

地盤の非線形性を考慮した地震動特性

CHARACTERISTICS OF ELASTO-PLASTIC VIBRATION OF THE GROUND DUE TO EARTHQUAKES

藤野陽三*・伯野元彦**

By Yozo FUJINO and Motohiko HAKUNO

1. はじめに

一般に、地盤の応力-ひずみ曲線はひずみ値が 10^{-4} ~ 10^{-3} をこえると非線形性を示すことが知られている。

普通程度の地震では、地盤の最大ひずみは 10^{-3} をこえないか、こえてもごくわずかで、線形として扱っても、それほど大差ないということがいわれている。

しかし特別に強い地震の場合は、震源付近の軟弱層では、地盤の力学的性質が非線形となることが大いに考えられる。これは過去の大地震の際、鉄道線路、道路などが地震動により、塑性変形を受け被害が生じていることからもうなずけることであろう。

そしてまた現在のところ、そのような大地震の記録はまだ得られていないようである。

一方、地震震動に関する研究は、線形、非線形とも非常に多く試みられており成果も多い。

その解析方法は、大別して2つに分けられる。

1つは重複反射理論を基にした波動論による方法であり、もう1つは地盤を有限個の自由度をもつ振動系に置換する方法である。近年急速な発展をとげた有限要素法 (Finite Element Method) による動的応答解析も後者に当然含まれる。

第1の方法は古くから試みられ、金井¹⁾を中心として行われてきた。波動方程式から出発し、地盤の振動特性、卓越周期の存在等数多くの成果をあげてきたことは周知のところである。しかし、取り扱っている地震動は弾性波動であり、地盤の非線形性を取り入れることが難しいこと、複雑な境界条件には適用が困難など問題も多い。

第2の方法は、地盤構成、境界条件が複雑であったり、非線形挙動を示すとき有力な方法である。近年の

超高速計算機の助けをかりて、F.E.M. による動的弾性、弾塑性解析に関する論文はきわめて多い (たとえば2))。中でも地上・地中構造物と地盤系との動的相互作用を検討する際には最も有力な手段の1つである。しかし現在のところ F.E.M. による地盤系動的解析においては、地盤が半無限であるため、地表層が地震により振動してもその振動エネルギーが地下に逸散し、振動が減衰するのであるが、その効果を如何にとり入れるかという点について問題が残っている。

本研究は、第1の方法、つまり波動方程式から出発しながらも、その中へ非線形要素を導入した差分方程式を導いた (Fig. 1)。もちろん、この方程式は非線形なので、弾性波動方程式の場合に成立する波動の重ね合わせは不可能である。

そして、2層から成る地盤モデルを想定し、大地震が襲ってきた際、動的非線形応答が中程度以下の地震によるそれと、次のような点でどのように異なるかを数値実験によって調べた。

1) 卓越周期

一般に地盤の振動特性に関しては、卓越周期の存在することが理論的にも実際にも確かめられている。その卓越周期が大地震の際のようになるか。

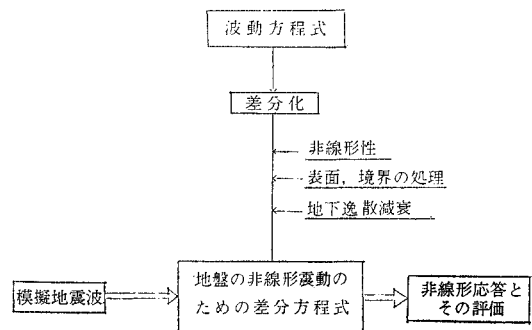


Fig. 1 解析法の骨組

* 学生会員 ウォタールー大学大学院博士課程

** 正会員 工博 東京大学助教授 地震研究所

2) 地表面による増幅率

一般に振動が非線形領域まで入ると、応力-ひずみ関係がループを描き、エネルギーが消耗され応答が下がる傾向にあるといわれている。地盤でもそのような性質があるかどうか。

以上と同様な考え方の研究は、すでに約 10 年前、岡本・伯野³⁾によってなされているが、それをより精緻なものにし得たので結果を発表させていただくものである。

2. 地盤のモデル化

地盤モデルとして、Fig. 2 に示すような、基盤層 B の上に、軟弱層 A の載ったものを考える。

地震の実体波は通常地盤直下から垂直に地表面層に入射するものといわれているので、本研究でも地震波が鉛直に上昇してくるものとする。遠くに震源をもつ大地震の場合も波の屈折作用により、波が鉛直にのぼってくるとして大差ないであろう。

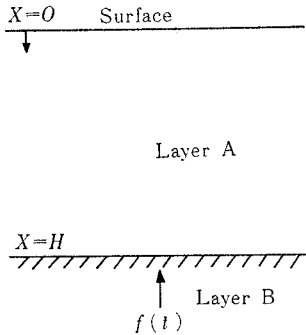


Fig. 2 Ground Model

また実際に被害をおよぼすのはせん断波と考えられるので、次のせん断波動方程式を用いることとした。

[波動方程式]

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} (\sigma) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、

u : 地盤の水平変位, ρ : 地盤の密度, t : 時間,

σ : せん断応力, x : 深さ方向座標

式 (1) は力の動的つり合い式であるから、地盤が弾性領域内にある場合にも、弾塑性状態になった場合にも成立する。

[境界条件]

$$\left. \begin{array}{l} x=0 \text{ (地表) にて: } \sigma=0 \\ \text{A, B 層の境界において: 弾性領域における} \\ \text{反射屈折が生じる} \\ \dots \dots \dots (2) \end{array} \right\}$$

A 層内では、B 層との境界付近を除いて、地盤の応力-ひずみ関係は、Fig. 3 に示すような非線形性をもつものとし、降伏後のせん断定数は、 aG (G : 弾性限界内でのせん断定数, a : パラメーター) で表わされるものとする。

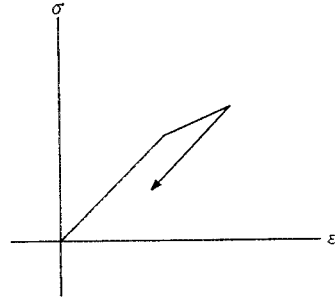


Fig. 3 Assumed Stress-Strain Curve

一方、B 層内および A, B 層境界から A 層内 2 格子点間隔の範囲では、地盤は常に弾性領域内にあるとした。

3. 数値解析

式 (2) で示されるような境界条件を満足するように式 (1) を解くには、差分化したのち数値解析による。

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial x} (\sigma) \dots \dots \dots (1)$$

式 (1) を差分形に変形して

$$\rho \frac{u_{n,m+1} - 2u_{n,m} + u_{n,m-1}}{\Delta t^2} = \frac{\sigma_{n+1} - \sigma_n}{\Delta x}$$

$$\begin{aligned} \therefore u_{n,m+1} &= \frac{\Delta t^2}{\Delta x} \cdot \frac{1}{\rho} (\sigma_{n+1} - \sigma_n) + 2u_{n,m} - u_{n,m-1} \\ &= \frac{\Delta t^2}{\Delta x} \cdot \frac{1}{\rho} (G \cdot \epsilon_{e,n+1} + aG \epsilon_{p,n+1} \\ &\quad - G \epsilon_{e,n} - aG \epsilon_{p,n}) + 2u_{n,m} - u_{n,m-1} \end{aligned} \dots \dots \dots (3)$$

$$\begin{aligned} u_{n,m+1} &= 2u_{n,m} - u_{n,m-1} + \frac{G}{\rho} \frac{\Delta t^2}{\Delta x^2} (u_{n+1,m} \\ &\quad - 2u_{n,m} + u_{n-1,m}) \text{ (B層にて)} \end{aligned}$$

いま $(G\Delta t^2)/(\rho\Delta x^2) = 1$ を満足するように $\Delta t, \Delta x$ を選べば、

$$u_{n,m+1} = u_{n+1,m} + u_{n-1,m} - u_{n,m-1} \dots \dots \dots (4)$$

ここに、

Δt : 時間きざみ, Δx : 格子点間隔, G : せん断弾性係数, a : 降伏後せん断弾性係数が aG となるような定数, ϵ_e : 弾性ひずみ, ϵ_p : 塑性ひずみ, m は時刻の格子点番号, n は地盤内深さ方向の格子点番号である。

式 (3), (4) によって、時刻 $m, m-1$ における諸量が知られていると、時間刻み Δt だけ先の変位 $u_{n,m+1}$ を知ることができる。この時 ϵ_e : 弾性ひずみ, ϵ_p : 塑性ひずみは次のように求める。

いま $m+1$ ステップにおけるすべての変位 $u_{0,m+1} \dots u_{n,m+1}$ が求められた場合、各格子点間のひずみは

$$\epsilon_{n,m+1} = \frac{u_{n,m+1} - u_{n-1,m+1}}{\Delta x} \dots \dots \dots (5)$$

で与えられる。したがって、ひずみの時間的増分 $\Delta \epsilon_{n,m+1}$

は次式で表わされる。

$$\Delta \varepsilon_{e,n,m+1} = \varepsilon_{e,n,m+1} - \varepsilon_{e,n,m} - \varepsilon_{p,n,m} \dots\dots\dots (6)$$

そして、 ε_a を弾性限界ひずみとすると、 $m+1$ ステップにおける $\varepsilon_{e,n,m}$ 、 $\varepsilon_{p,n,m}$ は次のようにして求められる。

- i) $|\varepsilon_{e,n,m}| < \varepsilon_a$ のとき
 - ① $|\varepsilon_{e,n,m} + \Delta \varepsilon_{e,n,m+1}| < \varepsilon_a$ のとき
 - $\varepsilon_{e,n,m+1} = \varepsilon_{e,n,m} + \Delta \varepsilon_{e,n,m+1}$
 - $\varepsilon_{p,n,m+1} = \varepsilon_{p,n,m}$
 - ② $|\varepsilon_{e,n,m} + \Delta \varepsilon_{e,n,m+1}| > \varepsilon_a$ のとき
 - 1) $\varepsilon_{e,n,m} > 0$ のとき
 - $\varepsilon_{e,n,m+1} = \varepsilon_a$
 - $\varepsilon_{p,n,m+1} = \varepsilon_{p,n,m+1} + \varepsilon_a - \varepsilon_{e,n,m+1}$
 - 2) $\varepsilon_{e,n,m} < 0$ のとき
 - $\varepsilon_{e,n,m+1} = -\varepsilon_a$
 - $\varepsilon_{p,n,m+1} = \varepsilon_{p,n,m+1} - \varepsilon_a - \varepsilon_{e,n,m+1}$
- ii) $|\varepsilon_{e,n,m}| = \varepsilon_a$ のとき
 - ① $\Delta \varepsilon_{e,n,m+1} \cdot \varepsilon_{e,n,m} > 0$ のとき
 - $\varepsilon_{e,n,m+1} = \varepsilon_{e,n,m}$
 - $\varepsilon_{p,n,m+1} = \varepsilon_{p,n,m} + \Delta \varepsilon_{e,n,m+1}$
 - ② $\Delta \varepsilon_{e,n,m+1} \cdot \varepsilon_{e,n,m} < 0$ のとき
 - $\varepsilon_{e,n,m+1} = \varepsilon_{e,n,m} + \Delta \varepsilon_{e,n,m+1}$
 - $\varepsilon_{p,n,m+1} = \varepsilon_{p,n,m}$

..... (7)

こうして、式 (3) により弾塑性領域内での地盤振動を、式 (4) によって弾性領域内での地盤振動を計算できる。

しかしながら、実際の数値計算に当たっては、地表面ならびにA層、B層の境界において、以下に述べるような特別な工夫が必要である。

すなわち、

[地表にて]

境界条件は

$$\sigma = 0 \dots\dots\dots (2)$$

これを満足する差分式にするためには、地表面の上にもう一列架空の差分点を設ければよい (Fig. 4)。

常に $u_{-1,m} = u_{1,m}$ としておけば

$$(\sigma)_{x=0} = \frac{u_{-1} - u_1}{2 \Delta x} = 0$$

を満足する。

もちろん、波の地表における全反射の条件も満たされ

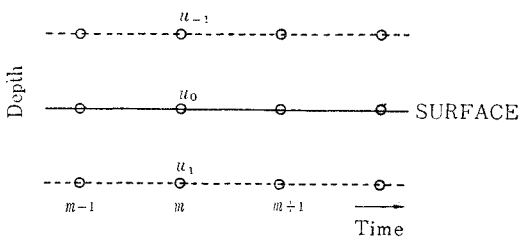


Fig. 4 Hypothetic Grid Point at Ground Surface

る。

[A層、B層の境界にて]

ここで、B層内のみならず、B層との境界に接したA層内の2格子点間隔の領域では、地盤は弾性領域に留まっているとする。その場合には、この境界では弾性波動論に基づく波の透過反射理論が適用できることとなる。

弾性波動論に基づけば、境界においては波の透過反射現象が生ずる (Fig. 5)。以後、 u, G などの変数、定数には、A層内でのそれには添字Aを、B層内では添字Bを付けるものとする。

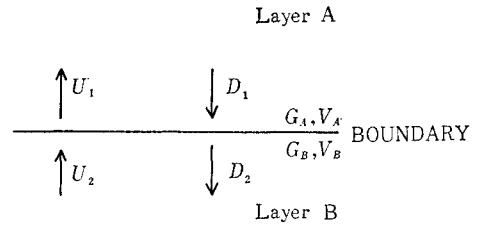


Fig. 5 Reflection and Deflection of Elastic Wave at Two Layers Boundary

下から上昇波 U_B 、上から下降波 D_A がきた場合、 U_A, D_B おおのこの波の大きさは次のようにあらわされる。

$$\frac{G_A V_B}{G_B V_A} = \kappa$$

とおき、

$$\alpha_0 = \frac{1-\kappa}{1+\kappa}, \beta_0 = 1 + \alpha_0, \alpha^0 = -\alpha_0, \beta^0 = 1 - \alpha_0$$

とおくと

$$\left. \begin{aligned} U_A &= \beta_0 U_B + \alpha^0 D_A \\ D_B &= \alpha_0 U_B + \beta^0 D_A \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここに、 α_0 はB層からA層に波が通過する場合の透過率、 β_0 は反射率、 α^0 は波がA層からB層に通過する場合の透過率、 β^0 は同様の場合の反射率である。

さて、Fig. 6において、下から大きさ U_B の単位パルス型の地震波が上昇してくる場合を考えてみよう。こ

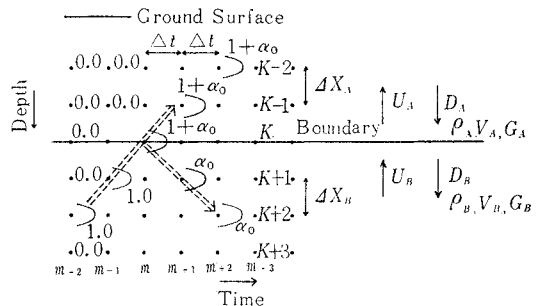


Fig. 6 Reflection and Deflection of Unit Wave at Boundary of Two Layers

のパルス地震波は時刻 m において境界に到達するが、境界において反射、屈折して上昇波と下降波の二波に分かれる。

上昇波の大きさ U_A は式 (8) より

$$U_A = \beta_0 U_B = (1 + \alpha_0) U_B$$

下降波の大きさ D_B も同式から

$$D_B = \alpha_0 U_B$$

と与えられる。

すなわち、上昇波は境界を通過すると $(1 + \alpha_0)$ 倍の大きさのパルスとなり、下降波は α_0 倍のパルスとなる。

ここで、境界上でのパルスの大きさはどのように考えたらよいであろうか。境界上でのパルスの大きさも $(1 + \alpha_0)$ 倍、すなわち境界通過後のそれと同じにすれば、A, B 層ともに差分方程式を変えずにそのまま計算できる。すなわち、

$$u_{k+1, m+1} = u_{k, m} + u_{k+2, m} - u_{k+1, m-1} = \alpha_0$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel & \parallel \\ (1 + \alpha_0) & 0 & 1 \end{matrix}$$

$$u_{k-1, m+1} = u_{k-2, m} + u_{k, m} - u_{k-1, m-1} = 1 + \alpha_0$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel & \parallel \\ 0 & 1 + \alpha_0 & 0 \end{matrix}$$

ゆえに上昇波に対しては、境界上の値 u_k は B 層におけるパルスの大きさを $(1 + \alpha_0)$ 倍すればよいことがわかる。

次に、下降波の場合にも境界上の値として A 層のパルスの大きさを $(1 - \alpha_0)$ 倍したものをとればよい。

すなわち

$$u_{k+1, m+1} = u_{k, m} + u_{k+2, m} - u_{k+1, m-1} = 1 - \alpha_0$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel & \parallel \\ 1 - \alpha_0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

$$u_{k-1, m+1} = u_{k-2, m} + u_{k, m} - u_{k-1, m-1} = -\alpha_0$$

$$\begin{matrix} \parallel & \parallel & \parallel \\ 0 & 1 - \alpha_0 & 1 \end{matrix}$$

のように波動方程式を満足する。

さて以上述べたところにより、単独波が上昇あるいは下降する場合の境界付近の値は計算できるが、地震波がパルスでなく、継続時間が長い場合には、上昇波、下降波が混在しており、その場合には境界上の値 $u_{k, m}$ は次式によって求められる。

$$u_{k, m} = (1 + \alpha_0) u_{k+1, m-1} + (1 - \alpha_0) u_{k-1, m-1} - u_{k, m-2} \dots \dots \dots (9)$$

この式の右辺第 1 項は、B 層からの上昇波による寄与であり、第 2 項は A 層からの下降波によるものである。ただし、 $u_{k+1, m-1}$ には、 $(m-2)$ 時刻に k 点にあり $(m-1)$ 時刻に $(k+1)$ 点まで下降してきた波の振幅が含まれている。同様に、 $u_{k-1, m-1}$ の大きさの中にも、 $(m-2)$ 時刻には k 点にあり $(m-1)$ 時刻に $(k-1)$ 点まで上昇していった成分が含まれている。われわれが式 (9) の $u_{k+1, m-1}$ 、 $u_{k-1, m-1}$ において必要な成分は、そ

れぞれ上昇成分、下降成分のみであるから、これらを差し引いてやらねばならない。

すでに述べたところにより、差し引くべき成分は、 $u_{k, m-2}$ が分かれて上昇し、下降した成分である。したがって、それらの合計である $u_{k, m-2}$ を差し引いてやればよい。

これが右辺第 3 項の意味するところである。

[B 層にて]

B 層では、A, B 境界における振動のうち下方へ逃げる波動をつかまえて逸散させてやらなければならない。以下にその方法を述べよう。

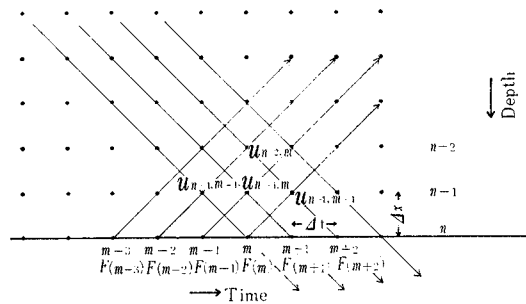


Fig. 7 Grid Points of Difference Mesh

いま、Fig. 7 は横軸に時間軸を、縦軸に地盤の深さ方向格子点をとっている。この図において、格子点番号 n から入力地震波を上昇方向に入れることとする。

$u_{n-1, m-1}$ に注目すれば、 $u_{n-1, m-1}$ は上昇波（入力波）と下降波（反射波、すなわちこの波こそ取り除いてやるべきもの）を含んでいることは明らかである。Fig. 7 の示すとおり、 $u_{n-1, m-1}$ の中の上昇波 $\uparrow u_{n-1, m-1}$ は Δt 前に入力された $F(m-2)$ である。したがって

$$\begin{aligned} u_{n-1, m-1} &= \uparrow u_{n-1, m-1} + \downarrow u_{n-1, m-1} \\ &= F(m-2) + \downarrow u_{n-1, m-1} \end{aligned}$$

また、 $u_{n-1, m+1}$ を求めるにあたって次式が成り立つ。

$$u_{n-1, m+1} = \uparrow u_{n-1, m+1} + \downarrow u_{n-1, m+1}$$

$\uparrow u_{n-1, m+1}$ は Δt だけ前に $u_{n, m}$ 中に入った上昇波成分すなわち $F(m)$ である。

ここで入力地震波を $F(m)$ とする。

$\downarrow u_{n-1, m+1}$ は Δt だけ前に $u_{n-2, m}$ 中に入った下降波すなわち $\downarrow u_{n-2, m}$ である。

したがって

$$u_{n-1, m+1} = F(m) + \downarrow u_{n-1, m+1} = F(m) + \downarrow u_{n-2, m} \dots \dots \dots (a)$$

一方

$$u_{n-2, m} = \uparrow u_{n-2, m} + \downarrow u_{n-2, m}$$

ここで注意しなければならないのは、 $\uparrow u_{n-2, m}$ は $2\Delta t$ だけ前に入力された $F(m-2)$ にほかならぬということである。すなわち

$$\uparrow u_{n-2,m} = F(m-2)$$

したがって

$$u_{n-2,m} = F(m-2) + \downarrow u_{n-2,m}$$

$$\downarrow u_{n-2,m} = -F(m-2) + u_{n-2,m}$$

式 (a) に代入して

$$u_{n-1,m+1} = u_{n-2,m} + F(m) - F(m-2) \dots\dots(10)$$

このようにすることによって、B層地盤の下方へ伝播する波が基盤にて反射することなく、実際の一様地盤における現象と同じくすることができる。

以上のようにして、境界、表面、地下逸散の3条件を比較的スムーズに満足させることができた。

これで、すべての点での変位、応力などが計算できることになる。

4. 擬似地震波の発生

表層下基盤層に入射してくる地震動は多数の記録を解析した結果、速度スペクトルが一定という説がある(エネルギー等分配説)。また、地震動の自己相関関数は時間間隔 τ が大きくなると急激に減少するので、かなり不規則な振動とみられる。一般には、振動波形を規定する振動数成分、位相差2つの量のうち、前者が確定しているのに振動波形が不規則性を有するという事は、各振動数成分間の位相差が不規則であることにほかならない。

したがって、次のような速度スペクトル一定位相差不規則な振動 $g(t)$ を模擬地震動として採用した。すなわち

$$g(t) = \sum_{i=1}^n \frac{b}{f_i} \cos 2\pi(f_i t + \phi_i) \dots\dots(11)$$

b : 速度, f_i : 振動数, t : 時間, ϕ_i : 一様乱数

なお式 (11) を計算する場合に、一定の振動数きざみ $4f$ を採用したが、その際その値は染谷-Shannon の定理により、地震の継続時間 T と $4f$ の間には次の関係式が満たされていることが必要である。

$$4f \leq \frac{1}{2T}$$

実際には地震波は過渡波なので、式 (11) により計算された定常波 $g(t)$ に次のような包絡線 $\phi(t)$ をかけた。

$$f(t) = \phi(t) \times g(t) \dots\dots(12)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \phi(t) &= e^{-t/t_1} & 0 < t \leq t_1 \\ 1 & & t_1 \leq t \leq t_n \\ e^{-(t-t_n)} & & t_n \leq t \end{aligned}$$

実際に計算機の中に乱数を発生させて、模擬地震波を作成したのは次の二例である。

Model Wave No. 1 (Fig. 8)

$$f_i = 0.25 \text{ Hz} \sim 10 \text{ Hz}$$

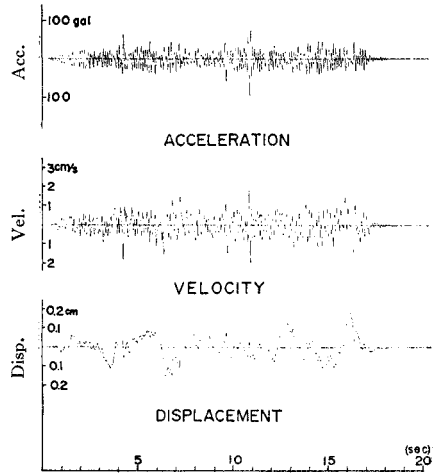


Fig. 8 Simulated Earthquake Wave

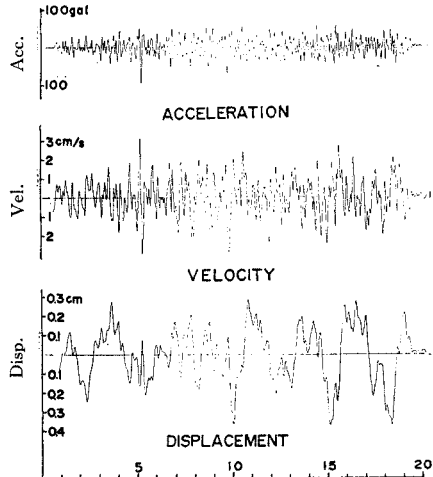


Fig. 9 Simulated Earthquake Wave

$$4f = 1/40 \text{ Hz}$$

T (地震波継続時間) = 約 20 秒

最大 100 gal に直してある。

Model Wave No. 2 (Fig. 9)

$$f_i = 0.25 \text{ Hz} \sim 10 \text{ Hz}$$

$$4f = 1/40 \text{ Hz}$$

$T = 20$ 秒

この地震波の場合、3 Hz 以上の波の振幅を直線的に減少させた。10 Hz の波の速度振幅は 3 Hz 以下のその約 1/9 という具合である。

Model Wave No. 1, No. 2 を比較するとわかるが、No. 2 の方が高周波成分を少なくしているのが、ゆったりとした波となっている。速度も変位も大きい(最大加速度はともに 100 gal である)。

おのおの速度スペクトル図 (Fig. 10, 11) を見る

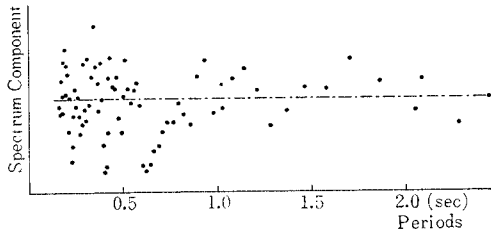


Fig. 10 Velocity Spectrum of Model Wave No. 1

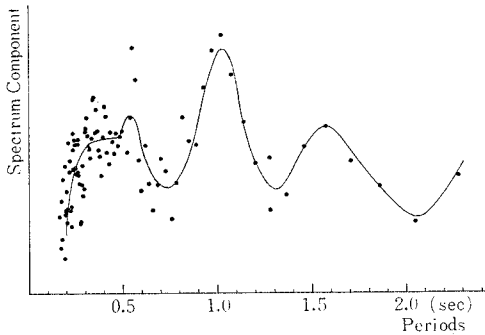


Fig. 11 Velocity Spectrum of Model Wave No. 2

と、前者は比較的一様なのに反し、後者は長周期成分が多いのが確認できる。

5. 数値計算例

地盤モデルは Fig. 2 であることはすでにのべた。実際に使った数値は以下のとおりである。

せん断波速度 (表層) $V_A=100$ m/s
 $a=0.4$ (or 0.0)

(基層) $V_B=300$ m/s

密度ともに $\rho=2$ ton/m³

弾性限界ひずみ $\epsilon_a=0.001$

時間さざみ $\Delta t=1/200$ 秒

格子点間隔 $\Delta x=0.5$ m (表層)
 $=1.5$ m (基層)

表層厚さ 20 m (ときに 10 m, 7.5 m の例もやってみた)

ステップ数 4096 (20, 48 秒)

そしてまた、弾性限界ひずみが深さとともに直線的に増大し深さ 20 m で弾性限界ひずみが 0.002 となる例も行った。これは、地中深くなるにつれて地盤が降伏しにくくなるのではないかと推測に基づいたものである。

数値計算を行う場合、計算が不安定となり発散した場合も見受けられた。それは、1 つには深さ方向に弾性限界ひずみが等しく、しかも土の力学的性質が完全弾塑性の場合、すなわち $a=0$ の場合であった。他の一例は入

力地震波を衝撃的なパルスとした場合である。

前者の場合その原因は地盤の一部が降伏すると、いくつかの連続した格子点において降伏してしまい、その結果それらの格子点ではせん断応力が等しくなり、波動方程式 (1) の右辺がゼロとなり式 (1) は等速運動の方程式となるため、発散するのではないかとと思われる。後者の場合には、パルス波形は多くの振動数の波からできており、そのため波長の非常に短い地震波が存在し、その波長が格子点間隔の 2 倍より短くなると計算誤差が大きくなるが、それが原因ではないかと想像している。

6. 結果の解析ならびに計算結果

5. でのべたデータを使い、すでに述べた方法により地盤の非線形振動を解析した。

(1) 定常正弦波に対する応答

微小定常正弦波入力の場合は、当然地表での応答も正弦波応答となる。

入力振幅が大きくなるにつれて非線形応答を示すことも当然である。Fig. 12 は、そのうち卓越周期 ($T=0.8$ sec, $H=20$ m) に近い正弦波入力を受けた二例の地表応答を示したものである。

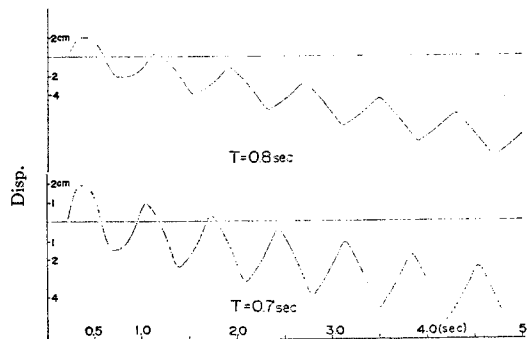


Fig. 12 Nonlinear Response

Fig. 12 から、応答の形が正弦波から三角波に変わってきていること、中立軸が一方にずれるだけで応答そのものの振幅は時間的にあまり変化のないことがわかる。これは、 σ - ϵ モデルが $a=0.4$ の Bi-linear model で、地盤内のある部分において塑性域に達し、地盤がすべり、また応力の解放された時点で再び弾性的性質を発揮するためと考えられる。そのような現象の中でも着実に塑性ひずみは増大して中立軸がずれていくのである。

(2) 振動特性の変化 (正弦波外力による場合)

構造系が線形の場合、 $H(p)$ を問題としている構造系の伝達関数とすれば、 $f(t)$ を入力、 y を系の振動変位

として

$$y(t) = H(p)f(t) \dots\dots\dots(13)$$

の関係がある。式 (13) をフーリエ変換の形にかけば

$$Y(i\omega) = H(i\omega) \cdot F(i\omega)$$

ここに

$$Y(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-i\omega t} dt$$

$$F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt$$

$H(i\omega)$: 位相, 振幅両者を考えた共振曲線 (振動数伝達関数)

そして構造系が線形である限り, $H(i\omega)$ すなわち振動特性は変化することがなく, その構造系に固有のものである。したがって, $H(i\omega)$ に相当する系の振動特性を求めておけば, 任意入力に対する応答が計算できるといふきわめて重宝なものである。通常 $H(i\omega)$ は, 構造系に ω という円振動数をもった正弦波外力を与え, それに対する振動振幅 $y(\omega)$ を求めて, $\omega \sim y(\omega)$ の関係, すなわち $H(i\omega)$ を求めるという方法が採られている。

さて, 構造系の振動が大きくなって降伏した場合, 振動が非線形となりその結果 $H(i\omega)$ も変わってくる。一自由度ばね-質点系の振動においては, $H(i\omega)$ がどのように変わるか, 従来の非線形振動理論により近似的に種々研究されている⁴⁾。第1は固有振動数(地盤の卓越周期に相当)の低下であり, 第2には等価振動減衰定数の増加である。ただし, この変化を理論的に導く場合, 入力としては正弦波入力を仮定しており, 地震波のような複雑な波形の入力が作用した場合の変化についてはまだ研究がなされていない。複雑な波形の入力の場合はさておき, 正弦波入力によって $H(i\omega)$ すなわち伝達関数の変化を求めた。なおここで地表での振動変位は中立軸がずれるので, 入力と速度と地表での振動速度を比べることによって $H(i\omega)$ を求めた。

差分法での解析での出力は変位となっている。これから速度・加速度を求めるにあたっては数値微分⁵⁾を用いた。

Fig. 13 は速度レベルでの共振曲線 $|H(i\omega)|$ である。実線は微小入力での線形(数値)解である。卓越1次周期は 0.8 sec, 2次は 0.267 sec である。

線形解の $|H(i\omega)|$ の増幅率が卓越周期で 6.0 と小さく, 地下逸散減衰の大きいのが注目される。これは地盤振動の1つの特徴である。非線形解の場合, 入力が大きくなると, 見かけ上の減衰がさらに増大している。そして, 次に固有周期もそれにつれて若干長くなるようである。しかし, 周期の伸びはさほど強くないと感ぜられる。ともかく山がけずられて平らになるという感じであ

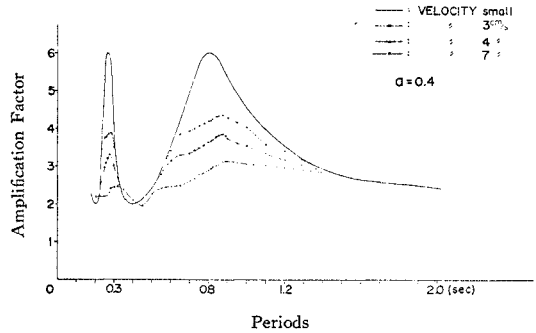


Fig. 13 Transfer Function

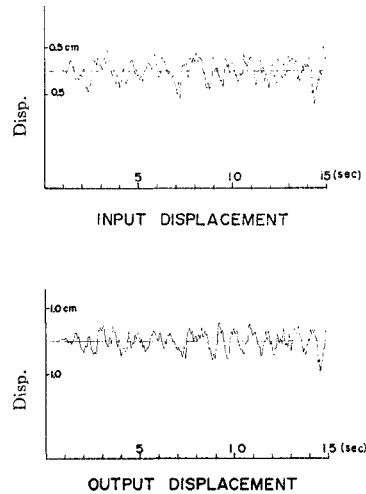


Fig. 14 Linear Response

る。

(3) 地震波に対する応答

ここでは, 先の要領で作った模擬地震波を基層に変位入力として入れて, 地表での応答を調べた。**Fig. 14** は微小入力時応答の一例である。入力と出力の波形がかなり似ている。すなわち固有振動があまり誘起されていないことがわかる。これは先にも述べたとおり, 地下逸散効果が大きいことを示している。

次に **Fig. 15** は非線形応答(入力:大)の例である。変位応答において, 中立軸がずれていくのがはっきりと認められる。変位応答の形は, 線形応答のそれ(**Fig. 14**)に似ているが, 速度, 加速度の形(特に加速度)がきたなくなっていることがはっきりとする。これは高い周波数が入ってきているためと考えられる。

Fig. 16 は, 同一地震波に対する変位, 速度, 加速度のピークの数を縦軸に, 入力地震波の大きさを横軸にとってプロットしたものである。入力地震波が大きくなるほどピーク数が増し, 特に加速度については飛躍的に増大することがわかった。これは数値微分の影響も多分

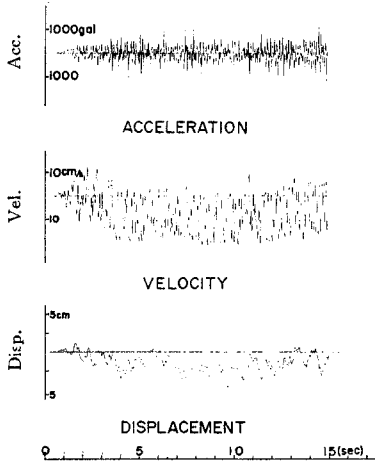


Fig. 15 Nonlinear Response

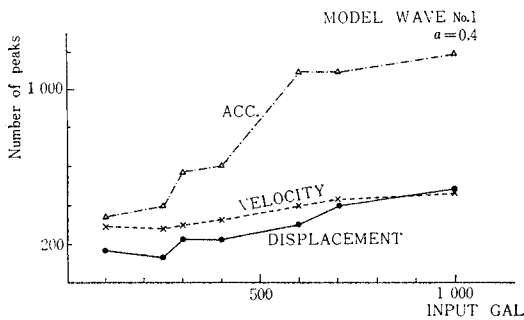


Fig. 16 Number of Peaks of the Response

にあると思うが、一応ピーク数が増大することだけははっきりとした。

ともかく、Fig. 15, 16 からも非線形領域に入る振動の場合、通常いわれているような「降伏すると固有周期がのびて、見かけの減衰定数がふえる」という考えが、あやしいものではないかという気がしてくる。

Fig. 15 の速度応答より、応答の最大値は帯状のある一定レベル以上あがらない印象を受ける。

(4) 振動特性の変化（地震波外力による場合）

(2) で述べたように、線形振動の場合には動特性 $H(i\omega)$ はその振動系固有のものであり、 $H(i\omega)$ を求める入力为正弦波外力によるものであっても、衝撃力によるものであっても、白色雑音によるものであっても、解 $H(i\omega)$ は同一のものが得られる。しかしながら非線形振動にあつては、 $H(i\omega)$ は振動系に固有のものではなく、外力の振幅、波形などにより変わってくるのが予想される。

しかしながら、われわれは大地震をうけた構造物の非線形振動の場合、Fig. 13 のような動特性の変化を念頭においてしまう。実際、地震波のような複雑な波形の入

力を受けた場合にも、正弦波外力による特性変化と大差ないかどうか、また変化の程度はどうかなどを知っておくことは重要なことであろう。

次に実際に求めた $|H(i\omega)|$ を、正弦波外力によって求められた $|H(i\omega)|$ (Fig. 13) と比較してみよう。

Fig. 17 は Model Wave No. 1 を入力とした場合の $|H(i\omega)|$ である。増幅率の減少ははっきりと認めることができる。また、同じ波形の入力ならば、入力が大きいほど増幅率が下がることもわかる。ただ共振線そのものの形はかなり似たものとなっている。固有周期（卓越周期）ののびをはっきりと認めることはできない。線形時での $|H(i\omega)|$ の山がつぶれていくつかの山に分かれたという印象を受ける。そして第 1 次周期のところだけがずされている感じである。

Fig. 18 は A 層地盤の応力～ひずみ関係において、 $a = 0.0$ すなわち完全弾塑性の場合についての計算結果で

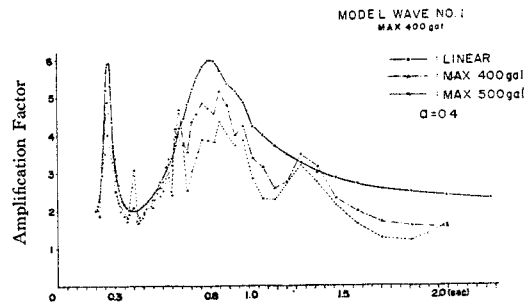


Fig. 17 Transfer Function

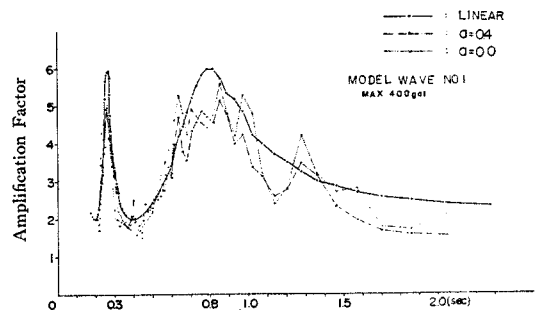


Fig. 18 Transfer Function

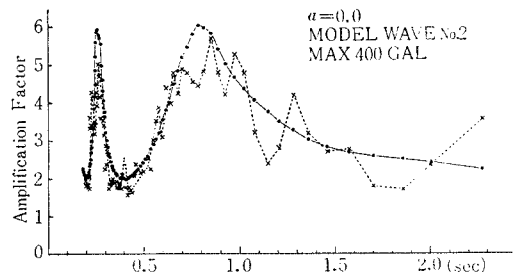


Fig. 19 Transfer Function

ある。この場合も、増幅率が下がって多くのピークになるという傾向は変わらない。

Fig. 19 は、入力地震波を Model Wave No. 2 に変えてみた。傾向はほとんど同じである。

Fig. 20, 21 は表層の厚さを各 10 m, 7.5 m としたときの共振曲線である。●は微小入力による線形解を示す。Fig. 20, 21 の場合も傾向が変わるものではないことがわかった。

Fig. 17~21 を通じて「増幅率の低下」、「卓越周期の山の分散化」を見ることができた。そしてもう1つ長期成分に小さな山を見つけることができた。

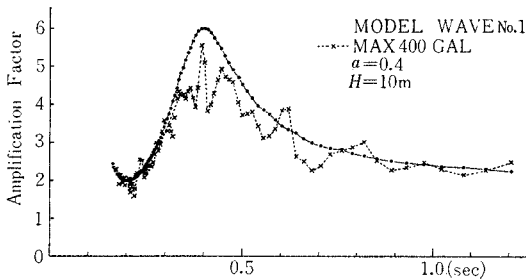


Fig. 20 Transfer Function

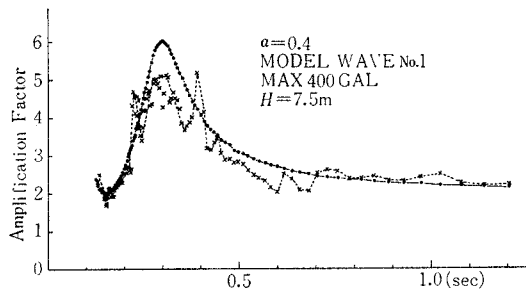


Fig. 21 Transfer Function

以上、非線形応答での速度レベルの周波数特性を見てきた。伯野らは、鋼片の動的破壊実験を行い、実部材における非線形応答を調べた⁶⁾。これは鋼片を使っての実験であり、本研究は地盤の非線形応答数値実験であり、両者を同一レベルで比較することは危険であるが、次のような点で両者に共通の結果を得たようである。

- 1) 非線形応答は応答倍率が減少する。
- 2) 単に周期ののびた、減衰の大きくなった応答でなく、周期の短い波ののびた、波形のきたないものとなる。
- 3) 不規則波に対する非線形応答においては、応答倍率が減るだけで、周期ののびるという現象はほとんど見当たらず、共振の山がバラバラに分散するという感じであった。

Fig. 22 は深さに比例して降伏ひずみが増加するケースの $|H(i\omega)|$ で、地中で塑性変形の生じているところ

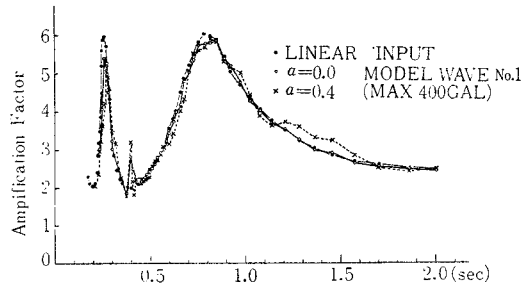


Fig. 22 Transfer Function

が少なく、したがって $|H(i\omega)|$ も線形のそれとほとんど変わらないものとなっている。

7. むすび

この研究によって次の事柄が明らかとなった。

(1) 地表層がバイリニア・ヒステリシスの弾塑性を持つと仮定した場合、下からの入射地震波が正弦波の場合には、従来いわれていたように、卓越周期がのび、見かけの減衰が増える。しかし、実際の地震波のような複雑な波形の場合には、卓越周期はほとんど変化せず、見かけの減衰が増えるが、ほかに周期の短いほう、長いほうに共振周期らしいものが現われる。

(2) したがって、地震波による地盤の非線形振動を論ずる場合には、等価線形化法を利用することは疑問である。

(3) この研究の結果からは、大地震時の軟弱地盤上では、卓越周期がはっきりしなくなり、地震動は白色雑音的になる。

謝 辞：本研究の骨組を構成するにあたり、埼玉大学学長 岡本舜三博士のご助言を得た。土木学会論文集編集委員会にも多くの適切な御意見を頂いた。ここに深く感謝の意を表したい。

また、本研究の数値計算は、学術振興会ユニコンおよび東大大型計算機センターによった。

参考文献

- 1) 金井 清・妹沢克惟：地震波によって土地の固有振動の誘起される可能度，地震研彙報 10号，1932年，p. 1.
- 2) Idriss, I.M. and H. Bolton Seed: Seismic Response of Soil Deposits, ASCE, SM 2, March 1970.
- 3) 岡本舜三・伯野元彦：地盤の非線形振動に関する研究，日本地震工学シンポジウム，1962年，pp. 45~50.
- 4) Jennings, P.C.: 塑性構造物に対する等価粘性係数，ASCE, Vol. 94, EM 1, 1968.
- 5) 岡本舜三：建設技術者のための振動学，オーム社.
- 6) 伯野元彦・四俣正俊・原 司：計算機により制御されたはりの動的破壊実験，土木学会論文報告集，No. 171, 1969.11, pp. 1~9.

(1974. 8. 1・受付)