

【討 議】

西野文雄  
倉方慶夫 共著  
長谷川彰夫  
奥村敏恵

“軸力と曲げおよびねじりを受ける  
薄肉断面部材”への討議

(土木学会論文報告集第 225 号・1974 年 5 月掲載)

討 議

青島 泰之 (ローザンス工大)

1. 著者は仮想仕事の原理に基づく数学的誘導によって支配方程式を導いた。文献 12) は力のつり合いによる物理的考察によって曲率における変位の二次項まで考慮した有限変位理論を展開している。著者が結語で述べているように、エラスティカとよばれるような大変形は適用範囲以外であるとし、棒部材における有限変位理論に話しを限ったのは実用上適切なアプローチのように思われる。文献 12) のような曲率における変位の二次項は考えず、ねじり角に対し有限変位の立場をとったことは特にねじりに弱い開断面材の場合妥当な仮定であろう<sup>5)</sup>。

著者は従来の研究結果と差を生じた原因の一つは、式 (2.3)  $\epsilon_x = \epsilon_y = \gamma_{xy} = 0$  を満足する剛体変位の解として式 (2.4) を考えたことだとしている。従来の Vlasov<sup>1)</sup>, Timoshenko<sup>12)</sup> らの考え方では最終項が落ちている。筆者も文献 13) で幾何学的に式 (2.4) と同じ解を導き、文献 14) で物理的考察によって支配方程式を導いた。ここでは著者の数学的誘導によって得られた理論を支持する意味で、物理的考察でも著者と同じ変位場を採れば同じ結果が導けることを示すつもりである。誘導方法は文献 14) と同じで、紙面の関係から荷重は境界のみに作用する開断面部材に話しを限った。

2. Fig. 3 には変形前のデカルト座標  $(X^0, Y^0)$  と、

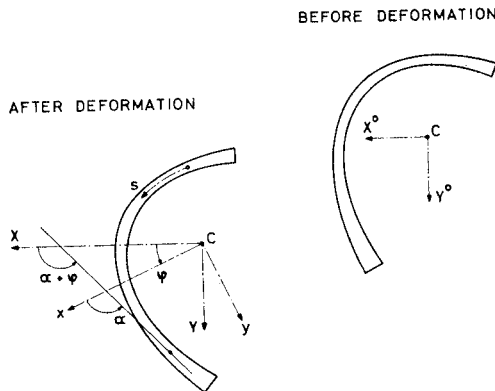


Fig. 3

断面に固定され変位とともに動く物体固定座標  $(x, y)$  と、この  $(x, y)$  座標と原点が同じで  $(X^0, Y^0)$  座標と常に平行な  $(X, Y)$  座標が示されている。力のつり合いから支配方程式を導く場合、三番目の  $(X, Y)$  座標に注目すると考え易い。

$(x, y)$  と  $(X, Y)$  の関係は、

$$\begin{cases} X = x \cos \varphi - y \sin \varphi \\ Y = y \cos \varphi + x \sin \varphi \end{cases} \dots\dots\dots (10.1)$$

変形後の点  $S(x_s, y_s)$  の  $(X, Y)$  座標系での位置は  $(X_s, Y_s)$  となっている。すなわち、

$$\begin{cases} X_s = x_s \cos \varphi - y_s \sin \varphi \\ Y_s = y_s \cos \varphi + x_s \sin \varphi \end{cases} \dots\dots\dots (10.2)$$

部材上の任意点  $(x, y)$  はある基準点 0 から測った板厚中心線の長さ  $s$  によっても表わすことができ、

$$\cos \alpha = \frac{dx}{ds}, \sin \alpha = \frac{dy}{ds}$$

または、

$$\cos(\alpha + \varphi) = \frac{dX}{ds}, \sin(\alpha + \varphi) = \frac{dY}{ds} \dots\dots (10.3)$$

S 点を Pole とするそり関数  $\omega$  と  $(x, y)$  の関係は<sup>1)</sup>,

$$\frac{d\omega}{ds} = (x - x_s) \sin \alpha - (y - y_s) \cos \alpha \text{ 注 5)}$$

$$\text{または、} \quad = (X - X_s) \sin(\alpha + \varphi) - (Y - Y_s) \cos(\alpha + \varphi) \dots\dots\dots (10.4)$$

式 (2.4) を  $z$  に関して一回微分して、 $(x, y), (x_s, y_s)$  を式 (10.1), (10.2) を使って  $(X, Y), (X_s, Y_s)$  に置き換えると、

$$\begin{cases} u' = u'_s - (Y - Y_s)\varphi' \\ v' = v'_s + (X - X_s)\varphi' \end{cases} \dots\dots\dots (10.5)$$

3. 変形前に  $z$  軸に垂直に柱を輪切りする。これが変形した後の様子が Fig. 4(a) に示されている。この  $\sigma$  と  $\tau$  を  $X-Z$  面,  $Y-Z$  面に投影したのが Fig. 4(b) である。X 軸方向のつり合いから

$$\left[ \int_A \{ \tau \cos(\alpha + \varphi) + \sigma u' \} dA \right]' = 0 \dots\dots\dots (10.6)$$

を得る。式 (10.3), (10.5) を使って [ ] の中を展開すると、

$$\int_S \tau \frac{dX}{ds} t ds + \int_A \sigma \{ u'_s - (Y - Y_s)\varphi' \} dA$$

注 5) 著者の式 (2.7a) に相当する。

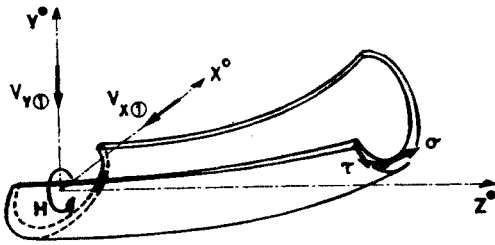


Fig. 4(a)

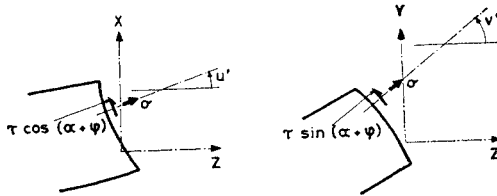


Fig. 4(b)

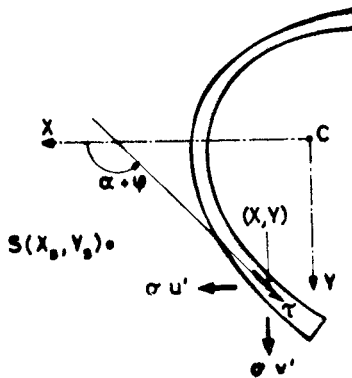


Fig. 4(c)

$$= \tau t X \left| - \int_s \frac{\partial(\tau t)}{\partial s} X ds - \int_A \sigma Y \varphi' dA \right. \\ \left. + (u'_s + Y_s \varphi') \int_A \sigma dA \right. \dots \dots \dots (10.7)$$

開断面材の場合自由端で  $\tau=0$  だから、積分の始点を自由端に選べば、

$$\tau t X \Big|_0 = 0$$

また、応力のつり合い式より<sup>1)</sup>、

$$\frac{\partial(\tau t)}{\partial s} + t \frac{\partial \sigma}{\partial Z} = 0 \dots \dots \dots (10.8)$$

よって、式(10.7)は、

$$\int_A \left( \frac{\partial \sigma}{\partial Z} X - \sigma Y \varphi' \right) dA + (u'_s + Y_s \varphi') \int_A \sigma dA$$

となる。いま  $X' = -Y\varphi'$  であることを考慮して上式の第一項を書き直すと、

$$\int_A \frac{\partial(\sigma X)}{\partial Z} dA + (u'_s + Y_s \varphi') \int_A \sigma dA$$

を得る。

ここで  $M_X = \int_A \sigma X dA$ ,  $N = \int_A \sigma dA$  なる断面力を定義すれば、式(10.6)は、

$$[M'_X + N(u'_s + Y_s \varphi')] = 0 \dots \dots \dots (10.9)$$

となる。著者と筆者の断面力の定義には差があって、

$$M_X = \int_A \sigma X dA \\ = \int_A (\sigma x \cos \varphi - \sigma y \sin \varphi) dA \\ = \cos \varphi M_x - \sin \varphi M_y$$

また、 $Y_s$  を式(10.2)より  $x_s, y_s$  にもどせば、式(10.9)は著者の式(3.4b)となる。

全く同様の手順で  $Y$  軸方向のつり合いから次式を得、これは著者の式(3.4c)となる。

$$[M'_Y + N(v'_s - X_s \varphi')] = 0 \dots \dots \dots (10.10)$$

ここに  $M_Y = \int_A \sigma Y dA$  で定義される。

Fig. 4(c) は、 $\sigma$  と  $\tau$  の断面  $z$  での  $X-Y$  平面上への投影を表わしている。まずせん断応力  $\tau$  による  $S$  点のまわりのねじりを計算すると、

$$\int_A \tau \{ (X - X_s) \sin(\alpha + \varphi) - (Y - Y_s) \cos(\alpha + \varphi) \} dA$$

式(10.4)より、

$$= \int_A \tau \frac{d\omega}{ds} dA \\ = \tau t \omega \Big|_s - \int_s \frac{\partial(\tau t)}{\partial s} \omega ds$$

応力のつり合い式(10.8)を使って

$$= \int_A \frac{\partial(\sigma \omega)}{\partial Z} dA \\ = M'_\omega \text{ 注 6) } \dots \dots \dots (10.11)$$

次に垂直応力  $\sigma$  による  $S$  点のまわりのねじりを計算すると、

$$\int_A \{ \sigma v' (X - X_s) - \sigma u' (Y - Y_s) \} dA$$

式(10.5)を代入して、

$$= \int_A [ \sigma v'_s (X - X_s) - \sigma u'_s (Y - Y_s) \\ + \sigma \{ (X - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 \} \varphi' ] dA \\ = v'_s (M_X - X_s N) - u'_s (M_Y - Y_s N) + K \varphi' \text{ 注 7) }$$

よって、断面  $Z$  にはたらくねじりはサンブナのねじり  $T_s$  を加え、

$$M'_\omega + v'_s (M_X - X_s N) - u'_s (M_Y - Y_s N) + K \varphi' + T_s \\ \dots \dots \dots (10.12)$$

となる。このねじりが境界 ( $Z=0$ ) での反力  $V_{X0}$ ,  $V_{Y0}$  の作るねじり、外力ねじり  $H$  とつり合っているので次式を得る注 8)。

注 6)  $M_\omega$  の定義は著者と同じ。

注 7)  $(X - X_s)^2 + (Y - Y_s)^2 = (x - x_s)^2 + (y - y_s)^2$  より  $K$  も著者と同じ定義となる。

注 8) この式の特別な場合 ( $X_s = Y_s = 0$ ) は文献 14) に示されている。

$$M'_0 + v'_s(M_X - X_s N) - u'_s(M_Y - Y_s N) + K\varphi' + T_s \\ = V_{X\oplus} v_s - V_{Y\oplus} u_s + H \dots\dots\dots (10.13)$$

式(10.13)を著者の式(3.4d)と比較する目的で式(10.13)をZに関して一回微分する。

$$M''_0 + v''_s M_X + v'_s M'_X - (NX_s v'_s)' - u'_s M_Y - u'_s M'_Y \\ + (NY_s u'_s)' + (K\varphi')' + T'_s = V_{X\oplus} v'_s - V_{Y\oplus} u'_s \\ \dots\dots\dots (10.14)$$

式(10.9),(10.10)をZに関して一回積分して、その物理的意味(せん断力のつり合い)を考えれば、

$$V_{X\oplus} = M'_X + N(u'_s + Y_s \varphi') \\ V_{Y\oplus} = M'_Y + N(v'_s - X_s \varphi')$$

が得られるので、これを式(10.14)に代入すると、

$$M''_0 + v'_s M_X - u'_s M_Y + [N(Y_s u'_s - X_s v'_s) + K\varphi']' \\ - N(Y_s v'_s + X_s u'_s) \varphi' + T'_s = 0 \dots\dots\dots (10.15)$$

を得る。 $M_X, M_Y, X_s, Y_s$ を $M_x, M_y, x_s, y_s$ に書き換えれば、著者の式(4.3d)が得られる。

4. 著者と筆者の誘導方法の違いは、単なる数学的、物理的考察の差のみならず、部材上の点を表わすのに前者はラグランジュの方法、後者はねじり角に関してオイラーの方法を使ったことである。また著者は仮想仕事の原理を使い、筆者は式(10.8)の応力のつり合い式を使ったのであるが、仮想仕事の原理が応力のつり合い式を出発点にしている<sup>9)</sup>ことを考えれば変位場の仮定さえ同じにすればまったく同じ結果が出てくるわけである。ただし、有限変位理論の中での応力のつり合い式は正しくいうと式(10.8)ではない<sup>9)</sup>が、変位のZに関する導関数が1に比べて著しく小さいような棒部材においては式(10.8)を使ってもかまわないであろう<sup>注9)</sup>。

5. 式(10.9),(10.10),(10.15)において、 $X'_s = -Y_s \varphi', Y'_s = X_s \varphi'$ であることを考慮して整理をおこなうとともにコンパクトな式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} [M_X + N(u_s - X_s)]'' &= 0 \\ [M_Y + N(v_s - Y_s)]'' &= 0 \\ M''_0 + (K\varphi' + T_s)' + v'_s(M_X - X_s N) \\ &\quad - u'_s(M_Y - Y_s N) = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (10.16)$$

また、新たに

$$\tilde{M}_X = M_X - X_s N = \int_A \sigma(X - X_s) dA \\ \tilde{M}_Y = M_Y - Y_s N = \int_A \sigma(Y - Y_s) dA$$

なる断面力を導入すれば式(10.16)は、

$$\left. \begin{aligned} [\tilde{M}_X + N u_s]'' &= 0 \\ [\tilde{M}_Y + N v_s]'' &= 0 \\ M''_0 + (K\varphi' + T_s)' + v'_s \tilde{M}_X - u'_s \tilde{M}_Y &= 0 \end{aligned} \right\} (10.17)$$

となることも付け加えておきたい。

参 考 文 献

12) Solits, L.A. and P. Christiano: Finite deformation of biaxially loaded columns, Proc. ASCE, Vol. 98, ST 12, December, 1972.  
 13) Vinnakota, S. and Y. Aoshima: Inelastic behaviour of rotationally restrained columns under biaxial bending, The Structural Engineer, Vol. 52, July, 1974.  
 14) 青島泰之・S. ヴィナコタ・J. C. バドゥー: 一般的に支持された柱の弾塑性二軸曲げ, 土木学会論文報告集, 第224号, 1974年4月。

注9) 著者は、「微小要素  $tdsdz$  は変形後もほぼ直方体であると見なせるから」という言葉を使っている。

回 答

- 西野文雄 (東京大学)
- 倉方慶夫 (東京大学)
- 長谷川彰夫 (名古屋工業大学)
- 奥村敏恵 (東京大学)

筆者の報告<sup>14)</sup>と著者の報告とはほとんど同じ時期に発表された同じ問題に対する論文であるにもかかわらず、支配方程式の形が大きく異なっている。この差は筆者も指摘されているように著者がラグランジュの方法を採用し、物体内の点の変位前の座標値を独立変数として選んでいるのに対し、筆者はオイラーの方法を採用し、変位後の座標値を独立変数としているためである。このように独立変数として異なった量を選んだとき、2つの支配

方程式が一致することを確かめることが望まれるが必ずしも常に行われているわけではない。この意味で筆者の結果と著者の結果が一致することを示されたこの貴重な討議に対し深く感謝するものである。

弾性体の問題では、物体の形は変位前の状態ではわかっていると考えてよいことが多いのに反し、変位後の状態での形は問題を解いた結果わかるのが普通である。一例として幅  $b$ , 深さ  $d$ , 長さ  $l$  の部材を考え、図心を通る軸が  $z$  軸と一致するように直交直線座標を選ぶ。このときつり合い式の境界条件はラグランジュの方法では  $z=0, z=l$  で支えられるのに対し、オイラーの方法では片端を  $z=0$  に選んだとしても他端は厳密には  $z=l$  とならず、 $z=l+d$  で境界条件が支えられることになり、この  $d$  が未知量となる。モーメントの定義においてもラグランジュの方法による式(3.3b)では

$$M_x = \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x x dx dy \dots\dots\dots(11.1)$$

となるのに対し、オイラーの方法による式(10.9)中の  $M_x$  は

$$M_x = \iint \sigma_x X dX dY \dots\dots\dots(11.2)$$

と表わされるが  $X, Y$  の積分領域は  $-d/2, d/2$  および  $-b/2, b/2$  とはならず、変位状態を解いて初めて決まることになる。同様の理由で等断面材の問題においても断面二次モーメントは一定値でなく、変位(回転量)の関数となる。これで明らかのように、弾性体の問題ではオイラーの方法を用いたとき取り扱いが不可能とはいえないにしても、本質的に非常に困難であり、ラグランジュの方法を採用するのが普通である。

筆者は支配方程式を解くに当って棒材の一端ですべての状態量を与え、順次長さ方向に数値積分している。数値積分するとき棒材を短い部分に分割し、この短い分割部分についてオイラーの方法を採用している。一つの座標系で表わされる領域を狭い範囲に限っているため、変位前後の座標値に差がないものとして取り扱うことができ、オイラーの方法による取り扱いの困難をさけている。巧妙な積分法といえる。筆者のようなオイラーの方法による支配方程式は境界値問題としての普通の取り扱いによって解くことは困難であり、特定の積分法のもとでのみ解を求めることが可能となることを付記したい。

筆者は式(10.8)、したがって著者の式(2.14)および(6.2)、(6.3)は有限変位理論のつり合い式として厳密な意味では正しくないことを指摘されている。式(2.14)は式(2.16)を導くために用いたが、式(2.16)そのものをオイラー・ベルヌイの仮定と考えればこの議論は不要となる。また本論文で取り扱った問題の基本式は式(3.4)、(3.5)、(4.4)で表わされ、一次元の棒理論はここで完結すると考えてよい。すなわち一次元の理論では断面内の応力分布は本来式(6.1)のようにつり合い条件を満たさない不完全な形でしか求まらない。式(6.2)、(6.3)は式(6.1)の応力分布を少しでもつり合い条件を満たすように修正する目的で用いたものであり、一次元の理論として扱うかぎり、この段階で厳密なつり合い式を用いることに大きな意義は存在しないと考えてもよいであろう。このように式(2.14)、(6.2)、(6.3)について必ずしも厳密な理論は必要ないと思われるが、筆者の指摘を受けた機会に、論文中で加えている説明を補足したい。

指標の添字による表記法を用いるものとし、 $(x, y, z)$  座標を  $(x^1, x^2, x^3)$  と表わす。直交直線座標  $x^i$  における微小6面体  $dx^1 dx^2 dx^3$  の変位前の共変基底ベクトル  $i_k$  で表わしたつり合い式は<sup>4)</sup>

$$[\{\tau^{ij}(\delta_j^k + u_j^k)\}, \epsilon + p^k] i_k = 0 \dots\dots\dots(11.3)$$

ここに  $(\ )_{,i} = \partial/\partial x_i(\ )$ 、 $\tau^{ij}$  は応力テンソル、 $\delta_j^k$  はクロネッカーのデルタである。 $u^k, p^k$  は変位ベクトル  $u$ 、単位体積当りの分布外力ベクトル  $p$  を  $i_k$  で分解したときの成分であり、次のように表わされる。

$$u = u^k i_k \dots\dots\dots(11.4a)$$

$$p = p^k i_k \dots\dots\dots(11.4b)$$

変位後の共変基底ベクトルを  $g_i$  と表わすと

$$g_i = (\delta_i^k + u_i^k) i_k \dots\dots\dots(11.5a)$$

式(11.5a)は変位前に定義された座標での基底ベクトルと変位後に定義された座標での基底ベクトルの間の変換関係を表わしている。2つの異なった座標系での共変基底ベクトル  $g_i$  と  $i_k$  の間に係数  $\beta_i^k$  を用いて

$$g_i = \beta_i^k i_k \dots\dots\dots(11.6a)$$

の関係があるとき、反変基底ベクトル間には同じ係数を用いて

$$i^k = \beta_i^k g^i \dots\dots\dots(11.6b)$$

の関係があることに注目すると、式(11.5)から

$$i^k = (\delta_i^k + u_i^k) g^i \dots\dots\dots(11.5b)$$

の関係が求まる。 $i_k = \delta_{km} i^m$  に注意し、式(11.3)に式(11.5b)を代入すると、

$$[\{\tau^{ij}(\delta_j^k + u_j^k)\}, \epsilon + p^k] (\delta_{km}) (\delta_i^m + u_i^m) g^i = 0 \dots\dots\dots(11.7)$$

ここに  $\delta_{km}$  はクロネッカーのデルタである。式(11.7)について演算を行い、 $g_m$  との内積をとると

$$(\tau^{ij} g_{ijm}), \epsilon - \frac{1}{2} (\tau^{ij} g_{ij,m}) + p^i \delta_{ii} (\delta_m^i + u_m^i) = 0 \dots\dots\dots(11.8)$$

ここに

$$g_{ij} = g_i \cdot g_j \dots\dots\dots(11.9)$$

本報告では暗黙のうちに微小ひずみの前提を導入しており、微小ひずみの範囲での有限変位理論を考えるものとする<sup>15)</sup>、ひずみテンソル  $e_{ij}$  は

$$e_{ij} = \frac{1}{2} (g_{ij} - \delta_{ij}) \approx 0 \dots\dots\dots(11.10)$$

したがって

$$g_{ij} \approx \delta_{ij} \dots\dots\dots(11.11)$$

変位後の基底ベクトル  $g^3$  の方向への力のつり合い式は式(11.8)で  $m=3$  とおき、式(11.11)を用いると

$$(\tau^{ij} \delta_{j3}), \epsilon + p^i \delta_{ii} (\delta_3^i + u_3^i) = 0 \dots\dots\dots(11.12)$$

微小ひずみを前提とすると応力テンソルとその物理成分は一致し、 $g^3$  と  $g_3$  の方向も一致する。さらに薄肉の前提から板厚方向の直応力も零とおくと、座標  $(s, n)$  が  $(x^1, x^2)$  と一致する場合、式(11.12)は式(2.14)および(6.2)、(6.3)と一致する。一般には  $(s, n)$  の  $(x^1, x^2)$  は一致しないが薄肉断面が折板からできている場合には座標を回転させるだけで、 $(s, n)$  と  $(x^1, x^2)$  が一致する場合と同じ結果を得ることが示せる。本論文では  $s$  座

標は曲線軸として扱った。しかし脚注の式 (d) の薄肉の条件を用いると、はじめから折板断面として扱った場合 (すなわち方向余弦  $l, m$  の  $s$  に関する微分を零とした場合) と一致する結果が得られることから、この場合にも式 (11.12) と式 (2.14) および (6.2), (6.3) とは一致する。また  $e_{ij}$  ( $i \neq j$ ) がせん断変形の近似値を表わすことから、 $e_{ij} \approx 0$  のとき微小要素は変位後もほぼ直方体とみなせることもわかる。

15) 西野文雄・倉方慶夫・後藤芳顕：一軸曲げと軸力を受ける棒の有限変位理論，土木学会論文報告集，No. 237, pp. 11-26, 1975-5.

なお，論文中に以下に示す誤りの箇所を発見したのでこの機会に訂正したい。

3 ページ Fig. 2(a)

$$\tau_{sz} = 2G\underline{Y}_{sz} \rightarrow \tau_{sz} = 2G\underline{I}_{sz}$$

1) 3 ページ 注 1) 以下のように訂正

注 1) 式(2.5)の方向余弦  $l, m$  は板厚中心線上の方向余弦で

$$l = \frac{\partial x^*}{\partial s} = -\frac{\partial y}{\partial n}, \quad m = \frac{\partial y^*}{\partial s} = -\frac{\partial x}{\partial n} \dots\dots (a)$$

である。板厚中心線上の曲率半径  $r^*$  と一般点の  $x, y$  座標を用いれば

$$l = \frac{\partial x}{\partial s} \frac{1}{1-n/r^*}, \quad m = \frac{\partial y}{\partial s} \frac{1}{1-n/r^*} \dots\dots (b)$$

となる。式 (2.10) では上記 (a), (b) の関係を用いている。なお，式(2.10)の  $\gamma_{sz}, \gamma_{nz}$  はひずみテンソルの物理成分である。

2) 4, 5 ページ，式 (3.2) の 8, 9 行目

$$8 \text{ 行目 } (y_s u'_s - x_x v'_s) \sin \varphi \varphi' \rightarrow (y_s u'_s - x_x v'_s) \sin \varphi \varphi'$$

$$9 \text{ 行目 } \underline{-v'_s \sin \varphi} \rightarrow \underline{+v'_s \sin \varphi}$$

3) 5 ページ，式(3.4b)の 2 行目

$$y \cos \varphi \rightarrow \underline{y_s \cos \varphi}$$

4) 6 ページ，式(5.1b) 2 行目

$$\left( I_{xx} \underline{u''_s} - \frac{1}{2} I_{px} \varphi'^2 \right) \sin \varphi$$

$$\rightarrow \underline{E} \left( I_{xx} \underline{u''_s} - \frac{1}{2} I_{px} \varphi'^2 \right) \sin \varphi$$

5) 6, 7 ページ，式 (5.1d) の 2, 3, 4 行目

$$2 \text{ 行目 } (I_{p0} \underline{w'_s} - I_{px} \underline{u''_s} - \dots) \varphi'$$

$$\rightarrow \underline{E} (I_{p0} \underline{w'_s} - I_{px} \underline{u''_s} - \dots) \varphi'$$

$$3 \text{ 行目 } (GJ \varphi')' \rightarrow (GJ_s \varphi')'$$

$$4 \text{ 行目 } \underline{-m_{tn} \sin \varphi} + m_y (u'_s \cos \varphi - v'_s \sin \varphi)$$

$$\rightarrow \underline{+m_{tn} \sin \varphi} + m_y (u'_s \cos \varphi + v'_s \sin \varphi)$$

6) 7 ページ，式 (6.9), (6.10a), (6.10b)

$$\tau_{\underline{x}} \rightarrow \tau_{\underline{x}}$$

7) 8 ページ，式 (7.2), (7.3)

$$\tau_{sz}^{(1)} \delta \gamma_{sz}^{(1)} \rightarrow 2\tau_{sz}^{(1)} \delta \gamma_{sz}^{(1)}$$

$$\tau_{sz}^{(0)} \delta \gamma_{sz}^{(0)} \rightarrow 2\tau_{sz}^{(0)} \delta \gamma_{sz}^{(0)}$$

$$\bar{\tau}_{yz} \rightarrow \bar{\tau}_{yz}$$

8) 8 ページ，式 (7.4b) の 3 行目

$$y_s \cos \varphi \rightarrow \underline{y_s \cos \varphi^{(0)}}$$

9) 8 ページ，式 (7.4c) の 1 行目

$$\sin \varphi^{(0)} (M_x + M_y^{(0)} \varphi) \rightarrow \sin \varphi^{(0)} (M_x - M_y^{(0)} \varphi)$$

10) 8 ページ，式 (7.4d) の 20, 23 行目

$$20 \text{ 行目 } \underline{-m_x^{(0)} (\dots \rightarrow \underline{+m_x^{(0)} (\dots}$$

$$23 \text{ 行目 } (v_s^{(0)} \cos \varphi^{(0)} - u_s^{(0)} \sin \varphi^{(0)}) \varphi$$

$$\rightarrow (v_s^{(0)} \cos \varphi^{(0)} - u_s^{(0)} \sin \varphi^{(0)}) \underline{\varphi}$$

11) 9 ページ，式 (7.5e) の右辺

$$(\bar{M}_x^{(0)} \cos \varphi^{(0)} - \bar{M}_y^{(0)} \sin \varphi^{(0)})$$

$$\rightarrow (\bar{M}_x^{(0)} \cos \varphi^{(0)} - \bar{M}_y^{(0)} \sin \varphi^{(0)}) \underline{\varphi}$$

12) 10 ページ，18 行

式 (5.1) でわかるように  $\rightarrow$  式 (5.1) および境界条件式 (3.5) からわかるように

13) 10 ページ，式 (8.4a)

$$(EA w_0)' = 0 \rightarrow (EA w_0)' + P_z = 0$$

11 ページ，式 (8.9)

$$q_z \rightarrow p_z$$

14) 11 ページ，式 (8.9c) の 1 行目

$$x'_s \varphi' \rightarrow x_s \varphi'$$

15) 11 ページ，式 (8.9d) の 2, 3 行目

$$m_y (u'_s + v'_s \varphi) - m_x (v'_s - u'_s \varphi) \rightarrow m_y u'_s - m_x v'_s$$

16) 11 ページ，式 (8.10f)

$$\bar{M}_x (u'_s - v'_s \varphi) \rightarrow \bar{M}_y u'_s - \bar{M}_x v'_s$$

17) 11 ページ，式 (8.12a)

$$(\dots)' = 0 \rightarrow (\dots)' + P_z = 0$$

18) 11 ページ，式 (8.12d) の 4, 5 行目

$$m_y (u'_s + v'_s \varphi) - m_x (v'_s - u'_s \varphi) \rightarrow m_y u'_s - m_x v'_s$$

19) 12 ページ，式 (9.4)

$$-(\dots) + \{(\dots) \varphi'\} + GJ_s \varphi''$$

$$= \underline{-m_t \cos \varphi} + m_{tn} \sin \varphi$$

$$\rightarrow -(\dots)' + \{(\dots) \varphi'\} + GJ_s \varphi''$$

$$= \underline{-m_t \cos \varphi} - m_{tn} \sin \varphi$$

20) 12 ページ，式 (9.6) の右辺

$$-m_t \cos \varphi + m_{tn} \sin \varphi$$

$$\rightarrow \underline{-m_t \cos \varphi} - m_{tn} \sin \varphi$$

21) 12 ページ，式 (9.7), (9.8)

$$\sigma_z = E \varphi'^2 \rightarrow \sigma_z = E \underline{\rho_{sn}^2} \varphi'^2$$

$$\sigma_z = \frac{1}{2} E \varphi'^2 \rightarrow \sigma_z = \frac{1}{2} E \underline{\rho_{sn}^3} \varphi'^2$$

22) 13 ページ，式 (9.11c) の 4, 5 行目

$$4 \text{ 行目 } K^{(0)} \varphi' \rightarrow K^{(0)} \varphi'$$

$$5 \text{ 行目 } \underline{+m_x^{(0)} (\dots)} \rightarrow \underline{-m_x^{(0)} (\dots)}$$

23) 14 ページ，式 (9.16)

$$EI w_{\alpha} \varphi^{IV} \rightarrow EI w_{\alpha} \varphi^{IV}$$