

キャストレーテッド・ビームの応力解析 STRESS ANALYSIS OF CASTELLATED STEEL BEAMS

後 藤 恵 之 輔*
By Keinosuke Gotoh

1. ま え が き

ウェブに六角形孔や八角形孔の列を有する、いわゆるキャストレーテッド・ビームは、1949 年にその利点が認められて^{1),2)}以来今日に至るまで、橋梁^{3)~5)}、オフィスビル^{6)~8)}、工場^{9)~11)}などの土木・建築構造物に、軽量化と大量生産による経済性を目的とした構造要素として多用されている。特に、わが国の超高層ビルにおいては、キャストレーテッド・ビームが H 形鋼ばりと組合されてかなり用いられ、その構造的長長を十分に発揮している^{12),13)}。

キャストレーテッド・ビームに関する理論的研究は、1957 年にはじめて Altfillisch ら⁵⁾によって試みられ、フィレンディール・トラスの解法に基づいた略算法が提示されたが、この計算法は、その簡単さから今日もなおキャストレーテッド・ビームの設計計算に活用されている^{14)~18)}。Gibson and Jenkins¹⁹⁾、Kolosowski²⁰⁾ および Gardner²¹⁾の研究は、キャストレーテッド・ビームを剛な骨組と見なし解析するもので、いずれも結果的には上記略算法と類似の解を与えるが、計算の複雑さから設計計算には余り適していない。

Shoukry^{22),23)}は、以上の研究よりもっと厳密に解析するために、キャストレーテッド・ビームを二次元弾性体として取扱、Airy の応力関数と階差法とを用いて純曲げ作用時の応力を求め、実大実験を行って理論の妥当性を確かめている。Mandel ら^{24),25)}の研究は、この Shoukry の二次元弾性論的研究をさらに発展させたもので、Shoukry が代表的に 1 つの孔を対象としているのに対して、隣接した 3 つの孔を取扱い St. Venant の原理を利用して解析を行うものである。荷重状態としては純曲げのみならず純せん断も考慮されており、えられた結果はフィレンディール・トラスの略算解ならびに実

大実験による結果と比較されている。

構造物をメッシュに分割する方法には、上記の階差法とならんで有限要素法もあるが、そのキャストレーテッド・ビームへの応用は 1967 年の Manickam²⁶⁾の提唱に始まり、Humphrey and Sunley²⁷⁾の純曲げをうけるキャストレーテッド・ビームの解析が実際計算の最初であると思われる。武藤ら²⁸⁾は、純曲げおよび純せん断状態にあるキャストレーテッド・ビームの応力解析を行って、その結果からせん断剛性と曲げ剛性を計算し、後者に比べて前者の低下が著しいことを報告している。Iversen の研究^{29),30)}は、中央集中荷重を受けるキャストレーテッド・ビームについて応力および変位とエレメント分割との関係を調べたもので、分割の粗密によって変位に相違はないが応力（特に隅角部の）に著しい差異が生ずることが述べられている。このことは、キャストレーテッド・ビームを有限要素法や階差法によって解析する場合、変位を求めるには粗い分割でよいが、応力を計算するには特に応力集中部近傍のエレメント分割を密にしなければならないことを示唆するものである。さらに、Cheng ら³¹⁾は、最近の論文において、5 種類のキャストレーテッド・ビームについて応力を計算するとともに、スパンの短い 2 種類のビームについて種々の idealization のもとに変位を求め、実験値と比較して、キャストレーテッド・ビームの解析における有限要素法の有用性を強調している。

キャストレーテッド・ビームに関する実験的研究も、理論的研究と同様 5) において報告されて以来、多くの工学者により実大模型あるいは光弾性モデルを用いて種々試みられている。鷲尾³²⁾、松村・大木^{33),34)}および大森ら³⁵⁾の実大実験による研究は、5) と同じく応力および変位についてフィレンディール・トラスの略算解の精度を吟味したものである。光弾性実験によるものとしては、棚橋ら³⁶⁾や大森ら³⁷⁾の研究があり、特に前者においては、孔隅角部の丸味の応力集中³⁸⁾におよぼす影響が述べ

* 正会員 工博 九州大学助教授 工学部水工土木学教室

られている。村上らの一連の研究^{38)~41)}も光弾性モデルを用いたもので、孔の大きさおよび形状と応力状態との関係が論じられているが、実際のキャストレーテッド・ビームに見られる隅角部の丸味をまったく無視していることに疑義がある。

これらの研究のほかに、安宅ら⁴²⁾のキャストレーテッド・ビーム使用合成桁の実験、若林研究室グループ⁴³⁾のキャストレーテッド・ビームを埋込んだ鉄骨鉄筋コンクリートばりに関する実験および木村ら⁴⁴⁾によるキャストレーテッド・ビームのフレーム実大実験が挙げられる。また、キャストレーテッド・ビームの塑性挙動および耐荷力に関するものとして、Sherbourne⁴⁵⁾、Halleux⁴⁶⁾、Redwood⁴⁷⁾、Hope and Sheikh⁴⁸⁾、Amstutz⁴⁹⁾、Hosain and Speirs⁵⁰⁾、⁵¹⁾ および Sherbourne and Oostrom⁵²⁾、⁵³⁾の研究がある。

本論文の主たる目的は、キャストレーテッド・ビームの設計に際して問題となる孔の形状および大きさのうち、特に前者について二次元弾性論の見地から検討し、孔形状の応力分布および応力集中におよぼす影響を論ずることである。解法には先に提示した複素変数法と選点法との併用法⁵⁴⁾を用い、荷重状態には純曲げおよび一様圧縮を考える。前者の荷重状態はキャストレーテッド・ビームを長大スパンのばりに、後者のそれは柱にそれぞれ用いた場合を想定したことによる。

キャストレーテッド・ビームのように孔が周期的に配列されている場合には、その周期性の処理が問題である。この解決法には、孔の周期性を応力関数にもたせる方法と、いわゆる構造単位概念を導入してキャストレーテッド・ビームをその連続体と考え、1構造単位の境界条件に孔の周期性をもたせる方法がある。ここでは後者の方法によることとするが、この方法の信頼性についてはすでに円孔列を有する帯板の引張り問題において、この方法による結果を別法による結果と比較して精度が高いことを確認している⁵⁵⁾。

キャストレーテッド・ビームの孔の形状および大きさに関する研究は、従来ほとんどなされておらず、38)~41)のほかわずかに後者について鹿島建設技術研究所グループ⁵⁶⁾が実大実験によって検討し、Galambosら⁵⁷⁾が弾性解析および塑性解析に基づいた最適拡張比に関する数値解法を提示しているのみである。また、キャストレーテッド・ビームが一様圧縮をうける場合の解析はまったく行われておらず、孔形状に関する検討とあわせて、本研究の重要性と意義が確認される次第である。

2. キャステレーテッド・ビームの概説

キャストレーテッド・ビームは、図-1 (a) および

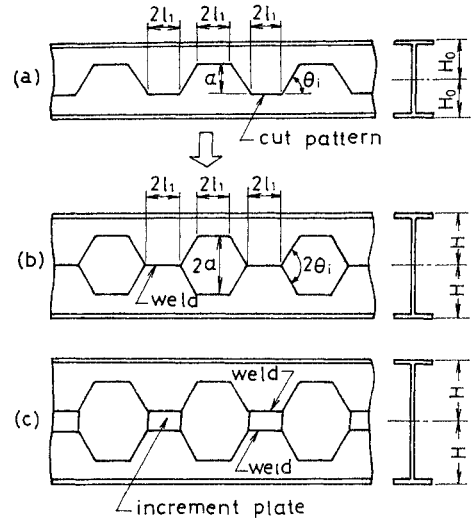


図-1 キャステレーテッド・ビームの製作

(b)に示すように、原材のH形鋼のウェブを自動ガス切断装置でジグザグに切断したのち、上下を1ピッチずらし、ジグザグの山相互を半自動溶接して製作される。原料を切断する際、切込みの長さ ($2l_1$)、深さ (a) および角度 (θ_i) をいろいろ組合せることによって、種々の孔形状がえられるが、わが国の標準的なものは正六角形である。また、ジグザグの山の間に矩形板 (increment plate) をはさむことにより、図-1 (c) の八角形孔を有するキャストレーテッド・ビームをうることもできる。このように、孔形状としては六角形および八角形が主であるが、そのほかの形状もまれではあるが用いられており⁵⁸⁾、また切断法にはプレスによる方法もある⁵⁹⁾。

キャストレーテッド・ビームの最大の利点は、重量の増減なしにはりせいが増大することにより、同一重量のH形鋼ばりと比較して曲げ剛性が著しく高められることである。したがって、キャストレーテッド・ビームは曲げモーメントが卓越するはりに最適の構造といえる。また、孔が設備ダクトの貫通孔として利用できることも大きな特長である。これら2大特長が、H形鋼自体のもつ大量生産性と相まって、わが国の超高層ビルにおけるキャストレーテッド・ビーム使用の主要因となっている。すなわち、超高層ビルにおいては、耐震性の観点から材料の軽量化と断面性能の増強が望まれ、オフィス空間の有効利用が要求される。この結果、所要の桁高を確保しつつ重量が軽くしかもスパンを大きくしうるはり材が必要となり、ガス・電気・空調などのための設備ダクトを天井裏に通す必要性が生じてくるが、これら2つの必要事項をキャストレーテッド・ビームは同時に満足するものである。さらに、キャストレーテッド・ビームは、ウェブに孔があるためにコンクリートとの付着が良く鉄骨

鉄筋コンクリート構造に適しているとともに、孔形状をいかして裸鉄骨としても使用することができる。

しかしながら、孔の存在によって、応力分布が複雑化し孔隅角部に応力集中が生じることや、せん断剛性が低下することなどが欠点として挙げられる。せん断剛性の低下や応力集中の増大は、ともに孔が大きいかほど著しいが、孔の形状によっても影響されることは論をまたない。したがって、キャストレーテッド・ビームの製作に際しては、孔の大きさおよび形状をどのようにとれば上記の欠点を小さくおさえるかが問題となる。

3. 解 法

(1) 構造単位と諸量の定義

図-2 に示すように、キャストレーテッド・ビームは曲げモーメント M と一様な圧縮力 T とをうけるものとする。構造単位として1個の孔を含み孔間中心を通る断面ではさまれる部分を選べば(図-3 参照)、キャストレーテッド・ビームはこの構造単位の連続体であると考えることができる。

孔の大きさおよび形状を支配する要素として、次の諸量および記号を定義する。

- 開孔率 $\mu_2 = a/H$
- 形状化 $r = b/a$
- 隅半径比 $\eta = r_c/2a$
- 傾斜角 θ_i

ここに、 a および b : それぞれ孔の 1/2 高さおよび幅、 H : キャストレーテッド・ビームの 1/2 桁高、 r_c : 孔の隅半径。

特に、正六角形孔では、 $r = 2/\sqrt{3} \approx 1.15$ 、 $\theta_i = 60^\circ$ である。また、キャストレーテッド・ビームの桁高と原材のそれとの比を拡張比 $\alpha (= H/H_0)$ と定義すれば、拡張

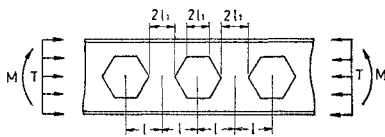


図-2 純曲げおよび一様圧縮をうけるキャストレーテッド・ビーム

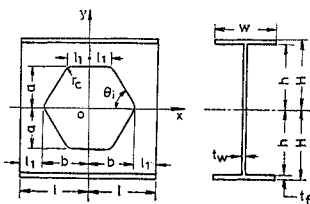


図-3 構造単位

比と開孔率とは次の関係にある。

$$\alpha = \frac{2}{2 - \mu_2} \dots\dots\dots (1)$$

この関係を図示したのが 図-4 で、これから明らかなように、拡張比が小さければ孔も小さく、逆に拡張比が大きければ孔も大きくて、キャストレーテッド・ビームはフィレンディール・トラスに近い形状を示すようになる。

(2) 写像関数

六角形孔の外部領域を単位円外に等角写像する関数は、選点最小自乗法による写像法⁵⁰⁾を用いて次式のように求められる。

$$z = \omega(\zeta) = R \left(\zeta + \sum_{n=1,3,5}^N a_n \zeta^{-n} \right) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $z = x + iy$, $\zeta = \rho \cdot \exp(i\beta)$, (x, y) : 孔中心を原点とする直角座標、 (ρ, β) : 極座標、 a_n : 実数係数、 R : 孔の大きさを与える定数、 N : 正整数

孔が正六角形孔である場合には、写像関数は次のようになる。

$$z = \omega(\zeta) = R \left(\zeta + \sum_{n=5,11,17}^N a_n \zeta^{-n} \right) \dots\dots\dots (3)$$

写像関数の係数値を表-1 に示す。表-1 (a) は正六角形孔において隅半径比を $\eta = 0.025 \sim 0.10$ と変化させたときの値である。表-1 (b) は傾斜角を $\theta_i = 60^\circ$ に保ったまま形状比を $r = 0.8 \sim 1.4$ と変化させた値を示し、表-1 (c) は平行辺 (x 軸に平行な辺) の長さを正六角形孔の値 ($2l_1 = 2a \cdot \cot 60^\circ$) に固定して傾斜角を $\theta_i = 40^\circ \sim 80^\circ$ と変化させたときの値である。このとき、式 (2) および式 (3) において、 $R = 2aA$ であり、 a_n は正六角形孔に対して $a_5 = B/A$, $a_{11} = C/A, \dots, a_{29} = F/A$, 他の六角形孔に対して $a_1 = B/A$, $a_3 = C/A, \dots, a_{11} = G/A$ となる。正六角形孔の場合、表-1 (a) を参照して、第4項の D 以下は第3項までと比較して小さく無視しうるので、以後の計算には他の六角形孔と同じく $N=11$ にとることができる。

写像図形は、 $\eta = 0.025$ のとき 図-5 のように描かれる。

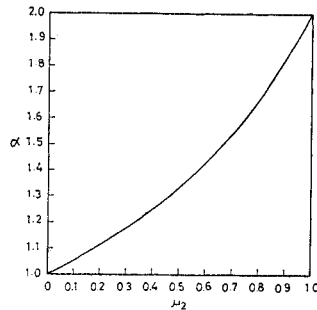


図-4 拡張比と開孔率との関係

図中、 N_0 は式 (2) または式 (3) において採用した項数であり、 M_0 は係数決定のため孔線にとった選点の数を表わす。ただし、選点のとり方は、正六角形孔では principal half section

表-1 写像関数の係数

(a) η : variable ($\gamma=1.15, \theta_i=60^\circ$)

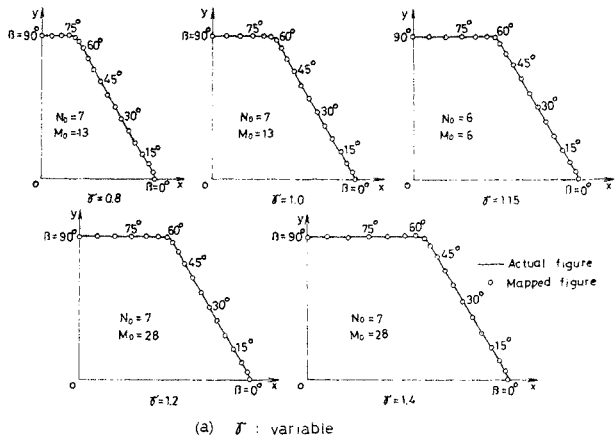
η	A	B	C	D	E	F
0.10	0.528820	0.031222	0.002492	-0.000147	-0.000372	-0.000135
0.05	0.530691	0.034186	0.004225	0.000745	-0.000108	-0.000124
0.025	0.531223	0.035117	0.005009	0.001497	0.000509	0.000128

(b) r : variable ($\theta_i=60^\circ, \eta=0.025$)

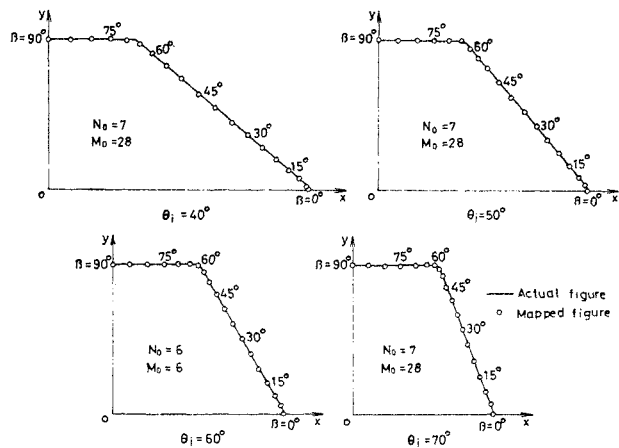
r	A	B	C	D	E	F	G
0.8	0.418657	-0.079077	0.031366	0.021835	-0.003122	0.005309	0.001165
0.9	0.451981	-0.058535	0.021555	0.027806	-0.003558	0.003796	0.003087
1.0	0.483964	-0.036112	0.012576	0.031992	-0.002600	0.002187	0.004126
1.1	0.515192	-0.012809	0.004312	0.035030	-0.001079	0.000845	0.004641
1.2	0.545476	0.011418	-0.003445	0.036980	0.001056	-0.000332	0.004979
1.3	0.575845	0.035828	-0.010873	0.038657	0.003431	-0.001429	0.004664
1.4	0.605865	0.060581	-0.017851	0.039722	0.006022	-0.002237	0.004030

(c) θ_i : variable ($l_1=a \cdot \cot 60^\circ, \eta=0.025$)

θ_i	A	B	C	D	E	F	G
40°	0.640300	0.151251	0.051258	0.027794	-0.007666	0.006285	0.001437
50°	0.574749	0.062435	0.025722	0.034943	-0.004729	0.002917	0.004553
60°	0.531223	0	0	0.035117	0	0	0.005009
70°	0.501270	0.046656	-0.024723	0.031845	0.003440	-0.000061	0.004541
80°	0.478588	-0.083516	-0.048404	0.023107	0.005110	-0.001364	0.002932



(a) γ : variable



(b) θ_i : variable

図-5 写像図形, $\eta=0.025$

を対象とし、他の六角形孔では第1象限を対象としている。実際の形状(実線)と比較して、写像図形(○印)はいずれの孔においてもきわめて高精度のものであることが認められる。

(3) 応力関数および境界条件

式(2)および式(3)の写像関数を $N=11$ にとる場合、複素応力関数は一般に次式のように仮定される。

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\zeta) &= \varphi_0(\zeta) + \varphi_1(\zeta) \\ \psi(\zeta) &= \psi_0(\zeta) + \psi_1(\zeta) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4 \cdot a)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} \varphi_0(\zeta) &= \sum_{k=0}^K B_k \zeta^k, \quad \varphi_1(\zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \zeta^{-k} \\ \psi_0(\zeta) &= \sum_{k=0}^K C_k \zeta^k, \quad \psi_1(\zeta) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \zeta^{-k} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4 \cdot b)$$

係数 B_k, b_k, C_k および c_k は、すべての境界条件を満足するように決定される複素数係数であるが、このうち b_k および c_k を含む関数 $\psi_1(\zeta)$ は、孔縁自由の境界条件から他の係数 B_k および C_k の関数として次式のように表わされる⁶¹⁾。

$$b_k = \begin{cases} f_k - F_k - \bar{C}_k, & k=1, 2, \dots, 9 \\ -F_k - \bar{C}_k, & k=10, 11, \dots, K \\ -F_k, & k=K+1, K+2, \dots, K+10 \\ 0, & k \geq K+11 \dots \end{cases} \quad (5)$$

$$\psi_1(\zeta) = \sum_{p=0}^{K+10} \bar{F}_p \zeta^p - \sum_{p=0}^9 \bar{f}_p \zeta^p - \sum_{k=1}^K \bar{B}_k \zeta^{-p} - \frac{\bar{\omega}(1/\zeta)}{\omega'(\zeta)} \varphi'(\zeta) \dots\dots\dots(6)$$

ここに、

$$f_k = \sum_{r=1}^{10-k} r e_{10-k-r} \bar{b}_r \dots\dots\dots (7)$$

$$F_k = \sum_{r=1}^K r e_{10-k+r} \bar{B}_r \dots\dots\dots (8)$$

$$a_{11-q} = e_q - \sum_{j=1}^{q-1} j \bar{a}_j e_{q-j-1} \dots\dots\dots (9)$$

図-2 に示すように、純曲げおよび一様圧縮をうけるキャストレーテッド・ビームにおいては、解析は1つの構造単位を対象とすればよく、応力関数は荷重および構造の対称性から次式のように表わされる。

純曲げに対して

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\zeta) &= i \sum_{k=2,4,6}^K B_k \zeta^k + i \sum_{k=2,4,6}^{\infty} b_k \zeta^{-k} \\ \psi(\zeta) &= i \sum_{k=2,4,6}^K C_k \zeta^k + \psi_1(\zeta) \end{aligned} \right\} \dots\dots (10)$$

一様圧縮に対して

$$\left. \begin{aligned} \varphi(\zeta) &= \sum_{k=1,3,5}^K B_k \zeta^k + \sum_{k=1,3,5}^{\infty} b_k \zeta^{-k} \\ \psi(\zeta) &= \sum_{k=1,3,5}^K C_k \zeta^k + \psi_1(\zeta) \end{aligned} \right\} \dots\dots (11)$$

ここに、 $B_k^1, b_k^1, C_k^1, B_k^2, b_k^2, C_k^2$: いずれも実数。

かくして、未定係数は B_k および C_k の2種類となり、これらはウェブ-フランジ接合部および隣接構造単位との接合部における条件より決定される。

隣接構造単位との接合部 ($x=l$) においては、各荷重状態に対してそれぞれ次式が成立する。

純曲げに対して

$$u_x = -\frac{y}{h} u_0, \tau_{xy} = 0 \dots\dots\dots (12)$$

一様圧縮に対して

$$u_x = -u_0, \tau_{xy} = 0 \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 τ_{xy} : せん断応力、 u_x : x 方向の変位成分、 u_0 : 隣接構造単位との接合部における、ウェブ-フランジ接合部の変位量 (純曲げのとき) および一様変位量 (一様圧縮のとき)。

また、ウェブ-フランジ接合部 ($y=h$) の条件は、図-6 において x, y 両軸方向の力のつり合いを考えることにより、両荷重状態共通に次のように導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_y - \frac{wt_f}{t_w} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} &= 0 \\ \tau_{xy} - \frac{wt_f}{t_w} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 σ_x, σ_y : 直応力、 t_w : ウェブの厚さ、 w, t_f : それぞれフランジの幅および厚さ。

しかるに、式 (14) を用いた場合には境界条件式が複雑になる一方、換算桁高による近似解法を用いても一様引張および純曲げに対してかなり高精度の解がえられるので^{62), 63)}、ここでも換算桁高によってフランジの影響

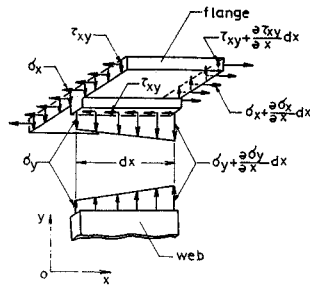


図-6 ウェブ-フランジ接合部の力のつり合い

を考慮することにする。すなわち、キャストレーテッド・ビームを換算桁高をもつ帯板に置き換えることにより、式 (12) ~ (14) に代る境界条件式として次式がえられる。

純曲げに対して

$$\left. \begin{aligned} x=l \text{ において } u_x &= -\frac{y}{H^*} u_0, \tau_{xy} = 0 \\ y=H^* \text{ において } \sigma_y &= \tau_{xy} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

一様圧縮に対して

$$\left. \begin{aligned} x=l \text{ において } u_x &= -u_0, \tau_{xy} = 0 \\ y=H^* \text{ において } \sigma_y &= \tau_{xy} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (16)$$

ここに、 $H^* : 1/2$ 換算桁高、 $H \sqrt{1+2wt_f/t_w} H$

以後の手法は有孔有限板におけるそれ⁵⁴⁾とまったく同様で、式 (10)、(11) の応力関数を基として式 (15)、(16) の境界条件式を選点法を適用して解くことにより、所要の応力、変位が決定されることになる。ここで注意すべきことは、境界条件式が混合型で応力境界値が0であることと、換算桁高を用いることの2点である。前者に対しては、換算係数⁵⁵⁾を求めることによって解決される。すなわち、式 (15)、(16) に関する連立方程式を解いて直接えられる応力、変位を添字 ** を付けて表わすことにして、 $x=l$ 上にとった M_0 個の点の応力 σ_x^{**} を数値積分すれば、純曲げの場合 $x=l$ における真の応力 σ_x の総和が $-MH^{*2}/2I$ (I : キャステレーテッド・ビームの充腹断面における断面2次モーメント) に等しいことから、次式をうる。

$$\int_0^{H^*} \sigma_x dy = F_c \cdot H^* \sum_{j=1}^{M_0} f_j (\sigma_x^{**})_j = -\frac{M}{2I} H^{*2} \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 F_c : 換算係数、 f_j : 重み係数。

また、一様圧縮の場合には、 $x=l$ における真の応力 σ_x の総和が $-H^* T$ に等しいので、次式が成立する。

$$\int_0^{H^*} \sigma_x dy = F_c \cdot H^* \sum_{j=1}^{M_0} f_j (\sigma_x^{**})_j = -H^* T \dots\dots\dots (18)$$

ゆえに、換算係数 F_c は式 (17) および式 (18) から容易に決定され、この段階での応力は純曲げのとき MH^*/I 、一様圧縮のとき T をそれぞれ基準応力として求められる。

次に、後者の換算桁高を用いることによる影響に対しては、純曲げの場合、基準応力を MH^*/I とすれば、式

(15) を解いて直接えられる応力，変位に式 (17) から決定される換算係数 F_c を乗じたうえで，さらに H^*/H をかければよい。また，一様圧縮の場合には，基準応力を T とすれば，式 (16) を解いて直接えられる応力，変位に式 (18) から決定される換算係数 F_c を乗じるだけでよい。

したがって，キャストレーテッド・ビームの真の応力および変位は，次式で求められることになる。

純曲げに対して

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= F_c \cdot \sigma_x^{**} \cdot H^*/H, & \sigma_y &= F_c \cdot \sigma_y^{**} \cdot H^*/H, \\ \tau_{xy} &= F_c \cdot \tau_{xy}^{**} \cdot H^*/H \\ u_x &= F_c \cdot u_x^{**} \cdot H^*/H, & v_y &= F_c \cdot v_y^{**} \cdot H^*/H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

一様圧縮に対して

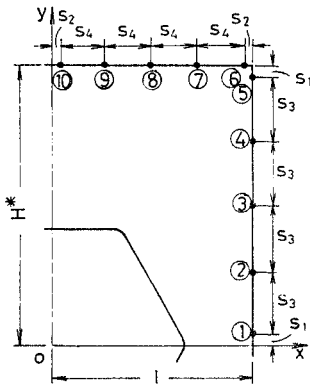
$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= F_c \cdot \sigma_x^{**}, & \sigma_y &= F_c \cdot \sigma_y^{**}, & \tau_{xy} &= F_c \cdot \tau_{xy}^{**} \\ u_x &= F_c \cdot u_x^{**}, & v_y &= F_c \cdot v_y^{**} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

他の座標における応力および変位についても同様である。

(4) 応力集中係数の定義と選点のとり方

キャストレーテッド・ビームの応力集中係数を $S.C.F. = (\sigma_t)_{\max}/\sigma_0$ ，換算桁高をもつ帯板のそれを $S.C.F.* = (\sigma_t)_{\max}/\sigma_0^*$ で定義する。ここに， $(\sigma_t)_{\max}$ は孔縁の最大応力で， σ_0 および σ_0^* は基準応力である。純曲げのとき， $\sigma_0 = MH/I$ ， $\sigma_0^* = MH^*/I$ であるので，所要の応力集中係数は $S.C.F. = S.C.F.* \times H^*/H$ の関係から求められる。また，一様圧縮のとき，基準応力は $\sigma_0 = \sigma_0^* = T$ であるので，帯板の応力集中係数 $S.C.F.*$ をそのまま所要の応力集中係数 $S.C.F.$ とおける。

選点のとり方については，54)，55)，63) における経験を基として，図-7 に示すように第1象限の $x=l$ 上および $y=H^*$ 上にそれぞれ5個の点を取り，点1から点5までと点6から点10までの間を等間隔にとつたう



$s_1 = H^*/24, s_2 = l/24$

図-7 選点の位置

えで， $s_1 = H^*/24$ および $s_2 = l/24$ とする。換算係数の決定に必要な数値積分には， $M_3 = 21$ として Simpson の第1公式を用いる。

なお，換算桁高をもつ帯板の開孔率を $\mu^* = a/H^*$ で表わし，断面諸量 (H, I_w, ω および I_f) はすべて一定とする。

したがって，換算桁高 $H^* = H\sqrt{1+2\omega t_f/I_w H}$ は一定となるので，純曲げのときの応力集中係数の比較は， $S.C.F.$ の代わりに $S.C.F.*$ で行うことができる。

4. 解析結果および考察

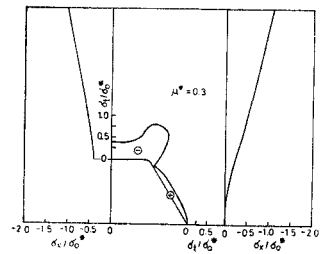
(1) 純曲げの場合

a) 孔の大きさに関する検討

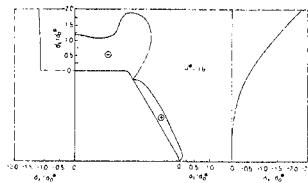
孔の大きさと応力との関係を調べるために， $\eta = 0.025$ の正六角形孔 ($r = 1.15, \theta_i = 60^\circ$) について $\mu^* = 0.3 \sim 0.6$ の範囲で応力を計算した。図-8 に孔縁，孔中心を通る断面および隣接構造単位との接合部における応力の分布を示す。孔中心断面の応力は孔が大きくなるにつれて一様分布に近づき，接合部の応力は放物線状に分布してこの傾向は孔が大きいくほど著しいことがわかる。孔縁応力については，傾斜辺 (中立軸に対して傾斜した辺) および平行辺 (中立軸に平行な辺) とも応力はほぼ一様に分布し，応力集中は隅角部の平行辺寄り位置に生ずることが認められる。応力集中係数と開孔率との関係を求めれば，図-9 の実線のとおりで，応力集中係数は孔の大きさとともにかなり増大している。図には，平行辺中央における応力および傾斜辺の最大応力も，それぞれ鎖線および破線で示されている。平行辺中央における応力の増加傾向は応力集中係数のそれと同様であるが，傾斜辺の最大応力は孔が大きくなってもそれほど増加しない。

b) 孔隅角部の丸味に関する検討

図-10 は， $\mu^* = 0.5$ の正六角形孔について，応力集中係数を平行辺中央における応力および傾斜辺の最大応力とともに隅半径比 η に対してプロットしたものであ



(a) $\mu^* = 0.3$



(b) $\mu^* = 0.6$

図-8 応力分布，正六角形孔 ($\eta = 0.025$)，純曲げの場合

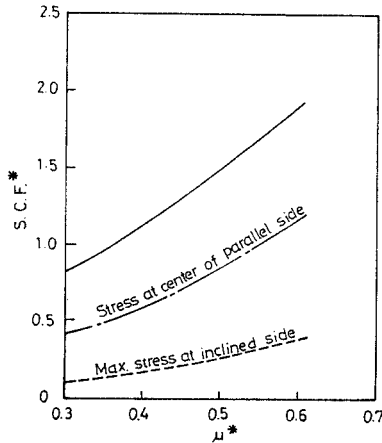


図-9 応力集中係数と開孔率との関係、純曲げの場合

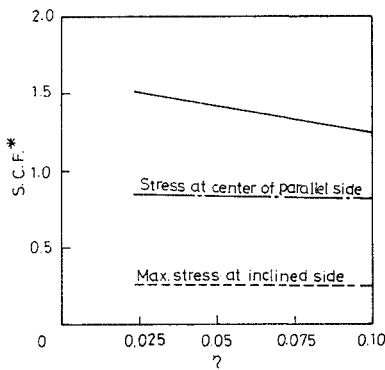


図-10 応力集中係数と隅半径比との関係、純曲げの場合

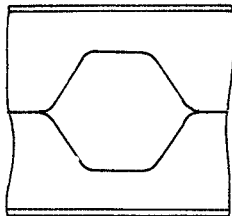


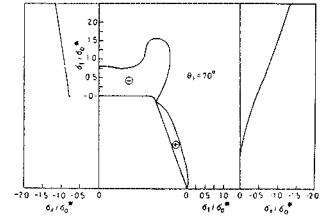
図-11 溶接部におけるノッチの形成

る。応力集中係数(実線)は η の増加につれてほぼ直線的に減少し、隅の丸味が大きいほど有利であることがわかる。しかし、図-11に示すように、丸味が大きい場合には溶接部の両端に大きなノッチが形成されるので、溶接には十分な注意が払われなければならない。平行辺中央の応力(鎖線)および傾斜辺の最大応力(破線)は、いずれも η の変化と関係なくほとんど一定である。

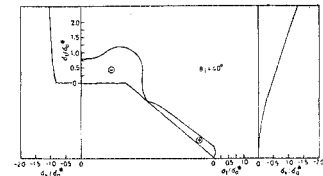
c) 孔の傾斜角に関する検討

傾斜角の影響を知るために、平行辺の長さを正六角形孔の値($2l_1 = 2a \cdot \cot 60^\circ$)に固定し隅半径比を $\eta = 0.025$ 、開孔率を $\mu^* = 0.5$ にとり、 $\theta_i = 40^\circ \sim 70^\circ$ に対する応力の変化を調べた。孔縁、孔中心を通る断面および隣接構造単位との接合部における応力の分布を図-12に示す。孔中心断面と接合部の応力は、 θ_i の変化にかかわらずほとんど同じ分布を示すことが認められる。また、

孔縁応力については、傾斜角が大きいほど、引張応力から圧縮応力へ移行する位置(ただし第1象限)は隅角部へ接近し、応力の隅角部における変化も急激である。図-13は応力集中係数と傾斜角との関係を示すもので、図には平行辺中央における応力および傾斜辺の最大応力も付記されている。平行辺中央の応力(鎖



(a) $\theta_i = 70^\circ$



(b) $\theta_i = 40^\circ$

図-12 応力分布、六角形孔 ($l_1 = a \cdot \cot 60^\circ$, $\eta = 0.025$, $\mu^* = 0.5$), 純曲げの場合

線)および傾斜辺の最大応力(破線)はともに θ_i に関係なくほとんど一定であるが、応力集中係数(実線)は θ_i の増加とともに増大しており、傾斜角が小さいほど有利であることがわかる。

d) 孔の形状比に関する検討

傾斜角、隅半径比、開孔率をそれぞれ $\theta_i = 60^\circ$, $\eta = 0.025$, $\mu^* = 0.5$ として、 $r = 0.9 \sim 1.2$ の範囲で応力を計算し、形状比の影響を調べた。応力分布を図-14に示す。この図から明らかなように、孔中心を通る断面および隣接構造単位との接合部における応力は、 r が変化してもほぼ同じ分布である。また、孔縁応力の分布も r に関係なくほとんど一定であることがわかる。したがって、形状比の応力におよぼす影響は小さいといえ、このことは図-15を見ればより明確である。すなわち、図-15は応力集中係数を平行辺中央における応力および

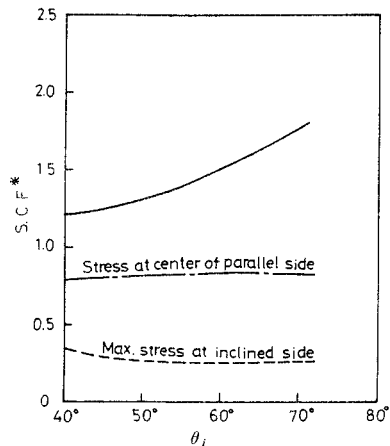
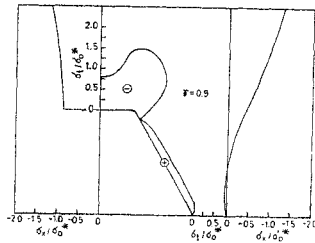
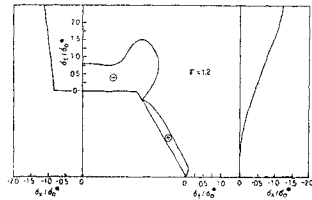


図-13 応力集中係数と傾斜角との関係、純曲げの場合



(a) $r=0.9$



(b) $r=1.2$

図-14 応力分布、六角形孔 ($\theta_i=60^\circ$, $\eta=0.025$, $\mu^*=0.5$), 純曲げの場合

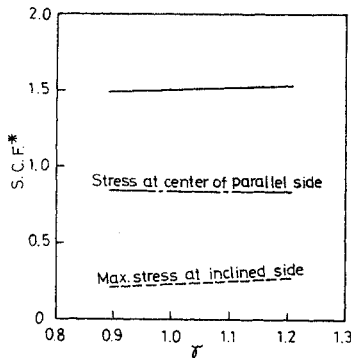


図-15 応力集中係数と形状比との関係、純曲げの場合

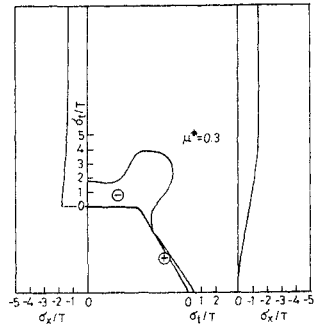
傾斜辺の最大応力とともに形状比の関数としてプロットしたもので、平行辺中央における応力（鎖線）および傾斜辺の最大応力（破線）は、いずれも r に関係なく一定値を示している。さらに、 r に対する応力集中係数の変化（実線）も小さく、形状比の応力集中に対する軽減効果はほとんどないと結論できる。

(2) 一様圧縮の場合

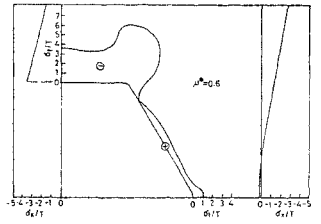
a) 孔の大きさに関する検討

純曲げの場合と同様に、 $\eta=0.025$ の正六角形孔について解析した結果を 図-16 に示す。この図から明らかのように、接合部の中立軸近傍における応力は、孔の大きさにかかわらずつねに小さく、特に孔が大きい場合には接合部全体の応力が純曲げをうけたときのように放物線状の分布を示すようになる。また、孔縁応力について見れば、傾斜辺および平行辺とも応力は一様に分布し、隅

角部においてかなりの応力集中が認められる。傾斜辺の応力は引張応力で、平行辺ならびに隅角部の応力は圧縮応力である。図-17 は、応力集中係数を平行辺中央における応力および傾斜辺の最大応力とともに、開孔率に対してプロットしたものである。図に見られるように、隅角部の応力集中（実線）は孔が小さいときでも大きく、このことは隅角部の応力が圧縮応力



(a) $\mu^*=0.3$



(b) $\mu^*=0.6$

図-16 応力分布、正六角形孔 ($\eta=0.025$), 一様圧縮の場合

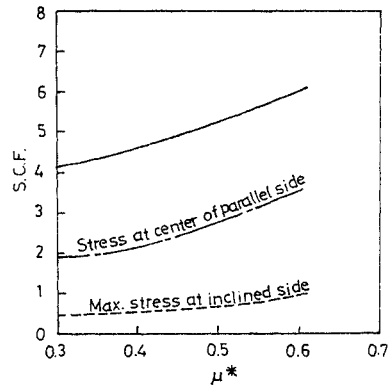


図-17 応力集中係数と開孔率との関係、一様圧縮の場合

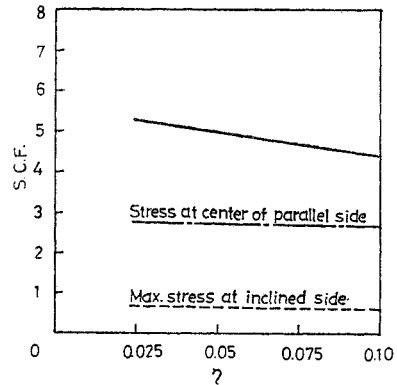


図-18 応力集中係数と隅半径比との関係、一様圧縮の場合

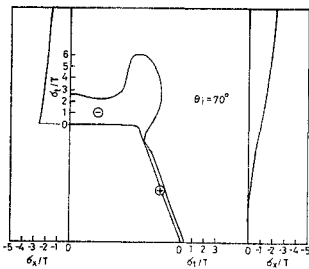
であることとあわせて局部座屈の点から注意しなければならないことである。き裂が発生の原因となる最大引張応力(破線)はつねに小さく、問題にならない大きさである。しかしながら、キャストレーテッド・ビームが引張りをうける場合には、逆に隅角部には大きな引張応力が生ずることになるので、キャストレーテッド・ビームを大きな引張力が作用する部材に用いることは避けるべきである。

b) 孔隅角部の丸味に関する検討

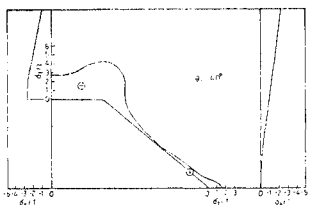
$\mu^*=0.5$ の正六角形孔について応力集中係数と隅半径比との関係を 図-18 に示す。図には平行辺中央の応力および傾斜辺の最大応力も付記されている。純曲げの場合と同様に、平行辺中央の応力(鎖線)および傾斜辺の最大応力(破線)は η が変化してもほとんど一定であるが、応力集中係数(実線)は η の増加に伴って減少しており、隅に丸味を付けることの有利さが示されている。

c) 孔の傾斜角に関する検討

平行辺の長さを正六角形孔の値 ($2l_1=2a \cdot \cot 60^\circ$) に固定し、 $\theta_i=40^\circ \sim 70^\circ$ と変化させたときの応力を計算して、傾斜角の影響を調べた。隅半径比および開孔率は、それぞれ $\eta=0.025$, $\mu^*=0.5$ である。応力分布は 図-19 に示すとおりで、孔中心断面および接合部の応力が θ_i の大きさと無関係にほとんど一定であるのに対して、孔縁応力の変化は大きく、特に隅角部において著しい。図-20 に応力集中係数と傾斜角との関係を、平行辺中央の応力および傾斜辺の最大応力とともに示す。応力集中係数(実線)は θ_i の増加につれて増大しており、純



(a) $\theta_i=70^\circ$



(b) $\theta_i=40^\circ$

図-19 応力分布, 六角形孔 ($l_1=a \cdot \cot 60^\circ$, $\eta=0.025$, $\mu^*=0.5$), 一様圧縮の場合

曲げの場合と同様に一様圧縮の場合にも孔の傾斜角はなるべく小さくすべきであると結論できる。

d) 孔の形状比に関する検討

形状比の影響を調べるために、傾斜角を $\theta_i=60^\circ$ に固定し隅半径比を $\eta=0.025$, 開孔率を $\mu^*=0.5$ として、応力を求めた。応力分布を図-21 に示す。応力は、孔縁をはじめいづれの部分に

おいても形状比の変化に関係なくほとんど一定であることがわかる。この傾向は、図-22 に示す応力集中係数

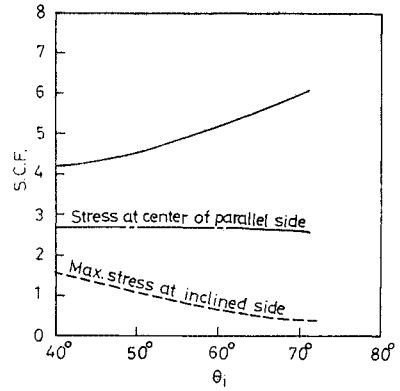
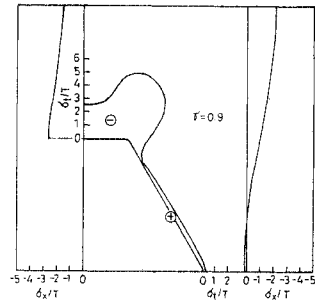
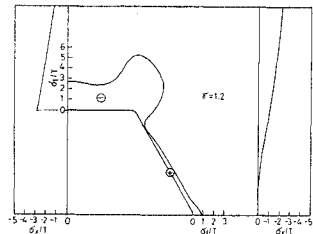


図-20 応力集中係数と傾斜角との関係, 一様圧縮の場合



(a) $\gamma=0.9$



(b) $\gamma=1.2$

図-21 応力分布, 六角形孔 ($\theta_i=60^\circ$, $\eta=0.025$, $\mu^*=0.5$), 一様圧縮の場合

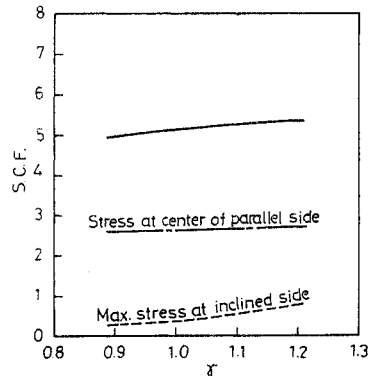


図-22 応力集中係数と形状比との関係, 一様圧縮の場合

と形状比との関係（実線）からも明らかである。したがって、純曲げの場合と同じく、形状比の変化は応力集中の軽減にほとんど関与しないといえる。

5. 理論解と実験値との比較

本章では、前章までの理論解の検証のために、Mandel ら^{24),25)} の行った純曲げ試験について、その結果と本法による弾性理論解とを比較するものである。実験には2種類のビームが用いられているが、フランジ厚や孔の高さなど中立軸の上半分と下半分とで異なった値もあるので、計算には表-2の平均値を用いた。開孔率は Beam A で 0.606, Beam B で 0.604 であり、1/2換算桁高はそれぞれ 20.31 in. および 20.62 in. である。また、孔隅角部の丸味は不明であるので、ここでは隅半径比を $\eta=0.025$ として計算を行った。

結果は図-23 および 図-24 に示すとおりで、実線が本法による弾性理論解、○印が実験値、破線がフィレンディール解である。

隣接構造単位との接合部(section 3-3)における応力に関して、本理論解は実験値とよく合致しており、特に傾斜角が60°に近い Beam B において両者の一致はきわめて良い。孔中心を通る断面

表-2 Mandel らのキャストレーテッド・ビームの平均断面寸法

Beam	H	t _w	w	t _f	a
A	12.375	0.354	7.406	0.501	7.500
B	12.704	0.348	7.531	0.480	7.672

all dimension are inches

Beam	μ_z	γ	θ_1
A	0.606	1.840	37°
B	0.604	1.971	62°

(section 4-4)における応力については、Beam B では理論解は実験結果と大きさおよび傾向ともに大体良く一致しているが、Beam A では実験結果がほぼ一様分布であるのに対して、理論解は直線的に変化しており、両者の間に少しく差異が認められる。しかし、全体的に見れば、弾性理論解と実験値とはかなり合っているといえ、本法の妥当性が証明されたといえる。なお、孔縁

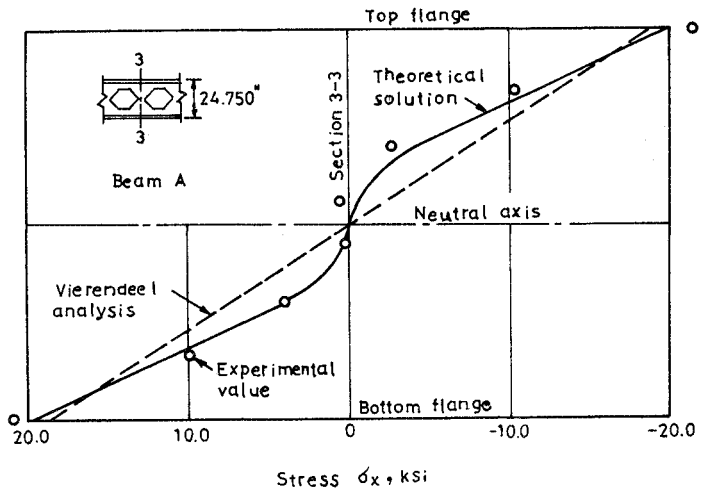
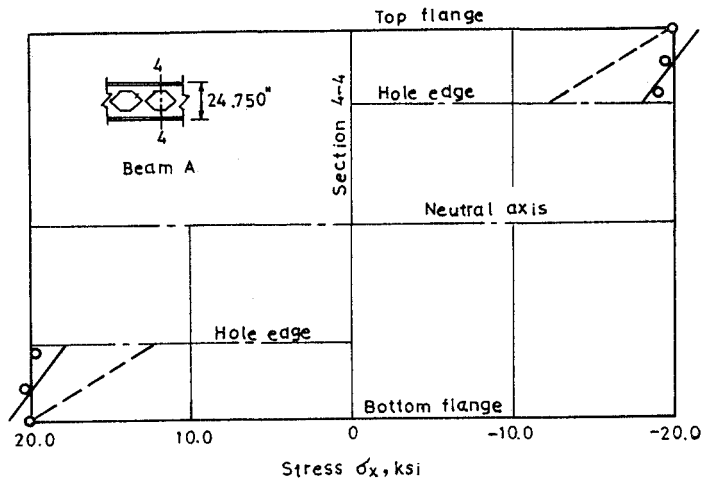


図-23 Beam A の応力分布, M=191.12 ft-kips

応力の比較はなされていないが、62) および 63) における検討結果を考慮すれば、キャストレーテッド・ビームにおいても、孔縁応力に関する理論解と実験値との一致が十分期待しうるものである。

フィレンディール解は、いずれのビームにおいても実験値との差異が大きい。特に、隣接構造単位との接合部(section 3-3)における応力については、実験では放物線状の分布がえられており、フィレンディール解で仮定される直線分布はまったく認められない。

6. 結 語

純曲げおよび一様圧縮をうけるキャストレーテッド・ビームについて、複素変数法と選点法とを併用した弾性理論に基づく応力を求め、主として孔形状の応力分布および応力集中におよぼす影響を定量的に明らかにするとともに、理論解と既報の実験結果とを比較して、解法の

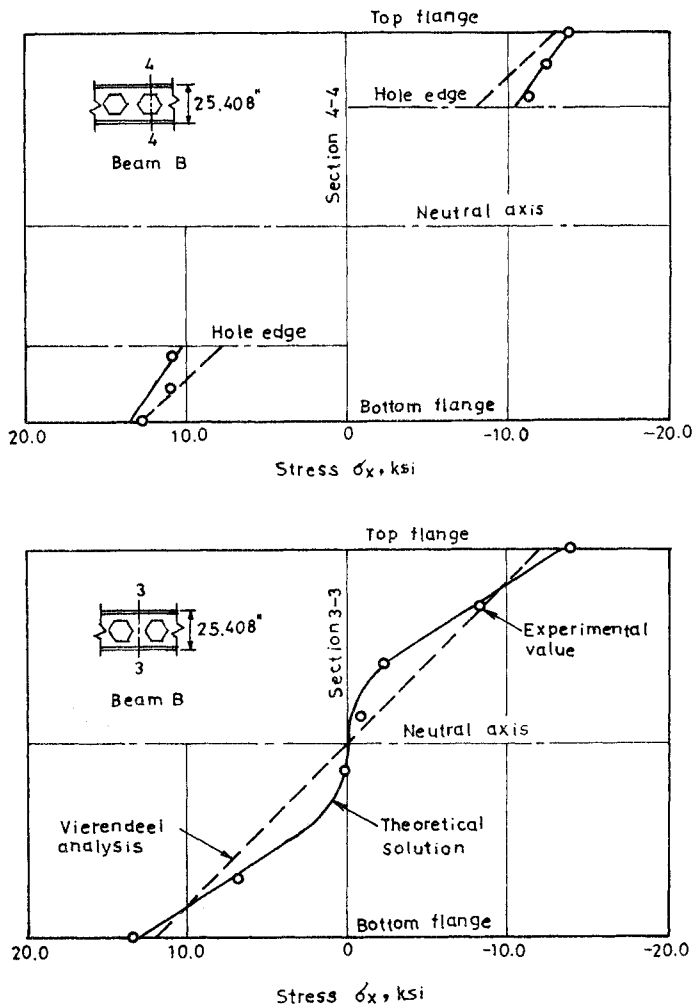


図-24 Beam B の応力分布, $M=125.83 \text{ ft-kips}$

妥当性を確かめた。えられた結果をまとめれば、次のようになる。

純曲げの場合

1) 孔の大きさについて：隣接構造単位との接合部における応力は放物線状に分布し、この傾向は孔が大きいくほど著しい。応力集中係数は孔の大きさとともにかなり増大する。平行辺中央における応力の増加傾向も応力集中係数のそれと同様であるが、傾斜辺の最大応力は孔が大きくなってもそれほど増加しない。

2) 孔隅角部の丸味について：応力集中係数は隅半径比の増加につれてほぼ直線的に減少し、隅の丸味が大きいほど応力集中は軽減される。しかし、丸味が大きい場合には、溶接部の両端に大きなノッチが形成されるので溶接には十分なる注意が払われなければならない。平行辺中央の応力および傾斜辺の最大応力は、いずれも隅半径比の変化と関係なくほとんど一定である。

3) 孔の傾斜角について：孔中心断面および隣接構造単位との接合部における応力は、大きさおよび分布とも傾斜角の変化に関係しない。孔縁応力については、平行辺中央における応力および傾斜辺の最大応力は傾斜角に関係なくほぼ一定であるが、応力集中係数は傾斜角の増加とともに増大し、傾斜角が小さいほど有利である。

4) 孔の形状比について：孔中心断面、隣接構造単位との接合部および孔縁における応力は、いずれも形状比に関係なく一定値を示し、形状比の応力集中に対する軽減効果はほとんど期待しえない。

したがって、キャストレーテッド・ビームを曲げの卓越する長大スパンのはりに用いる場合には、孔隅角部の丸味が大きく孔の傾斜角の小さなものを設計することが応力集中の観点から望ましいといえる。

一様圧縮の場合

この場合にも、孔の大きさ、隅角部の丸味、傾斜角および形状比について、純曲げの場合と同じことがいえる。孔隅角部の応力集中は孔が小さいときでも著しいが、一様圧縮の場合の応力集中は圧縮側であり、き裂発生の原因となる最大引張応力はつねに小さく問題とならない大きさである。したがって、孔隅角部周辺の局部座屈にさえ注意すれば、キャストレーテッド・ビームを柱に用いて差支えないことになる。

しかしながら、キャストレーテッド・ビームが引張りを受ける場合には、逆に隅角部には大きな引張応力が生ずることになるので、キャストレーテッド・ビームを大きな引張力が作用する部材、たとえばランガー桁橋の吊材などに用いることは避けるべきである。

謝 辞 本研究を行うにあたり元九州大学教授 山崎徳也博士には終始変わらぬご指導、ご激励を賜わり、名古屋大学教授 成岡昌夫博士には論文の紹介と温かい鼓舞のお言葉を賜った。ここに記して謝意を表する次第である。

また、貴重な論文を送付していただいた South Dakota State University の Shoukry, Z. 教授, A/S Norda の Iversen, P.A. 博士, University of Waterloo の Sherbourne, A.N. 教授, McGill University の

Redwood, R.G. 助教授, University of Saskatchewan の Hosain, M.U. 教授ならびに, 貴重な資料を提供していただいた New York State Department of Transportation, Mississippi Valley Structural Steel Company, (株) 新日本製鉄に厚く御礼申し上げたい。

参考文献

- 1) Castellated Construction, The Engineer (London), Vol. 188, p. 352, Sept. 23, 1949.
- 2) Castellated System for Structural Steelwork, Engineering (London), Vol. 168, p. 391, Oct. 14, 1949.
- 3) Clark, J.G., Editor: Welded Highway Bridge Design, The James F. Lincoln Arc Welding Foundation, pp. 50~51, pp. 78~80, pp. 186~189, 1952.
- 4) New Zealand Marks New Zealand Bridges, Eng. News-Rec., Vol. 157, p. 52, Sept., 1956.
- 5) Altfilisch, M.D., B.R. Cooke, and A.A. Toprac: An Investigation of Welded Open-Web Expanded Beams, Weld. J., Vol. 22, pp. 77 s~88 s, Feb., 1957.
- 6) Johnson, H.I. and C.T. Dooley: Open-Web Beams for a Seattle Office Building, Civ. Eng., Vol. 30, No. 3, pp. 168~171, Mar., 1960.
- 7) An Example of the Use of Castella Beams in Structural Steelwork, Acier Stahl Steel, 26th Year, No. 7~8, pp. 317~318, July-Aug., 1961.
- 8) 鉄骨橋梁協会・日本橋梁建設協会: 鉄骨橋梁年鑑, p. 413, p. 425, 1968; p. 316, 1969; p. 331, p. 335, p. 344, 1970.
- 9) Litzka, H.: Production of Castellated Beams in All Types and Sizes by Automation, Acier Stahl Steel, 25th Year, No. 11, pp. 483~487, Nov., 1960.
- 10) Neuzeitliche Nutzfahrzeugmontage bei Saurer, Schweiz. Bauztg., 90 Jg., Nr. 43, s. 1095~1098, Okt., 1972.
- 11) 鉄骨橋梁協会・日本橋梁建設協会: 鉄骨橋梁年鑑, p. 360, 1969; p. 388, 1970.
- 12) 鉄骨橋梁協会・日本橋梁建設協会: 鉄骨橋梁年鑑, p. 438, 1968; p. 315, p. 317, 1969; p. 369, 1970.
- 13) 武藤 清監修・久保敏彦編: 超高層建築 2 構造編, 鹿島研究所出版会, pp. 154~163, 1971.
- 14) 日本鋼構造協会: H形鋼デザインマニュアル, 1970.
- 15) 新日鉄: ハニカムビーム断面性能表, 1971-9.
- 16) Faltus, F.: Calculation of Castellated Girders, Acier Stahl Steel, 31st Year, No. 5, pp. 227~230, May, 1966.
- 17) Mississippi Valley Structural Steel Company: The Design Guide for Castellated Beams, (brochure).
- 18) 高田周三・浅野庄一・笹倉 徹: H形鋼・新しいビル構造, アグネ, pp. 63~74, 1968.
- 19) Gibson, J.E. and W.M. Jenkins: An Investigation of the Stresses and Deflections in Castellated Beams, Str. Eng., Vol. 35, No. 12, pp. 467~479, Dec. 1957.
- 20) Kolosowski, J.: Stresses and Deflections in Castellated Beams, Str. Eng., Vol. 42, No. 1, pp. 19~24, Jan., 1964.
- 21) Gardner, N.J.: An Investigation into the Deflection Behavior of Castellated Beams, Trans. Eng. Inst. Canada, Vol. 9, No. A-7, pp. 1~8, Sept., 1966.
- 22) Shoukry, Z.: Elastic Flexural Stress Distribution in and Buckling Characteristics of the Webs of Castellated Steel Beams, Doctor of Philosophy Thesis, Univ. of Missouri, Columbia, 1964.
- 23) Shoukry, Z.: Elastic Flexural Stress Distribution in Webs of Castellated Steel Beams, Weld. J., Vol. 44, No. 5, pp. 231s~240s, May, 1965.
- 24) Brennan, P.J., J.A. Mandel, C.M. Antoni, and B.A. Wasil: Analytical and Experimental Studies of Castellated Beams, Research Report to New York State Department of Transportation, Dept. of Civil Eng., Syracuse Univ., May, 1969.
- 25) Mandel, J.A., P.J. Brennan, B.A. Wasil and C.M. Antoni: Stress Distribution in Castellated Beams, J. Str. Div., ASCE, Vol. 97, No. ST 7, pp. 1947~1967, July, 1971.
- 26) Manickam, A.: discussion of "Experimental Stresses in Wide-Flange Beams with Holes", by J.E. Bower, J. Str. Div., ASCE, Vol. 93, No. ST 2, p. 523, Apr., 1967.
- 27) Humphrey, A.T. and V.K. Sunley: A Finite Element Analysis of an Expanded I-Section Beam and an Axi-Symmetric Flanged Cylinder, Recent Advances in Stress Analysis, Joint British Committee for Stress Analysis Conference, Session 3, pp. 3.14~3.23, Mar., 1968.
- 28) 武藤 清・氏家 浩・増田 潔: ハニカムビームの応力と剛性—Finite Element Method による—, 日本建築学会関東支部第 39 回学術研究発表会梗概集, pp. 355~358, 1968.
- 29) Iversen, P.A.: Triangular Element with 12 Degrees of Freedom, Meddelse SKB II/M 10, Dept. of Ship Structure, The Technical University of Norway, 1968 (in Norwegian).
- 30) Iversen, P.A.: Some Aspects of the Finite Element Method in Two-Dimensional Problems, Chapter 3, "Finite Element Methods in Stress Analysis" edited by I. Holand and K. Bell, Tapir, Trondheim, Norway, 1969.
- 31) Cheng, W.K., M.U. Hosain, and V.V. Neis: Analysis of Castellated Steel Beams by the Finite Element Method, conference proceedings volume, McGill-E.I.C. Conference on "The Finite Element Method in Civil Engineering," Montreal, Canada, pp. 1105~1140, June, 1972.
- 32) 鷲尾健三: ハニカムビームの力学的性質に関する実験研究, 1965-2.
- 33) 松村昭吾・大木克孝: カステラビーム試験報告, 日本建築学会九州支部研究報告, 第 14 号, pp. 23~27, 1965-2.
- 34) 八幡製鉄建材開発部: キャステラ・ビーム技術資料, 1965.
- 35) 大森信次・遠山幸三・佐々木哲也・箱山好徳: KM ビル H形鋼(案)柱はり接合部における有孔梁の実大実験, 日本建築学会関東支部第 36 回学術研究発表会梗概集, pp. 133~136, 1965-6.
- 36) 棚橋 諒・金多 潔・安藤亮一: 有孔ばりの応力集中度について, 日本建築学会近畿支部研究報告集, pp. 65~68, 1965-5.
- 37) 大森信次・遠山幸三・高橋敏夫: 有孔梁に関する研究(その 1), 日本建築学会昭和 41 年度大会学術講演要旨集, p. 224, 1966-10.
- 38) 村上 正・斎藤利一郎・平野喜三郎: カステレーテッドビームの実験的研究—主として高さの変化について—, 土木学会第 22 回年次学術講演会講演集, I-99, 1967-5.
- 39) 村上 正・斎藤利一郎・平野喜三郎・藤田寛孝: 八角孔を有するカステレーテッド・ビームの実験的研究, 昭和

- 42 年度土木学会西部支部研究発表会論文集, I-2, 1968-2.
- 40) 村上 正・斎藤利一郎・平野喜三郎: 台形孔を有するキャストレーテッド・ビームの実験的研究, 同上, I-3.
- 41) 村上 正・斎藤利一郎・藤田寛孝・平野喜三郎: カステレーテッド・ビームの実験的研究—高さの変化と孔の間隔について—, 九大工学集報, 第 41 巻第 6 号, pp. 905~914, 1968-12.
- 42) 安宅 勝・赤尾親助・佐々木孝: Castellated Beam 使用合成桁の実験(中間報告), 土木学会第 20 回年次学術講演会講演集, I-80, 1965-5.
- 43) 若林研究室: ハニカムビームを用いた鉄骨鉄筋コンクリートばりに関する実験的研究, 1966-10.
- 44) 木村敏三ほか: 世界貿易センタービルの鉄骨フレーム実大実験, 鹿島建設技術研究所年報, 第 18 号, pp. 293~307, 1969.
- 45) Sherbourne, A.N.: The Plastic Behaviour of Castellated Beams, Proc. 2nd Commonwealth Welding Conference, Inst. of Welding, London, pp. C 2.1~C 2.5, 1965.
- 46) Halleux, P.: Limit Analysis of Castellated Steel Beams, Acier Stahl Steel, 32nd Year, No. 3, pp. 133~144, Mar., 1967.
- 47) Redwood, R.G.: Ultimate Strength Design of Beams with Multiple Openings, Paper Presented at the ASCE Annual Meeting and National Meeting on Structural Engineering, Pittsburgh, Pa., Sept., 1968.
- 48) Hope, B.B. and M.A. Sheikh: The Design of Castellated Beams, Trans. Eng. Inst. Canada, Vol. 12, No. A-8, pp. I~IX, Sept., 1969.
- 49) Amstutz, E.: Berechnung von Wabenträgern nach der Plastizitätstheorie, Schweiz. Bauztg., 88 Jg., Heft 9, s. 167~173, Feb., 1970.
- 50) Hosain, M.U. and W.G. Speirs: Failure of Castellated Beams due to Rupture of Welded Joints, Acier Stahl Steel, 36th Year, No. 1, pp. 34~40, Jan., 1971.
- 51) Hosain, M.U. and W.G. Speirs: Experiments on Castellated Steel Beams, Structural Engineering Report, No. 5, Dept. of Civil Eng., Univ. of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, Nov., 1971.
- 52) Sherbourne, A.N. and J.U. Oostrom: Plastic Analysis of Castellated Beams I, Computers & Structures, Vol. 2, No. 1/2, pp. 79~109, Feb., 1972.
- 53) Sherbourne, A.N. and J.U. Oostrom: Plastic Analysis of Castellated Beams II, *ibid.*, pp. 111~140.
- 54) 後藤恵之輔: 孔をもつ有限板の二次元弾性問題の一解法, 土木学会論文報告集, 第 234 号, pp. 11~22, 1975-2.
- 55) Gotoh, K.: Stress Concentration in an Infinite Strip with a Row of Circular Holes, Theor. Appl. Mech., Vol. 22, pp. 187~197, 1972.
- 56) 鹿島建設技術研究所: 拡張比の相違によるハニカム形有孔梁に関する実験的研究, 1965-12.
- 57) Galambos, A.R., M.M. Hrabok, and M.U. Hosain: Optimum Expansion Ratios of Castellated Steel Beams, Structural Engineering Report, No. 6, Dept. of Civil Eng., Univ. of Saskatchewan, Saskatoon, Canada, Aug., 1972.
- 58) Mississippi Valley Structural Steel Company: it's not necessary to have a hole in your steel to be creative...but it helps, (brochure).
- 59) Kates, L.: Die Cutting Cuts Cost of Open-Web Beams, Civ. Eng., Vol. 34, No. 7, pp. 40~42, July, 1964.
- 60) Gotoh, K.: A Numerical Method for Determining the Mapping Functions for Some Simply-Connected Regions, Theor. Appl. Mech., Vol. 21, pp. 355~363, 1971.
- 61) 前出 54), 式 (18) および式 (26).
- 62) 後藤恵之輔: 有孔H形部材の応力集中係数の近似計算, 九大工学集報, 第 46 巻第 5 号, pp. 597~604, 1973-10.
- 63) 後藤恵之輔: 有孔H形ばりの応力解析, 第 23 回応用力学連合講演会講演論文抄録集, E 9, 1973-10.

(1974. 5. 20・受付)