)] = \int_{\Theta} R(\theta, \delta) \tau(\theta) d\theta$$

$$= \sum_{a_1 \in \mathfrak{A}_1} \delta_1(a_1) \int_{\mathfrak{E}} g(x|a_1) E_{\delta_2} [L(\theta, \mathbf{a})] dx$$

.....(10)

となる。ここに、

$$E_{\delta_2} [L(\theta, \mathbf{a})] = \sum_{a_2 \in \mathfrak{A}_2} \delta_2(a_2|x)$$

$$\cdot \int_{\Theta} L(\theta, \mathbf{a}) \xi(\theta|x, a_1) d\theta \dots \dots \dots (11)$$

である。 τ -ベイズ δ_0 は

$$r(\tau, \delta_0) = \min_{\delta \in D^*} r(\tau, \delta)$$

である。もちろん δ_0 は一般に純粋方略になり、リグレット規準も満足する。

この決定方式は、損失関数のかたちが $f(y|\theta, \mathbf{a})$ の影響で複雑になるとき、決定関数 $\mathbf{a}=d(x_1, \dots)$ の関数形をあらかじめ与えて、基本的には $\tau(\theta)$ だけを用いて推定・決定する問題⁵⁾も特殊例として含む。またこの決定方式では、サンプルサイズ a_1 の決定のためにいわゆる Stopping Rule を用いていないが、この理由は (3) で述べる。

* 以後誤解のないかぎり [] はつけない。

次節での便宜のために式 (10), (11) をサンプリング費用と、標本情報の期待値値に関連する部分にわけて表わすが、損失関数に関する以下の仮定はごく一般的である。すなわち、区別するとまぎらわしいので同じ記号 L, R, r を用いて、

$$\begin{aligned} L(\theta, \mathbf{a}) &= C_s a_1 + L(\theta, a_2) \\ R(\theta, \delta) &= \delta_1(a_1) C_s a_1 + R(\theta, \delta_2) \\ E[L(\theta, \mathbf{a})] &= C_s a_1 + \sum_{a_2 \in \mathcal{A}_2} \delta_2(a_2|x) \\ &\quad \cdot \int_{\theta} L(\theta, a_2) \xi(\theta|x, a_1) d\theta \end{aligned}$$

であり、

$$\begin{aligned} r(\tau, \delta) &= \sum_{a_1 \in \mathcal{A}_1} \delta_1(a_1) \\ &\quad \cdot \left[C_s a_1 + \int_{\mathcal{X}} g(x|a_1) E_{\delta_2}[L(\theta, a_2)] dx \right] \\ &= \sum_{a_1 \in \mathcal{A}_1} \delta_1(a_1) [C_s a_1 + r(\tau, \delta_2|a_1)] \dots (12) \end{aligned}$$

ここに C_s は単位標本当りの調査費用である。

(2) 多段載荷計画の一定式化

a) 状態の遷移

3.(1) の議論に従えば、段階が進むことによる状態の遷移は初期状態 θ^1 と過去の行動だけに依存する確定的変換で表わすことができる。すなわち、上につける添字が段階番号を表わすとして、

$$\theta^i = T[a_2^1, a_2^2, \dots, a_2^{i-1}, \theta^1] \dots (13)$$

したがって、状態 θ^i, θ^j の確率密度関数を ξ, ζ とすると、

$$\zeta(\theta^j) = \xi(T^{-1}[\theta^j]) \left| \frac{d}{d\theta^i} T^{-1}[\theta^j] \right|, \theta^i \in T[\dots \theta^1]$$

ここに T は θ についての強い単調な遷移関数である。

b) 問題の限定

a_2^i (i 段階での仕様書) について、次のような条件をもうける。

$$\sum_{i=1}^n a_2^i = A : \text{const.} \dots (14)$$

a_2 がいくつかの要素をもつとき (記号 2), その少なくとも一つについて式 (14) が成立すればよい。式 (14) によって段階の終りを知ることができる。 n は総段階数をあらわす。

c) 2段階決定問題

2段階決定問題では、第1段階で a_2^1 をとることに決定すれば、第2段階では a_2^2 は $(A - a_2^1)$ しかとることができない。したがって損失関数を次のように改めれば、2段階問題は前節 (1) で述べた方法で直接解決する。すなわち

$$L(\theta, \mathbf{a}) = L(\theta^1, a_1^1, a_2^1) + L(\theta^2, A - a_2^1)$$

ここでもまぎらわしくないで同じ記号 L を用いた。結局2段階で建設することが決められていれば、第2段

階のはじめでサンプリングする必要はない。

d) $n \geq 3$ の場合

自然状態 θ の密度関数について以下のことがいえる。すなわち、1回目に X^1 を測って x^1 が出たとして1回目の事後密度関数をつくり、これをもとに2回目に X^2 を測って x^2 が出たとして2回目の事後密度関数を求めると、これは1回目に X^1, X^2 の両方を (もし測れるならば) 測って x^1, x^2 の両方を得たとしてつくった事後密度関数と同じものになる。そしてこのことは、測る順序を変えても、また回数が増えても妥当する。決定は事後密度関数についてなされるから (式 (11)), 決定の内容も変化しない。ここで X^1, X^2 は θ の“原因”でさえあればよく、 $(X^1, \theta), (X^2, \theta)$ を支配する同時密度関数が相違してもかまわない。このようなベイズ定理の美しい一性質¹⁰⁾は、前述した状態の確定的変換のために、全段階にわたって利用することができる。すなわち、将来の段階における自然状態と現在の自然状態が確定的に結びついているため、結局、現在の調査はすべて将来の状態の、また将来の調査はすべて現在の状態の推定に生かすことができるのである。

このことを3段階 (実質は2段階) の問題について見てみよう。

第2段階における、式 (12) 右辺第2項を第1段階のはじめで計算すると、積分順序の交換可能性を仮定して、

$$\begin{aligned} &\sum_{a_1^1 \in \mathcal{A}_1} \delta^1(a_1^1) \sum_{a_1^2 \in \mathcal{A}_1} \delta_1^2(a_1^2) \\ &\quad \cdot \int_{\mathcal{X}} g(x^1|a_1^1) r^2(\zeta(\theta^2), \delta^2(a_2^2|x^1, x^2)|a_1^2) dx \\ &= \sum_{a_1^1 \in \mathcal{A}_1} \delta^1(a_1^1) \sum_{a_1^2 \in \mathcal{A}_1} \delta_1^2(a_1^2) \int_{\mathcal{X}} g(x^1|a_1^1) \\ &\quad \cdot \int_{\theta^1} \zeta(\theta^2) R^2(\theta^2, \delta_2^2) d\theta^2 dx^1 \\ &= \sum_{a_1^1 \in \mathcal{A}_1} \delta^1(a_1^1) \sum_{a_1^2 \in \mathcal{A}_1} \delta_1^2(a_1^2) \int_{\mathcal{X}} g(x^1|a_1^1) \\ &\quad \cdot \int_{T^{-1}[\theta^2] = \theta^1} \xi(\theta^1|x^1) R^2(T[a_2^1, \theta^1], \delta_2^2) d\theta^1 dx^2 \\ &= \sum_{a_1^1 \in \mathcal{A}_1} \delta^1(a_1^1) \sum_{a_1^2 \in \mathcal{A}_1} \delta_1^2(a_1^2) r(\tau(\theta^2), \\ &\quad \delta_2^2(a_2^2|x^1, x^2)|a_1^1 + a_1^2) \end{aligned}$$

よって第1段階のはじめにおける、3段階全体の総平均危険 (Total Bayes Risk) を Q^3 とおくと、 Q^3 は

$$\begin{aligned} Q^3 &= \sum_{a_1^1 \in \mathcal{A}_1} \delta_1^1(a_1^1) \sum_{a_1^2 \in \mathcal{A}_1} \delta_1^2(a_1^2) \\ &\quad \cdot [C_s(a_1^1 + a_1^2) + r^1(\tau, \delta_2^1|a_1^1) \\ &\quad + \sum_{a_2^2 \in \mathcal{A}_2} \delta_2^2(a_2^2) r(\tau, \delta_2^2|a_1^1 + a_1^2)] \end{aligned}$$

となり、この方式は、 $r^1(\tau, \delta_2^1|a_1^1)$ がサンプルサイズの減少関数であるときは、 $\delta_1^2(0) = 1$ のとき最小になることを示す。したがって3段階での決定法則を求める式は

$$\begin{aligned} \min_{D^*} Q^2 &= \min_{\delta_1^1, (\delta_2^1, \delta_2^2)} \sum_{a_1^1 \in \mathcal{U}_1} \delta_1^1(a_1^1) \\ &\quad \cdot [C_s a_1^1 + r^1(\tau, \delta_2^1 | a_1^1)] \\ &\quad + \sum_{a_2^2 \in \mathcal{U}_2} \delta_2^1(a_2^2 | x) r^2(\tau, \delta_2^2 | a_1^1) \\ &= \min_{D^*} r(\tau, \delta) \dots \dots \dots (15) \end{aligned}$$

ただし、 D^* は δ の集合で

$$\begin{aligned} \delta(a_1, a_2^1, a_2^2 | x) &= \delta_1(a_1) \times \delta_2^1(a_2^1 | x) \times \delta_2^2(a_2^2 | x) \\ \sum_{a \in \mathcal{U}} \delta &= 1 \end{aligned}$$

であるような1段階の決定問題に帰着する。

同様の操作を続けて行うことにより、上述のことは $n > 3$ の場合についても妥当する。すなわち、最終段階を除いて各段階における式(12)の右辺第2項を、考えている段階から見た平均危険として計算したとき、これがサンプルサイズの減少関数であれば、調査は各段階で行うのではなく、全部の調査を最初の段階で一括して行い、全情報を最初から利用すべきことを示している。このことは、状態の確定的な変換を前提としているから、いわば当然のことである。もしサンプルサイズの増加関数であるならば、増加関数であることが最終段階までではまるとき、やはり式(15)が最適のサンプルサイズを決定することも当然である。増加関数が減少関数かの判断は、具体的に計算される各種関数の関数形から検討される(5. 参照)。

(3) 数値計算のための準備

$V \gg v$ モデルが適用される軟弱地盤上の盛土の段階建設を上述の議論に沿って考える。

a) 感応度分析の対象とする不確定要素

リスク問題として扱うのではなく、要素の誤差に対する決定の感応度を荒く知るだけですませる不確定要素として以下の4つをとり上げる。

- ① c_u に関する地盤状態の母分散
- ② 地盤状態の事前分布のパラメータ
- ③ 地盤状態の遷移関数 T あるいは遷移係数 t
- ④ 損失関数の係数

$V \gg v$ モデルの地盤の場合、盛土の破壊の事象は地盤内での c_u の母平均だけによってきまる。そして本章(1)で述べたような調査規模の決定法に従えば、損失関数は c_u の母平均だけの関数とすることができ、ベクトル母数の関数とする必要はない。このことから、 c_u のばらつきの母分散は調査規模の大小に影響を及ぼすが、各段階における盛土高さの決定などへの影響は小さいことを期待した。母平均とともに母分散の推定を含む調査規模のより詳細で精密な決定は、2. における $V > v$ モデルの破壊確率の計算と合わせて、後の機会に報告する。したがって、②の事前分布とは、地盤内での c_u の

ばらつきの母平均を確率変数として記述したものである。

③および④の不確定要素については、不確実性の確率的表現ができないか、もしくはふさわしくないことが感度分析の対象とされた最大の理由である。③については、いくつかの点でも力学的に未解明であり、また④は6.の動態観測に関連して述べるが、現場の状況のほかに、技術者の力量に深く関係する。

b) τ, ξ, L, g

c_u はピートなどの超軟弱な地盤を除いては、地盤内で正規分布していることが知られているが、この母分散 σ^2 を既知とする。未知の母平均を μ とし、 μ に関する事前分布を

$$\tau(\mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\alpha} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu - \mu_0}{\alpha}\right)^2\right] \dots \dots (16)$$

なる正規分布で与えると、サンプルサイズ a_1 で $x(x_1, x_2, \dots, x_{a_1})$ が得られると、事後分布 ξ は

$$\xi(\mu | x, a_1) = \frac{\exp\left[-\frac{\sigma^2 + a_1 \alpha^2}{2 \alpha^2 \sigma^2} \left(\mu - \frac{\sigma^2 \mu_0 + a_1 \alpha^2 \bar{x}}{\sigma^2 + a_1 \alpha^2}\right)^2\right]}{\sqrt{\frac{2 \pi \alpha^2 \sigma^2}{\sigma^2 + a_1 \alpha^2}}}$$

なる正規分布として得られる。ここに μ_0, α^2 はそれぞれ事前分布の平均と分散であり、 $a_1 \bar{x} = \sum x_i$ である。

損失関数 $L(\theta^i, a_2^i)$ は基本的に以下の形式で与えてよいであろう。

$$L(\theta^i, a_2^i) = \begin{cases} C_F \times \sum_{k=1}^i a_2^k + 2 C_D; & T[a_2^1, \dots, a_2^{i-1}, \mu] \leq S_N r \sum_{k=1}^i a_2^k \\ C_D; & \\ T[a_2^1, \dots, a_2^{i-1}, \mu] > S_N r \sum_{k=1}^i a_2^k & \dots \dots \dots (17) \end{cases}$$

ここに C_F は盛土の単位高さ当りの破壊損失費で、 S_N は盛土の形状によってきまる安定定数¹²⁾、仕様 a_2^i は i 段階で施工すべき盛土高さ、 r は盛土の単位体積重量である。破壊しないときに損失関数 C_D (一定)としたのは、式(14)の A が一定であるため、 i 段階における盛土高さの変化による総建設費の変動はなく、ただ段階数だけが工期の長短として損失に関係するからである。しかし i 段階における圧密期間なども仕様書に書き込む必要のあるときは、この限りではない(5. 参照)。破壊時には小規模の荷重で再度圧密させるため、倍の復旧期間がかかると考え C_D の2倍を付与した。

さて、 ξ と L の関数形で注意すべきことは、 $E[L(\mu_1, a_2)]$ が \bar{x} だけの関数となり、個々の $(x_1, x_2, \dots, x_{a_1})$ には依存しないことである。このことに注目して周辺分布 g を求める。

$$g(x|a_1) = \int_{\sigma} p df(x, \mu|a_1) d\mu$$

$$= c \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2 + a_1^2}} \right)^2 \right]$$

$$- \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{a_1} \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^2 \right]$$

において、 c は μ_0, σ, a_1 によって定まる定数である。 $g(x|a_1) \times E[L(\mu, a_2)]$ の $x_i (i=1, \dots, a_1)$ に関する多重積分は変数変換 $(x_1, \dots, x_{a_1}) \rightarrow (\bar{x}, z_1, z_2, \dots, z_{a_1-1})$, $z_i = x_i - \bar{x}$ を行えば、ヤコビアンは a_1 だけに依存する定数で

$$\Sigma \left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma} \right)^2 = \frac{1}{\sigma^2} [\Sigma z_i^2 + (\Sigma z_i)^2]$$

となるから、確率変数 \bar{X} と、 $\Sigma Z^2 + (\Sigma Z)^2$ とは独立で、 $E[L]$ が z_i に関係しないため z_i で積分をすませてもらい、計算の直接の対象となる \bar{x} の周辺分布としては、同じ記号 g を用いて

$$g(\bar{x}|a_1) = \sqrt{\frac{a_1}{2\pi(\sigma^2 + a_1^2)}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sqrt{\sigma^2 + a_1^2}} \right)^2 \right]$$

を得る。

5. 数値計算例とその考察

軟弱地盤上に高さ 10 m の盛土を、4 段階以内の段階建設で立上げる問題を例にとった。地盤状態の遷移については、次の 2 例を考えた。

Case 1: 地盤が比較的浅く、かつ c_u, p_0 のばらつきが大きいなどの理由により、 c_u, p_0 の深さに対する相関が有意でない場合。このときは式 (6) から直接次式を得る。

$$T[h^1, h^2, h^{i-1}, \mu] = t\mu \dots \dots \dots (18)$$

ただし

$$t = 1 + \frac{\tau \sum_{k=1}^{i-1} h^k}{(p_0)_m} \times \beta$$

β については後述する。

Case 2: c_u, p_0 の深さに対する線形回帰を考慮する場合。このときは適当な座標 z が選ばれて $(p_0)_m = bz, (c_u)_m = cz$ と書けるから

$$\frac{1}{H} \int (c_{u1})_m dz = \frac{1}{H} \int t(z) \cdot cz dz$$

$$= \frac{1}{H} \int (c_{u1})_m dz + \frac{c}{b} \tau \sum h^k$$

となり

$$T[h^1, h^2, \dots, h^{i-1}, \mu]$$

$$= \mu + \frac{c}{b} \tau \sum_{k=1}^{i-1} h^k \times \beta \dots \dots \dots (19)$$

となる。ここに H は粘土層の問題とする厚さである。

式 (18), (19) 中の h^i は、仕様書 a_2^i のうち i 段階で盛立てる高さだけを表わしている。仕様書としてこのほかに、 i 段階における圧密放置期間 t_c^i も決定する必要がある場合は、式 (18), (19) の $t, t(z)$ 中の盛土荷重の項に、その荷重による地盤の平均圧密度を乗ずる。このとき、平均圧密度 U と放置期間 t_c との間に次の関係を用いた。

$$U = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} \exp \left\{ -\left(\frac{2n+1}{2} \pi \right)^2 t_c \right\}$$

ここに放置期間 t_c はその荷重が過去の段階で経過してきた時間の総和 Σt_c^i で、時間係数として無次元化されている。

さて式 (18), (19) 中の β は、有限幅荷荷のためすべり線の通過する全域が圧密による強度上昇を受けていないことによる割引を表わしている。このような表現は、圧密度の平均を考えることと同じく、 $V \gg v$ モデルの地盤での平均的取扱いが可能であるとき、便利である。

損失関数は式 (17) であるが、圧密放置期間 t_c^i を考慮するときは、 C_D を $C_D \times t_c^i$ に置き代えて計算した。ただし破壊時には $t_c^i = 1$ とし、式 (17) のままである。これは、もしすべり破壊が生ずると地盤の養生にかなりの時間が必要であることを考慮したからである。

計算に用いた設計空間 \mathfrak{X} と各種の係数値とを一括して **Table 1** に示す。また、これに基づく計算結果のうち代表的なものを **Table 2** に示す。**Table 2** 中で代替案選択と書かれている欄は、どのような段階建設を行っても期待損失費が 1 億円を超過することを示している。また **Table 2** 中で、 F_{ξ} は事後分布 ξ の平均値から計算される安全率を表わす。 P_F は破壊確率である。実際に計算する場合で、調査結果の実現値に、**Table 2** 中の調査結果の欄で近いものがないときは、その実現値に基づく事後分布 ξ を作って再度計算すればよい。**Table 2** は、周辺分布 g を 9 つの離散値におきなおし

Table 1 Design space and conditions for design

Design Space	
Sample Size	$a_1 = 30, 50, 80, 120, 170$
Direction	$a_2^i = (h^i, t^i)$
	$\sum_{i=1}^n h^i = 10.0 \text{ m}, n \leq 4$
	$t^i = 0.2 (U \neq 50\%), 0.4 (U \neq 70\%)$
	$1.0 (U \neq 93\%)$
Stability Number	$S_N = 0.181$
Discount Rate for Consolidated Area	$\beta = 0.5$
Coefficient of Transformation Function	
Case 1	$1/(p_0)_m = 0.1 (\text{m}^2/\text{t})$
Case 2	$C/b = 0.2$
Coefficient of Loss Function	
C_F	$= 800 \times 10^4 \text{ yen per unit Height of Embankment (m)}$
C_D	$= 1000 \times 10^4 \text{ yen per } t = 1$
C_S	$= 2 \times 10^4 \text{ yen per unit Sample}$

Table 2 Numerical example of design
(a) Case 1

σ, τ, a_1 and Q	\bar{x} (t/m ²)	h^1 (m)	t^1	$P_F(\%)$	F_e	h^2 (m)	t^2	$P_F(\%)$	F_e	h^3 (m)	t^3	$P_F(\%)$	F_e	h^4 (m)	$P_F(\%)$	F_e	
$\mu=2.0$ (t/m ²) $\sigma=0.5$ (t/m ²) $\alpha=0.5$ (t/m ²) $a_1=120$ $Q=3947$ (10 ⁴ yen)	$\bar{x}<1.664$	代替案選択															
	1.809	5.5	1.0	0.50	1.08	2.5	0.4	1.80	1.06	1.0	1.0	3.20	1.05	1.0	11.20	1.03	
	2.000	6.0	0.2	0.04	1.07	1.5	0.4	0.02	1.09	1.5	0.2	0.02	1.09	1.0	1.27	1.05	
	2.191	6.5	0.2	0.00	1.09	2.0	0.2	0.08	1.07	1.5	—	1.60	1.05	—	—	—	
	2.336	6.5	0.2	0.00	1.17	2.0	0.2	0.00	1.14	1.5	—	0.00	1.12	—	—	—	
	2.522	7.5	0.2	0.00	1.09	2.5	—	0.00	1.08	—	—	—	—	—	—	—	
2.823	8.0	0.2	0.00	1.14	2.0	—	0.00	1.23	—	—	—	—	—	—	—	—	
$\mu=2.0$ $\sigma=0.5$ $\alpha=0.3$ $a_1=170$ $Q=3227$	$\bar{x}<1.685$	代替案選択															
	1.797	5.5	1.0	0.22	1.06	2.5	0.4	1.22	1.05	1.0	1.0	2.60	1.04	1.0	11.82	1.03	
	1.885	5.5	0.2	0.00	1.12	1.5	1.0	0.01	1.08	2.0	0.4	0.09	1.07	1.0	1.75	1.04	
	2.000	6.0	0.2	0.00	1.08	1.5	0.4	0.00	1.09	1.5	0.2	0.00	1.09	1.0	0.38	1.05	
	2.191	6.0	0.2	0.00	1.14	2.0	0.2	0.00	1.08	1.0	0.2	0.00	1.10	1.0	0.00	1.08	
	2.203	6.5	0.2	0.00	1.10	2.0	0.2	0.00	1.08	1.5	—	0.23	1.05	—	—	—	
2.315	6.5	0.2	0.00	1.15	2.0	0.2	0.00	1.13	1.5	—	0.00	1.10	—	—	—		
2.496	7.5	0.2	0.00	1.08	2.5	—	0.00	1.07	—	—	—	—	—	—	—	—	
$\mu=2.0$ $\sigma=0.75$ $\alpha=0.5$ $a_1=170$ $Q=4169$	$\bar{x}<1.663$	代替案選択															
	1.809	5.0	1.0	0.00	1.18	2.5	1.0	0.29	1.10	1.5	1.0	3.68	1.06	1.0	15.60	1.03	
	2.000	6.0	0.2	0.36	1.08	1.5	0.4	0.20	1.09	1.5	0.4	0.26	1.09	1.0	0.19	1.09	
	2.191	6.0	0.2	0.00	1.19	2.0	0.2	0.00	1.12	1.0	0.2	0.00	1.14	1.0	0.00	1.12	
	2.337	6.5	0.2	0.00	1.17	2.0	0.2	0.00	1.14	1.5	—	0.00	1.12	—	—	—	
	2.523	7.5	0.2	0.01	1.09	2.5	—	0.00	1.08	—	—	—	—	—	—	—	
2.825	8.0	0.2	0.00	1.14	2.0	—	0.00	1.23	—	—	—	—	—	—	—	—	
$\mu=2.0$ $\sigma=0.75$ $\alpha=0.3$ $a_1=170$ $Q=3485$	$\bar{x}<1.682$	代替案選択															
	1.795	5.0	1.0	0.00	1.17	2.5	1.0	0.41	1.09	1.5	1.0	4.88	1.05	1.0	19.24	1.03	
	1.884	5.5	0.4	0.03	1.12	2.0	1.0	0.44	1.09	1.5	0.4	0.12	1.10	1.0	4.36	1.05	
	2.000	6.0	0.2	0.32	1.08	1.5	0.4	0.18	1.09	1.5	0.4	0.23	1.09	1.0	0.17	1.09	
	2.116	6.0	0.2	0.00	1.14	2.0	0.2	0.33	1.08	1.0	0.2	0.04	1.10	1.0	0.22	1.08	
	2.205	6.0	0.2	0.00	1.19	2.0	0.2	0.00	1.12	1.0	0.2	0.00	1.14	1.0	0.00	1.13	
2.318	6.5	0.2	0.00	1.15	2.0	0.2	0.00	1.13	1.5	—	0.00	1.10	—	—	—		
2.501	7.5	0.2	0.10	1.08	2.5	—	0.31	1.07	—	—	—	—	—	—	—	—	

(b) Case 2

σ, τ, a_1 and Q	\bar{x} (t/m ²)	h^1 (m)	t^1	$P_F(\%)$	F_e	h^2 (m)	t^2	$P_F(\%)$	F_e	h^3 (m)	t^3	$P_F(\%)$	F_e	h^4 (m)	$P_F(\%)$	F_e	
$\mu=2.0$ (t/m ²) $\sigma=0.5$ (t/m ²) $\alpha=0.5$ (t/m ²) $a_1=80$ $Q=3011$ (10 ⁴ yen)	$\bar{x}<1.477$	代替案選択															
	1.663	5.0	1.0	1.03	1.08	2.5	1.0	0.33	1.06	1.5	1.0	0.63	1.05	1.0	3.64	1.03	
	1.809	5.5	0.4	1.62	1.07	2.0	0.4	0.25	1.07	1.5	0.4	2.50	1.04	1.0	2.43	1.04	
	2.000	5.5	0.2	0.00	1.18	2.0	0.4	0.16	1.07	1.5	0.2	0.00	1.08	1.0	0.22	1.05	
	2.191	6.0	0.2	0.00	1.19	1.5	0.2	0.00	1.17	1.5	0.2	0.00	1.09	1.0	0.00	1.08	
	2.337	6.5	0.2	0.00	1.17	2.0	0.2	0.00	1.11	1.5	0.0	0.02	1.06	—	—	—	
2.523	7.0	0.2	0.00	1.17	2.0	0.2	0.00	1.13	1.0	—	0.00	1.14	—	—	—		
2.825	8.0	0.2	0.00	1.14	2.0	—	0.00	1.13	—	—	—	—	—	—	—	—	
$\mu=2.0$ (t/m ²) $\sigma=0.5$ $\alpha=0.3$ $a_1=80$ $Q=2148$	$\bar{x}<1.500$	代替案選択															
	1.683	5.0	1.0	0.24	1.10	2.5	1.0	0.06	1.08	1.5	1.0	0.14	1.06	1.0	1.10	1.04	
	1.796	5.0	0.4	0.00	1.17	2.0	0.4	0.00	1.11	1.5	1.0	0.06	1.07	1.5	0.67	1.04	
	1.884	5.5	0.4	0.02	1.12	2.0	0.4	0.00	1.10	1.5	0.4	0.04	1.07	1.0	0.04	1.06	
	2.000	5.5	0.2	0.00	1.18	2.0	0.4	0.150	1.07	1.5	0.4	0.00	1.08	1.0	0.20	1.05	
	2.116	6.0	0.2	0.00	1.14	1.5	0.2	0.00	1.14	1.5	0.2	0.04	1.07	1.0	0.08	1.06	
2.204	6.0	0.2	0.00	1.19	1.5	0.2	0.00	1.18	1.5	0.2	0.00	1.10	1.0	0.00	1.08		
2.317	6.5	0.2	0.00	1.15	2.0	0.2	0.00	1.09	1.5	—	0.09	1.06	—	—	—		
2.500	7.0	0.2	0.00	1.15	1.5	0.2	0.00	1.18	1.5	—	0.00	1.12	—	—	—	—	
$\mu=2.0$ $\sigma=0.75$ $\alpha=0.5$ $a_1=120$ $Q=3194$	$\bar{x}<1.475$	代替案選択															
	1.662	5.0	1.0	2.80	1.08	2.5	1.0	0.26	1.07	1.5	1.0	2.00	1.05	1.0	6.89	1.03	
	1.808	5.0	0.4	0.00	1.18	2.0	0.4	0.01	1.12	1.5	1.0	0.28	1.07	1.5	1.60	1.05	
	2.000	5.5	0.2	0.00	1.18	2.0	0.4	0.80	1.07	1.5	0.2	0.03	1.08	1.0	0.97	1.05	
	2.192	6.0	0.2	0.00	1.19	1.5	0.2	0.00	1.17	1.5	0.2	0.01	1.09	1.0	0.01	1.08	
	2.338	6.5	0.2	0.00	1.17	2.0	0.2	0.00	1.11	1.5	—	0.18	1.06	—	—	—	
2.525	6.5	0.2	0.00	1.26	2.0	0.2	0.00	1.17	1.5	—	0.00	1.12	—	—	—		
2.828	7.5	0.2	0.00	1.22	2.5	—	0.00	1.12	—	—	—	—	—	—	—	—	
$\mu=2.0$ $\sigma=0.75$ $\alpha=0.3$ $a_1=120$ $Q=2306$	$\bar{x}<1.495$	代替案選択															
	1.680	5.0	1.0	0.92	1.10	2.5	1.0	0.36	1.08	1.5	1.0	0.61	1.06	1.0	2.72	1.04	
	1.794	5.0	0.4	0.00	1.17	2.0	0.4	0.01	1.11	1.5	1.0	0.35	1.07	1.5	1.96	1.04	
	1.883	5.5	0.4	0.16	1.12	2.0	0.4	0.02	1.10	1.5	0.4	0.26	1.07	1.0	0.25	1.06	
	2.000	5.5	0.2	0.00	1.18	2.0	0.4	0.71	1.07	1.5	0.2	0.03	1.08	1.0	0.88	1.05	
	2.117	6.0	0.2	0.01	1.14	1.5	0.2	0.00	1.14	1.5	0.2	0.32	1.07	1.0	0.49	1.06	
2.206	6.0	0.2	0.00	1.19	1.5	0.2	0.00	1.17	1.5	0.2	0.00	1.10	1.0	0.01	1.08		
2.320	6.5	0.2	0.00	1.15	2.0	0.2	0.01	1.10	1.5	—	0.55	1.06	—	—	—		
2.505	6.5	0.2	0.00	1.24	2.0	0.2	0.00	1.16	1.5	—	0.00	1.11	—	—	—	—	

(c) Case 1

σ, τ, a_1 and Q	\bar{x} (t/m ²)	h^1 (m)	t^1	$P_r(\%)$	F_ϵ	h^2 (m)	t^2	$P_r(\%)$	F_ϵ	h^3 (m)	t^3	$P_r(\%)$	F_ϵ	h^4 (m)	$P_r(\%)$	F_ϵ	
$\sigma = 0.5$ (t/m ²) $\alpha = 0.5$ (t/m ²) $\mu = 1.8$ $a_1 = 170$ $Q = 5320$	$\bar{x} < 1.609$	代替案選択															
	1.800	5.5	1.0	0.24	1.06	2.5	0.4	1.30	1.05	1.0	1.0	2.76	1.04	1.0	12.27	1.03	
	1.991	6.0	0.2	0.01	1.08	1.5	0.4	0.00	1.08	1.5	0.2	0.01	1.08	1.0	0.86	1.05	
	2.136	6.0	0.2	0.00	1.16	2.0	0.2	0.00	1.09	1.0	0.2	0.00	1.11	1.0	0.00	1.09	
	2.322	6.5	0.2	0.00	1.16	2.0	0.2	0.00	1.13	1.5	—	0.00	1.11	—	—	—	
2.622	7.5	0.2	0.00	1.13	2.5	—	0.00	1.12	—	—	—	—	—	—	—		
$\sigma = 0.5$ $\alpha = 0.5$ $\mu = 2.2$ $a_1 = 80$ $Q = 2751$	$\bar{x} < 1.677$	代替案選択															
	1.862	5.5	1.0	0.08	1.10	2.5	0.4	0.31	1.09	1.0	1.0	0.58	1.08	1.0	2.24	1.06	
	2.009	6.0	0.2	0.15	1.09	1.5	0.4	0.08	1.10	1.5	0.4	0.10	1.09	1.0	0.08	1.10	
	2.000	6.0	0.2	0.00	1.19	2.0	0.2	0.00	1.12	1.0	0.2	0.00	1.15	1.0	0.00	1.13	
	2.391	6.5	0.2	0.00	1.19	2.0	0.2	0.00	1.17	1.5	—	0.00	1.14	—	—	—	
2.537	7.5	0.2	0.00	1.10	2.5	—	0.00	1.09	—	—	—	—	—	—	—		
2.723	7.5	0.2	0.00	1.17	2.5	—	0.00	1.16	—	—	—	—	—	—	—		
3.025	8.5	0.2	0.00	1.15	1.5	—	0.00	1.34	—	—	—	—	—	—	—		
$\sigma = 0.5$ $\alpha = 0.5$ $\mu = 2.4$ $a_1 = 80$ $Q = 1676$	$\bar{x} < 1.575$	代替案選択															
	1.877	5.5	0.4	0.03	1.11	2.0	1.0	0.50	1.08	1.5	0.4	0.13	1.10	1.0	4.92	1.05	
	2.063	6.0	0.2	0.00	1.12	1.5	0.4	0.00	1.13	1.5	0.2	0.00	1.12	1.0	0.12	1.09	
	2.209	6.5	0.2	0.01	1.11	2.0	0.2	0.15	1.08	1.5	—	1.56	1.06	—	—	—	
	2.400	6.5	0.2	0.00	1.20	2.0	0.2	0.00	1.17	1.5	—	0.00	1.13	—	—	—	
2.591	7.5	0.2	0.00	1.12	2.5	—	0.00	1.11	—	—	—	—	—	—	—		
2.737	7.5	0.2	0.00	1.18	2.5	—	0.00	1.17	—	—	—	—	—	—	—		
2.923	8.0	0.2	0.00	1.18	2.0	—	0.00	1.27	—	—	—	—	—	—	—		
3.225	10.0	—	0.66	1.05	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		

(d) Case 2

σ, τ, a_1 and Q	\bar{x} (t/m ²)	h^1 (m)	t^1	$P_r(\%)$	F_ϵ	h^2 (m)	t^2	$P_r(\%)$	F_ϵ	h^3 (m)	t^3	$P_r(\%)$	F_ϵ	h^4 (m)	$P_r(\%)$	F_ϵ	
$\sigma = 0.5$ (t/m ²) $\alpha = 0.5$ (t/m ²) $\mu = 1.8$ $a_1 = 170$ $Q = 4254$ (10 ⁴ yen)	$\bar{x} < 1.464$	代替案選択															
	1.609	5.0	1.0	2.98	1.05	2.5	1.0	0.68	1.04	1.5	1.0	1.59	1.03	1.0	12.97	1.01	
	1.800	5.5	0.4	0.24	1.06	2.0	0.4	0.01	1.06	1.5	0.4	0.53	1.04	1.0	0.50	1.03	
	1.991	5.5	0.2	0.00	1.17	2.0	0.4	0.00	1.07	1.5	0.2	0.00	1.08	1.0	0.01	1.05	
	2.136	6.0	0.2	0.00	1.16	1.5	0.2	0.00	1.15	1.5	0.2	0.00	1.07	1.0	0.00	1.06	
2.322	6.5	0.2	0.00	1.16	2.0	0.2	0.00	1.10	1.5	—	0.00	1.06	—	—	—		
2.622	7.5	0.2	0.00	1.13	2.5	—	0.00	1.06	—	—	—	—	—	—	—		
$\sigma = 0.5$ $\alpha = 0.5$ $\mu = 2.2$ $a_1 = 120$ $Q = 2067$	$\bar{x} < 1.372$	代替案選択															
	1.675	5.0	1.0	1.55	1.10	2.5	1.0	0.65	1.07	1.5	1.0	1.06	1.06	1.0	4.18	1.04	
	1.862	5.5	0.4	0.48	1.10	2.0	0.4	0.09	1.09	1.5	0.4	0.73	1.06	1.0	0.70	1.05	
	2.008	5.5	0.2	0.00	1.19	2.0	0.4	0.49	1.08	1.5	0.2	0.02	1.09	1.0	0.60	1.06	
	2.200	6.0	0.2	0.00	1.19	1.5	0.2	0.00	1.18	1.5	0.2	0.00	1.10	1.0	0.01	1.08	
2.392	6.5	0.2	0.00	1.19	2.0	0.2	0.00	1.13	1.5	—	0.01	1.08	—	—	—		
2.538	6.5	0.2	0.00	1.26	2.0	0.2	0.00	1.18	1.5	—	0.00	1.13	—	—	—		
2.725	7.5	0.2	0.00	1.18	2.5	—	0.00	1.10	—	—	—	—	—	—	—		
3.028	8.5	0.2	0.00	1.15	1.5	—	0.00	1.22	—	—	—	—	—	—	—		
$\sigma = 0.5$ $\alpha = 0.5$ $\mu = 2.4$ $a_1 = 80$ $Q = 1637$	$\bar{x} < 1.569$	代替案選択															
	1.873	5.5	0.4	0.92	1.12	2.0	0.4	0.25	1.10	1.5	0.4	1.27	1.07	1.0	1.24	1.06	
	2.060	5.5	0.2	0.00	1.22	2.0	0.4	0.24	1.10	1.5	0.2	0.01	1.11	1.0	0.30	1.07	
	2.207	6.0	0.2	0.00	1.20	1.5	0.2	0.00	1.18	1.5	0.2	0.03	1.10	1.0	0.05	1.09	
	2.400	6.5	0.2	0.00	1.20	2.0	0.2	0.00	1.13	1.5	—	0.07	1.09	—	—	—	
2.593	6.5	0.2	0.00	1.29	2.0	0.2	0.00	1.20	1.5	—	0.00	1.15	—	—	—		
2.740	7.5	0.2	0.00	1.18	2.5	—	0.02	1.10	—	—	—	—	—	—	—		
2.927	7.5	0.2	0.00	1.26	2.5	—	0.00	1.16	—	—	—	—	—	—	—		
3.231	8.5	0.2	0.00	1.23	1.5	—	0.00	1.28	—	—	—	—	—	—	—		

て Total Risk Q を計算したものである。 F_ϵ がすべて 1 より大であることは、各段階でのベイズリスク r^i がサンプルサイズの減少関数であることを示している。

さて計算結果を比較することによって、4. (3) a) で述べた各種の不確定要素による決定の感応度について次のような事柄が観測された。

a) c_u の地盤状態の母分散 σ^2 の影響

σ については 0.5 t/m² と 0.75 t/m² とを調べた。これは、計算した事前分布の平均値によって変動係数に換算すれば、ほぼ 0.2~0.4 に相当し、現実的な数値であ

る^{8),15)}。 σ のこの程度の変動では、期待したとおり、サンプルサイズにわずかの影響を及ぼすが、仕様書の各種諸元にはほとんど影響を与えない。そしてこの傾向は事前分布の平均値が大きいほど著しい。

b) 事前分布 τ の変動の影響

事前分布の平均 μ_0 については、1.8~2.4 t/m² の間で 4 種類、偏差 α については 0.5 t/m², 0.3 t/m² の 2 種類の組合せからできる合計 8 種類の事前分布について検討した。 c_u の平均 μ についての事前分布の分散をこの程度で与えることは、 μ についての正確な事前情報が

ほとんどないことを示すと考えてよいであろう。このことに加えて、破壊時の損失費用や工期遅れにともなう損失が、サンプリング費用に比較して大きいから、標本情報の期待値とつり合うサンプルサイズはかなり大きい。これら2つの事柄は、事前分布 ξ の表式からも明らかかなように、標本情報によって事前分布が大きく修正されることを示している。そのために、計算例からも読み取れるとおり、事前分布の変動による決定の感応度は低い。計算例での事前分布でもまだ鋭利すぎるとして、いっそうなだらかな事前分布を与えればこの傾向はさらに強まる。

海上からの海底地盤の調査のように、サンプリング費用がかなり大きい場合、相対的に事前分布の影響は大きくなる。粘土の圧縮性について、技術者の経験年数などによる事前分布の変化を調査した研究¹²⁾がみられるが、これによると技術者の過去の経験によって事前分布はかなり変化している。このことは、経験が客観的に定量化されて蓄積継承されていくことの重要性を物語っているといえよう。

c) 地盤状態の遷移関数 T の影響

Case 1 と Case 2 とを比較するならば、 T の関数形による決定の感応度が、 σ や τ のそれに比べてかなり大きいことがわかる。式 (18)、(19) を見ればただちにわかるように、Case 2 が、従来法に最も近い遷移関数であろう。しかしながら、特に内陸部では Case 1 にあてはまる地盤がよく見られるので、Case 1 と Case 2 との相違による決定の感応度を定性的にせよ理解しておくことは重要であろう。この感応度の性質は単純で、初期地盤の c_u の平均強度 μ と次式で定義されるその地盤の基準強度

$$S = (p_0)_m \times \left(\frac{c}{b} \right) \dots\dots\dots (20)$$

と比較すればよい。すなわち、 $\mu > S$ の成立するときには Case 1 の方が Case 2 に比べて強度増加が大きく、 $\mu < S$ ではこの逆となる。したがって、 μ に関する事後分布の平均値と S の推定値との大小関係によって決定の傾向が逆転する。すなわち、地盤が Case 1 であるにもかかわらず Case 2 であると判断した場合は $\mu < S$ のときに、地盤が Case 2 であるにもかかわらず Case 1 であると判断したときは $\mu > S$ のときに、それぞれ危険側の設計になる。Table 1, 2 に示した計算例では $s = 2 \text{ t/m}^2$ である。

しかし、感応度のこの傾向を多段載荷工法の初期の段階で設計に取り入れておくことは、施工前における S 値の予測の不確実性が大きいため困難であろう。遷移関数 T に含まれるこの種の不確実性は、現在のところ施工中の観測によって補われるよりほかに方法はないと考え

られる。

d) 損失関数の影響

式 (17) の損失関数は 2 次損失関数のように a が θ についての対称な関数でないため、各種の単価の変動は、最良な決定関数の性質に大きく影響する。工期遅れにともなう損失 C_D についていえば、 C_D が大きくなれば段階数の少ない急速な施工を余儀なくされるが、これにともなう Total Risk の増加は他の代替案を選択する地盤強度の領域を大きくすることによって補われる。破壊による損失 C_F の増大も C_D と同様、他の代替案を選択する地盤強度の領域を拡大するが、重要なことは C_D と異なり C_F の値は破壊予知に関する技術者の技量にも関係する点である。これについては次章で述べる。

6. 施工中の観測

施工中の観測のもつ意義はおよそ次の3つに分けて考えることができる。

1) 数学的に表現された理論にのせるための実際の複雑な現象の理想化、および作業の単純化と画一性を本質的な制約としてもつ土質試験とによって、実際の設計では2重の単純化が行われている。これらが功を奏しているかどうかの確認は施工中の観測によって行われる。

2) 施工前の土質調査では推測することができるだけで本質的には得ることができない情報を施工中の観測によって収集し、設計変更に生かす。

3) 現在施工中の土工に対しては不要であっても、その後の同種の土工に生かされる目的で観測が行われる。

本論文の方法論を補うために必要とされるものは、1) および 2) の意義をもった施工中の観測である。具体的項目について簡単に述べると以下のとおりである。

まず、沈下に関する動態観測は仕様書に定められた圧密度の確認のために必須である。

地盤状態の遷移についての観測では次の2点が重要である。すなわち、① 圧密度 50~80% 程度で次の載荷に移る場合は、一般に、地盤中の残留間隙水圧が深度方向に一定の状態にはない。したがって、地盤の強度は $V \gg v$ モデルの不均質性と合わせて、マクロ的な不均質性をも有している。このような場合は、その時期のアイソクローンに特有の地盤中の weak point に着目した局所的な土質調査または間隙水圧の測定によって安定計算の再度のチェックがなされるべきであり、全般的な土質調査を再度この時期に行う必要はない。② すべり破壊の予知技術に関連していえば、沈下量 d と測方変位量 δ との統一的な把握が重要である。盛土の中央部で測定された沈下量 d と、のり尻で測定された側方変位

量 δ について、 $(d, \delta/d)$ 座標上の軌跡に着目したこの種の研究は、著者の一人が他の研究者と別途に一部すでに発表している¹⁴⁾。この破壊の予知技術は、次の段階で載荷すべき土量を事前にのり先載荷に回すなどの施工技術と関連させて、すべき地盤も実際にはすべらせることなく、 C_F の値を下げることに大いに役立つであろう。

上述①および②の情報によって事後分布 δ および遷移関数 T を修正する必要が生じた場合は、修正された δ および T に基づく最適設計が 4. の手法によって再度行われるべきである。これらの修正が、それまでの施工計画を安全側に入れるか、または少ししか危険側にしないとき、実際に設計変更を行うかどうかは、設計変更にとまらぬ費用と、あらたに得られた情報の期待価値とを考慮して決定されるべきである。なお②で述べた $(d, \delta/d)$ 上の軌跡と地盤強度との関連についての理論的、実証的議論は次の機会にゆずる。

7. ま と め

土質データのばらつきを考慮して、土構造物の安全性を統計理論によって評価する方法は、近年内外で広く行われるようになってきた^{11), 13), 14)}。しかし、この手法による評価の正確さは、大部分が用いる力学的仮説の現実への妥当性の如何に依存しているといつて過言でない。単純化された仮定をとまないつつ、しかしそのような仮定を少しずつ排除する方向で土質力学は発展してきている。しかし、これらの理論と現実への橋わたしは、実際家の用いる統計理論だけによって行えるものではなく、たとえば本論文 2., 3. および 5. の一部で述べた事柄についての力学的側面からの補強、訂正が一層重要である。不均質地盤の沈下やすべり破壊について、それらが確率的現象であることを必然ならしめる力学的議論によって統計理論との接近が一層はかられるだろう。

力学の議論が不備であるか、または置かれている仮説の現実への妥当性に技術者が十分の確信を持っていない段階では、6. で述べた施工中の観測のとくに 3) の意義が強調されねばならない。破壊例についての沈下量と側方変位量についての動観測（したがってこれらの観測は直接対象となった土工には役に立たなかった）の結果の統計的処理¹⁴⁾が、破壊予知について少しでも役立つとすれば、この事例だけでも 3) の意義は強調される。

以上の2点を今後の課題としつつ、得られた結論について要約すれば次のようである。

(1) すべり破壊については、地盤の不均質性は、平

均的取扱いが許される場合でも、強度の場所的な自己相関の有無に応じて2つのタイプに分けて考えられるべきである。もちろんほかに、局所的な weak point に着目する必要の生じるときがある (2., 6.)。

(2) 地盤状態の遷移については、強度の各深さのばらつきの変動係数が、圧密による地盤状態の遷移の過程で一定となる仮説を前提とするかぎり、地盤はさらに強度の深さに対する相関の有無に応じて2つのケースに分けて考えられるべきである。設計の結果が大きく変化するからである (3., 5.)。

(3) 同じ仮説に従えば、多段載荷工法の場合、地盤の土質調査は、基本的には最初の段階でまとめてなされてよい。調査結果の設計空間への mapping は現実的な損失関数と、技術者の経験と、さらに種々の施工中の観測による追加情報が合理的に考慮できるという理由から、ベイズ決定理論は有効となろう (4.)。

終りに臨み、幾度かの議論に参加していただき、多くの有益なご助言を賜りました京都大学工学部 長尾義三教授に深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Terzaghi, K. and R.B. Peck : Soil Mechanics in Engineering Practice III, 星 埜 和・三木五三郎・加藤 渉・榎並 昭共訳, 土質力学応用編, 丸善, pp. 255, 1967.
- 2) 松尾 稔・黒田勝彦 : すべり面の位置的生起確率について, 土木学会第 27 回年次学術講演会講演概要集, 1972.
- 3) 黒田勝彦・浅岡 顕・鈴木正敏 : 不均質地盤の確率論的取扱いに関する一考察, 土木学会関西支部昭和 49 年度年次学術講演会講演概要集, 1974.
- 4) Volkov, S.D. : Statistical Strength Theory, Gordon and Breach, p. 4, 1962.
- 5) 松尾 稔・浅岡 顕 : 沈下予測に関する統計的考察, 土木学会論文報告集, No. 225, pp. 63~74, 1974.
- 6) 山口柏樹 : 正規圧密粘土の剛塑性理論, 第 1 回土質工学研究発表会, 1966.
- 7) Nakase, A : Contribution to the $\phi_u=0$ analysis of stability, 港湾技術研究所土質部資料, No. 1, p. 64, 1966.
- 8) Lumb, P. : The Variability of Natural Soils, Canadian Geotechnical Journal, Vol. III, No. 2, pp. 74~97, 1966.
- 9) 中瀬明男・小林正樹・勝野 克 : 膨張による粘土の強度変化について, 昭和 46 年度港湾技術研究所講演会講演概要, pp. 21~22, 1971.
- 10) 増山元三郎 : 少数例のまとめ方, 竹内書店, p. 416, 1964.
- 11) Taylor, D.W. : Fundamentals of Soil Mechanics, pp. 455~463, 1948.
- 12) Foloyan, J.I. : Decision Theory Applied to Settlement Prediction, Proc. of ASCE, SM 4, 1970.
- 13) Wu, T.H. : Uncertainty, Safety and Decision in Soil Engineering, Proc. of ASCE Vol. 100, No. GT 3, 1974.

- 14) 松尾 稔・川村国夫：盛土の段階施工と破壊予知について，土木学会第 29 回年次学術講演会講演概要集，1974.
- 15) 松尾 稔・黒田勝彦：盛土建設のための土質調査と盛土の安定性に関する研究，土木学会論文報告集，第 196 号，pp. 75~86, 1971.
- 16) 松尾 稔・黒田勝彦：盛土の破壊確率を考慮した土質調査の規模決定法について，土木学会論文報告集，第 198 号，pp. 69~81, 1972.
- 17) 長尾義三・松尾 稔・黒田勝彦：盛土の設計安全率に関する研究，土木学会論文報告集，第 203 号，pp. 71~85.
- 18) Matsuo, M., Kuroda, K. and Asaoka, A. : Uncertainties and Decision in Design of Embankment, 2nd International Conference on Applications of Statistics and Probability in Soil and Structural Engineering, Aachen, Germany (under printing).

(1974.7.15・受付)
