

対数分布の吹送流に対する波速の計算

CALCULATION OF THE WAVE SPEED FOR A LOGARITHMIC
DRIFT CURRENT加 藤 始*
By Hajime KATO

1. ま え が き

風波の波速は、線形理論で計算される静水中の波速よりかなり大きいことが多い研究者により見出されている。その差は有限振幅の効果よりはるかに大きく、従来主として吹送流によるものと考えられてきた。

Lilly¹⁾ は反流を伴った層流に相当する放物線分布の吹送流に対する波速を、表面流速 u_0 が静水中の波速 c_0 に比べて相当小さいという仮定の下に、 $\varepsilon \equiv u_0/c_0$ をパラメータとする摂動法により第 1 次近似まで求めた。Hidy & Plate²⁾ は Lilly の計算結果と風波の実験において測定された卓越波の波速とを比較し、計算値は実測値よりやや大きいことを見出している。これは、実際の吹送流の分布が層流分布とは違って表面の近くで急激に速度が減少することから、当然の結果であった。またパラメータ ε が実験室での風波に対しては $\varepsilon \ll 1$ とはなりにくいため、1 次近似までの波速では解の精度にも疑問がもたれた。そこで加藤³⁾ は、層流放物線分布よりは表面付近で速度勾配の大きい別の放物線分布の吹送流につき、Lilly¹⁾ と類似の摂動法で 2 次近似までの波速を計算した。その結果意外にも、パラメータ $\varepsilon (=u_0/c_0)$ が比較的大きい場合でも、波速の第 2 次近似項は実用上無視できるくらいに小さいことを見出されたが、この場合、摂動法による波速の正しさは、別に級数展開の方法で計算された波速との一致の良さから確認された。

最近、Shemdin⁴⁾ や Dobroklonsky & Lesnikov⁵⁾ は風洞水路での測定結果から、吹送流の分布が対数分布であることを見出した。前者はまた、造波装置で起こした規則波の波速が風を作用させると増大することを実験的に確かめ、風の作用する場での波速を求めるため、空気と水の結合せん断流の境界値問題の解法を示したが、彼による実際の数値計算では波長約 3 cm 以下の表面張力

波に対してしか解は求まらなかった。

一方、水野・光易^{6), 6)} は逆風が波速におよぼす影響を実験と計算とで調べた。すなわち、波速の理論値は、波により誘起された風圧変化の影響 (c_a) および吹送流の影響 (c_w) をとり入れて $c=c_0+c_a+c_w$ の形に計算され、 c_a と c_w の大小関係や実験値との比較がなされた。この場合、吹送流の分布としては加藤³⁾ と同じ放物線分布が用いられたが、実験値と計算値との差の原因の一つに使用された流速分布の不適切さが指摘された。その後、われわれの実験においても吹送流の分布が対数分布に近いことが確認されており（一部は参考文献 7) に発表）、これらの背景から対数分布の吹送流に対する波速の計算に関心がもたれた。

もちろん、実際の風波の波速に影響するのは吹送流や風圧の効果だけではなく、そのほかにも波の方向分散や調和成分の影響^{8), 7)}、吹送流の変動の効果などが考えられる。しかしながら、それらの中で吹送流の影響はもっとも支配的なものと考えられ、今後その他の影響を含めて風波の波速を議論しようとする場合でも、吹送流の効果だけをできるだけ正確に計算しておくことが望ましい。

この論文では、吹送流に対応する対数分布の流れの上を伝播する微小振幅波の波速を、風の影響は考慮に入れずに Lilly¹⁾ と同様の摂動法により計算する。第 1 次近似までの計算についてはすでに加藤・鶴谷⁷⁾ において簡単に示してある。また前の放物線分布の計算結果では第 2 次近似の寄与が非常に小さいことを見出されているが、今回の対数分布では流速の 2 次微分 $U''(y)$ が定数でない点が放物線分布と違う上に、摂動のパラメータ ε が前より大きい場合までを対象としたいため、第 1 次近似までの計算だけでは完全とはいえない。そのため、今回の対数分布に対する波速の計算でも、第 2 次近似までの解を求めることにする。

* 正会員 運輸省港湾技術研究所 海洋水理部

2. 吹送流の分布

吹送流に関する実験的研究は、これまで Keulegan⁹⁾をはじめいろいろなされてきたが、それらは主として水表面での吹送流の値 u_0 と風速の関係を調べたものであった。Keulegan⁹⁾ によると、表面流速 u_0 の大きさは水面の波の有無に無関係で、吹送距離によっても変わらず、レイノルズ数 $u_0 d/\nu$ (d : 水深) が十分大きいとき、 u_0 と平均風速 V との比はほぼ一定の値 0.033 に近づくことが見出されている。この値は最大風速 V_∞ を使って表わすと $u_0/V_\infty=0.030$ に等しく、また Plate ら¹⁰⁾ の実験結果では $u_0/V_\infty=0.026$ であった。一方、Wu¹¹⁾ は比重が1に近い種々の寸法の小さなフロートを使って、ごく表面近くの吹送流の値を測定した。彼の結果では、 u_0 と V_∞ との比は Keulegan⁹⁾ の結果と同様に風速とともに増加しながら一定値に近づくが、その値は $V_\infty \approx 8.40$ m/sec で $u_0/V_\infty=0.048$ と従来からの他の実験での値よりかなり大きくなっている。著者らも風洞水路において、いろいろの方法で表面流速 u_0 の測定は行っているが、これまでのところ砕波がない範囲の十分大きなレイノルズ数における u_0/V_∞ の値は常に約 0.028 となっている。

このように吹送流の表面流速値 u_0 についてはこれまでにいろいろ調べられているが、一方、吹送流の鉛直分布については測定が非常にむずかしく、従来、Baines & Knapp¹²⁾ が洗剤で風波を消して行なった測定結果があるくらいで、分布形についてはよくわかっていなかった。最近、Shemdin³⁾ および Dobroklonsky & Lesnikov⁴⁾ は風洞水路で吹送流の分布を中立粒子やフロートで測定し、水面近くでの流速は深さの対数に比例して減少することを見出した。特に Shemdin³⁾ は吹送流の分布形として、固定粗面上の乱流境界層での速度分布と似た次式を提案している。

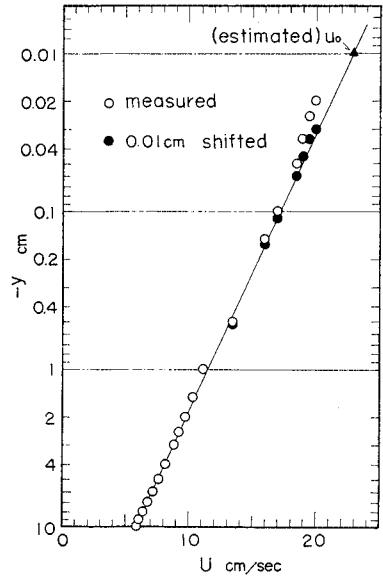
$$U(z) = u_0 - \frac{U_{*w}}{\kappa} \ln\left(\frac{z}{z_{0w}}\right) \dots\dots\dots(2.1)$$

ここに z は水面から測った深さ、 κ はカルマン定数、 z_{0w} は粗度高、 U_{*w} は一種の摩擦速度で表面せん断力 τ_0 と

$$\tau_0 = \rho U_{*w}^2 \dots\dots\dots(2.2)$$

(ρ は水の密度) の関係があることを実験データから示している。

式(2.1)はその形からわかるように、水面 $z=0$ とそのすぐ近傍ではあてはまらない。実際には、表面のごく近傍では乱れレイノルズ応力は無視されるので、水面に与えられる風の接線応力はすべて水の粘性によって支えられねばならず、固定壁に接して存在する粘性底層と同様な



図一 吹送流の分布 (Dobroklonsky ら⁴⁾による)

うすい粘性層が存在し、そこでの流速分布は表面での値 u_0 から直線的に減少していると考えられている^{13),14)}。Wu¹¹⁾ が測定した水面から約 3.8 mm までの吹送流の分布はほぼ直線的に変化しているが、一方 Dobroklonsky ら⁴⁾ による測定結果 (その一例を 図一1 に白丸で示す) からは、この粘性層の厚さは 1 mm 以下であるように見える。Banner & Phillips¹³⁾ によると、この層の厚さは $\nu(\rho/\tau_0)^{1/2}$ に比例するとしている。すなわち実際の分布は、水面から非常にうすい層の中で直線分布をし、その下の対数分布の領域へとなめらかに変化しているものと考えられる。

この論文では、波速の計算に使う流速分布として、水面の近くでの吹送流の分布を次式のように仮定する。

$$U(y) = u_0 - U_r \ln\left(\frac{z_0 - y}{z_0}\right) \dots\dots\dots(2.3)$$

ここに U_r と z_0 は実際の吹送流の分布に合わせて決められるべき任意定数で、 y は後の計算に対応して水面から上向きを正にとって表わした深さとする。式 (2.3) の分布は水面 $y=0$ で有限な速度勾配をもつため、上に述べた水面近傍の吹送流分布の性質を近似的に表わすとともに、後の計算における表面条件の適用を単純化している。

図一2 は加藤・鶴谷⁷⁾ によりホットフィルム流速計を使って測定された吹送流の水面近くの分布で、この場合、風波は表面活性剤を水中に入れて消してある。この図は $z_0=0.01$ cm ととることにより式 (2.3) の分布が実測値にほぼあてはまることを示しており、 z_0 の値は大略この程度の値をとるようである。図一1 に示した Dobroklonsky ら⁴⁾ の実測値 (白丸の点) に $z_0=0.01$

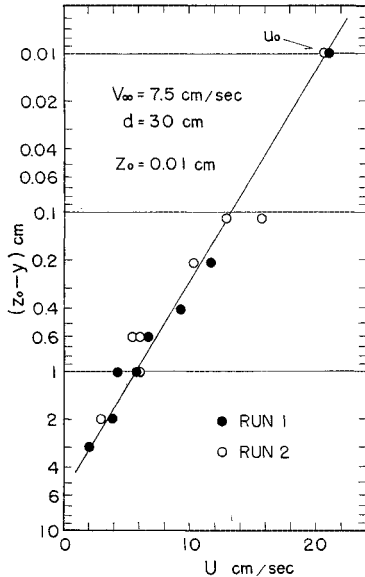


図-2 吹送流の分布 (加藤・鶴谷²⁾による)

cm として式 (2.3) をあてはめるために、0.01 cm だけ測定水深をずらしてプロットしてみると、図-1 の中に黒丸で示すように水面近くは1つの直線上によく並ぶ。Dobroklonsky ら⁴⁾ は表面流速の値 u_0 については何もふれていないが、この直線と水面の位置 ($-y = 0.01$ cm) との交点から u_0 を推定すると $u_0 \approx 23$ cm/sec となる。このときの風速値 $V_\infty \approx 8.5$ m/sec を使うと $u_0/V_\infty = 0.027$ となり、これまでに得られている結果ともよく一致する。以上のように、式 (2.3) の分布は実際の吹送流の水面近くの分布によくあてはまることがわかる。

一方、風洞水路における吹送流では通常反流 (return flow) が生じるため、水深が増すとともに吹送流の分布は式 (2.3) からはずれてくる。後でわかるように、底面近くで流速分布が変わっても表面波の波速にはあまり影響しないが、ともかくここでは反流を伴う吹送流の分布を近似するために、式 (2.3) の代わりに次式の分布を考える。

$$U(y) = u_0 - U_r \ln\left(\frac{z_0 - y}{z_0}\right) - by \quad \dots\dots\dots(2.4)$$

ここに b は水面近傍で式 (2.3) と式 (2.4) との差が無視しうる程度に小さい任意定数とする。この場合、吹送流の幅方向の変化は無視できるものとする

$$\int_{-d}^0 U(y) dy = 0 \quad \dots\dots\dots(2.5)$$

でなければならない。また、吹送流の反流部分の分布はほとんど鉛直方向に一樣である⁷⁾ ことから、底面に接する境界層は無視して、さらに

$$U(-d) = U(-d/2) \quad \dots\dots\dots(2.6)$$

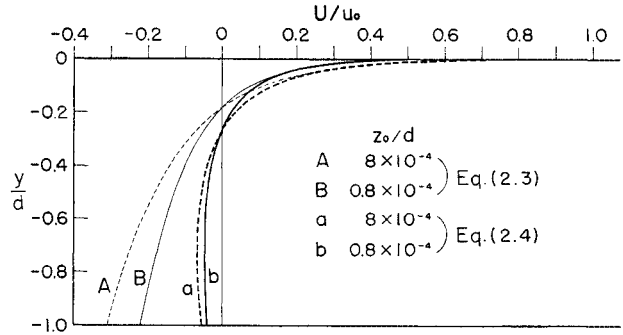


図-3 式 (2.3) および式 (2.4) の対数分布 (表-1 参照)

表-1 U_r と b の値 ($u_0 = 28.0$ cm/sec, $d = 50$ cm)

分	f_0	z_0/d	z_0 (cm)	U_r (cm/sec)	b (sec ⁻¹)
A	8.0×10^{-4}	8.0×10^{-4}	0.04	5.1423	0
B	8.0×10^{-5}	0.8×10^{-4}	0.004	3.6170	0
a	8.0×10^{-4}	8.0×10^{-4}	0.04	5.1423	0.14241
b	8.0×10^{-5}	0.8×10^{-4}	0.004	3.6170	0.10027
c*	2.0×10^{-1}	0.01		4.1019	0.11370

(*分布-c は図-3 には示されていない)

の条件を仮定すると、 U_r と b は次のように与えられる。

$$U_r = u_0 / \left\{ \left(1 + \frac{z_0}{d} \right) \ln\left(\frac{d+z_0}{z_0}\right) - \ln\left(\frac{d+z_0}{d/2+z_0}\right) - 1 \right\} \quad \dots\dots\dots(2.7)$$

$$b = \frac{2}{d} U_r \ln\left(\frac{d+z_0}{d/2+z_0}\right) \quad \dots\dots\dots(2.8)$$

式 (2.7), (2.8) の定数を使った式 (2.4) の分布の例 2 つを、同じ U_r の値を使った式 (2.3) の分布とともに 図-3 に無次元表示で示し、これらに対応する各定数の値は 表-1 に示す。 b の値はこの表からわかるようになりに小さいので、水面近傍(たとえば $|y/d| \leq 0.1$) での式 (2.3) と (2.4) の差は実用上無視してよい。なお式 (2.6) の条件はかならずしもこうとらねばならぬことはなく、実際の流速分布に合わせて別の形におくこともできる。

3. 対数分布の流れに対する波速の計算

この論文で本来波速計算のために対象とする流速分布は式 (2.3) であるが、その結果を反流を伴う吹送流の分布に適用することを考え、この章で取扱う流れの流速分布の形は式 (2.4) とする。式 (2.3) の分布に対する波速は、得られた結果で $b=0$ とおけばよい。

式 (2.4) の流速分布をもつ流れの上を伝播する微小振幅波を考える。運動は 2 次元とし、流れの方向に x 軸を、静水面から上向きに y 軸をとる。波の運動に基づく速度の x, y 成分をそれぞれ u, v とし、乱れの速

度成分を無視すると、線型化された運動方程式と連続の式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} + U \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial U}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + U \frac{\partial v}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} - g \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (3.3)$$

ここに p は水中圧力, g は重力の加速度, ρ は一定な水の密度である。自由表面 $y=\eta(x, t)$ における運動学的条件は

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + U \frac{\partial \eta}{\partial x} = v, \quad (y=\eta) \quad (3.4)$$

風による圧力変動は無視するので、表面での力学的条件は

$$p + \sigma \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 0, \quad (y=\eta) \quad (3.5)$$

ここに σ は表面張力係数である。底面での条件は

$$v=0, \quad (y=-d) \quad (3.6)$$

波の運動は次のような流関数 $\psi(x, y)$ で表現しうる。

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ および } v = \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.7)$$

式 (3.7) を使い, 式 (3.1) と (3.2) から圧力項を消去すると次式をうる。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right) \nabla^2 \psi - \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (3.8)$$

表面波形を

$$\eta = a e^{ik(x-ct)} \quad (3.9)$$

ここに a : 振幅, k : 波数, c : 一定の波速とすると, これに対応して式 (3.8) の解は

$$\psi = \phi(y) e^{ik(x-ct)} \quad (3.10)$$

のようにおける。式 (3.10) を式 (3.8) に代入すると, ϕ についての方程式

$$(U-c)(\phi'' - k^2\phi) - U''\phi = 0, \quad (3.11)$$

が得られる。ただし ($'$) は y についての微分を表わす。水中圧力 p は静水圧 $-\rho g y$ と波による変動成分との和であるから

$$p = P(y) e^{ik(x-ct)} - \rho g y \quad (3.12)'$$

とおき, これを式 (3.7), (3.10) とともに式 (3.1) に代入して $P(y)$ を決定すると, p の表現として次式を得る。

$$p = \rho [(U-c)\phi' - \phi U'] e^{ik(x-ct)} - \rho g y \quad (3.12)$$

式 (3.12) を用いると, 式 (3.4) と式 (3.5) から ϕ についての表面条件は

$$\begin{aligned} & (U-c)[(U-c)\phi' - \phi U'] \\ & = \left(g + \frac{\sigma k^2}{\rho} \right) \phi, \quad (y=0) \quad (3.13) \end{aligned}$$

のようになり, 式 (3.6) の底面条件は次のようになる。

$$\phi = 0, \quad (y=-d) \quad (3.14)$$

波速 c は式 (3.11) を式 (3.13) と式 (3.14) の条件の下に解くことにより得られる。ここでは Lilly¹⁾ にならって, $\epsilon = u_0/c_0$ をパラメータとする摂動法により, 第2次近似までの波速を求める。すなわち, まず

$$\phi = \phi_0 + \epsilon \phi_1 + \epsilon^2 \phi_2 + \dots, \quad (3.15)$$

$$c = c_0 + \epsilon c_1 + \epsilon^2 c_2 + \dots, \quad (3.16)$$

とおいてこの2式を式 (3.11) に代入し, U/u_0 は ϵ のオーダーとして ϵ の同次の項を等しいとおくと, $\epsilon^0, \epsilon^1, \epsilon^2$ の項に対応してそれぞれ次の式が求まる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_0'' - k^2 \phi_0 &= 0, \\ \phi_1'' - k^2 \phi_1 &= -\left(\frac{U''}{u_0} \right) \phi_0, \\ \phi_2'' - k^2 \phi_2 &= -\left(\frac{U''}{u_0} \right) \phi_0 \left(\frac{U}{u_0} - \frac{c_1}{c_0} \right) - \frac{U''}{u_0} \phi_1 \end{aligned} \right\} \quad (3.17 \cdot a, b, c)$$

$y=0$ における境界条件 (3.13) は同様に次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_0' - (g_r/c_0^2) \phi_0 &= 0, \quad (y=0) \\ \phi_1' - (g_r/c_0^2) \phi_1 &= 2 \left(\frac{U}{u_0} - \frac{c_1}{c_0} \right) \phi_0' \\ &\quad - \frac{U'}{u_0} \phi_0, \quad (y=0) \\ \phi_2' - (g_r/c_0^2) \phi_2 &= 2 \left(\frac{U}{u_0} - \frac{c_1}{c_0} \right) \phi_1' - \frac{U'}{u_0} \phi_1 \\ &\quad - \left\{ 2 \frac{c_2}{c_0} + \left(\frac{U}{u_0} - \frac{c_1}{c_0} \right)^2 \right\} \phi_0' + \frac{U'}{u_0} \left(\frac{U}{u_0} \right. \\ &\quad \left. - \frac{c_1}{c_0} \right) \phi_0, \quad (y=0) \end{aligned} \right\} \quad (3.18 \cdot a, b, c)$$

ここに

$$g_r = g + \frac{\sigma k^2}{\rho} \quad (3.19)$$

底面条件 (3.14) は

$$\phi_0 = \phi_1 = \phi_2 = \dots = 0, \quad (y=-d) \quad (3.20)$$

式 (3.17·a), (3.18·a), (3.20) を満足する0次の解は

$$\phi_0 = A \sinh k(y+d) \quad (3.21)$$

$$c_0^2 = (g_r/k) \tanh kd \quad (3.22)$$

ここに A は任意定数である。

1次と2次の解 ϕ_1, ϕ_2 はそれぞれ次のような積分の形で表わされる。

$$\phi_1 = -\frac{1}{k u_0} \int_{-d}^y U''(\xi) \phi_0(\xi) \sinh k(y-\xi) d\xi \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \phi_2 = & -\frac{1}{k u_0} \int_{-d}^y U''(\xi) \left[\phi_1(\xi) - \phi_0(\xi) \right. \\ & \left. \cdot \left(\frac{c_1}{c_0} - \frac{U}{u_0} \right) \right] \sinh k(y-\xi) d\xi \quad (3.24) \end{aligned}$$

当然のことながら, 式 (3.23) と式 (3.24) は加藤²⁾ が Hunt¹⁵⁾ の方法で導いた ϕ_1 と ϕ_2 の式とまったく同じ

である。ただその計算は今回の対数分布の方が $U''(y) \neq \text{const}$ であるためより複雑になっている。

式 (2.4), (3.21) を式 (3.23) に代入して積分の計算を行うと, ϕ_1 は次のように求められる。

$$\phi_1 = -\frac{AU_r}{2u_0k} [I_1(y) - I_2(y)] \quad \dots\dots\dots (3.25)$$

ここに

$$I_1(y) \equiv \int_{-d}^y \frac{\cosh k(y+d)}{(z_0-\xi)^2} d\xi \\ = \cosh k(y+d) \left[\frac{1}{z_0-y} - \frac{1}{z_0+d} \right] \quad \dots\dots\dots (3.26)$$

$$I_2(y) \equiv \int_{-d}^y \frac{\cosh k(2\xi+d-y)}{(z_0-\xi)^2} d\xi \\ = \cosh k(2z_0+d-y) I_{2c}(y) \\ + \sinh k(2z_0+d-y) I_{2s}(y) \dots (3.27 \cdot a)$$

$$I_{2c}(y) = 2k \left[-\frac{\cosh 2k(y-z_0)}{2k(y-z_0)} - \frac{\cosh y_2}{y_2} \right. \\ \left. + \text{Shi } 2k(y-z_0) + \text{Shi } y_2 \right] \\ I_{2s}(y) = 2k \left[-\frac{\sinh 2k(y-z_0)}{2k(y-z_0)} + \frac{\sinh y_2}{y_2} \right. \\ \left. + \text{Chi } 2k(y-z_0) - \text{Chi } y_2 \right] \quad \dots\dots\dots (3.27 \cdot b, c)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{Shi } x &= x + \frac{x^3}{3 \cdot 3!} + \frac{x^5}{5 \cdot 5!} + \frac{x^7}{7 \cdot 7!} + \dots, \\ \text{Chi } x &= \log|x| + \frac{x^2}{2 \cdot 2!} + \frac{x^4}{4 \cdot 4!} + \frac{x^6}{6 \cdot 6!} + \dots, \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.28)$$

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= 2kz_0 \\ y_2 &= 2k(d+z_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.29)$$

ただし y_1 はすぐ次の式にでてくるもので, また式 (3.28) の Shi x , Chi x は積分双曲線正弦関数, 同余弦関数の名称がついている。以上の関係を式 (3.18 \cdot b) に代入すると

$$\frac{c_1}{c_0} = 1 + \frac{U_r}{u_0} \left(\frac{Q}{2k \sinh 2kd} - \frac{\delta}{2kz_0} \tanh kd \right) \quad \dots\dots\dots (3.30)$$

と c_1 が求められる。ここに

$$Q = 2k \left[\frac{\cosh 2kd}{y_1} - \frac{1}{y_2} + \sinh y_2 (\text{Chi } y_1 \right. \\ \left. - \text{Chi } y_2) + \cosh y_2 (\text{Shi } y_2 - \text{Shi } y_1) \right] \\ - \frac{d}{z_0(d+z_0)} \quad \dots\dots\dots (3.31)$$

$$\delta = 1 - \frac{z_0 b}{U_r} \quad \dots\dots\dots (3.32)$$

したがって, 第1近似までの波速は次のように表わされる。

$$c = c_0 + \varepsilon c_1 = c_0 \left[1 + \varepsilon \frac{c_1}{c_0} \right] \quad \dots\dots\dots (3.33)$$

次に第2次近似解の計算であるが, 式 (3.24) の ϕ_2 の計算において

$$\beta = 1 - (c_1/c_0) \quad \dots\dots\dots (3.34)$$

および

$$\beta_1 = \beta + (U_r/u_0) \ln z_0 \quad \dots\dots\dots (3.35)$$

とおく。式 (3.34) の β を使うと表面条件 (3.18 \cdot c) は次のようになる。

$$\phi_2' - \left(\frac{g_r}{c_0^2} \right) \phi_2 = 2\beta\phi_1 - \frac{U'}{u_0} \phi_1 - \left(2\frac{c_2}{c_0} + \beta^2 \right) \phi_0' \\ + \frac{U'}{u_0} \beta \phi_0', \quad (y=0) \quad \dots\dots\dots (3.36)$$

この式 (3.36) の右辺は c_2/c_0 を除いて既知のものであるから, 左辺さえ計算できれば c_2/c_0 は求まることになる。この左辺の計算結果は次のようになる。

$$\phi_2'(0) - \left(\frac{g_r}{c_0^2} \right) \phi_2(0) = -\frac{A}{\sinh kd} \left[\frac{U_r \beta_1}{2u_0} Q \right. \\ \left. + \frac{kU_r^2}{u_0^2} (G_a + G_b + G_{\text{III}}) + \frac{bU_r}{2u_0^2} G_{\text{III}} \right] \quad \dots\dots\dots (3.37)$$

ここに

$$G_{\text{III}} = 1 - \cosh 2kd - (y_1 \sinh y_2 + \cosh y_2) \\ \cdot (\text{Chi } y_1 - \text{Chi } y_2) + (y_1 \cosh y_2 + \sinh y_2) \\ \cdot (\text{Shi } y_1 - \text{Shi } y_2) + \log(y_1/y_2), \dots\dots (3.38) \\ (G_a + G_b + G_{\text{III}}) = H_1 - H_2 + H_3 + H_4 + H_5, \quad \dots\dots\dots (3.39)$$

$$\left. \begin{aligned} H_1 &= \sinh y_2 \{ -\log y_1 \cdot \text{CSY}(y_1) + \text{Fch}(y_1) \} \\ &+ \cosh y_2 \{ \log y_1 \cdot \text{SCY}(y_1) - \text{Fsh}(y_1) \} \\ &- \frac{m}{y_1} + \frac{\log y_1}{y_1} - m \cosh y_2 \cdot \text{SCY}(y_1) \\ &+ m \sinh y_2 \cdot \text{CSY}(y_1), \\ H_2 &= \sinh y_2 \{ -\log y_2 \cdot \text{CSY}(y_2) + \text{Fch}(y_2) \} \\ &+ \cosh y_2 \{ \log y_2 \cdot \text{SCY}(y_2) - \text{Fsh}(y_2) \} \\ &- \frac{m}{y_2} + \frac{\log y_2}{y_2} - m \cosh y_2 \cdot \text{SCY}(y_2) \\ &+ m \sinh y_2 \cdot \text{CSY}(y_2), \\ H_3 &= \frac{1}{y_1} \{ \sinh y_2 (\text{Shi } y_2 - \text{Shi } y_1) \\ &- \cosh y_2 (\text{Chi } y_2 - \text{Chi } y_1) \}, \\ H_4 &= \frac{1}{y_1} \{ \sinh y_1 (\text{Shi } y_1 - \text{Shi } y_2) \\ &- \cosh y_1 (\text{Chi } y_1 - \text{Chi } y_2) \}, \\ H_5 &= \text{Chi } y_1 \text{ Shi } y_1 - 2 \text{CKS}(y_1) \\ &+ \text{Shi } y_2 \text{ Chi } y_1 - \text{Chi } y_2 \text{ Shi } y_1 \\ &+ 2 \text{CKS}(y_2) - \text{Chi } y_2 \text{ Shi } y_2, \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.40)$$

$$m = \ln(2k) \quad \dots\dots\dots (3.41)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{SCY}(x) &\equiv \text{Shi } x - (\cosh x/x) \\ \text{CSY}(x) &\equiv \text{Chi } x - (\sinh x/x) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.42)$$

ただし $Fsh(x)$, $Fch(x)$, $CKS(x)$ は次のように定義した関数である。

$$\left. \begin{aligned} Fsh(x) &= \int \frac{Shi x}{x} dx = x + \frac{x^3}{3^2 \cdot 3!} + \frac{x^5}{5^2 \cdot 5!} \\ &\quad + \frac{x^7}{7^2 \cdot 7!} + \dots \\ Fch(x) &= \int \frac{Chi x}{x} dx = \frac{(\log|x|)^2}{2} + \frac{x^2}{2^2 \cdot 2!} \\ &\quad + \frac{x^4}{4^2 \cdot 4!} + \frac{x^6}{6^2 \cdot 6!} + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.43)$$

$$\begin{aligned} CKS(x) &= \int \frac{\cosh x Shi x}{x} dx, \dots\dots\dots(3.44) \\ &= x + \left(\frac{1}{2!} + \frac{1}{3 \cdot 3!} \right) \frac{x^3}{3} + \left(\frac{1}{4!} + \frac{1}{2!} \times \frac{1}{3 \cdot 3!} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{5 \cdot 5!} \right) \frac{x^5}{5} + \dots\dots + \left\{ \frac{1}{(n-1)!} + \frac{1}{(n-3)!} \right. \\ &\quad \times \frac{1}{3 \cdot 3!} + \frac{1}{(n-5)!} \times \frac{1}{5 \cdot 5!} + \dots\dots + \frac{1}{2!} \\ &\quad \left. \times \frac{1}{(n-2) \cdot (n-2)!} + \frac{1}{n \cdot n!} \right\} \frac{x^n}{n} + \dots \end{aligned} \dots\dots\dots(3.45)$$

式 (3.37) の関数を使うと、 c_2/c_0 は式 (3.36) から次のように求まる。

$$c_2/c_0 = E_1 + E_2 + E_3 + E_4 \dots\dots\dots(3.46)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{1}{\sinh 2kd} \left[\frac{s\beta_1}{2k} Q + s^2(G_a + G_b + G_n) \right. \\ &\quad \left. + \frac{bU_r}{2ku_0^2} G_m \right], \\ E_2 &= -\frac{\beta s}{2k} \left[\frac{d \tanh kd}{z_0(z_0 + d)} + \frac{1}{\cosh kd} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \{G_1 \cosh k(2z_0 + d) + G_2 \sinh k(2z_0 + d)\} \right], \\ E_3 &= \frac{s^2\delta}{4k^2z_0} \left[\frac{d}{z_0(z_0 + d)} - \frac{1}{\cosh kd} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \{G_1 \sinh k(2z_0 + d) + G_2 \cosh k(2z_0 + d)\} \right], \\ E_4 &= \frac{s\delta\beta}{2kz_0} \tanh kd - \frac{1}{2} \beta^2, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.47)$$

$$s = U_r/u_0 \dots\dots\dots(3.48)$$

$$\left. \begin{aligned} G_1 &= 2k[CSY(y_1) - CSY(y_2)], \\ G_2 &= 2k[SCY(y_2) - SCY(y_1)], \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.49)$$

結局、第2次近似までの波速は次のように得られる。

$$c = c_0 + \epsilon c_1 + \epsilon^2 c_2 = c_0 \left[1 + \epsilon \frac{c_1}{c_0} + \epsilon^2 \frac{c_2}{c_0} \right], \dots\dots(3.50)$$

ここに $\epsilon = u_0/c_0$ である。

表面流速 u_0 が波速におよぼす効果を一樣流速分布の場合と比較して表わすため、パラメータ G_l を使って波

速を次のように表わす。

$$c = c_0 + u_0 G_l \dots\dots\dots(3.51)$$

すなわち、 G_l は式 (3.50), (3.51) から

$$G_l = \frac{c_1}{c_0} + \left(\frac{u_0}{c_0} \right) \frac{c_2}{c_0} \dots\dots\dots(3.52)$$

のようにえられる。後の数値計算結果はこの G_l を使って比較する。

4. 数値計算

前章までの計算では u_0, z_0, d を与えて波速の表現を求めてきた。しかし以下の数値計算では、 z_0 の代りに無次元量 $z_r = z_0/d$ をパラメータとして用いる。それによって $c_1/c_0, c_2/c_0$ が u_0 に関係なく、 kd のみの関数として計算できるからである (ただし、このことは必ずしも z_0 が水深に比例する量であることを意味しない)。

$c_1/c_0, c_2/c_0$ の計算は、前述の関数 $Shi x, Chi x, Fsh(x), Fch(x), CKS(x)$ などの y_1 および y_2 における値を使って行われる。これらの関数値はそれぞれ前章に示した無限級数の形で計算されるが、それらの概略の変化を文末の付表—1 に示す。また $z_r = 2.0 \times 10^{-4} (z_0 = 0.01 \text{ cm}, d = 50 \text{ cm})$ のときの y_1 と y_2 の値の変化を表—2 に示す。これからわかるように、通常の計算範囲においても y_2 はかなり大きな値をとり、そのとき、付表—1 からわかるように $[Shi y_2 - Chi y_2], [Fsh(y_2) - Fch(y_2)]$ などを含む計算ではひどい桁落誤差を生じる。したがって数値計算では桁落誤差を防ぐ工夫が必要で、特に次の3つの (本来 $x \rightarrow \infty$ のときの) 近似式を利用することが必要であった。第1は

$$[Shi x - Chi x] \rightarrow r (= 0.5772156649) \dots\dots(4.1)$$

この r はオイラーの定数である。この式は $x \geq 18$ のとき 10 桁以上正しい値を与える。第2は

$$[Fsh(x) - Fch(x)] \rightarrow r \ln x + 0.989055995 \dots\dots\dots(4.2)$$

この式は $x \geq 15.0$ のとき 9 桁以上正しい値を与える。

第3は式 (3.40) の H_3 の計算に関係するもので

$$[2 CKS(x) - Shi x Chi x] \rightarrow r Shi x \dots\dots(4.3)$$

式 (4.3) は $x \geq 25.0$ で 8 桁以上、 $x \geq 18.0$ で 6 桁以

表—2 y_1 と y_2 の値 ($z_0 = 0.01 \text{ cm}, d = 50 \text{ cm}$)

L/d	L (cm)	y_1	y_2
0.1	5	0.02513	125.7
0.2	10	0.01257	62.84
0.4	20	0.006283	31.42
0.6	30	0.004189	20.95
0.8	40	0.003142	15.71
1.2	60	0.002094	10.47
1.6	80	0.001571	7.856
2.0	100	0.001257	6.284

表-3 式(2.4)の分布に対する波速の計算結果 ($z_r=2.0 \times 10^{-4}$, $d=50$ cm として)

L/d	c_1/c_0	c_2/c_0	$u_0=15.0$ cm/sec				$u_0=28.0$ cm/sec			
			$\epsilon c_1/c_0$	$\epsilon^2 c_2/c_0$	c (cm/sec)	G_I	$\epsilon c_1/c_0$	$\epsilon^2 c_2/c_0$	c (cm/sec)	G_I
0.1	0.53121	0.01439	0.27009	0.00372	37.579	0.5385	0.50418	0.01296	44.758	0.5449
0.2	0.43772	0.01776	0.16389	0.00249	46.728	0.4444	0.30593	0.00868	52.666	0.4501
0.3	0.38242	0.02056	0.11784	0.00195	54.511	0.3888	0.21996	0.00680	59.719	0.3942
0.4	0.34323	0.02324	0.09185	0.00166	61.296	0.3495	0.17145	0.00580	65.990	0.3548
0.5	0.31301	0.02590	0.07502	0.00149	67.377	0.3192	0.14003	0.00518	71.678	0.3246
0.6	0.28851	0.02858	0.06316	0.00137	72.936	0.2948	0.11791	0.00477	76.920	0.3062
0.8	0.25039	0.03402	0.04751	0.00122	82.911	0.2568	0.08868	0.00427	86.406	0.2624
1.0	0.22141	0.03956	0.03759	0.00114	91.782	0.2281	0.07016	0.00397	94.911	0.2339
1.2	0.19827	0.04523	0.03073	0.00109	99.854	0.2053	0.05736	0.00379	102.692	0.2114
1.6	0.16302	0.05681	0.02189	0.00102	114.246	0.1706	0.04087	0.00357	116.649	0.1773
2.0	0.13705	0.06858	0.01649	0.00099	126.853	0.1453	0.03078	0.00346	128.942	0.1524

表-4 放物線分布に対する波速の計算結果 ($u_0=28.0$ cm/sec, $d_1=5.0$ cm, $d=50$ cm)

L/d	L (cm)	c_0 (cm/sec)	摂動法				無限級数		α	
			ϵ	$\epsilon(c_1/c_0)_p$	$\epsilon^2(c_2/c_0)_p$	c_p (cm/sec)	G_p	c_s (cm/sec)		G_s
0.1	5.	29.501	0.9491	0.81007	0.00814	53.640	0.86209	53.648	0.86237	0.00027
0.2	10	40.062	0.6989	0.51179	0.01215	61.052	0.74965	61.096	0.75121	0.00109
0.4	20	56.054	0.4995	0.27836	0.01170	72.313	0.58069	72.440	0.58520	0.00225
0.6	30	68.514	0.4087	0.18181	0.00912	81.596	0.46719	81.754	0.47282	0.00230
0.8	40	79.058	0.3542	0.13063	0.00698	89.937	0.38853	90.092	0.39408	0.00197
1.2	60	96.775	0.2893	0.07925	0.00430	104.860	0.28878	104.984	0.29320	0.00128
1.6	80	111.686	0.2507	0.05453	0.00287	118.097	0.22899	118.191	0.23233	0.00084
2.0	100	124.674	0.2246	0.04049	0.00206	129.979	0.18946	130.051	0.19203	0.00058

上正しい値を与えることを数値的に確認している。

代表的な計算例として、表-2と同じく $z_r=2.0 \times 10^{-4}$ のときの c_1/c_0 , c_2/c_0 の計算値を表-3の1~3列に示すが、波長が短いときほど c_1/c_0 は大きく、 c_2/c_0 は逆に小さくなっている。水深 50 cm で、 $u_0=28.0$ cm/sec (風洞水路で碎波のない範囲のほぼ最大の u_0) のとき、およびもっと低い風速に対応する $u_0=15.0$ cm/sec のときの、式(3.50), (3.52)による波速の計算結果を表-3の第4列以下に示す。前にも述べたように風洞水路の条件では、波長の短い成分波に対してはパラメータ $\epsilon (=u_0/c_0)$ が通常の摂動法におけるように小さくはならず(表-4参照)、このため求められた解の精度が問題となる。しかし表-3からわかるように、 ϵ の大きい $u_0=28.0$ の場合でも第2近似の項 $\epsilon^2 c_2/c_0$ は第1近似の項 $\epsilon c_1/c_0$ に比べて十分小さく、しかも波長の短いときの方がむしろ式(3.50)の収斂はよいといえるほどである。

これと同様のことは加藤²⁾による放物線分布の吹送流(図-4参照)に対する波速の計算においても見出されている。その場合には、式(3.11)の ϕ を無限級数の形に表わす方法によっても波速が求められ、 $u_0=15.0$ cm/sec, $d_1=8.0$ cm, $d=50$ cm のケースについての計算結果が摂動法による結果とよく一致することが示された。ここでは、図-4の放物線分布で今回の対数分布により近い $u_0=28.0$ cm/sec, $d_1=5.0$ cm, $d=50$ cm の場合について加藤²⁾の2つの方法で新しく計算した結果を

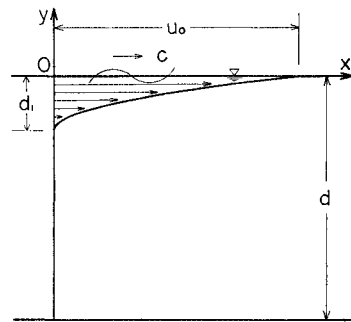


図-4 放物線分布吹送流(加藤²⁾による)

表-4に示す。摂動法による波速の c_p , G_p などは式(3.50), (3.52)とまったく同様の形で求めたもので、3次以上の項を無視した近似値である。一方、無限級数の方法で求めた波速 c_s は(級数が収斂しさえすれば)厳密解とみなしてよいため、 c_s と c_p との差は摂動解のより高次の項の影響と考えて次のようにおく。

$$c_s = c_0 \left[1 + \epsilon \left(\frac{c_1}{c_0} \right)_p + \epsilon^2 \left(\frac{c_2}{c_0} \right)_p + \dots \right] \quad \dots\dots(4.4)$$

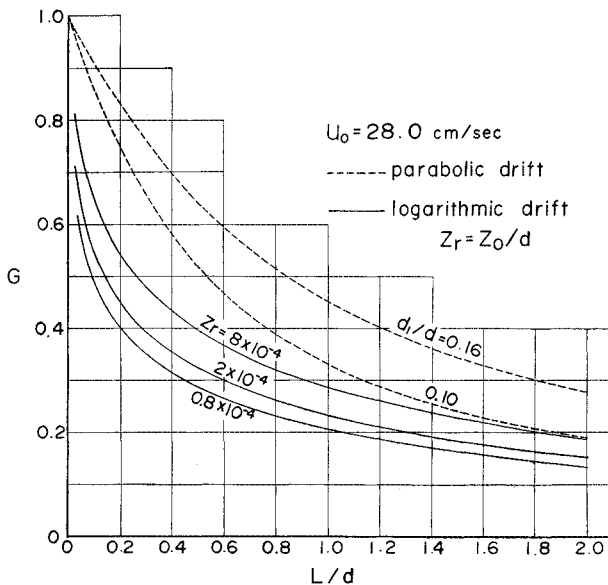
すなわち

$$\alpha = (c_s - c_p) / c_0 \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

この式による α の値を表-4の右端の列に示してあるが、 α は第2近似の項 $\epsilon^2 (c_2/c_0)_p$ よりも約1桁以上小さく、 ϵ の大きい波長の短いときでもその傾向は悪化しない。このことは、この種の摂動法による解の収斂の良さと正しさを示しているといえる。

表—5 式 (2.3) の分布に対する波速の計算結果 ($z_r=2.0 \times 10^{-4}$, $d=50$ cm)

L/d	c_1/c_0	c_2/c_0	L (cm)	$u_0=15.0$ cm/sec		$u_0=28.0$ cm/sec	
				c (cm/sec)	G_I	c (cm/sec)	G_I
0.1	0.52960	0.01309	5	37.545	0.5363	44.678	0.5420
0.2	0.43449	0.01457	10	46.661	0.4399	52.513	0.4447
0.3	0.37757	0.01524	15	54.414	0.3823	59.497	0.3863
0.4	0.33677	0.01564	20	61.168	0.3410	65.702	0.3446
0.5	0.30494	0.01591	25	67.220	0.3087	71.327	0.3121
0.6	0.27882	0.01611	30	72.750	0.2823	76.506	0.2854
0.8	0.23746	0.01639	40	82.667	0.2406	85.870	0.2433
1.0	0.20525	0.01655	50	91.481	0.2081	94.254	0.2105
1.2	0.17888	0.01669	60	99.497	0.1815	101.918	0.1837
1.6	0.13719	0.01689	80	113.778	0.1395	115.646	0.1414
2.0	0.10485	0.01712	100	126.277	0.1069	127.717	0.1087

図—5 対数分布と放物線分布での G 値の比較 ($u_0=28.0$ cm/sec, $d=50$ cm)

上に述べたことから判断して、今回の対数分布に対して計算された波速の第2近似までの値は十分正確なものとなしうる。また表—3からわかるように、実用上はほとんどの場合、式 (3.50) の第2近似の項は無視してもよいであろう。

式 (2.3) の流速分布に対する波速は、式 (3.50) に関連した最終結果の式で $b=0$ とおくことによって得られる。表—3と同じく $z_r=2.0 \times 10^{-4}$ の場合の式 (2.3) の分布に対する波速の最終計算値のみを表—5に示す。表—3と表—5の c を比較するとわかるように、流速分布が式 (2.4) から式 (2.3) に変わったことによる波速の違いは非常に小さい。

波速の計算値を比較するには式 (3.52) の G_I で結果を表わすと便利である。図—5に、 $u_0=28.0$ cm/sec で水深 $d=50$ cm の場合について、今回の対数分布 (2.4) に対する計算結果 G_I と、図—4の放物線分布に対する計算値 G_p とを示す。式 (3.52) からわかるように、

u_0 や d が変わっても第1近似までの範囲では G_I または G_p の値は変わらず、また第2近似項 c_2/c_0 そのものが非常に小さいので、第2近似まで含めた G_I, G_p の値も u_0 や d によってほんのわずかしかなら変わらない。図—5からわかるように、吹送流の分布を図—4のような放物線分布と仮定して、流速 $\neq 0$ となる水深 d_1 と表面流速 u_0 だけに実測値をあてはめて (たとえば $d_1/d=0.16^2$) として計算したときの波速は、今回の対数分布で実測値に合せて $z_r=2 \times 10^{-4}$ としたときの波速よりかなり大きいことがわかる。

風圧変化を無視した今回の計算条件とは異なるけれども、上記の計算値との比較のために、大型風洞水路のフェッチ 18.8 m の点の前後約 1 m の区間において測定した風波の1波ごとの波長と波速の結果を図—6 (a) に示す。このときの断面最大風速は約 9.7 m/sec で、表面吹送流の値はほぼ $u_0 \approx 28$ cm/sec であった。これらは水路の側方約 8 m の位置においた望遠レンズ付 35

mm カメラをモータードライブして、約 0.3 秒に1回の割合で連続して撮影した写真により測定したものである。コマごとの時間間隔は特製の径約 22 cm のランプ付回転板 (約 0.8 秒で1回転) を画面の隅に写し、その回転角から誤差 0.005 秒以下程度に読みとった。また波形のはっきりした波の峰の移動距離と波長 (峰の前後の谷の間隔) を水路のガラス面につけたスケールから読みとって c と L を求めているので、卓越波についての波速しかえられていない。図—6には吹送流も考慮しない微小振幅波の波速 c_0 と、対数および放物線分布の吹送流 ($u_0=28.0$ cm/sec) のみを考慮した波速の計算値もカーブで示してある。実測値は有限振幅の影響 ($L=50$ cm で波高 4~5 cm 程度なので、流れなしではほぼ 3~5%) や波が側壁に対し斜めに進む影響、あるいは風圧の影響などで計算値よりもやや大きめに出てはいはずである。測定値のばらつきは大きい、上に述べた影響も考慮すると、今回の対数分布吹送流の効果だけを考慮に入れた

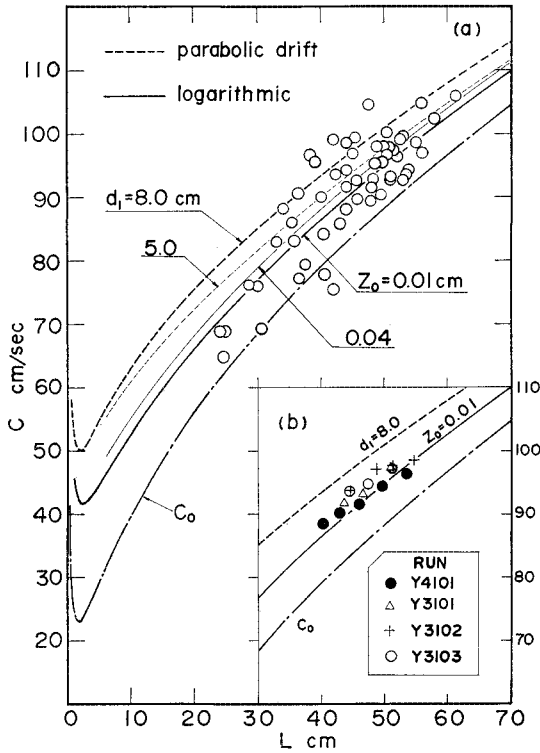


図-6 波速の計算値と実測値との比較

計算値 ($z_0=0.01$ cm) はかなり妥当な値を与えるが、放物線分布 ($d_1=8.0$ cm) での計算値は過大であることがわかる。

図-6 (b) には、上と同じ実験条件で2本の波高計の記録をクロススペクトル解析することにより風波の成分波の波速を求めた加藤・鶴谷⁷⁾の結果(図-9)から、スペクトルのピーク近くの値を示したもので、(a)との混同をさけるためたて方向にずらしてある。この場合も図からわかるように、ピークに対応する成分波での測定値と対数分布による計算値は良好に一致している。

5. ま と め

この論文では、風波の波速にもっとも大きな影響をおよぼすとみられる吹送流の効果だけを取り上げ、できるだけ正確に波速の計算を行った。主な成果は次の通りである。

(1) 吹送流に関するこれまでの研究を概観し、実際の吹送流の水面近くの分布によくあてはまる式 (2.3) または式 (2.4) の分布を提案した。

(2) この流速分布をもつ流れに対する波速を、 $\epsilon (= u_0/c_0)$ をパラメータとした摂動法により第2次近似まで求めたが、式 (3.50) の結果において c_1/c_0 , c_2/c_0 は表

付表-1 本文の数値計算に必要な特殊関数の値

x	$Shi\ x$	$Chi\ x$	$CKS(x)$	$Fsh(x)$	$fch(x)$
0.2	0.200445 E 00	-0.159942 E 01	0.201486 E 00	0.200148 E 00	0.130015 E 01
0.4	0.403573 E 00	-0.876023 E 00	0.411999 E 00	0.401189 E 00	0.439861 E 00
0.6	0.612130 E 00	-0.419465 E 00	0.641124 E 00	0.604026 E 00	0.175811 E 00
0.8	0.828997 E 00	-0.588157 E -01	0.899615 E 00	0.809592 E 00	0.105973 E 00
1.0	0.105725 E 01	0.260651 E 00	0.120008 E 01	0.101886 E 01	0.127643 E 00
2.0	0.250157 E 01	0.187545 E 01	0.403171 E 01	0.215935 E 01	0.784464 E 00
3.0	0.497344 E 01	0.438318 E 01	0.133900 E 02	0.359056 E 01	0.197025 E 01
4.0	0.981733 E 01	0.923633 E 01	0.492737 E 02	0.560272 E 01	0.381414 E 01
5.0	0.200932 E 02	0.195148 E 02	0.202987 E 03	0.875066 E 01	0.683278 E 01
6.0	0.429951 E 02	0.424175 E 02	0.925428 E 03	0.141577 E 02	0.121344 E 02
7.0	0.957524 E 02	0.951751 E 02	0.458542 E 04	0.241819 E 02	0.220697 E 02
8.0	0.220190 E 03	0.219613 E 03	0.242430 E 05	0.439084 E 02	0.417191 E 02
9.0	0.518939 E 03	0.518362 E 03	0.134650 E 06	0.845419 E 02	0.822846 E 02
10.0	0.124611 E 04	0.124554 E 04	0.776402 E 06	0.171224 E 03	0.168906 E 03
11.0	0.303570 E 04	0.303513 E 04	0.460775 E 07	0.361251 E 03	0.358878 E 03
12.0	0.747977 E 04	0.747919 E 04	0.279735 E 08	0.786949 E 03	0.784526 E 03
13.0	0.185988 E 05	0.185983 E 05	0.172959 E 09	0.175751 E 04	0.175504 E 04
14.0	0.465963 E 05	0.465957 E 05	0.108561 E 10	0.400277 E 04	0.400025 E 04
15.0	0.117478 E 06	0.117477 E 06	0.690053 E 10	0.926098 E 04	0.925843 E 04
16.0	0.297781 E 06	0.297780 E 06	0.443366 E 11	0.217052 E 05	0.217026 E 05
17.0	0.758319 E 06	0.758318 E 06	0.287524 E 12	0.514249 E 05	0.514223 E 05
18.0	0.193895 E 07	0.193895 E 07	0.187977 E 13	0.122969 E 06	0.122966 E 06
19.0	0.497545 E 07	0.497545 E 07	0.123776 E 14	0.296409 E 06	0.296406 E 06
20.0	0.128078 E 08	0.128078 E 08	0.820202 E 14	0.719503 E 06	0.719500 E 06
25.0	0.150298 E 10	0.150298 E 10	0.112947 E 19	0.657702 E 08	0.657702 E 08
30.0	0.184487 E 12	0.184487 E 12	0.170177 E 23	0.661677 E 10	0.661677 E 10
35.0	0.233453 E 14	0.233453 E 14	0.272501 E 27	0.709554 E 12	0.709554 E 12
40.0	0.301986 E 16	0.301986 E 16	0.455977 E 31	0.796474 E 14	0.796474 E 14
50.0	0.529282 E 20	0.529282 E 20	0.140070 E 40	0.110419 E 19	0.110419 E 19
60.0	0.968091 E 24	0.968091 E 24	0.468600 E 48	0.167068 E 23	0.167068 E 23
70.0	0.182318 E 29	0.182318 E 29	0.165077 E 57	0.268295 E 27	0.268295 E 27

面流速 u_0 (したがって ε) には独立に計算される。

(3) パラメータ ε が比較的大きい場合でも、波速の第2次近似項は非常に小さいことが見出されたが、著者²⁾による放物線分布の流れに対する計算結果を例に、この種の摂動法による解の収斂の良さが示された。

(4) 表面流速 u_0 は実測値に合せても、分布形を放物線分布として計算した波速は、今回の対数分布についての計算値よりかなり大きく、実際の風波の卓越波の波速と比較しても今回の計算値の方がより良い一致を示す。

(5) 表面から離れた底面近くでの流速分布の差は、波速にあまり影響しないことが示された。

(6) 数値計算には $\text{Shi } x$, $\text{Chi } x$ やさらにその積分形の特殊な関数の計算が必要で、 $x \rightarrow \infty$ におけるそれらの間の関係が 2, 3 調べられた。

最後に、図面トレースおよび一部数値計算結果の整理と実験に協力して頂いた宮崎、高瀬両君に謝意を表します。なお、数値計算には港湾技術研究所計算センターの電子計算機 TOSBAC-3400 を使用している。

参考文献

- 1) Hidy, G.M. and E.J. Plate : Wind action on water standing in a laboratory channel, with Appendix by Lilly, D.K., J. Fluid Mech., Vol. 26, pp. 651-687, 1966.
- 2) 加藤 始 : 放物線分布の吹送流に対する波速の計算, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 113-118, 1972.
- 3) Shemdin, O.H. : Wind-generated current and phase speed of wind waves, J. Phys. Oceanog., Vol. 2, pp. 411-419, 1972.
- 4) Dobroklonsky, S.S. and B.M. Lesnikov : A study of near surface layer of drift currents in laboratory conditions, Izv. Acad. Sci., Atm. Oceanic Physics, Vol. 8, pp. 1177-1187, 1972.
- 5) 水野信二郎・光易 恒 : 逆風による波の減衰に関する研究 (2), 第20回海岸工学講演会論文集, pp. 457-461, 1973.
- 6) Mizuno, S. and H. Mitsuyasu : Effects of adverse wind on the phase velocity of mechanically generated water waves, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ., Vol. XXI, No. 63, pp. 33-52, 1973.
- 7) 加藤 始・鶴谷広一 : 風波の成分波の波速について, 第21回海岸工学講演会論文集, pp. 255-259, 1974.
- 8) Efimov, V.V., Yu.P. Solov'ev and G.N. Khristoforov : Experimental determination of phase velocities of spectral components of wind waves, Izv. Acad. Sci., Atm. Oceanic Physics, Vol. 8, pp. 436-446, 1972.
- 9) Keulegan, G.H. : Wind tides in small closed channels, J. Res. Nat. Bur. Stand., Vol. 46, pp. 358-381, 1951.
- 10) Plate, E.J., P.C. Chang and G.M. Hidy : Experiments on the generation of small water waves by wind, J. Fluid Mech., Vol. 35, pp. 625-656, 1969.
- 11) Wu, J. : Laboratory studies of wind-wave interactions, J. Fluid Mech., Vol. 34, pp. 91-111, 1968.
- 12) Baines, W.D. and D.J. Knapp : Wind driven water currents, Proc. ASCE, Vol. 91, HY 2, pp. 205-221, 1965.
- 13) Banner, M.L. and O.M. Phillips : On small scale breaking waves, Tech. Rep., Chesapeake Bay Inst. The Johns Hopkins Univ., No. 82, 1973.
- 14) 近藤純正 : 海面境界層研究における最近の動向, 天気, Vol. 20, No. 8, pp. 389-404, 1973.
- 15) Hunt, N.J. : Gravity waves in flowing water, Proc. Roy. Soc., A, Vol. 231, pp. 496-504, 1955.

(1974. 12. 11・受付)