

軌道構造の構築振動におよぼす影響

INFLUENCE OF RAILWAY TRACK STRUCTURES TO CONSTRUCTION VIBRATION

佐 藤 裕*
By Yutaka SATOH

1. 目 的

列車走行によって発生する騒音振動は、近來公害問題の一つとして大きく取り上げられている。ここでは地下鉄道や高架橋などにおいて、軌道構造を種々に変えたときに、軌道および構築の振動特性を理論計算し、振動軽減のための有効な方法を求めようとするものである。

2. 衝撃による過渡応答¹⁾

(1) 力学モデル

車両、軌道および構築の振動を理論計算するための力学モデルを次のように考える。図-1 において車両はばね上とばね下の 2 質量とし、また軌道は構築上のバラストおよびまくらぎでレールを支持しているものとする。これを図-2 のように、レールが連続弾性支持され、その支持は ばね-質量-ばね-構築-ばね と考える。上のばねはレール締結部の上下ばねで、質量はまくらぎとバラストの有効質量の和であり、下のばねはバラストの圧縮ばねである。構築も地盤ばねで支持されているものとする。

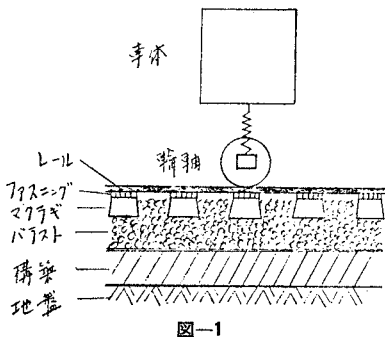


図-1

以上のようにモデル化してもなお計算が容易でないのだからに 簡単化する。まず車両については一応 2 質量系としたが、実測によれば軌道に誘起される固有周波数は数 10 Hz 以上であるのに対して、車体のそれは 1~2 Hz であるから、軌道の振動を考えるときはばね上質量を省略してよい。車輪はレールにヘルツ接触をしているのでこの部分にもばねを考慮することができる。いま図-3 のようにレールが連続単純弾性支持されていて、レール上に周期外力 $P_0 e^{i\omega t}$ が加わったときに、レールのたわみは

$$y = \frac{P_0}{8EI\beta^2} e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) e^{i\omega t},$$

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{k - \rho\omega^2}{4EI}}$$

となるので、レールの運動エネルギーは次の式となる。

$$T = \frac{1}{2} \rho \times 2 \int_0^\infty \{\dot{y}_0 e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x)\}^2 dx$$

$$= \frac{1}{2} \rho L_m (\dot{y}_0)^2$$

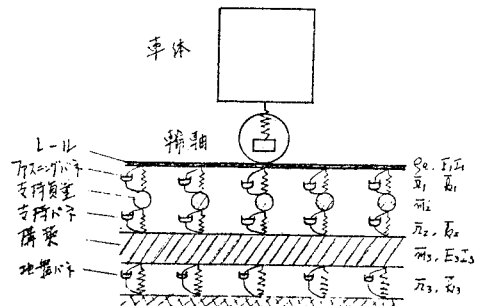


図-2

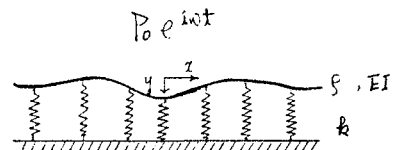


図-3

* 正会員 工博 日本機械保線(株) 調査部長

ここで $L_m=3/2\beta$ は質量についての有効長である。
レールの荷重点のたわみは次の式となる。

$$y_0 = \frac{P_0 e^{i\omega t}}{8EI\beta^3} = \frac{P_0 e^{i\omega t}}{kL_k}$$

ここで $L_k=2/\beta$ はばねについての有効長である。 β は ω の関数であるが文献 1) において $\omega \rightarrow 0$ の値をとった質点-ばねモデルが弾性支持ばりモデルと周波数特性の計算結果でほぼ合致することが確かめられているので、以下の L_m, L_k は $\omega \rightarrow 0$ の値をとるものと仮定して近似する。以上のことから、この場合は ρL_m を質量とし kL_k をばねとする質点-ばね系に置きかえることができる。

図-2 のモデルについても上と同様に

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= \rho L_m, \quad m_2 = \bar{m}_2 L_m, \quad m_3 = \bar{m}_3 L_m \\ k_1 &= k_1 L_k, \quad k_2 = \bar{k}_2 L_k, \quad k_3 = \bar{k}_3 L_k \\ r_1 &= \bar{r}_1 L_k, \quad r_2 = \bar{r}_2 L_k, \quad r_3 = \bar{r}_3 L_k \\ L_m &= \frac{3}{2\beta}, \quad L_k = \frac{2}{\beta}, \quad \beta = \sqrt[4]{\left(\frac{\bar{k}_1 \bar{k}_2}{\bar{k}_1 + \bar{k}_2}\right) \frac{1}{4E_1 I_1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

とすれば図-4 のモデルに置きかえることができる。

(2) 振動方程式

図-4 の 4 自由度振動系において、輪軸衝撃として M が h の高さから落下したときの衝撃として、各部の過渡振動を求める振動方程式は次のとおりである。

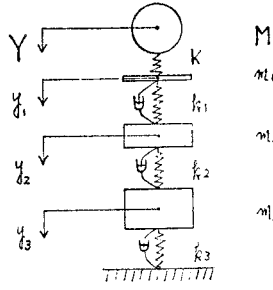


図-4

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 Y}{dt^2} + K(Y - y_1) &= 0 \\ m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + K(y_1 - Y) + r_1 \frac{d(y_1 - y_2)}{dt} &+ k_1(y_1 - y_2) = 0 \\ m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + r_1 \frac{d(y_2 - y_1)}{dt} + k_1(y_2 - y_1) &+ r_2 \frac{d(y_2 - y_3)}{dt} + k_2(y_2 - y_3) = 0 \\ m_3 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + r_2 \frac{d(y_3 - y_2)}{dt} + k_2(y_3 - y_2) &+ r_3 \frac{dy_3}{dt} + k_3 y_3 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

また初期条件は次のとおりである。
 $t=0$ のとき

$$Y=0, \quad \dot{Y} = \sqrt{2gh}$$

$$y_1=y_2=y_3=0, \quad \dot{y}_1=\dot{y}_2=\dot{y}_3=0$$

式(1) から固有値方程式は

$$\begin{vmatrix} K-Mp^2 & & -K & & & & & & & & \\ -K & K+k_1+ir_1p-m_1p^2 & & & & & & & & & \\ 0 & & -k_1-ir_1p & & & & & & & & \\ 0 & & & 0 & & & & & & & \\ & & & & 0 & & & & & & \\ & & & & & 0 & & & & & \\ * & k_1+k_2+i(r_1+r_2)p-m_2p^2 & & & -k_2-ir_2p & & & & & & \\ & -k_2-ir_2p & & & k_2+k_3+i(r_2+r_3)p-m_3p^2 & & & & & & \\ & & & & & & & & & & \end{vmatrix} = 0$$

であり、これから p の 8 根すなわち $p_j, j=1 \sim 8$ を求めれば解は

$$\left. \begin{aligned} Y &= \sum A_j e^{i p_j t} \\ y_1 &= \sum B_j e^{i p_j t} \\ y_2 &= \sum C_j e^{i p_j t} \\ y_3 &= \sum D_j e^{i p_j t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

$j=1 \sim 8$

となり、定数は初期条件から決められる。

(3) 計算例

a) 諸数値

一般軌道の 50 kg レール、PCまくらぎ、砕石道床の場合次の値をとった。

- レール： $\rho=0.50 \text{ kg/cm}$ ……単位重量
- $EI=4.12 \times 10^9 \text{ kg}\cdot\text{cm}^2$ …曲げ剛性
- まくらぎ： $D_1=100 \text{ t/cm}$ ……締結ばね定数
- $M_s=80 \text{ kg}$ ……片レール当り重量
- $a=57 \text{ cm}$ (44 本/25 m) ……間 隔
- バラスト： $h=25 \text{ cm}$ ……厚 さ
- $D_2=200 \text{ t/cm}$ ……圧縮ばね定数
- $M_b=129 \text{ kg}$ ……付加重量

M_b の計算

片レール当りのまくらぎ底面下の図-5 に示したバラスト部分の重量は 258 kg となるが、バラストの圧縮ばねを考えるので、まくらぎに付加する重量はこれの 1/2 をとった。後で検討するバラストマット軌道では、マットのばね定数がバラストの圧縮ばね定数に比べて十分小さいので付加重量はそのまま 258 kg をとったが、その後(バラスト厚) \times (まくらぎ間隔) \times (まくらぎ長+バラスト肩幅)の重量をとるのが妥当であると考えた。

- 輪軸： $Mg=500 \text{ kg}$ ……片側重量
- $K=1000 \text{ t/cm}$ ……接触ばね定数

以上の諸数値によれば式(1) は次の値となる。

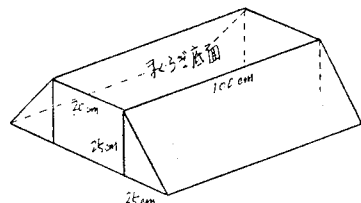


図-5

$$m_1g = \rho L_m = 49.4 \text{ kg}$$

$$m_2g = \bar{m}_2g L_m = \left(\frac{M_s + M_b}{a} \right) L_m = 353 \text{ kg}$$

$$k_1 = \frac{D_1}{a} L_k = 216 \text{ t/cm}, \quad k_2 = \frac{D_2}{a} L_k = 432 \text{ t/cm}$$

$$\beta = \sqrt{\frac{D_1 D_2}{(D_1 + D_2) a \times 4 EI}} = 1.63 \times 10^{-2} \text{ cm}^{-1}$$

$$L_m = 3/(2\beta) = 92.2 \text{ cm}, \quad L_k = 2/\beta = 123 \text{ cm}$$

構築については通常の箱形ラーメン複線構造の重量は 20~40 t/m² であるから、片レール当りにすると 5~10 t/m となる。地盤ばね定数は次のように間接的にきめた。営団地下鉄の実測によれば構築下床振動加速度は 50~70 Hz が卓越しているので^{2),3)}、 m_2 と k_2 を組合せた振動系の固有周波数が上記の値となるようにした。すなわち標準値は

$$m_3g = 7.5 \text{ t}$$

$$n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_2}{m_3}} = 50 \text{ Hz} \quad \left. \vphantom{n} \right\} \text{より}$$

$$k_3 = (2\pi \times 50)^2 m_3 = 755 \text{ t/cm}$$

とした。

減衰係数については、 $M + m_1 (m_1 \ll M)$ と k_1 とを組合せた固有周波数が通定数 10 Hz となり、 $r_1 = 2\sqrt{k_1 M}$ がクリテカル減衰となるので、0 から 2 の値まで検討したが標準値としては

$$r_1 = \sqrt{k_1 M}$$

をとった。そしてはじめは $r_2 = r_3 = r_1$ として計算を進めたが、これより実際のと考えられる

$$r_2 = \sqrt{k_2 m_2}, \quad r_3 = \sqrt{k_3 m_3}$$

の場合も計算した。

b) 計算例と各種係数の検討

上記数値によって計算した 1 例として図-6 に各部過渡振動波形を示す。各種係数を変えた組合せ 20 通りについての計算結果から、構築振動加速度 \ddot{y}_3 に対する影響に注目して、 $\log \ddot{y}_3 = a_1 \log k_1 + a_2 \log k_2 + a_3 \log k_3 + b_2 \log m_2 + b_3 \log m_3 + c$ と仮定して係数を求めると次の関係式が得られた。

$$\ddot{y}_3 \alpha = \frac{k_1^{0.28} k_2^{0.25} k_3^{0.04}}{m_2^{0.14} m_3^{0.82}} \dots \dots \dots (4)$$

c) 各種軌道構造の比較

直結軌道、スラブ軌道、ブロック軌道およびバラストマット軌道について比較した。

直結軌道としては、レールが 50 kg で締結ばね定数が 60, 30, 15 t/cm と、レールが 60 kg で締結ばね定数が 30 t/cm の 4 通りとした。スラブ軌道としては営団の KS-1 とこれのスラブ下ばね定数を 1/2 とした KS-2 および国鉄のスラブ軌道 A-1 とスラブ下をゴム支持した A-2 の 4 通りとした。ブロック軌道とは、コンクリート床上に PC まくらぎを用いた軌きようをまくらぎ底面にゴムクッションをはさんで据付けるものであるが、床のまくらぎ下部分にはあらかじめ凹所を設けて、ゴム板とのすき間は底側面ともモルタルで埋めた構造をいう³⁾。ブロック下のばね定数を 60, 30, 15 t/cm とした RS-1, RS-2, RS-3 の 3 通りとした。バラストマット軌道としては、バラストマットの 1 締結当りのばね定数が、60, 30, 15 t/cm の場合と締結ばね定数が 60 t/cm の

4 通りとした。これらと比較のために PC まくらぎのバラスト軌道をとった。

以上の各種軌道について支持質量 m_2 を求めるためにそれぞれ次の \bar{m}_2 を用いた。

スラブ軌道

A-1, 2:

$$\bar{m}_2g = 0.45 \text{ t/m}$$

$$= 4.5 \text{ kg/cm}$$

(スラブ厚 16 cm)

KS-1:

$$\bar{m}_2g = 4.5 \times 25/16$$

$$= 7.0 \text{ kg/cm}$$

(スラブ厚 25 cm)

KS-2:

$$\bar{m}_2g = 4.5 \times 30/16$$

$$= 8.4 \text{ kg/cm}$$

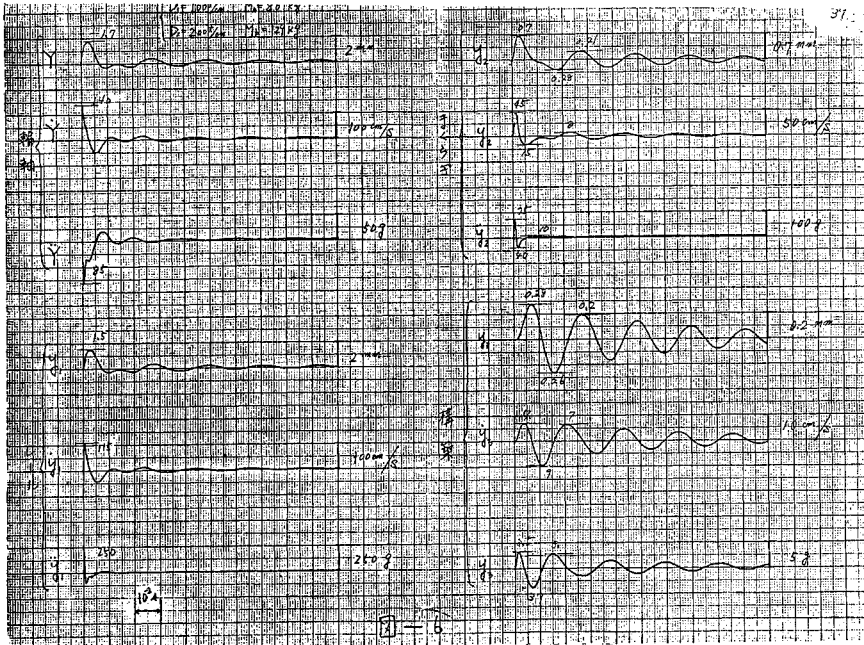


図-6

(スラブ厚 30 cm)

直結軌道

$$\bar{m}_2 g = 7.0 \text{ kg/cm}$$

(コンクリート道床厚 25 cm として)

この場合構築と直結されて一体となっているとした。

ブロック軌道

$$\bar{m}_2 g = M_s/a = 80 \text{ kg/57 cm} = 1.4 \text{ kg/cm}$$

バラストマット軌道

a) に記したとおり。

以上の各種軌道はまとめると表-1 に示すように 16 通りになる。これらの各部に生ずる振動の計算値のうち、構築振動加速度に注目して表の上の図のように読みとり、 $\ddot{y}_3, \ddot{y}_3/\ddot{y}_3(16)$, No. 16 に対する dB 差、さらに式 (4) による値を表示してある。表からわかるように $\ddot{y}_3/\ddot{y}_3(16)$ の計算値と式 (4) の略算値は良く対応する。

すでに報告された実測値^{2),3)}と、それに対応する前記計算値とを表-2 にあげて比較すると十分合致するとはいえない。これは計算値が \ddot{y}_3 の第 1 波 a_1 と第 2 波 a_2 の平均値をとったのに対して、実測値は実効値となっていると考えられることにもよるが、また走行車両では単一衝撃ではなく、車輪レール間接触部の微小凹凸による

表-1 各種軌道の比較

$\ddot{y}_3 : \frac{a_1 + a_2}{2}$

軌道	No.	ρ (kg/cm)	D_1 (t/cm)	\bar{m}_2 (kg/cm)	D_2 (t/cm)	\ddot{y}_3 (g)	$\frac{\ddot{y}_3}{\ddot{y}_3(16)}$	dB 差		(4)式
直結軌道	1	0.50	60	7.0		4.05	1.21	1.7		
	2	"	30	"		3.45	1.03	0.3		
	3	"	15	"		2.87	0.86	-1.3		
	4	0.60	30	"		3.25	0.97	-0.3		
スラブ軌道	5	0.50	30	7.0	30	1.98	0.59	-4.6	0.54	
	6	"	"	8.4	15	1.38	0.41	-7.8	0.46	
	7	"	60	4.5	900	4.95	1.48	3.4	1.45	
	8	"	30	"	300	3.65	1.09	0.8	0.96	
ブロック道	9	"	60	1.4	60	3.40	1.01	0.1	0.92	
	10	"	"	"	30	2.98	0.89	-1.0	0.80	
	11	"	"	"	15	2.80	0.84	-1.5	0.68	
バラスト軌道	12	"	100	6.0	60	3.00	0.90	-0.9	0.84	
	13	"	"	"	30	2.48	0.74	-2.6	0.74	
	14	"	60	"	"	2.33	0.70	-3.1	0.65	
	15	"	100	9.0	15	2.16	0.64	-3.9	0.63	
バラスト軌道	16	0.50	100	3.7	100	3.35	1	0	1	

表-2

軌道	計算値		実測値				
		dB		下床	壁	天井	平均 dB 差
直結軌道	1	1.7	No.5	90.5	79.0	72.5	3.2
スラブ軌道	5	-4.6	No.3	82.5	76.0	68.0	-1.8
バラスト・マット軌道	15	-3.9	No.2	71.5	68.0	62.5	-10.0
バラスト軌道	16	0	No.1	86.5	79.5	66.0	0

連続衝撃によって振動が生じることから、実測と対比するには次に記す周波数応答がより対応が良いと考えて検討を行った。

3. 周期外力による周波数応答¹⁾

(1) 質量-ばねモデルの場合

図-4 の質量-ばねモデルにおいて、輪軸上に周期外力 $P_0 e^{i\omega t}$ を加えたときの周波数応答は次の方程式を解けばよい。

$$\left. \begin{aligned} M \frac{d^2 Y}{dt^2} + K(Y - y_1) &= P_0 e^{i\omega t} \\ m_1 \frac{d^2 y_1}{dt^2} + K(y_1 - Y) + r_1 \frac{d(y_1 - y_2)}{dt} \\ &+ k_1(y_1 - y_2) = 0 \\ m_2 \frac{d^2 y_2}{dt^2} + r_1 \frac{d(y_2 - y_1)}{dt} + k_1(y_2 - y_1) \\ &+ r_2 \frac{d(y_2 - y_3)}{dt} + k_2(y_2 - y_3) = 0 \\ m_3 \frac{d^2 y_3}{dt^2} + r_2 \frac{d(y_3 - y_2)}{dt} + k_2(y_3 - y_1) \\ &+ r_3 \frac{dy_3}{dt} + k_3 y_3 = 0 \end{aligned} \right\} \dots (5)$$

この定常解は

$$\left. \begin{aligned} Y &= Y_0 e^{i\omega t} \\ y_1 &= Y_1 e^{i\omega t} \\ y_2 &= Y_2 e^{i\omega t} \\ y_3 &= Y_3 e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

であって、 Y_0, Y_1, Y_2, Y_3 は次の式から求められる。

$$\left. \begin{aligned} (K - M\omega^2) Y_0 - K Y_1 &= P_0 \\ -K Y_0 + (K + k_1 + ir_1\omega - m_1\omega^2) Y_1 \\ &- (k_1 + ir_1\omega) Y_2 = 0 \\ -(k_1 + ir_1\omega) Y_1 + \{k_1 + k_2 + i(r_1 + r_2) \\ &\cdot \omega - m_2\omega^2\} Y_2 - (k_2 + ir_2\omega) Y_3 = 0 \\ -(k_2 + ir_2\omega) Y_2 + \{k_2 + k_3 + i(r_2 + r_3) \\ &\cdot \omega - m_3\omega^2\} Y_3 = 0 \end{aligned} \right\}$$

以上の計算式によって各種軌道について表-1 と同一の数値をとって周波数応答を求めた。このとき相対比較が目的であるので P_0 は一応 10 t とした。計算結果のうちスラブ軌道 KS-1 の場合の各部の振動加速度は図-7 に示すようになる。ここで 10^{-6} g を OdB とする。いま構築振動加速度 \ddot{Y}_3 を表-1 の 5, 6, 7, 8 の 4 ケースについて比較すると図-8 となる。 \ddot{Y}_3 のピーク値をよみとり 16 ケースについて示すと表-3 のようになるが、実測値とほぼ対応する。次に $r_3 = r_1$ とした場合と $r_3 = 10 r_1 \div \sqrt{k_3 m_3}$ とした場合とを比較すると表-4 のようになり、後者は全般に減少するが dB 差はほぼ等しい。

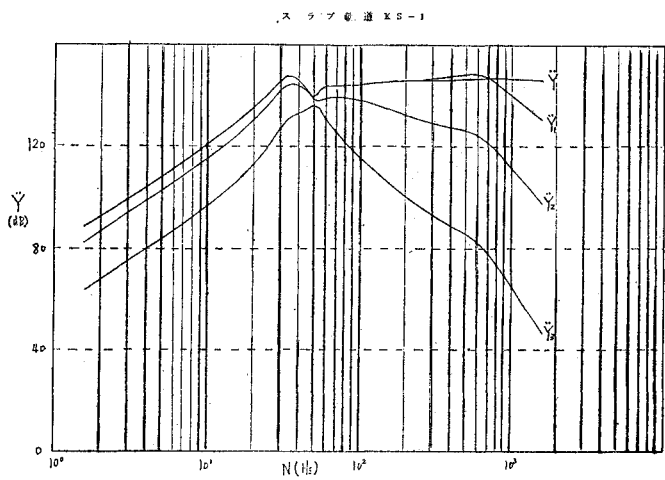


図-7

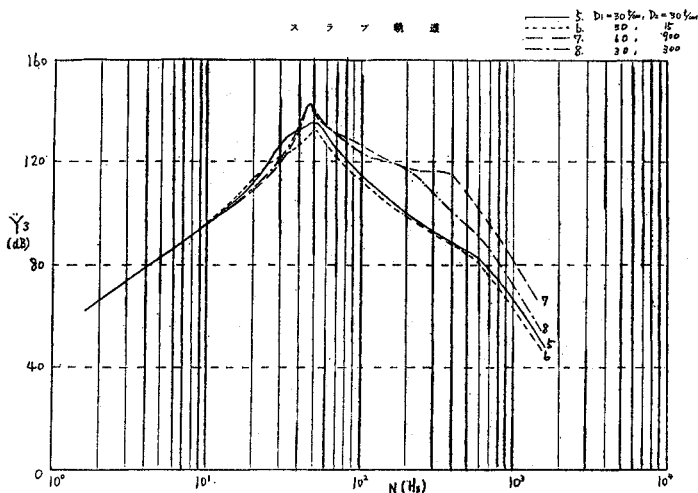


図-8

(2) 連続弾性支持 3重ばりモデルの場合

もともと長手方向に連続した軌道および構築を、集中質量-ばねモデルに変換して計算したが、図-9 に示すスラブ軌道についてより実際に近いと考えられる図-

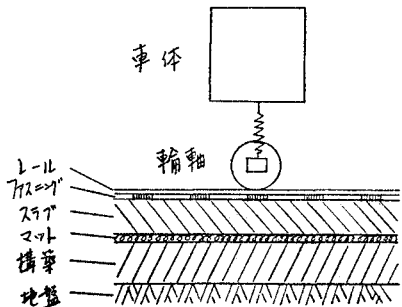


図-9

10 に示すようにモデル化した。輪軸上に周期外 $P_0 e^{i\omega t}$ を加えたときの周波数応答を求めるための振動方程式は次のようになる。

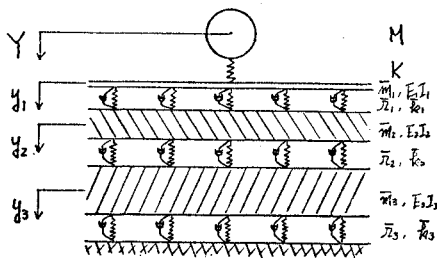
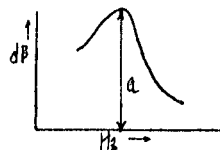


図-10

表-3



		\ddot{Y}_s ピーク値 (dB)	16との差	表-1 衝撃応答	表-2 実測値
直結軌道	1	143	2	1.7	3.2
	2	143	2	0.3	
	3	142	1	-1.3	
	4	143	2	-0.3	
スラブ軌道	5	136	-5	-4.6	-1.8
	6	133	-8	-7.8	
	7	143	2	3.4	
	8	143	2	0.8	
ブロック軌道	9	142	1	0.1	
	10	139	-2	-1.0	
	11	137	-4	-1.5	
パラスト・マット軌道	12	138	-3	-0.9	-10.0
	13	135	-6	-2.6	
	14	135	-6	-3.1	
	15	131	-10	-3.9	
パラスト軌道	16	141	0	0	0

表-4

		\ddot{Y}_s (dB)			
		$r_3=r_1$		$r_3=10r_1$	
		dB	16との差	dB	16との差
直結軌道	1	143	2	126	-1
	2	143	2	127	0
スラブ軌道	5	136	-5	126	-1
	7	143	2	127	0
	8	143	2	128	1
ブロック軌道	9	142	1	125	-2
パラスト・マット軌道	15	131	-10	116	-11
	パラスト軌道	16	141	0	127

$$\left. \begin{aligned}
 M \frac{d^2 Y}{dt^2} + K \{ Y - y_1(0) \} &= P_0 e^{i\omega t} \\
 E_1 I_1 \frac{\partial^4 y_1}{\partial x^4} + \bar{m}_1 \frac{\partial^2 y_1}{\partial t^2} + \bar{r}_1 \frac{\partial (y_1 - y_2)}{\partial t} \\
 &+ \bar{k}_1 (y_1 - y_2) = 0 \\
 E_2 I_2 \frac{\partial^4 y_2}{\partial x^4} + \bar{m}_2 \frac{\partial^2 y_2}{\partial t^2} + \bar{r}_1 \frac{\partial (y_2 - y_1)}{\partial t} \\
 &+ \bar{k}_1 (y_2 - y_1) + \bar{r}_2 \frac{\partial (y_2 - y_3)}{\partial t} + k_2 (y_2 - y_3) = 0 \\
 E_3 I_3 \frac{\partial^4 y_3}{\partial x^4} + \bar{m}_3 \frac{\partial^2 y_3}{\partial t^2} + \bar{r}_2 \frac{\partial (y_3 - y_2)}{\partial t} \\
 &+ \bar{k}_2 (y_3 - y_2) + \bar{r}_3 \frac{\partial y_3}{\partial t} + k_3 y_3 = 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

このときの境界条件は次のとおりである。

$x=0$ において

$$\frac{\partial y_1}{\partial x} = 0, \quad 2 E_1 I_1 \frac{\partial^3 y_1}{\partial x^3} + K (y_1 - Y) = 0$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial x} = \frac{\partial y_3}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial^3 y_2}{\partial x^3} = \frac{\partial^3 y_3}{\partial x^3} = 0$$

$x \rightarrow \infty$ において

$$y_1, y_2, y_3 \rightarrow 0$$

いま

$$\left. \begin{aligned}
 Y &= Y_0 e^{i\omega t} \\
 y_1 &= Y_1(x) e^{i\omega t} = A e^{\Gamma x} e^{i\omega t} \\
 y_2 &= Y_2(x) e^{i\omega t} = B e^{\Gamma x} e^{i\omega t} \\
 y_3 &= Y_3(x) e^{i\omega t} = C e^{\Gamma x} e^{i\omega t}
 \end{aligned} \right\}$$

とおけば式 (7) から

$$Y_0 = \frac{P_0 + K Y_1(0)}{K - M \omega^2} \dots\dots\dots (8)$$

$$(\Gamma^4)^3 + E(\Gamma^4)^2 + F(\Gamma^4) + G = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ここで

$$E = a + d + g$$

$$F = ad + ag + dg - bc - ef$$

$$G = adg - aef - bcg$$

$$a = (k_1 - \bar{m}_1 \omega^2) / E_1 I_1 + i \bar{r}_1 \omega / E_1 I_1$$

$$b = -\bar{k}_1 / E_1 I_1 - i \bar{r}_1 \omega / E_1 I_1$$

$$c = -\bar{k}_2 / E_2 I_2 - i \bar{r}_1 \omega / E_2 I_2$$

$$d = (\bar{k}_1 + \bar{k}_2 - \bar{m}_2 \omega^2) / E_2 I_2$$

$$+ i (\bar{r}_1 + \bar{r}_2) \omega / E_2 I_2$$

$$e = -\bar{k}_2 / E_2 I_2 - i \bar{r}_2 \omega / E_2 I_2$$

$$f = -\bar{k}_2 / E_3 I_3 - i \bar{r}_2 \omega / E_3 I_3$$

$$g = (\bar{k}_2 + \bar{k}_3 - \bar{m}_3 \omega^2) / E_3 I_3$$

$$+ i (\bar{r}_2 + \bar{r}_3) \omega / E_3 I_3$$

式 (9) において

(Γ^4) の 3 根を $\lambda_1 + i\mu_1, \lambda_2 + i\mu_2, \lambda_3 + i\mu_3$ とすれば Γ の 12 根はそれぞれ次のようになる。

$$\pm (\alpha_1 + i\beta_1), \pm (\alpha_4 + i\beta_4)$$

$$\pm (\alpha_2 + i\beta_2), \pm (\alpha_5 + i\beta_5)$$

$$\pm (\alpha_3 + i\beta_3), \pm (\alpha_6 + i\beta_6)$$

ここで

$$\alpha_j = \sqrt{\frac{r_j + \sqrt{r_j^2 + 4\delta_j^2}}{2}},$$

$$\beta_j = \frac{\delta_j}{\alpha_j} : j=1, 2, \dots, 6$$

$$r_j = \sqrt{\lambda_j^2 + \lambda_j^2 + \mu_j^2},$$

$$\delta_j = \frac{\mu_j}{4r_j}, \quad r_{j+3} = -r_j, \quad \delta_{j+3} = -\delta_j : j=1, 2, 3$$

である。そこで解は

$$\left. \begin{aligned}
 Y_1 &= \sum A_j e^{\Gamma_j x} \\
 Y_2 &= \sum B_j e^{\Gamma_j x} \\
 Y_3 &= \sum C_j e^{\Gamma_j x}, \quad j=1, 2, \dots, 12
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

となり、 A_j, B_j, C_j は前記境界条件から決められる。

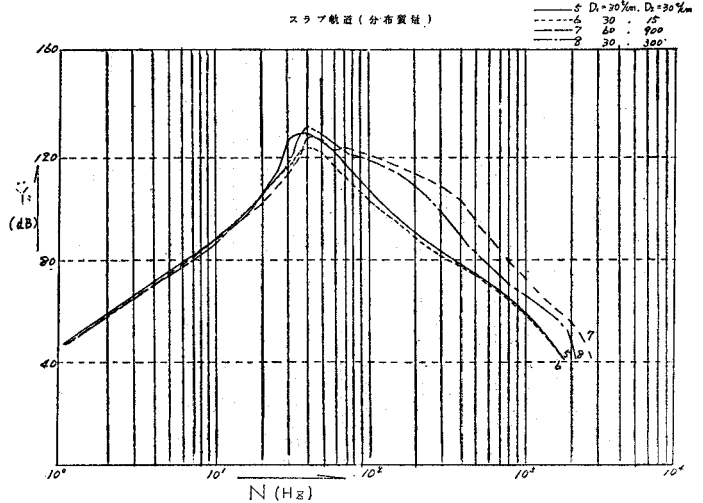


図-11

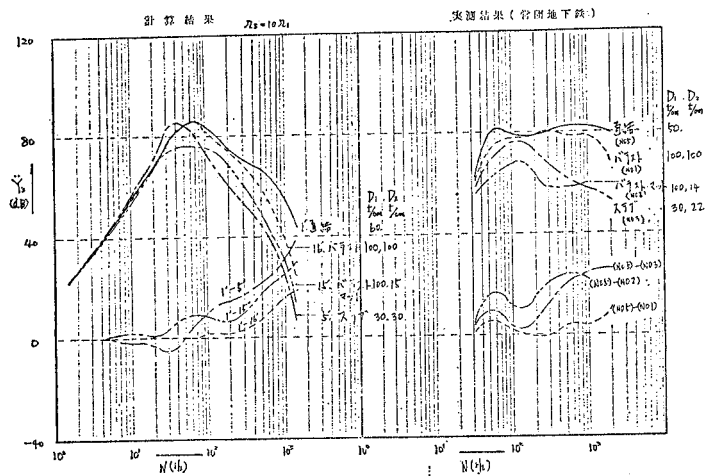


図-12

表一のケース 5, 6, 7, 8 に対する諸数値をそのまま使い、 $E_2 I_2 = 4.6 \times 10^{10}$ $\text{kg} \cdot \text{cm}^2$ 、 $E_3 I_3 = 8.4 \times 10^{11}$ $\text{kg} \cdot \text{cm}^2$ として上式によって計算した結果を \dot{Y}_3 について示すと図一11 となる。これと対応する前の図一8 と比べると、全体としてやや小さくなっているがパターンや相対差は良く合致していることがわかる。したがって簡単な集中質量モデルで実用上十分であると考えられる。

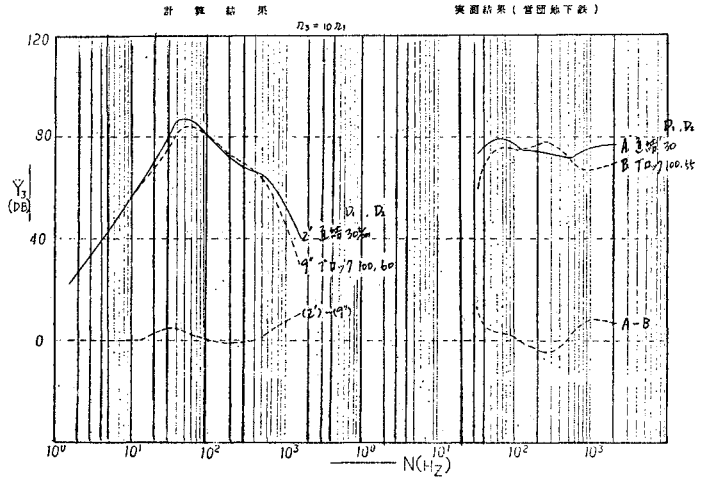
(3) 計算と実測の対比

すでに報告されている実測例³⁾から、営団 9 号線（霞ヶ関～代々木公園間）の測定結果を図一12 の右に示し、これに対応する計算結果を左に示した。実測の周波数応答はオクターブ分析結果であり、計算は連続分析結果そのままを示しているのでオクターブバンドで補正しなければだに比較はできないが、問題は相対的 dB 差であり、これはオクターブバンド補正によっても実用的には変わらないのでそれを図の下に示した。両者の dB 差を比較すると大体合致している。

営団 9 号線（日比谷～霞ヶ関間）において、時期を変えて実施されたブロック軌道と直結軌道の測定結果について、上と同様に計算結果との比較を図一13 に示すが、このときの dB 差も大体合致している。

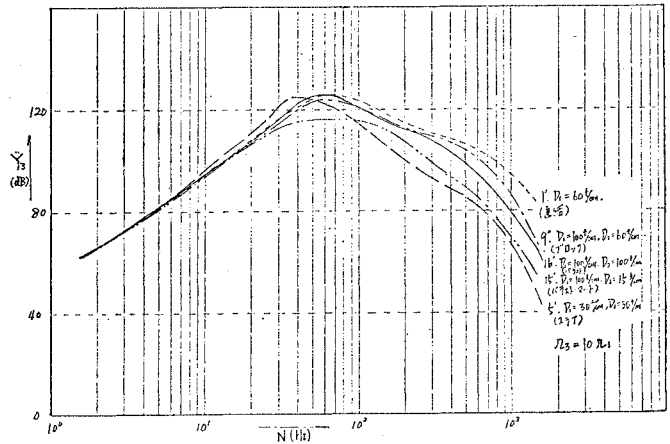
各種軌道構造の周波数応答を \dot{Y}_3 で比較すると図一14 のようになり、バラストマット軌道がこれらの中では優れていることになる。しかしながら地下構築内軌道のバラスト保守の困難性から、スラブ軌道で同等以上の性能を実現できることが望ましい。スラブ軌道 KS 形はスラブ下のばね定数を十分小さくしたにもかかわらず数 10 Hz の特性が改善されていないので、減衰係数を変えた計算をすると、図一15 に見るように r_2 が小さいときに不利であることがわかる。また図一14 のバラストマット軌道との比較から、スラブ軌道の D_1 をむしろ大にすることで特性を改善されることも考えられる。

西ドイツのケルン地下鉄では 45 m



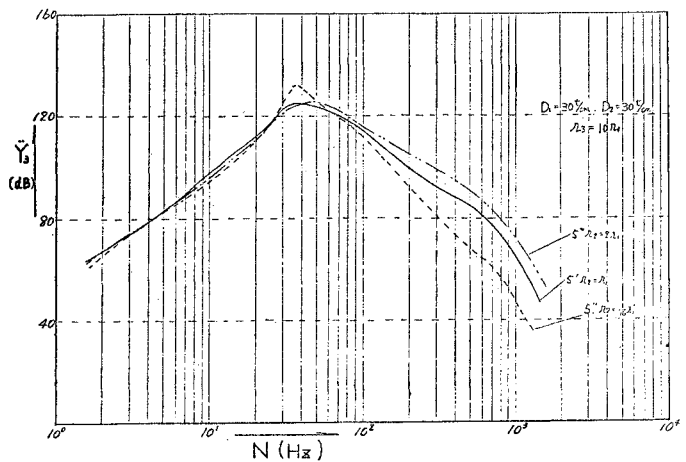
図一13

各種軌道の比較



図一14

スラブ軌道



図一15

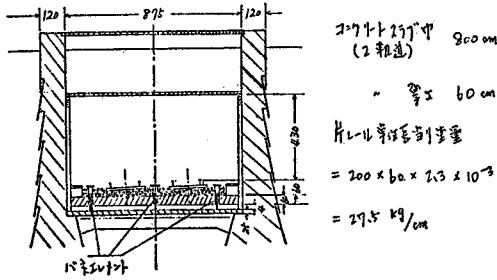


図-16 ケルン地下鉄の試験軌道

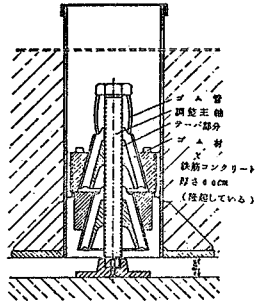


図-17 コンクリート支持ばね要素

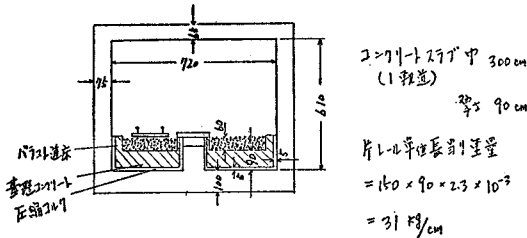


図-18 フランクフルト地下鉄の試験軌道

表-5 西ドイツ地下鉄試験軌道

地下鉄	軌道	ρ (kg/cm)	D_1 (t/cm)	\bar{m}_2 (kg/cm)	D_2 (t/cm)
ケルン	砕石	0.5	300	7.4	100
"	ばね受け	"	300	27.5	10
フランクフルト	コルク受け	"	300	31.0	100

の試験区間で図-16 に示すように、複線軌道を幅 800 cm、厚さ 60 cm のコンクリートスラブに載せ、このスラブを横断方向に 3 か所、長手方向に 47 か所で、図-17 に示すようなばね要素で弾性支持をした。このときのコンクリートスラブの重量は図に記した値となる。フランクフルト地下鉄では 71 m の試験区間で図-18 に示すように幅 300 cm、厚さ 90 cm のコンクリートスラブに軌道を載せ、スラブと構築との間には 5 cm のコルクを敷いた。

以上の軌道について表-5 に示す数値をとって前と同様な周波数応答を計算して、実測と計算の dB 差をケル

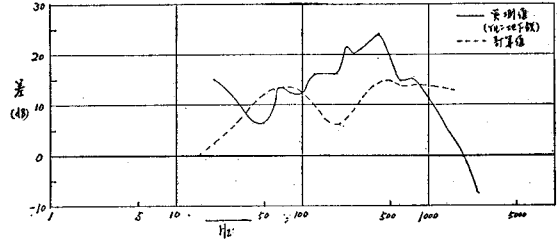


図-19 バラスト軌道とばね支持コンクリートスラブ軌道の差

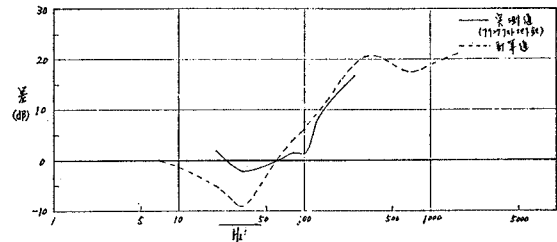


図-20 バラスト軌道とコルク支持コンクリートスラブ軌道の差

ンについては図-19 に、またフランクフルトについては図-20 に示す。計算に用いた諸数値は実物と十分対応しているとはいえないが、実測と計算はほぼ合致している。

4. 結 言

列車走行によって構築に生ずる振動に対する各種軌道構造の影響を知るため、力学モデルを考え、衝撃による過渡応答と周期外力による周波数応答を理論計算し、すでに報告されている実測結果と比較し大体の合致が見られたので、本報告の方法は構築振動軽減対策のための一つの参考となるものと考え。

この研究は帝都高速度交通営団騒音・振動対策研究会において実施されたものであって、関係各位に感謝の意を表す。また計算プログラムの作成は平田五十氏の協力によった。

参 考 文 献

- 1) 佐藤 裕：軌道構造と振動との関係についての理論的考察，鉄道業務研究資料，13-8，31.04.
- 2) 騒音・振動対策研究会中間報告書：自昭和46年4月～昭和47年3月，帝都高速度交通営団騒音・振動対策研究会.
- 3) 騒音・振動対策研究会中間報告書（その2）：自昭和47年4月～昭和48年3月.
- 4) Koch, H.W., H.D. Oelkers and D. Uderstädt : Strasse Brücke Tunnel, Vol. 22, Ht 3, '71.03.
- 5) Colombard, J.R. : Rev. Gén. Chem. de Fer, 91 Année, '72.12.

(1974.10.8・受付)