

繰返し载荷を受ける砂質土の応力・ひずみ特性

STRESS-STRAIN CHARACTERISTICS OF SANDS
UNDER CYCLIC LOADING

柴田 徹* ・ Djoko S. Soelarno**

By Toru SHIBATA and Djoko S. SOELARNO

1. まえがき

地盤や基礎構造物の地震応答を解析的に取扱うために、種々の方法が提案されて応答計算が実施されている。しかしその際に地盤あるいは土の動態時の特性、ことにその応力とひずみの関係をいかに評価するかが問題解決の鍵を握っているといえる。もとより土の変形特性はその非線形性をまったく無視して論じるわけにはいかないが、荷重がゆっくりと単調に増加するような単純な場合でも、土の構成関係が確立されたとはいえない現状にある。まして荷重が不規則に繰返し载荷される動的問題に対して、影響をもつと考えられる主要因子を網羅しかつ汎用性のある構成式を導くことは、現段階では無理といわざるをえない。

しかしながら一方では、土の動的性質を調べるための実験的研究が、特にわが国や米国において近年急速な発展を遂げているように見受けられる。すなわち室内研究では飯田¹⁾が行った円柱共振法による先駆的な仕事をはじめとして、動的単純せん断や振動三軸試験機などを使った結果、土の剛性や減衰のひずみ依存性が強調されてきている。また野外では原位置試験法の発達に伴って、地盤の S 波速度の実測から動的剛性率が推定されたり、横方向の変形係数が測定されたりしている。したがってこのように蓄積されつつあるデータを統一的な見解のもとに整理して、ある種の法則性を見出すための努力が払われてしかるべきであると考えられる。

さて地震時のように比較的短時間内に起きる現象を対象とする場合には、地盤の非排水状態における挙動を想定すればよいので、このときは土のダイラタンシーに起因する過剰間隙水圧が発生し有効応力は減少する。この有効応力の減少はいうまでもなく土のせん断抵抗を低下

させるので、応力とひずみの関係は軟化形のものとなる。本論文ではこのような土に特有の性質を重視する立場から、繰返しによる土の軟化現象を有効応力の減少(すなわち過圧密比の増加)と関連づけて説明しようとしている。換言すれば、繰返し回数や応力・ひずみ履歴が異なっても、その時点での有効応力が同じであれば土の動的挙動も変わらないと仮定して論旨を進めている。

論文の概要は、まず第 2 節においてせん断応力～せん断ひずみ～平均有効主応力の三者を関係づける構成式を誘導する。その際に有効応力が不変であれば双曲線形の応力～ひずみ式を仮定している。ついで第 3 節では砂質土を用いた振動三軸試験によって、各種の繰返し载荷条件のもとでこの構成式の検照を行う。さらに第 4 節では 2, 3 節の成果をふまえて、過剰間隙水圧の発生が無視しうるほど小さいひずみレベルを対象にした実用式を提案する。そしてこの実用式は、従来の砂質土に関する実験結果を比較的うまく説明できることを示すとともに、共振円柱法や動的単純せん断試験など異種類の試験法から求められた剛性率についても比較検討する。

2. 繰返しを受ける土の応力～ひずみ関係

土の応力～ひずみに関する研究は土質力学の中心課題として現在に至るまで多くの関心を集めてきているが、その中においてこれを双曲線で近似する手法がある。Kondner²⁾ や Hardin-Drnevich ら³⁾ が用いているこの方法は、理論的根拠には乏しいが初期接線係数と破壊強度という 2 個のパラメーターで応力～ひずみ

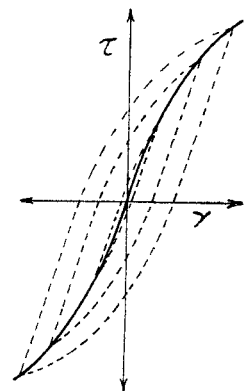


図-1 応力～ひずみ関係

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 学生会員 工修 京都大学大学院

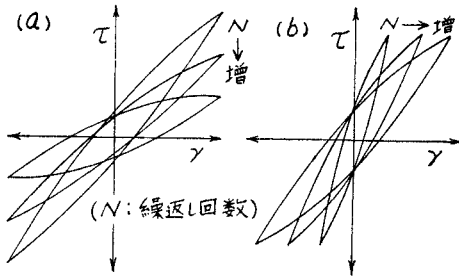
関係を表現できる簡便さがあり、FEM などによる実用解析にも適用されるようになってきている。

さて本論文では図-1 に示すように、各履歴曲線の頂点を連ねた応力 (τ)~ひずみ (r) 曲線を考察の対象としているが、有効応力不変の場合のこれを双曲線と仮定すれば、周知のごとく次式で表わされる。

$$\frac{\tau}{r} = \frac{G_0 \tau_f}{\tau_f + G_0 r} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 G_0 : 初期剛性率、 τ_f : せん断強度である。

ところが非排水状態で土に繰返しせん断を与えると過剰間隙水圧が発生し、繰返し回数の増加とともにそれが累積されて有効応力は次第に減少していく。このような状態で τ ~ r 関係を調べると、図-2 に示すように繰返し回数がふえるにしたがって τ/r の比は小さくなって軟化し、一義的には決まらなくなる。つまりひずみ振幅を一定にして繰返す場合には (a) 図のように τ が徐々に減少するし、また応力振幅を一定にすると (b) 図のように r がふえるのである。そこでこのような現象を説明するために、著者らは以下のような試みをした。



(a) ひずみ振幅一定、(b) 応力振幅一定
図-2 繰返し回数と応力~ひずみ関係

いま σ_c なる等方応力で圧密された土に非排水状態で繰返し載荷を行うと、上述したように平均有効主応力 σ'_m は減少する。 σ'_m が減ると式 (1) 中の G_0 と τ_f も小さくなるので、 σ_c から σ'_m まで低下した有効応力レベルにおいて、 G_0 と τ_f が次式で与えられるように変化すると仮定する。

$$\frac{G_0}{\sigma_c} = \alpha \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma_c} \right)^m \dots \dots \dots (2)$$

$$\frac{\tau_f}{\sigma_c} = \beta \left(\frac{\sigma'_m}{\sigma_c} \right)^n \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 α 、 β 、 m 、 n はそれぞれ土の種類などによって決まる係数である。

この仮定の根拠を説明するために図-3 を用意した。図の横軸 σ'_m/σ_c は過圧密比の逆数に相当するものであり、これは繰返しによって 1.0 から 0 へと減少する。その過程において G_0 と τ_f が低減すると考えられるが、減り方は土の種類によって異なるので、これを一般に指数 m 、 n で代表させることにした。なお、図-3 では

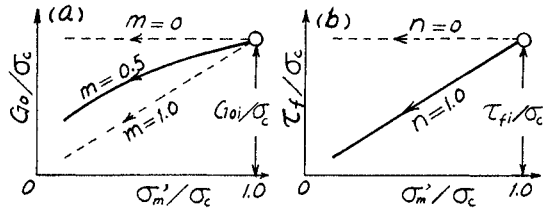


図-3 仮定の説明

$\sigma'_m = \sigma_c$ における G_0 、 τ_f に対してそれぞれ G_{0i} 、 τ_{fi} なる記号で表わしており、これを用いると係数 α 、 β は

$$\alpha = G_{0i}/\sigma_c, \quad \beta = \tau_{fi}/\sigma_c$$

と書ける。

上述の式 (1) に式 (2)、(3) を代入して整理すると、次のように τ ~ r ~ σ'_m を関連づける構成式が誘導される。

$$\left(\frac{\sigma_c}{\tau} \right) r = \frac{1}{\alpha} \left(\frac{\sigma_c}{\sigma'_m} \right)^m + \frac{1}{\beta} \left(\frac{\sigma_c}{\sigma'_m} \right)^n r \dots \dots \dots (4)$$

指数 m 、 n と土の種類との関連性についてはなお多くのデータの集積をまたねばならないが、高塑性の土ほど図-3 中の $m=0$ 、 $n=0$ を表わす水平線に近づくことが予想され、事実 Hardin-Black⁴⁾ が整理した結果をみると、塑性指数 PI が大きくなるほど m 、 n はともに小さくなる傾向がうかがえる。しかしここでは砂質土 ($PI \approx 0$) に限定することにし、粘性土については別の機会に報告したい。

図-4 は三軸試験機に組み込まれた超音波パルス装置を用いて、飽和した砂の指数 m を求めた例⁵⁾ である。試験は拘束圧 $\sigma_c = 5.0 \text{ kg/cm}^2$ まで圧密したのち、側圧を減少させながら剛性率 G_0 を測定したものであって、 $G_0 \sim \sigma'_m/\sigma_c$ 関係が両対数紙上で直線となり、その直線の傾斜から $m=0.5$ を読みとることができる。この例に限らず、同じ間隙比のもとでは、砂の剛性率が拘束圧の 1/2 乗に比例するという実験の報告は多数みられるし、また南雲⁶⁾ は粒状媒質理論でそれを説明している。

次に τ_f に関係する指数 n については、砂のように粘着力の無い土では $n=1.0$ 、すなわち $\tau_f = \beta \cdot \sigma'_m$ と考えてよく、 β は砂の内部摩擦角に直接関係した係数とみ

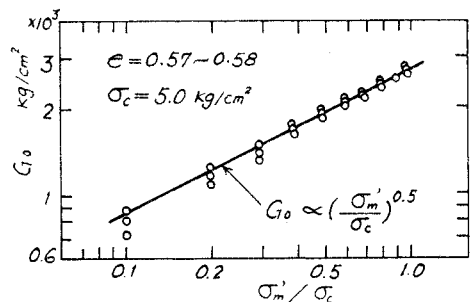


図-4 初期剛性率と有効応力比の関係

なすことができる。

以上の結果、式(4)において $m=0.5$, $n=1.0$ とおけば、繰返しを受ける砂質土に対する構成関係として次式を得る。

$$\frac{\sigma_m'}{\tau} = \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\alpha} \sqrt{\frac{\sigma_m'}{\sigma_c}} \cdot \frac{1}{r} \dots\dots\dots(5 \cdot a)$$

次節においてこの式の検証を行うが、それに都合のよいように変形すると、

$$\frac{\tau}{\sigma_m'} = \left(\frac{r}{\sqrt{\sigma_m'}} \right) \left\{ \frac{1}{\alpha \sqrt{\sigma_c}} + \frac{1}{\beta} \left(\frac{r}{\sqrt{\sigma_m'}} \right) \right\} \dots\dots\dots(5 \cdot b)$$

あるいは

$$\sqrt{\sigma_m'} \frac{\tau}{\sigma_c} = \frac{1}{\alpha \sqrt{\sigma_c}} + \frac{1}{\beta} \frac{r}{\sqrt{\sigma_m'}} \dots\dots\dots(5 \cdot c)$$

上式中右辺に含まれる $\alpha \sqrt{\sigma_c}$ に関しては、さきに $\alpha = G_{oi}/\sigma_c$ であることを述べたので、

$$\alpha \sqrt{\sigma_c} = G_{oi}/\sqrt{\sigma_c} \dots\dots\dots(6)$$

となる。この $G_{oi}/\sqrt{\sigma_c}$ の値は 4.(2) において考察する予定であるが、 σ_c とは無関係に間隙比で決まるので、結局 $\alpha \sqrt{\sigma_c}$ は圧密圧力 σ_c の影響を受けないことになる。一方 β は $\beta = \tau_{fj}/\sigma_c = \tau_f/\sigma_m'$ であり、これもまた σ_c には影響されない係数である。したがって式(5.b), (5.c) は σ_c の大小にかかわらず成立する形になっている。

3. 繰返し三軸試験と考察

前節では有効応力を考慮した砂の繰返し応力～ひずみ関係を求めたが、その妥当性を三軸試験によって検証する。

(1) 試験法

飽和した豊浦標準砂と大阪森之宮砂(分類上は砂質ローム)を用いて、ひずみ振幅制御および応力振幅制御の圧密非排水繰返しせん断試験を行った。方法は圧縮と伸張の両方にまたがる軸ひずみ振幅あるいは軸差応力振幅を段階的に増加あるいは減少せしめるもので、各段階において 10 サイクルまでの繰返しを与えながら破壊が生じるまでこれを継続する。いずれの試験も圧密有効応力 $\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$, back pressure は 1.0 kg/cm^2 とし、繰返しせん断中の間隙水圧は供試体底面で測定した。

試験条件は表-1 にまとめてあるが、特色をあげるとすれば、応力振幅制御試験において側圧 σ_r , 軸圧 σ_a および平均主応力 σ_m をそれぞれ一定に保つ 3 種類の動的試験を行ったことである。その理由は、載荷応力の大きさと履歴が異なっても有効応力が同じであれば、応力～ひずみ関係は変わらないという前節の仮定を検討するためである。なお静的三軸は NGI 型を、動的三軸は文献 7)

表-1 試験条件と試料

種類	方法	条件	試料
ひずみ振幅制御 (静的三軸試験機)	σ_r : 一定	$\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ 載荷速度: $1.0 \text{ \%}/\text{min}$	豊浦砂: $U_c = 1.4$ $e_c = 0.64 \sim 0.68$
応力振幅制御 (動的三軸試験機)	σ_r : 一定 σ_a : 一定 σ_m : 一定	$\sigma_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ $f = 0.2 \text{ Hz}$	森之宮砂: $U_c = 35$ $e_c = 0.64 \sim 0.67$

で報告したのと同じ装置を用いた。また使用した 2 種類の試料の均等係数、初期間隙比は表-1 に示してある。

(2) ひずみ振幅制御試験

砂供試体に非排水状態で軸ひずみ振幅 ϵ_a を一定に保った繰返し載荷を行い、その時に発生する過剰間隙水圧を測定すると一連の有効応力径路を描くことができる。図-5 はそれを模式表示したもので、ひずみ振幅を 2 段階に変えた場合を想定している。図中に点線で示した応力径路のピークを包絡する実線は、等ひずみ包絡線ともいべきものであって、この線は繰返し回数がふえるほど有効応力 σ_m' が減少して左方向に進む。

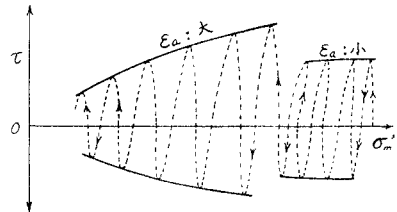


図-5 有効応力径路と等ひずみ包絡線

図-6 は ϵ_a を $0.1 \sim 1.0 \%$ の範囲内で図中の矢印にしたがって増減したときの等ひずみ包絡線(圧縮側のみ)を描いた例であり、いずれのひずみ振幅においても 10 サイクルまでの繰返しを与えた結果である。この図からわかることは、等ひずみ包絡線の形が $\epsilon_a = 1.0 \%$ のように大きい場合は原点を通る直線状となるが、 ϵ_a の小さい場合はたとえば同じ 0.1% で σ_m' の異なる点を連ねれば明らかなように曲線状となることである。そしてこの等ひずみ包絡線は、前節で導いた式(5)が $\tau \sim r \sim$

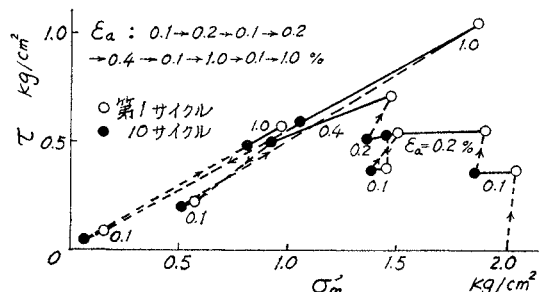


図-6 等ひずみ包絡線(豊浦砂)

σ_m' の相互関係を表わすものであり、したがってひずみ r をパラメータとしたときの $\tau \sim \sigma_m'$ 曲線として求めることができるはずである。その計算結果は後述の図-8, 9 に示される。

さて式(5)の妥当性を調べるために式(5・c)に注目すると、 $\sqrt{\sigma_m'} \cdot r / \tau \sim r / \sqrt{\sigma_m'}$ の関係は直線であり、その直線の縦軸切片は $1/\alpha \sqrt{\sigma_c}$ を、傾斜は $1/\beta$ を表わすことになる。一例として図-6 にあげた実験データをこのような方針で整理したものが図-7 にプロットしてある。ただしせん断ひずみ r を軸ひずみ ϵ_a から算出するには、非排水状態であるからポアソン比を 0.5 として $r = 1.5 \epsilon_a$ を使い、またせん断応力 τ は $(\sigma_1 - \sigma_3)_{\max} / 2$ とした。

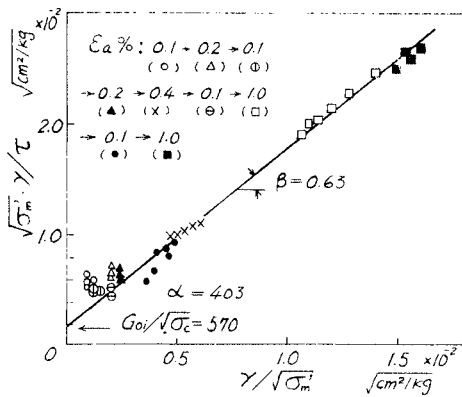


図-7 式(5・c)による整理

図-7によれば、ひずみレベルが低い場合の測定精度がよくないためか r が小さい範囲では実測点がばらついている。しかし全体としてみればひずみが $10^{-3} \sim 10^{-2}$ の間で直線関係が成立するとみなして差支えない。なお図は省略するが、豊浦砂についてひずみ振幅の与え方を図-6 以外の組合せで行った他のシリーズもやはり図-7 の直線近傍にプロットされることが判明している。したがって式(5)中に含まれる係数 α, β は載荷径路によらず決定できるとみなされる。森之宮砂についても同様のことがいえるので、応力 \sim ひずみ関係としては、式(5・b)より推定されるように $\tau / \sigma_m' \sim r / \sqrt{\sigma_m'}$ を座標軸としてプロットすれば、同じ土で間隙比が等しければ、圧密圧力 σ_c が異なっても単一の曲線で表現できることが示唆される。そして次の(3)ではこのような整理を行うが、ほぼ満足すべき結果が示される。

さきに等ひずみ包絡線の形について触れたが、図-7より求めた係数値と式(5)を用いて描いた一連の計算曲線を図-8に示す。これらの曲線を図-6の実測値と比較すればわかることであるが、 ϵ_a が非常に小さい部分では同じ σ_m' に対するせん断応力 τ が実測よりも過大に出ている。しかし、 ϵ_a が小さくても σ_m' がある程

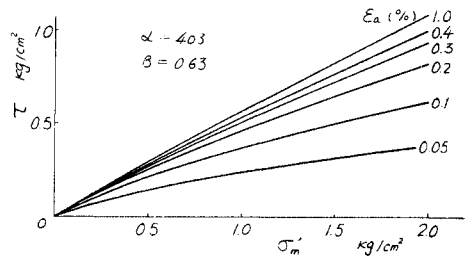


図-8 式(5)による等ひずみ包絡線の計算結果

度減少した状態や ϵ_a が大きい場合には、実験結果を量的にもうまく説明している。

次にここで問題にしている等ひずみ包絡線に関連して、飽和砂の液状化室内試験をとりあげてみる。動的試験機による液状化実験は応力制御で行うものが多いが、中にはひずみ制御方式で調べたもの^{8),9)}もあり、この方式によれば等ひずみ包絡線を容易に求めることができる。一例として Seed-Lee⁹⁾の実験データを解析したが、彼らの実験は動的三軸試験機を用いたひずみ振幅一定の非排水せん断である。解析結果は図-9に示すようであり、この図によれば式(5)がほぼ完全に実測値を追跡できているといえよう。

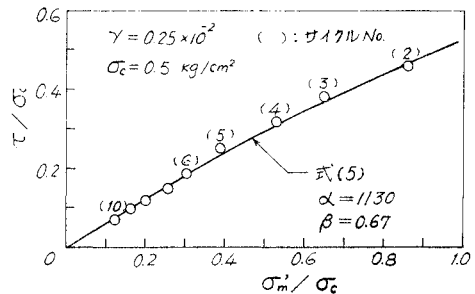
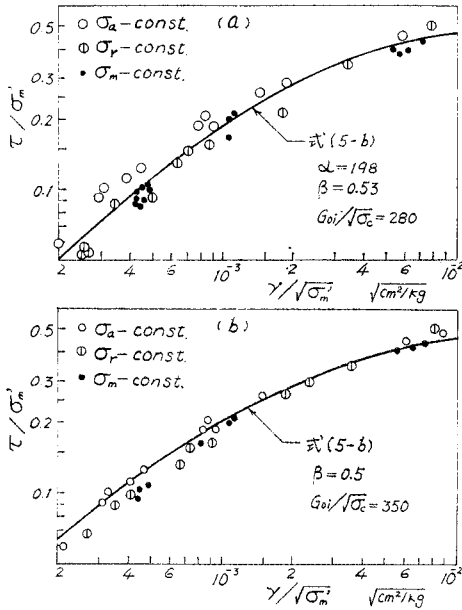


図-9 Seed-Lee による液状化試験の解析

(3) 応力振幅制御試験

動的三軸試験機を用いて行う実験は、側圧 σ_r を一定にして軸圧 σ_a を繰返し載荷するのが操作も簡単で一般的であるが、ときには動態時の σ_1 と σ_3 を調節して平均主応力 σ_m を一定に保つこともある。ところで前節で述べたように、繰返しを受ける土の応力 \sim ひずみ関係に影響を与える数々の要因の中で、第一に考慮すべきは有効応力であるとするならば、外力の与え方いかんにかかわらず $\tau \sim r \sim \sigma_m'$ 関係は一義的に決まるはずである。そしてこれを確かめるためには応力の載荷条件を種々に変える必要があり、ここでは σ_r 一定 (σ_a 変化), σ_m 一定 (σ_a, σ_r 変化) および σ_a 一定 (σ_r 変化) の各試験を実施した。

試験結果は、両対数紙上に $\tau / \sigma_m' \sim r / \sqrt{\sigma_m'}$ 関係として図-10(a),(b)にプロットしてある。その場合に軸



(a) 豊浦砂, (b) 森之宮砂
 図一10 各種載荷条件下における応力～ひずみ関係

差応力振幅は一段階を 10 サイクルとして段階的に増加せしめており、したがって全サイクルについての点を図示できるが煩雑になるため、各応力レベルにおいて第 2 サイクルと第 9 サイクル目の値のみを示した。また応力制御式では圧縮側と伸張側のひずみ量を記録紙から正確に分離して読み取ることが難しいので、便宜上、圧縮・伸張状態での最大ひずみ振幅を平均して r とした。いずれにしても図一10 によると載荷条件が異なってもある範囲内に点が収まっており、図中の実線で示すように式(5・b)で実験結果を代表させることが可能である。なお図において豊浦砂の結果は、試験の再現性をみるために同種の試験を 2～3 回ずつ実施したので森之宮砂に比べてデータも多くばらつきの範囲も大きいようである。

次に応力制御とひずみ制御方式で求めた $\tau \sim r \sim \sigma'_m$ 関係を比較すると、両者は一致していない。たとえば豊浦砂の係数値は、応力制御式では $\sigma'_c = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ の場合に $\alpha = 198$, $\beta = 0.53$ となるのに対してひずみ制御式では $\alpha = 403$, $\beta = 0.63$ (図一7 参照) であり、応力制御の方がいずれも小さく出ている。その原因はいろいろ指摘されようが、応力制御の場合に圧縮と伸張側のひずみ量を比較すると伸張側の方が大きくなる傾向があるにもかかわらず、ここでは上述したように圧縮・伸張状態での最大ひずみ振幅を平均して r としたために、若干大きな r を見積ったことによるものと考えられる。

4. 実用式とその検討

繰返しを受ける土の応力～ひずみ関係は、有効応力を考慮することによってある程度統一的に表現できることが前節までに明らかとなった。その目的は、地盤の地震応答解析などに用いるべき土の適切なモデル化への試みであるが、地震や振動時に発生する地盤内の過剰間隙水圧量を推定する決め手のない現状では、有効応力に基づいた成果をそのままの形で実用に供することはできない。したがって本節では、過剰間隙水圧の発生が無視できる程度の微小ひずみを対象にした実用式を提案し、従来の資料を活用してその適用性を検討するものである。

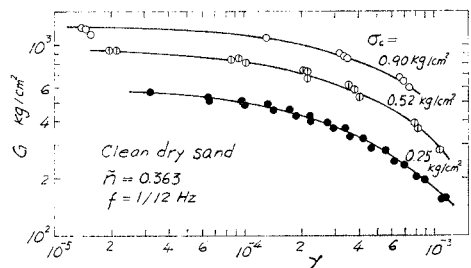
(1) 実用式の提案

砂質土が繰返し載荷を受ける際のひずみあるいは応力振幅が微小なときは、飽和砂では発生する過剰間隙水圧がきわめて少量であり、また乾燥砂では密度変化が無視しうるほど少ない。このような場合には、式(5・c)中の σ'_m を $\sigma'_m = \sigma'_c$ とおき、かつ式(6)を代入すると、

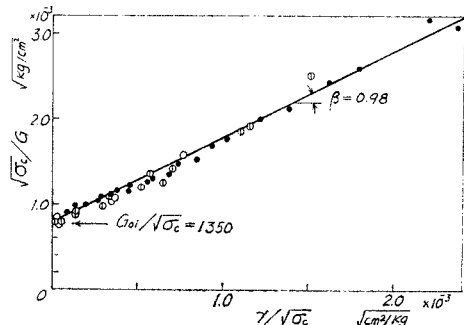
$$\frac{\sqrt{\sigma'_c}}{G} = \frac{\sqrt{\sigma'_c}}{G_{0i}} + \frac{1}{\beta} \frac{r}{\sqrt{\sigma'_c}} \dots \dots \dots (7)$$

が導かれる。ここに G は $G = \tau/r$ で等価剛性率である。

さて図一11 は Hardin-Drnevich³⁾ の共振円柱法による試験結果を引用したものであるが、 G は拘束圧 σ'_c とひずみ振幅 r に依存し、 σ'_c が小さいほど、また r が大



図一11 剛性率とひずみ振幅の関係 (Hardin-Drnevich³⁾ による)

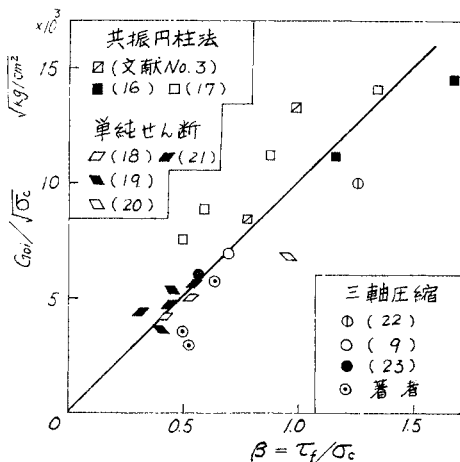


図一12 式(7)による図一11の解析結果

きいほど G が小さくなることを示している。いま図—11の試験結果を式(7)にしたがって $\sqrt{\sigma_c}/G \sim r/\sqrt{\sigma_c}$ 関係に整理直すと、図—12にみられるごとく σ_c の大小とは無関係に単一の直線上にプロットされることが明らかである。そしてこれより式(7)に含まれる2個の係数 $G_{oi}/\sqrt{\sigma_c}$ と β を求めることができる。

ここで G_{oi} は初期剛性率(図—3で説明したように $\sigma_m' = \sigma_c$ のときの G_0)であり、後述の式(9)、(10)で説明するように、間隙比や間隙率の関数で表わされ、間隙率が大きくなるほど $G_{oi}/\sqrt{\sigma_c}$ は減少することがすでに判明している。また係数 β は $\beta = \tau_f/\sigma_c$ であり内部摩擦係数に対応する値であるから、これも間隙率の増大とともに小さくなる。このように $G_{oi}/\sqrt{\sigma_c}$ と β には砂の密度に関して共通の特性があるので、両者の比をとると一定の関係が成立することが予想される。

この性質を調べるために、従来公表された実験結果をもとにして $G_{oi}/\sqrt{\sigma_c}$ と β の関係をプロットしたものが図—13に示してある。ただしそれぞれの $G_{oi}/\sqrt{\sigma_c}$ と β の値は、すべて図—12の表示法に整理し直して求めたものである。従来のデータは共振円柱法、ねじり、圧縮あるいは単純せん断など種々の方法でえられており、図—13にはこれらが記号別に一括掲載してある。なお単純せん断型の試験では K_0 —圧密状態になっているので σ_c のとり方が問題となるが、ここでは K_0 値を 0.5 と 1.0 の2種類に対して計算し、 $K_0 = 1.0$ の場合を図示した。



図—13 初期剛性率、拘束圧および係数 β の関係

図—13のプロットは相当ばらついているが、もし $G_{oi}/\sqrt{\sigma_c}$ と β の間に比例関係を想定するならば、

$$\frac{G_{oi}}{\sqrt{\sigma_c}} = 10 \cdot \beta$$

とおくことができる。ここに G_{oi} と σ_c の単位は kg/cm^2

である。そしてこれを式(7)に代入して整理すると結局式(8)が導かれる。

$$\frac{G_{oi}}{G} = 1 + 10^3 \frac{r}{\sqrt{\sigma_c}} \dots\dots\dots (8)$$

式(8)は土の圧密圧力(あるいは拘束圧)と初期剛性率を既知としたとき、ひずみ振幅 r とせん断応力 τ あるいは剛性率 G との相互関係を近似的に表わすものである。式に含まれる G_{oi} については次項で考察する。

(2) 初期剛性率 G_{oi}

上述の式(8)を実際に適用しようとする際、 σ_c は有効土かぶり圧より計算できるが、初期剛性率 G_{oi} に関しては検討すべき問題がいくつかある。原位置では、 S 波検層から地盤の剛性率を推定することが多く、そのデータの蓄積とあいまって標準貫入試験の N 値との対応関係^{10), 11)}が調べられる一方、砂粒子の配列パターンが S 波速度に及ぼす影響¹²⁾などが研究されている。本節では室内試験に基づき G_{oi} について若干の考察を試みる。

Hardin-Black¹³⁾ は、 G_{oi} に影響する要因の中では拘束圧 σ_c と砂の密度が支配的であるとして、

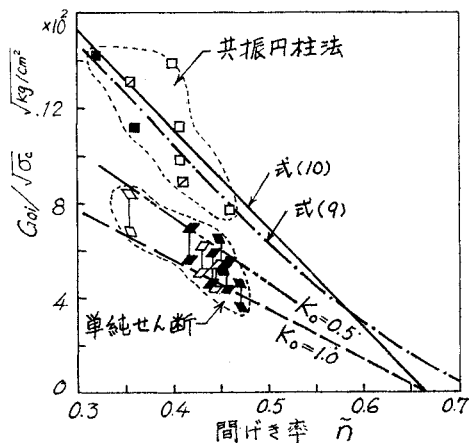
$$G_{oi} = F(e) \sqrt{\sigma_c} \dots\dots\dots (9)$$

という形の実験式を提案した。ここに $F(e)$ は間隙比の関数で粒子形状により決まる。

また著者ら¹⁴⁾は土粒子部分と間隙から構成される材料を対象とした力学モデルを提案し、超音波パルス法による検証の結果次式をえた。

$$G_{oi} = C(0.67 - \bar{n}) \sqrt{\sigma_c} \dots\dots\dots (10)$$

ここに \bar{n} は間隙率、係数 C は超音波パルス法によれば $C = 4200(\text{kg/cm}^2)^{1/2}$ 。上式中の 0.67 は \bar{n} がこれより大きくなるとせん断波を伝達しなくなる限界であり、間隙比 2.0 に相当する。ちなみに飯田¹⁵⁾は粒状物質(鉛, 砂, ゴム)の間隙を水飴で満たして混合体を作り、 S 波



図—14 初期剛性率、拘束圧および間隙率の関係 (記号は図—13に同じ)

速度 V_s を測定したところ、 $e=2.0$ になると V_s がほとんどゼロになったと報告している。なお式 (9), (10) は図-14 に示してあるが両者間には余り差がない。

図-14 のプロットに用いたのは、図-13 に引用したものと同一データで記号もそろえてある。これらの中で単純せん断型の試験結果は静止土圧係数 K_0 のとり方によって σ_c が変わり、したがって $G_{0i}/\sqrt{\sigma_c}$ も変動するので、 $K_0=0.5$ と 1.0 についての $G_{0i}/\sqrt{\sigma_c}$ が縦線の範囲で示されている。この図によれば、共振円柱法による結果は式 (9), (10) の線上にほぼのっているのに対し、単純せん断法によるものは同じ間隙比で比較すると $G_{0i}/\sqrt{\sigma_c}$ にかんがりの低下がみられる。

このように試験法によって初期剛性率の値が2倍近くも異なる原因については今後さらに究明する必要があるが、いままで述べてきたことを要約すると、式 (8) に式 (10) を代入して、

$$\frac{G}{F(\bar{n})} = \sqrt{\sigma_c} \left/ \left(1 + 10^3 \frac{r}{\sqrt{\sigma_c}} \right) \right. \dots\dots\dots(11 \cdot a)$$

ここに $F(\bar{n})$ は間隙率の関数で

$$\left. \begin{array}{l} \text{共振円柱法:} \\ F(\bar{n}) = 4200(0.67 - \bar{n}) \\ \text{単純せん断法 (} K_0 = 1.0 \text{):} \\ F(\bar{n}) = 2100(0.67 - \bar{n}) \end{array} \right\} \dots\dots\dots(11 \cdot b)$$

となる。なお G と σ_c の単位は kg/cm^2 である。

(3) 実用式の検討

著者らの試みは砂の密度と拘束圧がわかっているとき、応力とひずみの関係をできるだけ簡単な形で表示しようとするのであった。その結果式 (8) が導かれ、また初期剛性率 G_{0i} の考察により式 (11) をえた。このような実用式の妥当性は種々の観点から検討する必要があり、以下では2つのケースを例として説明する。

その 1: Silver-Seed⁽¹⁾ は繰返し載荷を受ける砂の剛性率 G を、多数の実験結果から次式の形で表わしている。

$$G = K(\sigma_c)^{m'} \dots\dots\dots(12)$$

ここに、 K は砂の密度によってきまる係数、指数 m' はひずみ振幅 r の関数であり、 $m' \sim r$ 関係として図-15 に示す○印のプロットをえている。

いま実験式 (12) と式 (11・a) を比較するために、式 (11・a) において r をパラメータとして $G/F(\bar{n}) \sim \sigma_c$ 関係を計算し、それを両対数紙上で描くと図-16 のようになる。この図によれば σ_c が $0.5 \sim 7.0 \text{ kg/cm}^2$ といういわゆる表層地盤を対象とする応力範囲では直線群がえられ、 r が大きくなるほど直線の傾斜は大きくなっていく。これら直線の傾斜は式 (12) の指数 m' に相当するので、これを図上より求めて r に対して示すと図-15

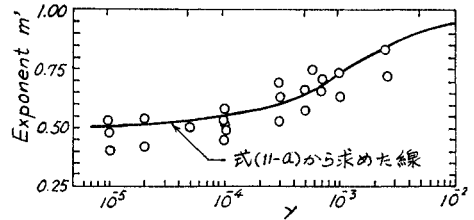


図-15 式 (12) 中の指数とひずみ振幅の関係

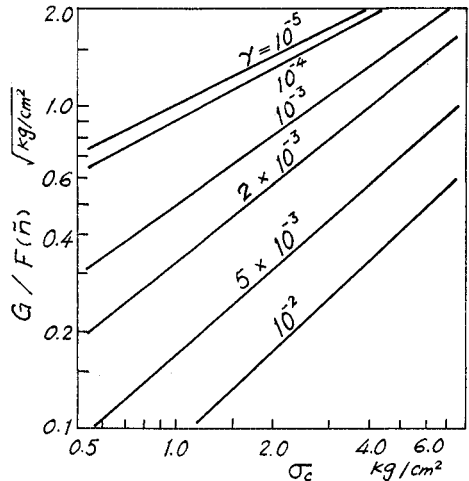
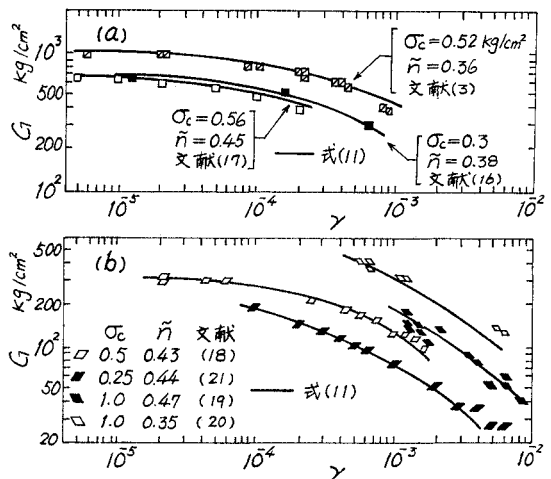


図-16 式 (11・a) の計算結果

の中の実線曲線が描かれる。

図-15 のプロットは上述したように、Silver-Seed が整理した実験結果 (共振法、せん断法の両方を含む) であり、指数 m' が r とともに増加する傾向を、式 (11・a) は量的にも比較的良好に説明できることがわかる。

その 2: 砂の間隙率と拘束圧の大きさを与えたとき、応力とひずみ関係の実測値に対して実用式がどの程度まで推定可能であるかを調べる。図-17 はその結果をま



(a) 共振円柱法, (b) 単純せん断法
図-17 剛性率とひずみ振幅の関係

とめたもので、剛性率 G とひずみ振幅 r の関係が示されている。

まず実験値については、従来のデータから砂の種類、間隙率、拘束圧がそれぞれ異なる7種類のものを引用し、共振円柱法を図-17(a)に、またねじりせん断も含め単純せん断法として図-17(b)にプロットした。次に実線曲線で示した推定値は、式(11)に拘束圧とひずみレベルならびに間隙率を与えて計算した。

図-17によれば、実用式による推定値が実験結果と非常によく合っていることがわかる。しかし過去に発表された多くのデータの中には、図にみられるようなよい一致を示すものばかりとは限らず、特に乾燥砂でひずみ振幅が 10^{-2} 近くになると実測値が推定値よりも2倍ほど過大にでるケースがみられた。これは乾燥砂でひずみ振幅が大きくなると高密度化の傾向があり、間隙率が減少するためとも考えられる。いずれにしても、強震時に地盤内で発生するひずみは 10^{-3} のオーダーといわれているので、この範囲内では式(11)を用いることにより、剛性率のひずみ依存性に関する概略値が推定できるものと思われる。

5. む す び

非排水状態で繰返し载荷を受ける砂質土の応力～ひずみ特性を調べた。その際、応力 τ とひずみ r はいずれも履歴曲線におけるピーク値を表わすこととし、平均有効主応力 σ_m' の導入および式(1)～(3)の仮定を設けることによって、 $\tau \sim r \sim \sigma_m'$ に関する構成関係式(4)を導いた。式(4)は土の種類を問わない一般形であり、1ケースとしての砂質土に対しては式(5)が成立する。そして三軸圧縮・伸張試験機を用い、2種類の砂試料についてひずみ振幅あるいは応力振幅を制御する実験を行って、構成式ならびに仮定の妥当性を実証した。

次にその成果を、地盤や土構造物の地震応答解析に提供する目的で実用式(8)を提案し、従来のデータを活用して式の適用範囲がかなり広いことを確かめた。実用式によると、砂の初期剛性率および拘束圧がわかれば応力とひずみの相互関係が決まることになるが、初期剛性率は地盤の原位置 S 波検層などにより、また拘束圧は有効土かぶり圧より推定できる。

室内試験で求まる砂質土の初期剛性率についても検討を加えたが、共振円柱法と単純せん断法では2倍程度の差を生じることが多くのデータによって示された。その原因を明らかにするためには、せん断法と共振法の比較——たとえば前者は変位量を後者は時間を計測して剛性率を求める点や载荷速度の問題など——が必要であり、今後の課題として残さざるをえなかった。なお繰返し載

荷中の粘性土の挙動に関しては、本論文で述べたような有効応力に基づく解析手法がやはり適用できるので、別の機会に報告する予定である。

最後に、本研究の一部に文部省科学研究費の補助を受けたことを付記して謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Iida, K.: The Velocity of Elastic Waves in Sand, Bull. Earthquake Res. Inst., Vol. 16, pp. 131-144, 1938.
- 2) Kondner, R.L.: Hyperbolic Stress-Strain Response; Cohesive Soils, Proc. ASCE, Vol. 89, No. SM 1, p. 115, 1963.
- 3) Hardin, B.O. and V.P. Drnevich: Shear Modulus and Damping in Soils, Technical Report, UKY 26-70-CE 2, 1970.
- 4) Hardin, B.O. and W.L. Black: Discussion on Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay, Proc. ASCE, Vol. 95, No. SM 6, pp. 1531-1537, 1969.
- 5) 柴田 徹・佐藤忠信・酒井和広: 砂質土中を伝播する S 波速度の応力依存性, 第 9 回土質工学研究発表講演集, pp. 407-410, 1974.
- 6) 南雲昭三郎: 粒状媒質の弾性(Ⅲ)—静的応答と変形係数の応力依存性, 物理探鉱, Vol. 16, No. 3, pp. 13-20, 1963.
- 7) 柴田 徹・行友 浩: 砂の動態時強度について, 土木学会論文報告集, No. 176, pp. 75-81, 1970.
- 8) Ishihara, K. and S.I. Li: Liquefaction of Saturated Sand in Triaxial Torsion Shear test, Soils and Foundations, Vol. 12, No. 2, pp. 19-39, 1972.
- 9) Seed, H.B. and K.L. Lee: Liquefaction of Saturated Sands during Cyclic Loading, Proc. ASCE, Vol. 92, No. SM 6, pp. 105-134, 1966.
- 10) 柴田 徹: 地盤内横波速度と標準貫入試験の N 値の関係, 第 5 回土質工学研究発表講演集, pp. 121-124, 1970.
- 11) Ohsaki, Y. and R. Iwasaki: On Dynamic Shear Moduli and Poisson's Ratio of Soil Deposits, Soils and Foundations, Vol. 13, No. 4, pp. 61-73, 1973.
- 12) 谷本喜一・野田 耕・花田基樹: 異方性地盤における弾性波の伝播について, 第 29 回土木学会年次学術講演集, 第 3 部, pp. 175-176, 1974.
- 13) Hardin, B.O. and W.L. Black: Vibration Modulus of Normally Consolidated Clay, Proc. ASCE, Vol. 94, No. SM 2, p. 353, 1968.
- 14) 柴田 徹・土岐憲三・寺田邦雄: 砂質土の弾性波速度に関する研究, 京大防災研年報, No. 13 B, pp. 593-609, 1970.
- 15) Iida, K.: Velocity of Elastic Waves in a Granular Substance. Bull. Earthquake Res. Inst., Vol. 17, pp. 783-808, 1939.
- 16) Drnevich, V.P., J.R. Hall and F.E. Richart: Effects of Amplitude of Vibrations on the Shear Modulus of Sand, Intern. Symp. on Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, pp. 189-199, 1967.
- 17) 建設省土木研究所振動研究室: 土の動的変形特性, 土研資料, No. 912, 1974.
- 18) Hashiba, T.: Simple Shear Apparatus using an Inclinator, Soils and Foundations, Vol. 11, No. 3, pp. 113-119, 1971.
- 19) 大岡 弘・吉見吉昭: 砂のせん断弾性係数について, 第 6 回土質工学研究発表講演集, pp. 245-248, 1971.
- 20) 杉本三千雄・鈴木善雄・寺田邦雄・渡辺哲夫: 土の動力

- 学特性に関する研究(その3), 第9回土質工学研究発表講演集, pp. 327-330, 1974.
- 21) Silver, M.L. and H.B. Seed : Deformation Characteristics of Sands under Cyclic Loading, Proc. ASCE, Vol. 97, No. SM 8, pp. 1081-1098, 1971.
- 22) Weissmann, G.F. and R.R. Hart : The Damping Capacity of Some Granular Soils, ASTM STP No. 305, pp. 45-54, 1961.
- 23) Donovan N.C. : Research Brief- Soil Dynamics Specialty Session, 7th Intern. Conf. S.M.F.E., Mexico, 1969.

(1975.1.10・受付)
