土木学会論文報告集
第 239 号・1975 年 7 月

広域的・多角的な水配分問題に関するシステム分析

A SYSTEM ANALYSIS FOR WATER DISTRIBUTION PROBLEM— COMBINED SYSTEM OF EXTENSIVE DEVELOPMENT OF WATER RESOURCES AND WATER REUSE

吉川和広*・岡田憲夫**
By Kazuhiro YOSHIKAWA and Norio OKADA

1. 緒言

近年わが国では経済成長や生活水準の向上，人口の大都市部への集中など種々の社会的・経済的条件を反映して水需要が年々急激に増大している[6),7),12)~15)]。ところが多くの河川の利用可能率がすでに限界に近くなっているばかりでなく，河川の汚濁に伴う取水源の水質の悪化さらには地盤沈下防止対策上の地下水の取水制限等々の悪条件が重なって，水供給に関する種々の自然的・社会的条件はきわめて厳しくなってきている。このような状況下では近い将来大都市部において深刻な水不足が生じることは明白であると考えられる。このため早急に解決のための方策を検討し実施していくことが望まれる。このような水問題の解決策の1つとして広域的にダム・導水路の建設を行い，広域的な地域全体で新たに発生する水需要をまかなおうとする方式がある[6),7)]。この方式をかりに広域的なダム建設(開発)方式とよぶことにする。このような方式は水系間導水を前提としているので，現実に実施していくためには法制上，技術上，あるいは自然環境の保全上，種々の困難な問題を内包している。しかし各水系ごとの水源開発だけでは物理的に流域内の供給量が不足するような場合には，水配分の1つの有力な方法として検討する価値がある。たとえば兵庫県のように県域内において日本海側と瀬戸内側とが中国山系によって分断され，しかも自然・社会・経済条件の異なる地域が存在する場合には，特に重要な解決策の1つである。このような観点から筆者らは，広域的なダム建設方式のうち特にダム群と導水路の建設問題に焦点をあてて，これを数学モデルとして定式化するとともに，実際に兵庫県の水配分問題に適用して実証的な分析を行っている[1)]。その結果，広域的なダム建設方式が問題解決の1つの有力な方法であることを詳述するとともに，ディコンポジションの原理[1),2)]を適用してダム群の建設問題と導水路の建設問題の総合調整問題を数学的に記述し，具体的な考察を行っている。そしてそこで設定された条件下では，ダム群の建設問題をあらかじめ検討した上で，その結果に応じて導水路の建設問題を取り扱っても経済的な視点からみたかぎりではさしつかえがないことを実証している。

ところが，新規需要量のすべてを水源開発方式で充当しなければならない必然性はない。すなわち新規需要のうち特に工業用水需要に関しては，その一部は工場内で回収利用すれば十分まかなえるし，事実多くの工場で実施されている。さらに一部の需要に関しては下水処理水を再処理（三次処理）した用水を用いることで十分に使用に耐える場合もある。この方式（三次処理方式）は実際に東京都の三河島や他の若干の地域で実施されており，事実かなりの成果を示しているが，まだ技術的に未発達な点もあり，実施されているケースはそれほど多くなく規模も小さい。この理由としては，

① 三次処理方式をとり入れて経済的に採算がとれるようにするためには，新たにこのための大規模な配水管網の敷設が必要になってくる。

② そのための配水管網として，工業用水道の配水管網を併用する方式が考えられる。この場合処理水の水質を良好にする必要があるが，これは若干の技術的な問題を除けば現在でも高級処理方式をとれば可能であると考えられる。しかしこの方式によると処理費用は現在の工業用水道の価格に比べて割高となる。

③ 上記の場合に低級処理方式を採用すれば費用的に廉価であるが，処理水の水質は一般的に悪く不安定である。したがって工業用水道と混合した場合にはすべての用途に供給することができず，供給可能な範囲を制限することが必要になる。

④ ② で述べた若干の技術的な問題のうち特に重要な

* 正会員　工博　京都大学教授　工学部土木工学科
** 正会員　工修　京都大学助手　工学部土木工学科

点は現段階において重金属は高度の三次処理を行っても除去することができないということである。したがって三次処理水の再利用を行う場合には，あらかじめ三次処理の対象となる排水にこれらの重金属の含まれた排水が混入しないような方式をとることが必要になる。

以上の問題点は三次処理方式を実際に採用する上で大きな障害になるとは考えられない。むしろこの方式は回収水の利用に比べて利用範囲が広く大規模な三次処理施設を建設することにより安価でかつ十分使用可能な水質の処理水を大量に供給できることになると考えられる。その結果必要な新規開発水量を大幅に減らすことが可能である。また大規模な水源開発は場合によってはきわめて割高になるとも考えられ，このようなときには必要な新規開発量の一部を三次処理水の再利用水で代替することが経済的にも妥当になり得ると予想される。

以上のような観点から三次処理方式も将来の水問題の解決のための有力かつ実現性の高い方式であるといえる。そこで本研究では広域的なダム建設方式のほかに三次処理施設の建設方式をも導入することにより，水配分の方法を検討することにした。そして考察すべき問題がいくつかの前提条件の下に数学モデルとしてシミュレートされることを示すとともに，実際に兵庫県の水配分問題に適用して実証的な分析を試みるものである。なおモデル化にあたっては特に次のような点に注意を払っている。すなわち，三次処理方式が地域で不足している用水をできるだけその域内で確保しようとする立場であるのに対し，広域的なダム建設方式は，不足している用水を域内をこえた広域的な範囲でまかなおうとしている点で両者の立場は異なることがわかる。したがってこのような2つの異なった方式をどのような形で調整すればよいかという問題を考えることは大変意味のあることだと考えられる。そこで本モデルの作成にあたってはこれらの点が反映されるような構造を組み込むとともに，解を求める上でそれをどのように具体的に検討していけばよいかということを明らかにすることにする。

なお水問題の解決のためには既述の解決手段のほかにいくつかの可能性が考えられる。その主なものは，① 海水の淡水化，② 水使用における節水，③ 水道施設の漏水の防止，④ 農業用水等既得水利権の一部の都市用水への転換などがあげられる。しかしながらこれらの方法は，技術的・経済的な問題に未解決な点が多く，一部の地域や特殊なケースを除いて実現性に乏しいのが実情である。もっともこれらの方法も将来重要な解決手段となり得ると考えられるが，そのためには水使用形態の変更や水利用における価値観の転換が要求される。このほかに都市の規模そのものを制限したり，都市活動を抑制することにより水需要を直接低下せしめる方法が，特に環境保全を重要視する立場から主張されている。しかしその場合，単に水問題のみならず都市の機能や都市活動全体に与える直接・間接の影響ははかり知れないので，これらの様々な問題を勘案した上で総合的な見地から慎重に検討する必要がある。したがって都市の規模そのものを制限したり，都市活動を抑制するという方法は，将来あるいは可能性があるかもしれないが，ただちに現実的な政策に反映させることは困難である。

本研究はあくまで水配分問題という枠組の中で，しかも特に関連施設の建設問題に焦点をあてて，基礎的ではあるが多角的な分析・考察を行うことを目的としている関係上，水問題の解決の方法として広域的なダム建設方式と三次処理施設建設方式のみをとりあげて分析することにする。

2. 水配分問題の定式化と解法

(1) モデル化の前提条件

まずモデルに組み込むべき構造を次のように考える。すなわち，① 広域的なダム・導水路の建設規模・位置の選定問題を表わす部分，② 需要地における上水道・工業用水道・三次処理施設の建設規模・位置の選定問題を表わす部分の2つの機能がまずモデルに組み込まれなければならないと考える。同時に ①,② の選定問題を総合調整して対象地域全体の水需要量を充当するための方法を検討する問題が必要になる。この総合調整にあたっては，①, ② で選定されるダム・導水路ならびに三次処理施設の規模・位置を調整して全体として水需給の収支条件を物理的に満足するようにするとともに，ある評価基準を最適にする建設方法を検討することが必要になる。ここでは問題を主として経済的な面から評価することとし，評価基準として対象地域全体の関連施設の建設費用の総和をとり，これを最小にするような建設方法を“最適な建設方法”とみなすことにする。

さらにモデル化のための仮定条件について略述する。

ⓐ 対象地域全体としては複数水系の流域全体を想定する。

ⓑ ダムの建設候補地は各水系ごとに1ヵ所以上選定されていると考える。

ⓒ 必要ならば水系間に導水路を建設して1水系から他水系への分水を認める。

ⓓ 三次処理場の建設候補地は，各水系の下流域ごとに選び，施設の建設は1ヵ所に集中的に行われるものとする。

ⓔ 三次処理では一応高級処理方法によるとし，そのため処理水の水質はおおむね工業用水道の水質に匹適す

るとみなす。

ⓕ 水配分の対象となる全需要量のうち，考察の対象となる期間内に発生した需要量のみをまかなうために施設建設問題を考えることとし，それ以前にすでに発生している分については，既設の施設（ダム，工業用水道，上水道の各施設）を使って供給を行うものとする。なおこの場合施設の能力は現在ですでに限界に達していると考えている。

ⓖ 個々の施設（ダムの場合には，各水系に選定されたいくつかの候補地のうちの1つに建設されるダムをいう。また三次処理施設の場合は，各水系の下流域ごとにまとめて1か所に建設される処理施設のことをいう。）と関連費用（建設費ならびに維持管理費）との間に線形性が成立すると仮定している。この仮定については実際のデータを検討の結果，その妥当性が保証されているが[1]，これについては後のケーススタディにおいて言及する。

以上が主要な仮定であるが，その他の細かい仮定については，以下に述べるモデルの定式化の際に必要に応じて言及することとし，次にモデルの定式化について説明する。

(2) モデルの定式化

まず定式化に用いる記号を次のように定める。

x_{ij}：ダムの建設規模を表わす変数（i は水系を表わし，j はその水系におけるダム群のうちの1つを表わす整数で，下流域から数えたダムの順番に対応している）。

c_{ij}：i 水系，j 番目のダムの建設規模の上限。

D_i^M：i 水系の下流域全体における上水道に対する需要量。

D_i^I：同工業用水道に対する需要量。

y_{ik}：i 水系から k 水系への導水施設規模を表わす変数（ただし，当該施設は i 水系と互いに隣りあった水系のみに布設される）。

S_i^M：i 水系流域の上水道施設の建設規模を表わす変数。

S_i^I：同工業用水道の規模を表わす変数。

S_i^M：i 同三次処理施設の建設規模を表わす変数。

m：水系の数を表わす。

n_i：i 水系におけるダムの建設候補地の数。

以上のように記号を定めた上で，モデルの定式化を行う。

ダムの建設規模の制約条件：

$$x_{ij} \leqq c_{ij} \ (i=1, 2, \cdots, m;\ j=1, 2, \cdots, n_i) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(1)$$

各水系における上水・工業用水の需給のバランス条件：

$$\left.\begin{array}{l} S_i^M \geqq D_i^M \\ S_i^I + S_i^R \geqq D_i^M \\ S_i^I \geqq S_i^{I_0} \ (i=1, 2, \cdots, m) \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

$S_i^{I_0}$：既設の工業用水道の規模

各水系でのダムの開発水量ならびに三次処理による再利用水と需要地における使用量とのバランス条件

$$\sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} + \sum_{k \in G_i} (y_{ki} - y_{ik}) - S_i^M - S_i^I \geqq 0$$
$$(i=1, 2, \cdots, m) \cdots\cdots\cdots(3)$$

ただし，G_i は i 水系に隣接する水系を表わすインデックスの集合であり，したがって第2項はそのような k についての和をとることを意味している。そして，y_{ki}，y_{ik} はいずれも水系 i, k 間に敷設する導水施設の規模（これは導水量に等しいとする）を表わす変数であるが，前者は水系 i に流入する導水量を，後者はこの水系から流出する導水量を示している。

目的関数：

すでにモデル化の前提条件で言及したように，評価基準としては，関連施設の総費用（建設費ならびに維持管理費）をとり，これを最小にすることを目的とする。なおこの際建設費については，1年あたりの償還額（毎年均等償還）で，また維持管理費は1年単位の経費で考えることにする。その理由をあげると，

① 各施設の建設費と規模との間には線形性が成立するものと仮定している。

② 各施設は対象期間（考察の対象となる期間）の期末までに発生する需要量を満たすことのできるような施設を期首に一度に建設してしまうと考えている。したがって対象期間内の各時点での施設の段階的な拡張方法は考慮していないため，実質的には各施設の建設費の1年あたりの償還額と維持管理費のみを考えても最小化をはかる場合には同じことになる。よって目的関数は次のように書き表わすことができる。

$$z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} a_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{k \in G_i} b_{ik} y_{ik} + \sum_{i=1}^{m} \sum_{k \in G_i} b_{ki} y_{ki}$$
$$+ \sum_{i=1}^{m} c_i S_i^M + \sum_{i=1}^{m} d_i S_i^I + \sum_{i=1}^{m} e_i S_i^R \rightarrow \mathrm{Min.}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(4)$$

ここに，

a_{ij}：i 水系，j 番目のダムに関する費用（すなわち建設費の1年あたりの償還額と1年あたりの維持管理費のこと。以下簡単に費用（あるいは施設費用）と略記する）。

b_{ik}：i 水系と k 水系の間に布設される導水施設のうち i 水系の方から分水を行うのに用いられる施設（以下 i-k 間（分水）導水路と略記する）に関する費用。

b_{ki}：i 水系と k 水系の間に布設される導水施設の

うち k 水系の方から分水を行うのに用いられる施設（以下 k-i 間（分水）導水路と略記する）に関する費用。

c_i：i 水系における上水道に関する費用。

d_i：i 水系における工業用水道に関する費用。

e_i：三次処理施設に関する費用。

以上でモデルの定式化が完了する。

（3） ディコンポジション原理の適用による総合調整過程の数学的記述

上記のように定式化された問題は線形計画問題（以下 LP と略記）に相当しているので，これを改定シンプレックス法によって解くことにする。しかし，本研究では LP による解法のほかに Dantzig・Wolfe によって開発されたディコンポジションの原理[1)~3)]を適用した解法も行っている。それは以下の理由による。すなわちいまモデルに組み込んだ構造の特性に着目して，これにディコンポジション原理を適用するならば，単に LP を解いて得られる最適解（これをディコンポジション原理との関連で用いるときは，“全体的な最適解”または“最終的な最適解”とよぶことにする）ばかりでなく，この最適解を構成するに至るまでの解を構成する要素同士の調整過程を数学的に解析することができる。ここに解を構成する要素とは，解のうちダム・導水施設ならびに上水道・工業用水道・三次処理施設の変数のとる値のことを意味している。以下このことを順を追って具体的に説明することにする。

先に定式化された条件のうち，式（1）はダムの開発規模を表わす変数の満たすべき条件を示しているのに対し，式(2)は需要地における各供給施設（上水道・工業用水道・三次処理施設）の建設規模を表わす変数が充足すべき条件を示していると考えられる。一方式(3)は，式（1），（2）を満たすそれぞれの変数を全体として関連づけるものであり，これらの変数が全体として同時に満たされなければならない条件を表現していると考えられる。また式（4）の目的関数を構成する項のうち，第1項はダムの規模を表わす変数の値のみを評価する項であり，同様に第4項以下は需要地における各供給施設の建設規模を表わす変数の値を評価する項であるが，これらの各項の総和を考えることにより，全体としてこれらの変数のとるべき値に制限を加えているとみなすことができる。そこでいま式（1）のみを満たす解集合を“ダム建設問題の代替案”とし，式（2）のみを満足する解集合を“需要地における三次処理施設の建設問題の代替案”であると定義することにする。なお後者の場合正確には“需要地における各施設の建設問題の代替案”とよぶべきであるが，上水道施設と工業用水道施設の規模はダムならびに三次処理施設の規模が決まれば自動的に求まるので“三次処理施設”という言葉で代表することにする。以下ディコンポジションの原理を適用して具体的な解法について説明を行う。この点については拙論[1)]に詳しく紹介してあるが，説明の都合上ここでもう一度簡単に言及することにする。

式（1）あるいは式（2）を満たす解集合は凸の有界閉集合を構成しているが，これらの解集合の任意の実行可能解は，凸集合の端点の1次結合によって表わされる。すなわち，これらの端点を $\{x_{ij}^{(p)}\}$，$\{S_1^{M(q)}, \cdots, S_m^{M(q)}, S_1^{I(q)}, \cdots, S_m^{I(q)}, S_1^{R(q)}, \cdots, S_m^{R(q)}\}$ と表記し，端点の数をそれぞれ P, Q 個とするならば，任意の“全体的な実行可能解”を構成する変数 x_{ij} および S_i^M, S_i^I, S_i^R $(i=1, 2, \cdots, m)$ は次のように書き表わすことができる。

$$x_{ij}=\sum_{p=1}^{P}\lambda^{(p)}x_{ij}^{(p)} \quad (i=1, 2, \cdots, m;\ j=1, 2, \cdots, n_i) \cdots\cdots (5)$$

$$\sum_{q=1}^{P}\lambda^{(p)}=1 \cdots\cdots (6)$$

$$\boldsymbol{S}_i=\sum_{q=1}^{Q}\mu^{(q)}\boldsymbol{S}_i^{(q)} \quad (i=1, 2, \cdots, m) \cdots\cdots (7)$$

$$\sum_{q=1}^{Q}\mu^{(q)}=1 \cdots\cdots (8)$$

ここに，

$$\boldsymbol{S}_i=(S_i^M, S_i^I, S_i^R)$$

$$\boldsymbol{S}_i^{(q)}=(S_i^{M(q)}, S_i^{I(q)}, S_i^{R(q)})$$

である。

式（5），（7）を式（3），（4）に代入することにより次式を得る。

$$\sum_{p=1}^{P}\Big(\sum_{j=1}^{m_i}x_{ij}^{(p)}\Big)\lambda^{(p)}+\sum_{k\epsilon G_i}(y_{ki}-y_{ik}) + \sum_{q=1}^{Q}(S_i^{M(q)}+S_i^{I(q)})\mu^{(q)} \geqq 0 \quad (i=1, 2, \cdots, m) \cdots\cdots (9)$$

$$z=\sum_{p=1}^{P}\Big(\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}a_{ij}x_{ij}^{(p)}\Big)\lambda^{(p)} + \sum_{q=1}^{Q}\Big\{\sum_{i=1}^{m}(c_iS_i^{M(q)}+d_iS_i^{I(q)}+e_iS_i^{R(q)}\Big\} \cdot\mu^{(q)} \rightarrow \mathrm{Min.} \cdots\cdots (10)$$

いま，

$$z_1^{(p)}=\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}a_{ij}x_{ij}^{(p)} \cdots\cdots (11)$$

$$z_2^{(q)}=\sum_{i=1}^{m}(c_iS_i^{M(q)}+d_iS_i^{I(q)}+e_iS_i^{R(q)}) \cdots (12)$$

$$\xi_i^{(p)}=\sum_{j=1}^{n_i}x_{ij}^{(p)} \quad (i=1, 2, \cdots, m) \cdots\cdots (13)$$

$$\sigma_i^{(q)}=S_i^{M(q)}+S_i^{I(q)} \quad (i=1, 2, \cdots, m) \cdots\cdots (14)$$

とおくと，式(9)，(10) はそれぞれ次のようになる。

$$\sum_{p=1}^{P} \xi_i^{(p)}\lambda^{(p)} + \sum_{q=1}^{Q} \sigma_i^{(q)}\mu^{(q)} + \sum_{k \in G_i}(y_{ki} - y_{ik}) \geqq 0$$

$$(i=1, 2, \cdots, m) \cdots\cdots\cdots (15)$$

$$z = \sum_{p=1}^{P} z_1^{(p)}\lambda^{(p)} + \sum_{q=1}^{Q} z_2^{(q)}\mu^{(q)} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{k \in G_i} b_{ik}y_{ik}$$

$$+ \sum_{i=1}^{m}\sum_{k \in G_i} b_{ki}y_{ki} \to \text{Min.} \cdots\cdots\cdots (16)$$

さらに $\lambda^{(p)}$, $\mu^{(q)}$ $(p=1, 2, \cdots, P;\ q=1, 2, \cdots, Q)$ は式（6），（7）を満たさなければならない。

$$\sum_{p=1}^{P} \lambda^{(p)} = 1 \cdots\cdots\cdots (6)$$

$$\sum_{q=1}^{Q} \mu^{(q)} = 1 \cdots\cdots\cdots (7)$$

上で定式化された問題すなわち式(15)，(6)，(7)および式(16)で表わされた問題は，$\lambda^{(p)}$, $\mu^{(q)}$ $(p=1, 2, \cdots, Q;\ q=1, 2, \cdots, Q)$ を未知変数としてこの値を決定する線形計画問題に相等している。（何らかの形であらかじめ $\xi_i^{(p)}$, $\sigma_i^{(q)}$ $(p=1, 2, \cdots, P;\ q=1, 2, \cdots, Q)$ の値を与件としこれをパラメーターと考えている。）そして $\xi_i^{(p)}$, $\sigma_i^{(q)}$ はとりもなおさずそれぞれ式（1），（2）を満たす解集合に属する解，すなわち“ダム建設問題の1代替案”ならびに“需要地における三次処理施設建設問題の1代替案”を表わしていることを考慮に入れるならば，上述の問題は次のように解釈することができる。すなわちあらかじめ P, Q 個の代替案が選択されているとき，この問題はこれらの各代替案に重みづけをして1つの全体的な代替案を構成する方法を検討する問題として解釈することができる。以下この問題のことを主問題あるいは問題［I］とよぶことにする。ところがこのようにして得られた全体的な代替案は“全体的な実行可能解”（これは式（1），（2）のみならず式（3）をも同時に満たしている解のことをさしていう）であっても必ずしも全体的な最適解ではない。このように考えるとさらに次のような点について明らかにされなければならない。

① どのようにしてあらかじめいくつかの解(代替案)を選択するのか。

② 主問題を解くことにより得られた全体的な解（代替案）が“全体的な最適解”になっているかどうかをどのようにして判定するのか。

③ このときもし“全体的な最適解”が得られていないならば，新たに主問題のパラメーターとしてどのような解を選択すればよいのか。

さて全体的な最適解の満たすべき条件（シンプレックス基準）は次のように表わされる。

$$\bar{z}_1^{(P)} = z_1^{(p)} - \boldsymbol{\pi}\boldsymbol{v}_1^{(p)} \cdots\cdots\cdots (17)$$

$$\bar{z}_2^{(q)} = z_2^{(q)} - \boldsymbol{\pi}\boldsymbol{v}_2^{(q)} \cdots\cdots\cdots (18)$$

ここに，

$$\boldsymbol{v}_1^{(p)} = [\xi_1^{(p)}, \xi_2^{(p)}, \cdots, \xi_m^{(p)}, 1, 0]' \cdots\cdots\cdots (19)$$

$$\boldsymbol{v}_2^{(q)} = [\sigma_1^{(q)}, \sigma_2^{(q)}, \cdots, \sigma_m^{(q)}, 0, 1]' \cdots\cdots\cdots (20)$$

$$\boldsymbol{\pi} = [\pi_1, \pi_2, \cdots, \pi_m, \pi_{m+1}, \pi_{m+2}] \cdots\cdots\cdots (21)$$

なお $\boldsymbol{\pi}$ は基底に対応する1組のシンプレックス剰数を成分するとベクトルである。

したがって式(17)，(18)が満たされているかどうかを調べるためには，まず $\bar{z}_1, \bar{z}_2$ の最小値を求めるとともにそのうちの小さい方の値が非負であるかどうかを吟味すれば十分である。ところが式(17)，(18)を書き直すと

$$\bar{z}_1^{(p)} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} \bar{a}_{ij}x_{ij}^{(p)} - \Pi_{m+1} \cdots\cdots\cdots (22)$$

$$\bar{z}_2^{(q)} = \sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i S_i^{M(q)} + \bar{d}_i S_i^{I(q)} + e_i S_i^{R(q)}\} - \Pi_{m+2} \cdots\cdots\cdots (23)$$

ここに，

$$\bar{a}_{ij} = a_{ij} - \Pi_i \cdots\cdots\cdots (24)$$

$$\bar{c}_i = c_i - \Pi_i \cdots\cdots\cdots (25)$$

$$\bar{d}_i = d_i - \Pi_i \cdots\cdots\cdots (26)$$

ところが $\bar{z}_1^{(p)}$, $\bar{z}_2^{(q)}$ の最小値を計算するには定数である Π_{m+1}, Π_{m+2} を省いて計算しても同じことなので，$\bar{z}_1^{(p)}$, $\bar{z}_2^{(q)}$ のかわりにこれらの値を省いた $\hat{z}_1^{(p)}$, $\hat{z}_2^{(q)}$ を目的関数と考える。そして，$x_{ij}^{(q)}$ ならびに $S_i^{I(q)}$, $S_i^{R(q)}$, $S_i^{M(q)}$ $(i=1, 2, \cdots, m)$ がそれぞれ式（1），（2）を満たすことが必要になるので条件式としてこれらを加えることにより以下の2つの問題が定義できる。

$$[\text{II}] \begin{cases} \hat{z}_1^{(p)} = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} \bar{a}_{ij}x_{ij}^{(p)} \to \text{Min.} \cdots\cdots (27) \\ \left.\begin{array}{l} x_{ij}^{(p)} \geqq c_{ij} \\ x_{ij}^{(p)} \geqq 0 \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots (28) \end{cases}$$

$$[\text{III}] \begin{cases} \hat{z}_2^{(q)} = \sum_{i=1}^{m} \{\bar{c}_i S_i^{M(q)} + \bar{d}_i S_i^{I(q)} + e_i S_i^{R(q)}\} \\ \qquad \to \text{Min.} \cdots\cdots\cdots (29) \\ \left.\begin{array}{l} S_i^{I(q)} + S_i^{R(q)} \geqq D_i^I \\ S_i^{M(q)} \geqq D_i^M \\ S_i^{I(q)} \geqq D_i^{I_0} \\ S_i^M \geqq 0,\ S_i^I \geqq 0,\ S_i^R \geqq 0 \end{array}\right\} \cdots\cdots (30) \end{cases}$$

上式で表わされる2つのLP［II］，［III］（これを主問題に対して“従問題”とよぶ）の最適解 $\hat{z}_1^{(p)}$, $\hat{z}_2^{(q)}$ とそのときのシンプレックス剰数 Π_{m+1}, Π_{m+2} を用いて $\bar{z}_1^{(p)}$, $\bar{z}_2^{(q)}$ を計算することにより次式で定義される H の値を求める。

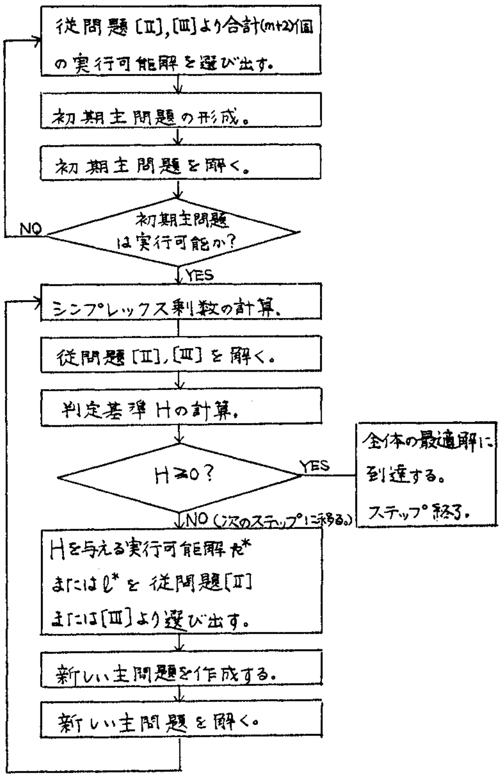
$$H = \min(\bar{z}_1^{(p)}, \bar{z}_2^{(q)}) \cdots\cdots\cdots (31)$$

このとき全体の最適解が得られたかどうかは H の符号を調べればよい。すなわち

$$H \geqq 0 \cdots\cdots\cdots (32)$$

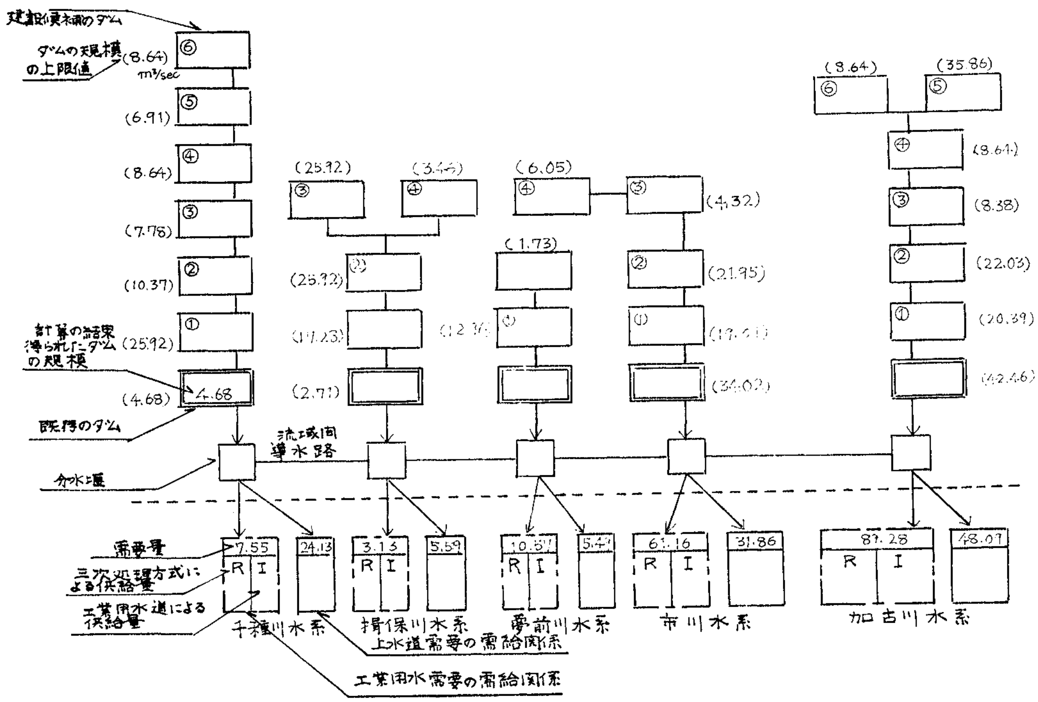
ならば全体の最適解が主問題［I］で求められていると判定すればよい。

以上のような問題を計算していくためにはまず第1ス



図―1　ディコンポジションの原理による解法のプロセス

テップとして主問題の初期実行可能解を選定する必要がある。そのためには従問題[II], [III]のなかから$(m+2)$個の解（代替案）を選び主問題の初期実行可能解を構成しなければならない。以上のようにして初期実行可能解が得られたならばこのときのシンプレックス剰数を計算するとともに従問題［II］,［III］を解き H を求める。このようにして求められた H は，主問題において全体の最適解が得られている場合以外は式（30）を満たさず $H<0$ である。このときには先に得られた従問題の解（代替案）すなわち k^* または l^* で代表される実行可能解を新たに主問題のパラメーターとして加えることにより，次の段階の主問題を作成する。さらにシンプレックス法によりピボットタームを見出して主問題の基底から追い出される変数を決めて掃出し法を実行することにより，新しい主問題の解を求める。さらにこのときの新しいシンプレックス剰数を計算し，これを用いて新しい従問題[II], [III]を解くことにより，再度 H を計算する。この H が式（32）を満たすならば主問題においてすでに全体における最適解が求まっていることになるが，もし満たさなければ上述と同様の手順を踏んで次のステップに進む。このようにしてディコンポジションの原理による解法のプロセスは主問題→従問題→主問題というようにして条件式（32）を満たすまで継続する。この解法のプロセスを図―1 に示す。



図―2　兵庫県の水配分問題（ケース・スタディ）の模式図

3. 兵庫県の水配分問題へのモデルの適用と実証的分析

(1) 兵庫県の水配分問題の概要

1. 緒言 ならびに **2. 広域水配分問題の定式化** において広域水配分問題として広域的なダム開発・流域間導水方式ならびに需要地における三次処理水の再利用方式を同時に考慮していく必要性とそのための基本的な問題を分析するための数学モデルについて説明を行ってきた。次にここではこのような広域水配分問題の具体的な例として兵庫県の東播・西播地域の問題をとりあげ，これを検討する上で先に提案した数学モデルを適用することを考える。なお対象地域として兵庫県をとりあげた理由は，**1. 緒言** でも言及しており，筆者らがすでに発表した研究[1]においても詳述しているのでここでは次の3点について付記するにとどめることにする。

① 特に瀬戸内沿岸地域の工業地帯には大工場の立地が多く，現実に各工場内で工業用水の回収方式がとられており，三次処理水の再利用方式の導入の可能性を検討することも十分意味がある。

② 瀬戸内側では大河川が並行にいくつか並んでおり流域間導水を考えるのにきわめて条件が適している。

③ 対象地域の河川・ダム・導水路等の諸施設ならびに需要地を記号化して模式図（図―2）に示してある。これをみると明らかなように需要地は中流域から下流域にひとまとめにして，また導水路は中流域以南に設定してある。この場合中国縦貫道以北においては将来においても水不足がそれほど深刻になることは考えられず，地形的にも経済的にも三次処理水の再利用や広域水道化がそれほど進まないと考えている。

(2) 実証計算のためのインプットデータの算定

a) 上水道の需要量の算定

上水道の需要量の予測にあたっては，従来から一般に用いられている原単位法（給水人口と1人1日の水使用量を予測し，これを掛け合わせることにより需要量を求める方法）を用いている。なお給水人口ならびに原単位の予測にあたっては，兵庫県の県勢振興計画[4]や土地利用計画を参考にし将来値を外生的に与える方法を用いることにした。さらにもう1つの方法として原単位量の予測に次のような方法も用いて前の方法の結果と比較した。すなわち原単位量と相関が高くかつ相互に相関がない（厳密には相関が0でなければならないが実際にはかなり低ければよいと考える）説明変数をあらかじめ相関分析により選び出し，原単位量を被説明変数としその他の変数を説明変数と考えて重回帰分析を行い，これを原単位量の予測モデルとして用いることにした。結局説明変数として用いた変数は，世帯構成人員数，商業従業者数／給水人口，下水道の処理量／給水人口，風呂屋の数／給水人口である。重回帰分析の結果は表―1 に示すとおりである。重回帰係数が 0.75 であるのでそれほど精度はよくないが，昭和 39 年，42 年，45 年の各年度ごとに計算を行ってみると表―1 に示すとおり，各説明変数の係数が安定していることがわかる。また大阪府の行った調査[5]によると家族構成人員による1人あたりの使用量は表―2 に示すとおり構成人員が増加するにつれて減少していることがわかる。そして上記で得られた家族構成人員に対する係数の値および負号も表―2 の結果と矛盾しないことがわかる。その他の説明変数についてもその係数の値および符号の値が実際の現象と合致していることが確かめられる。以上の理由からこの重回帰モデルは予測モデルとして適切であると考えられるので，原単位量の予測に本モデルを採用する。なお各説明変数の将来値を外生的に定めるにあたっては，県の関連資料の収集ならびに行政担当者の意見を参考に設定した。需要予測にあたっては各市町村ごとに計算を行い，さらにこの予測された値を各水系の流域ごとに割り振って集計を行った。この割り振りにあたっては各流域の市町村が現在取水源としてどの流域に依存しているかをあらかじめ調べ，さらに将来においてもこの依存関係がそのまま維持されることを仮定している。

表―1 上水道の需要量に関する重回帰分析の結果

	昭和45年	昭和42年	昭和39年	全体
	係数	係数	係数	係数
[1] 定数項	147.0	155	159	164.5
[2] 家族構成人員	−22.5	−21.6	−26.0	−26.0
[3] 1人あたりの風呂屋の数	−484.34	−127.40	−127.44	−144.00
[4] 1人あたりの商業従業者数	179.0	13.0	13.0	41.0
[5] 1人あたりの下水処理量	−40.0	20.0	120.0	30.0
重回帰係数	0.56	0.75	0.80	0.75

表―2 家族構成人員からみた1人あたりの水使用量の違い

家族構成人員	4人のときを100と考えた使用量	家族構成人員	4人のときを100と考えた使用量
1人	173	4人	100
2人	124	5人	95
3人	108	6人	92

表―3 上水道の需要予測の結果

水系名	重回帰分析	原単位法
加古川	28.88 (万 m³/日)	41.14
市川	21.13	22.04
夢前川	3.60	5.46
揖保川	3.82	5.09
千種川	4.87	6.72

このようにして予測された需要量を上述の２種類の予測方法で計算し表—3 に示すような結果を得た。これをみると明らかなように市川流域をのぞけば重回帰モデルによる予測値の方が少し少なめに算定されていることがわかる。以下の水配分問題の実証計算にあたっては重回帰モデルによる予測値との差は，後で行う感度分析やパラメトリックプログラミングによる計算の際に考慮することにする。なお上水道需要の中にはこの他に工業用水需要であっても上水道から供給を受けなければならない分（工場における飲料水等の事業所用水ならびに工業用水道の水質では不十分な用水）があるので，この分を工業用水道の需要量（後にその予測法を説明する）から控除して上水道の需要量として加算することにする。この結果上水道の需要量は表—4 に掲げるような値に変更される。

表—4　インプットデータに用いた上水道需要量

水系名	上水道需要量
加古川	48.09 万 m³/日
市川	31.80 〃
夢前川	5.49 〃
揖保川	5.59 〃
千種川	24.13 〃

b）工業用水の需要量の算定

工業用水の需要量の予測にあたっては各工業地域の工業用水需要の地域特性をも考慮した形で原単位（単位量出荷額あたりの水需要量）ならびに出荷額を予測し，最後に両者を乗ずることにより工業用水需要量としている。原単位ならびに出荷額の予測にあたっては過去のトレンドをもとに予測を行ったが，同時に将来の土地利用や工業化の構想ならびに行政担当者の意見を参考に予測値を修正した。なおこの場合にも，① 業種別・地域別に原単位ならびに出荷額の値を算定し需要量を予測する方法，② 地域別の平均原単位ならびに出荷額の値を算定し需要量を予測する方法の２種類の方法を用いた。その結果は表—5 に示したとおりである。これから明らかなように業種別・地域別の予測量の方が 10% ほど低めの値を示している。そこで本モデルのインプットデータとしてはこの値を用いるとともに，もう１つの予測値との差は感応度分析やパラメトリックプログラミングを実施する際に利用することにした。なお上述の値をそのままインプットデータとして採用せずに次のような修正を行った。すなわち先に算定された需要量から工場内回収水や海水・井戸水・伏流水使用量を控除したものを水配分問題の対象となる需要量であると考える。そこで回収水・海水の使用が可能と考えられる冷却水・温調用水・紙パルプ業等の製品処理水におけるこれらの使用量を予測して，これを先の需要量から差し引いた。さらにこの値から井戸水・伏流水の使用量の予測値を差し引くことにした。なおこの場合，回収水・海水の使用量は予想される最高限度（表—6 参照）に設定するとともに，伏流水・井戸水

表—5　工業用水の需要予測の結果

（工業用水）

水系名	業種別・地域別（万 m³/日）	地域別（万 m³/日）
加古川	714	774
市川	565	627
夢前川	100	111
揖保川	9	7
千種川	48	62

表—7　インプットデータに用いた工業用水需要量

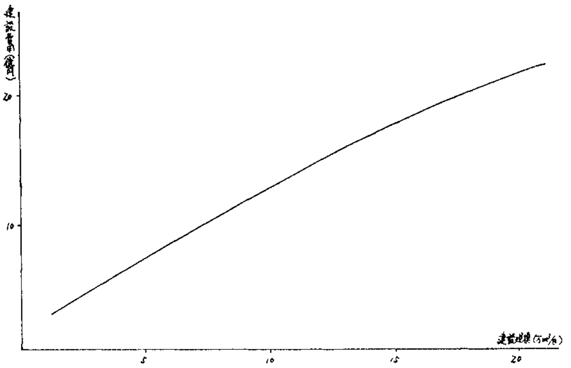
水系名	工業用水需要量
加古川	89.28 万 m³/日
市川	61.16 〃
夢前川	10.57 〃
揖保川	3.13 〃
千種川	7.55 〃

表—6　工業地域の業種別・用途別水量の割合とその水源の割合

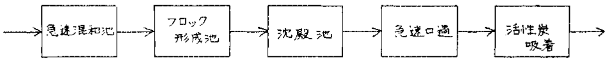
業種	地域タイプ	用途別：ボイラー用水	原料用水	製品処理用水	冷用水	温調用水	水源別：上水道	工業専用水道	表流水伏流水井戸水	回収水	海水	(ボ＋原)/上 **(%)	(回＋海)/(冷＋温) ***(%)
食品	A	3〜4	3〜10	17〜20	65〜75	0	5〜10	20〜25	20	35	15	100	70
	B	5〜6	10	30〜40	35〜45	0	10〜20	20〜25	45〜55	10	0	70	30
紙パルプ	A	2〜3	0	80〜85	14	0	1〜3	20〜30	40〜60	20〜30	0	150	20〜30*
	B	20〜25	0	70〜75	4	0	35	2〜20	40〜60	0	0	60〜70	0*
化学	A	2〜3	1〜2	10	80〜90	2	0〜5	16〜23	10	55〜70	10	70〜120	70〜90
	B	4〜5	1〜2	15〜25	50〜70	2	10〜17	25〜30	30〜40	10〜20	0	30〜50	20〜40
石油	A	1〜2	0	2〜3	95	0	1〜2	5〜10	0	20	70〜75	100	90〜95
	B	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
よう業	A	2〜3	5〜6	10〜15	70〜80	5	10〜20	20	0	10〜70	10〜70	10〜15	80〜90
	B	2〜3	5〜6	40〜50	40〜50	5	10〜20	20〜30	30〜35	20〜30	0	10〜15	50〜60
鉄鋼	A	1	0	2〜4	90	2	1〜2	10〜15	2〜3	40〜50	40〜45	50〜100	90〜95
	B	6	0	30〜40	50〜60	2	6〜10	20〜30	20〜30	30〜40	0	100	50〜75
非鉄	A	1〜2	0	10〜20	60〜70	5	10〜20	30〜40	5〜10	40〜50	0	10〜20	60〜70
	B	1〜2	0	50〜60	20〜30	5	50〜60	20〜30	0	10〜20	0	2〜3	50〜60

注：以上の各業種で全使用水量の 90〜95% 程度を占める。　A：大工業地域（臨海部），B：工業地域

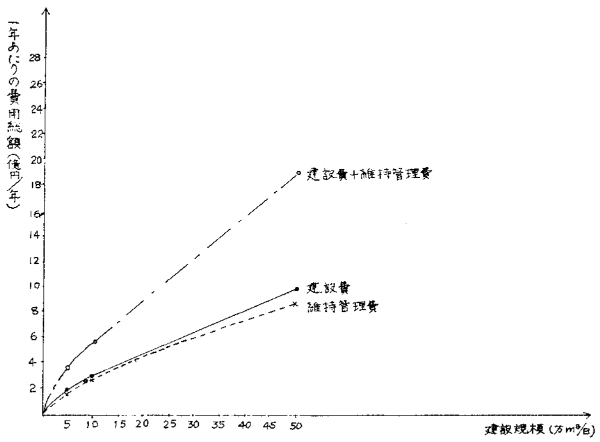
* 製品処理用水も含む　　** ボ：ボイラー用水，原：原料用水，上：上水道　　*** 回：回収水，海：海水，冷：冷却用水，温：温調用水



図—3　浄水場施設の建設費用曲線



図—4　想定した三次処理プロセス



図—5　三次処理施設の建設費（年償還額）と建設規模の関係

表—8　導水路トンネル工事費の建設単価（円/m）

規模	10 m³/sec	20 m³/sec	30 m³/sec	40 m³/sec
建設費用	1.079	2.238	3.354	4.558
1 m³/sec 当り単価	1.079	1.119	1.117	1.114

表—9　揚水ポンプ場建設費（億円）

水系名	10m³/sec	1m³/sec の単価	20m³/sec	1m³/sec の単価	30m³/sec	1m³/sec の単価
加古川	28.40	2.84	55.80	2.79	83.10	2.77
市川	16.20	1.62	31.60	1.58	46.80	1.56
夢前川	7.40	0.74	14.00	0.70	20.40	0.68
揖保川	11.50	1.15	22.00	1.10	32.70	1.09
千種川	14.70	1.47	28.60	1.43	42.60	1.42

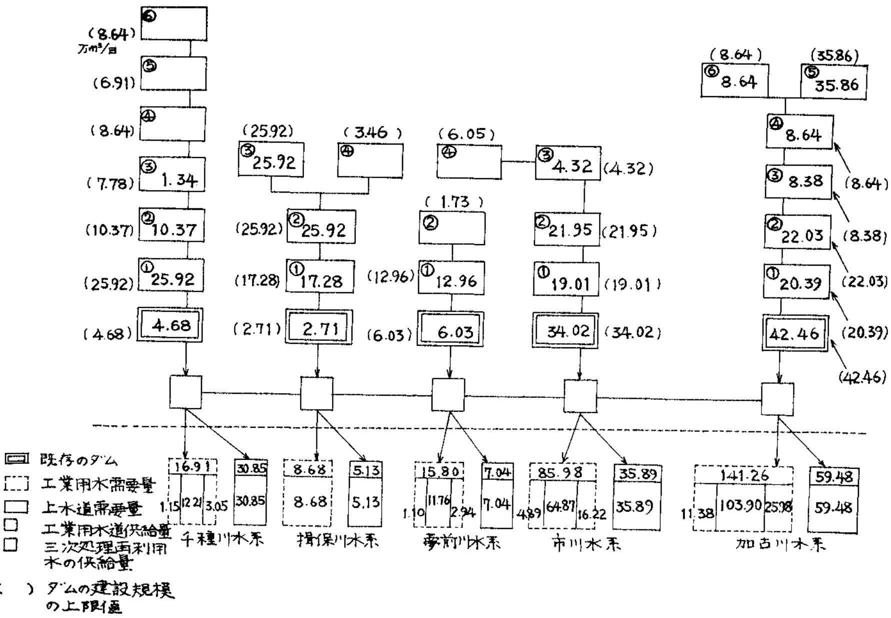
表—10　想定した三次処理プロセスの目標処理水質

BOD	COD	SS	濁度
3〜4	4〜5	2〜3	2

の使用量を現在のままであると考えた。以上の計算がすむとさらに工業用水需要のうち上水道に依存すると考えられる量を控除し，これを最終的な工業用水の需要量とみなすことにした。この予測値を表—7 に掲げる。

c）関連費用の算定

先のモデルの定式化の際に言及したように，関連費用としては建設費用の1年あたりの均等償還額ならびに1年あたりの維持管理費が問題になる。ダム・導水路の建設費と規模との間にはほぼ線形性が成立することが示されている[1]。浄水場の建設費と規模の間にも一応線形性を仮定してもよいことが図—3 からわかる。また関連施設の維持管理費と規模との間にも線形性を仮定しても妥当であることが示されている（表—8，表—9 参照）。また導水路施設に関しても規模と費用の間に線形性が成立している。このうち三次処理施設の費用の算定にあたっては，図—4 に示したような処理プロセスを想定している。この場合処理水の水質を表—10 に示すような値にすることを目標としている。なお表—11 に示すような基準に従って，三次処理水の水質では不十分な用途の工業用水需要量は，上水道より供給するものとして，工業用水需要量全体から控除してある。この場合三次処理施設の建設費と規模との間には線形性を仮定することが，少々むりであるので（図—5 参照），建設規模を 0〜5 万 m³/日，5〜15 万m³/日，15〜50 万 m³/日，50 万 m³/日以上の4段階に分け，各範囲では規模と費用の間に線形性が成立すると仮定することにした（表—12 参照）。一方三次処理施設は各流域ごとにその地域内で発生した需要量に対処するために建設されることにしているから，必要とされる規模の上限があらかじめわかっている。この点に着目してまずあらかじめ各地域ごとの規模の上限を算定し，それに応じた建設単価を与えてやれば，上述のように仮定しても LP の一般的解法によって解が得られる。計算の結果得られた三次処理施設の規模が，あらかじめ仮定した範囲にないときは，規模の上限を一段下げて以下同様の計算を行えばよい。実際問題としては流域全体の工業用水の需要量ならびに三次処理施設の施設費と，工業用水施設の施設費の比較を行えば，あらかじめどの位の規模の三次処理施設が必要になるかの検討がつく場合が多い。後述する計算例ではあらかじめ設定した規模がそのまま計算結果と一致し，繰り返し計算を行わなくてもよかった。



図―6 最適解の一例

表―11 工業用水の業種別・用途別要求水質

用途＼業種	食料品	繊維	木材家具	パルプ	出版	化学	石油	ゴム，なめしがわ	窯業	鉄鋼	非鉄金属	その他
ボイラー用	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A
原料用	A	8	4	10	8	8	8	8	10	1	7	10
製品処理用	10	10	10	8	10	8	A	8	4	4	8	8
冷却用	8	8	4	8	8	4	7	8	4	1	8	8
温調用	8	8	10	10	8	10	4	8	4	6	4	7

A は上水道レベルの水質を要するもの。10 は工業専用水道の水質を要求するもの。以下数字は相対的な水質の要求程度を表わしている。

表―12 三次処理施設の規模と費用の関係（初期に与える費用）

規模	三次処理費用
0～5万m³/日	25.04円
5～15 〃	22.64〃
15～50 〃	20.14〃
50～ 〃	14.00〃

水系名	費用
加古川	14.00円
市川	20.14〃
夢前川	22.64〃
揖保川	25.04〃
千種川	22.64〃

（3） モデルの計算結果

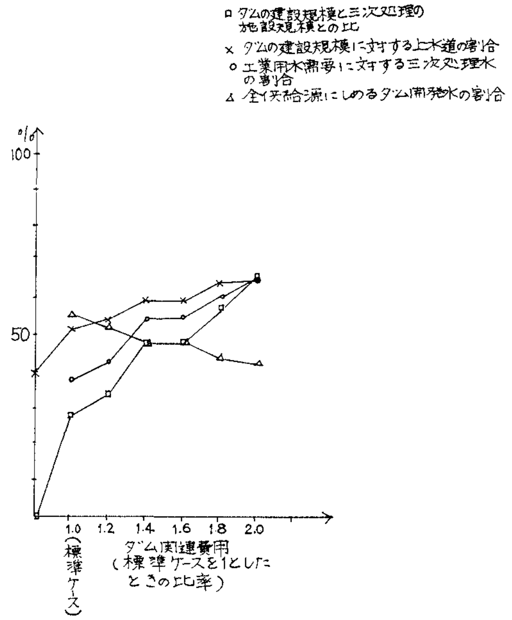
本モデルの運用にあたっては，まずモデルがLPとして定式化されている点に留意し，シンプレックス法を用いて解を求めた。その際用いるインプットデータについては既述したとおりである。なおこれらのデータをそのまま用いた場合を一番基本的なケースと考え，“基本的なケース”とよぶことにする。このほかインプットデータのとり得る値としていくつかの場合を設定しこれに対してもそれぞれ計算を行った。

次に本モデルに組み込まれた構造に着目し，ディコンポジションの原理を適用して解の一般的な傾向について検討を試みている。すなわち，① 広域的な水利用を考慮したダム・導水路の建設方式と ② 需要地における三次処理施設の建設方式とを組み合わせて考えていく場合に，両者をどのように総合調整すればよいかという問題をディコンポジション原理を適用して数学的な視点から説明することにする。

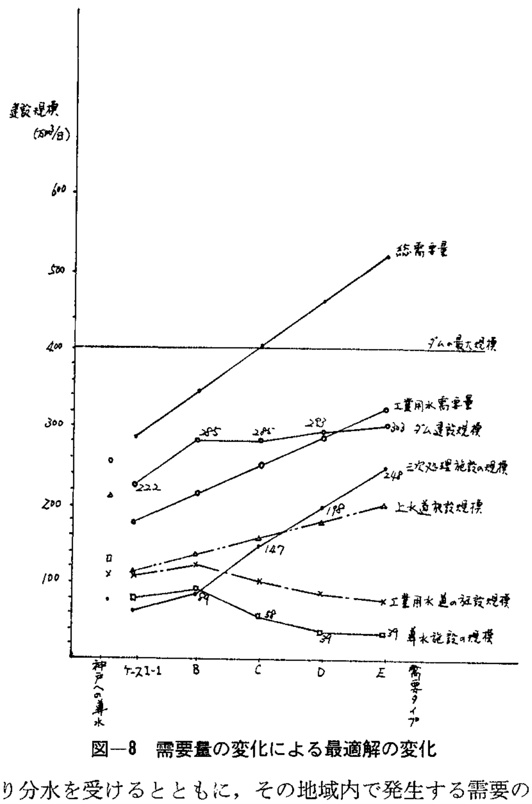
a） シンプレックス法を用いた結果の一般的考察

① 図―6 にいくつかの計算結果のうちの代表的な例を1つ示してあるが，これからも明らかなように経済的な視点からの議論に限ってもダム・導水路建設方式あるいは三次処理施設建設方式の一方のみがきわだって有利になることはなく，両者の方式を適当に組み合わせて採用することが合理的であることがわかる。

② このことをもう少し詳しく述べるならば，水供給にゆとりのある水系（大規模なダム開発が可能でかつ比較的割安な地域）では，ダム建設が促進される一方，余裕のない地域では，余裕のある地域から広域導水路によ



図―7　ダム費用の変化に対する供給源の規模の比率の変化



図―8　需要量の変化による最適解の変化

り分水を受けるとともに，その地域内で発生する需要の一部分については三次処理施設を建設して再利用水をこれにあてる結果になっていることがわかる。すなわちもしこのような再利用を行わなければ，その分だけ必要な水源開発規模は増大することになる。ところがこの場合にはダムの建設方式の方が再利用方式よりもかえって割高になるためと考えられる。

③　そこで上記のことを確認するためダム費用が算定した値以上に高騰した場合を考え，このときその上昇につれて三次処理水の利用量がどのように変化していくかをパラメトリックプログラミングの手法を用いて検討してみた。この結果は図―7 に示してある。これをみるとダムの建設費用の上昇が 1.4 倍から 1.8 倍の範囲内であれば，ダムと三次処理施設の規模に変化はないが，それが 1.6 倍を越えると相対的に三次処理施設の規模の比率が増加していくことがわかる。

④　このことは工業用水道の費用が上昇した場合にもあてはまり，やはり結果的には三次処理水の利用が促進されることになる。

⑤　同様に需要量が増加すると新規開発量を増加させる必要がでてくるが，このときダム建設方式が割高になるために相対的に三次処理方式が有利となる（図―8 参照）。

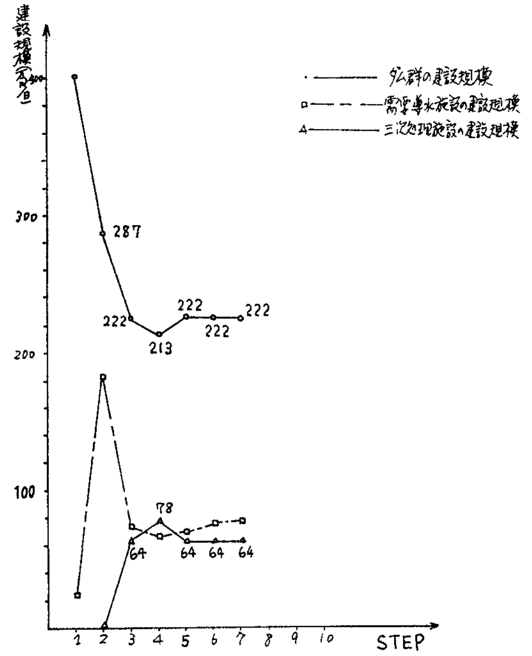
⑥　以上のことから明らかなように将来はさらに需要量が増加し，かつ関連費用も高騰する反面，三次処理方式は技術革新の結果さらにコストダウンできるものと考えられるので，この点からみても三次処理方式の導入はますます重要になると考えられる。

⑦　次に円山川からの導水も可能であると考えて計算を実施した。まず三次処理水の再利用を行わない場合に限ると，円山川からの導水が必要になり需要量の増加やダム等の施設費用の上昇につれて導水量を増大させていくことが必要になっていることがわかる。このことは筆者らの研究[1]にも述べているとおりである。しかしこの場合でも三次処理水の利用を考慮に入れると，このような導水を行うよりは三次処理施設を建設して再利用水を用いる方が経済的にも有利であることが示された。これは円山川水系におけるダム建設費やこの水系から他水系へ導水するための施設の建設費がかなり高いことに帰因していると考えられる。

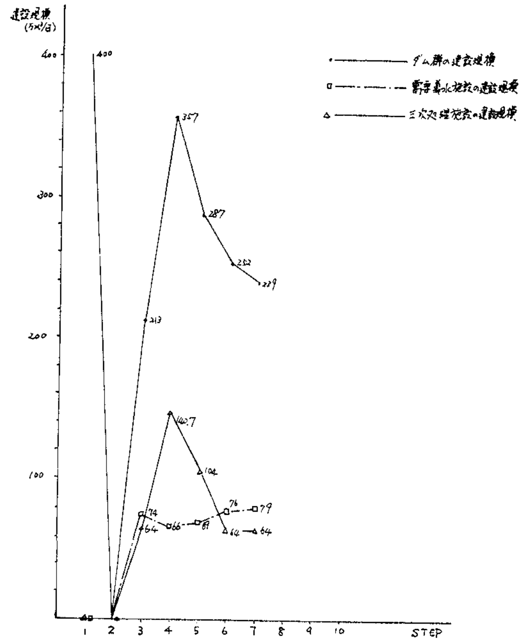
b）ディコンポジションの原理を適用した分析

ここではディコンポジションの原理を適用して解を求めることにより，① 広域的な水利用を考えたダム・導水路の建設問題と ② 需要地における三次処理施設の建設問題との間の総合調整過程を数学的なアルゴリズムの問題に置き換えて解決することを試みた。

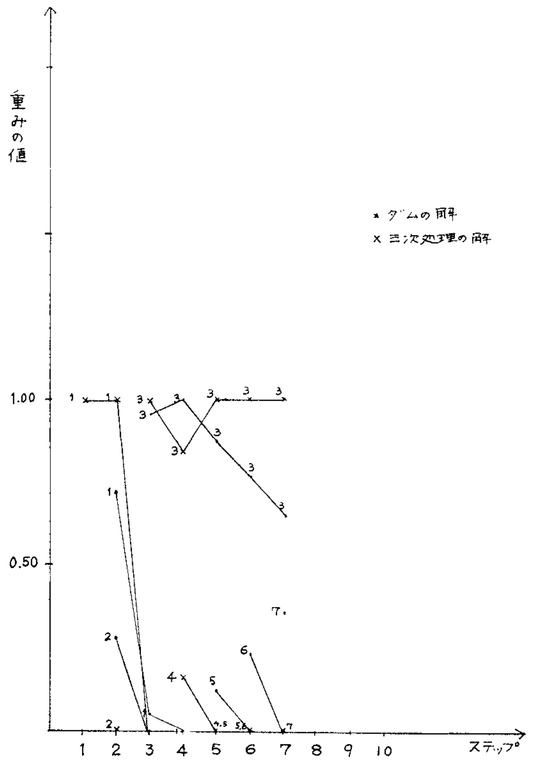
いま先に述べたケース 1（基本的なケース）を例にとって説明する。計算結果のうち各ステップにおける主問題の解の変化を図―9 に，各ステップでの重み変数 λ, μ の変化を図―10 に，各ステップで従問題より選択される代替案を図―11 に示す。いま以上の図を用いて計算結果の分析を行うことにする。



図—9 主問題の解の変化（対象地域での合計）

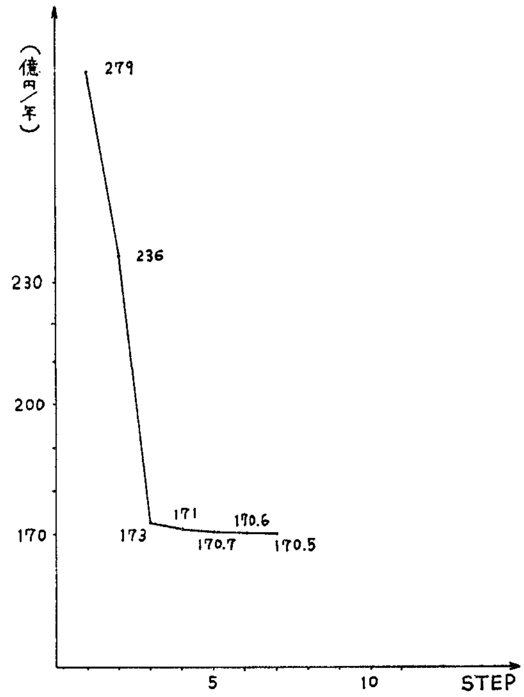


図—11 各ステップで従問題より選ばれる代替案



図—10 重み係数 $\lambda^{(p)}$, $\mu^{(q)}$ の変化

まず主問題の解の変化をみるとステップ5までの各ステップにおいてダムの解（厳密には解を表わす変数のうちダムの建設位置・規模に関する変数のとる値のことであるが以下簡単にこのように表記する）と三次処理の解が大きく変化しているが，ステップ 6, 7 においては三次処理の解は変化せず，ダムの解に関しても各水系ごとのダムの建設規模の総和は変化していない。これに対し，導水路の解が変化している。このことはステップ5までにダム建設の規模の総和と三次処理施設の建設規模・位置はほぼ調整済みと考えられる。その後ステップ 6, 7 においては各水系でのダムの建設規模の総和が変わらない範囲で各ダムの規模・位置が変更されていると考えられる。しかも導水施設の規模の変化をみると，ダム建設の規模・位置の微調整に応じて施設規模が増加していることがわかる。これは導水量を増加させてでもダム建設の規模・位置の最適化をはかる方が合理的であることを示している。この理由としては，① ダムならびに三次処理施設の施設単価がかなり高く，かつ水系ごとに単価にかなりの差がみられること，② ダムの施設単価をみると各水系とも 2,3 のダムの開発までは比較的割安であるが，それ以上になると急に割高になることがわかる。このため各水系にはおのずから妥当なダムの開発規模の限界があって，これ以上の建設は三次処理施設の建設に比べて不合理であると考えられる。したがって次に問題になるのは各水系においてこれらの開発規模の範囲内で個々のダムをどのように建設すればよいかという点である。これが前述の微調整の部分に相当していると考えられる。③ 導水路の施設単価はダムや三次処理施設のそれに比べて1桁小さいため，結果的には導水路の布設方法のいかんが全体の解に与える影響は小さい。このため



図—12 主問題の目的関数値の変化

導水路の布設方法を表わす解は最後の微調整の段階でダムや三次処理場の建設方法を表わす解に従属する形で決まることになると考えられる。

以上述べたことを補足する意味で，さらに目的関数，重み変数，判定基準のそれぞれの変化について検討を行った。まず目的関数について検討してみると（図—12 参照），ステップ2，3にかけて大きく変化し，次のステップ 4，5 において中程度の変化が，さらにステップ 6，7 にかけて小さな変化があることがわかる。このことはいままで述べてきた結論に一致している。すなわち比較的大きな変化を示すステップ5までにダムの建設方法と三次処理施設の建設方法との間で大きな調整が行われた後，ステップ 6，7 においてさらに微調整が続いていることを示唆している。

次に重み変数 λ, μ の変化について考察してみる（図—10，図—11 参照）。まず最終ステップでの重み変数の値はそのままその構成解（主問題に重み変数のパラメーターとして導入されたもので，従問題より選択された解（実行可能解）に相当する。記号でいえば $\xi_i^{(p)}$, $\sigma_i^{(q)}(i=1, 2, \cdots, m)$ がこれにあたる）の主問題における相対的な重要度を表わしていると考えられる。いま，図—10，図—11 の双方を比較してみると，ステップ3で従問題より選ばれた構成解（代替案）がこれ以降は常に主問題に含まれていることがわかる。さらに重要なことは，ステップ3で選ばれた構成解のうち三次処理に関する解の重みは各ステップで常に1をとっており，これが最終的に主問題全体を構成する解となっていることである。一般に従問題より選ばれる最終の構成解は必ずしも主問題の最適解とは直接関係ないが，当該の構成解の重みが1の場合には，これが主問題の最適解を直接構成する解であることが理論的に保証されている。換言すればステップ3で選ばれた代替案のうち，三次処理の解は，主問題の最適解を直接構成する三次処理の解そのものに相当しているといえる。一方ステップ3の代替案のうちダムの解についてみると，この重みはステップ3においてはきわめて1に近く，以降徐々に減少しているが，最終的には約0.7程度に落ち着いている。すなわちステップ3においては三次処理の解の重みは1であり，ダムの解の重みも1に近いのであるから近似的にはこの段階で主問題の最適解に近い解が得られていることを意味している。したがってステップ3までで大まかな調整は終了しており，以降のステップの調整はあくまで微調整であると考えられる。このことは図—12 における主問題の目的関数値の変化がステップ3以降ではきわめて微小であることをみても明らかであろう。また主問題全体の最終的な解のうちダムに関する解は，当該のダムの解（重み 0.7）とステップ7のダムの解（重み 0.3）とを合成したものとなるが，これは当該のダムの解と比べてダムの建設規模の総和は同じであることがわかった。

以上の事項より次のことがいえよう。すなわちステップ3で選ばれた解（ダムの解，三次処理の解）は主問題の最適解全体を構成する上で根幹をなしているとみて差し支えないであろう。換言すれば各水系の三次処理施設の規模とダム開発の規模全体を大まかに決定してやることが，全体の調整の上できわめて肝要であり，これが完了すれば以降は補足的な調整になることが，あくまでモデルの上ではあるが推察できると考えられる。

次に判定基準 $\bar{z}_1, \bar{z}_2$ の変化をみると，ステップ5までにこれらの値が0に近くなっていることがわかる。これは主問題の解の調整がこの段階ですでに最終的段階に近づいていることを表わしている。すなわちダムの建設規模の全体と三次処理施設の建設位置・規模はこの段階で調整が完了しており，以降ではダムの建設位置・規模に関する微調整ならびにそれに従属して導水路の位置・規模が調整されていく過程が判定基準の変化からも読み取ることができる。

最後に以上述べた結果をダム費用が高騰した場合ならびに需要量が増加した場合の結果と比較してみると，いずれの場合にもダムの建設問題と三次処理施設の建設問題の総合調整過程において，各水系ごとの規模の決定が最終ステップ直前まで継続していることがわかる。これは各ダムの建設単価が高くなったり，各需要地での需要量が増加したりした結果，このようなことが起こらない

と考えた場合と比較して三次処理方式が相対的に有利になったため，ダム建設方式と三次処理方式の総合調整が最後まで収束しなくなったからだと考えられる。

逆に三次処理の費用が変化した場合についても考察を行い，費用が3倍程度増加した場合にも上述した事項と同様の結果を得た。ただしこの場合には処理水質が向上するので，工業用水需要として三次処理水でも充当できる需要量の相対的な比率が高くなる。したがってこの分を余分に工業用水需要量として計上すれば，結果的には三次処理水の規模はかえって増加することもありうることがわかった。しかしさらに高級な処理を施す（たとえば蒸留法などのプロセスを導入する）ことを前提にすると，逆に三次処理方式が相対的に不利になるといえる。しかし実際問題としては，このような高級処理方式1本を一元的に導入するよりは，本研究で前提とした処理方式と併用することが合理的であると考えられる。したがっていずれの場合にも本研究で得られた結果は，三次処理の導入方法を取扱っていくうえで，1つの基礎的な情報を提供しえたものと考える。

4. 結　　論

本論文ではひっ迫した水配分問題に対するいくつかの解決手段のうち特に広域的なダムの開発方式ならびに需要地における三次処理方式の重要性に注目するとともに，この問題を関連施設の建設問題の観点からとらえて検討することを試みた。その際当該の問題を数学モデルとして定式化することを試みるとともに，これを実際の水配分問題に適用してモデル計算を行った。さらにその計算結果を基にして水配分方法に関するいくつかの考察を行ったが，それを要約すると以下に示すとおりである。

（1） 三次処理方式をダム建設方式と並行して採用していくことが，経済的な視点からみても十分合理的であることがわかった。このことはあらかじめ算定したダムの施設単価や需要量が増加した場合には，さらに顕著になる傾向である。すなわちこのような場合にはますます三次処理方式のしめる役割が重要になり，再処理水の利用率が高まってくることがわかった。

（2） ディコンポジションの原理を用いて分析を行った結果，あらかじめ水系ごとのダムの建設規模の総和，ならびに需要地における三次処理施設の規模を決定することが全体の問題の中で大きなウェイトをしめていることがわかった。これは各水系においておのずから妥当な開発規模の限界があって，これ以上の建設は三次処理施設の開発に比べて不合理になることを意味している。そしてこの建設規模の限界は，各水系における個々の開発可能なダムの施設単価が一段と高くなる開発規模にほぼ相当していると考えられるので，あらかじめこの規模が推定できることになる。そしてこれが先に決まれば，次にこれらの開発規模の範囲内で個々のダムをどのように建設すればよいかを問題にすればよい。そしてこれらがすべて終わってから，最後にダムの規模や位置に応じて導水路の敷設方法を検討してやればよいことになる。以上の結果からいえることは，必ずしも本モデルを用いなくても，あらかじめ三次処理場の規模を上述のように設定してやれば，後はダム・導水路の建設問題をとり扱うモデルで解を得ればよい。（この後者のモデルは筆者らが先に発表したモデル[1]に一致する。）

もっとも上記で明らかになった事項についても，これらはあくまでモデル化において仮定した種々の条件が成立することを前提とした場合であってそのまま一般的な結論とすることは妥当でない点に留意する必要がある。このようなモデルの適用上の限界ならびに改善の方法について要点を整理すると次のような問題が考えられる。

① インプットデータの算定上の問題（特に需要量・種々の関連施設費用）。

② 評価基準として関連施設費用（建設費・維持管理費）をとることの限界。

③ 将来の処理技術等の技術革新をどのように見込むかという問題。

④ 三次処理方式を大規模に取り入れていると渇水時には処理の対象となる水自体が何度も使用されるため，汚濁物質の濃度も高くなり，結果的に使用に耐えなくなるという事態が発生し得ること。

⑤ 逆に広域的なダム開発方式によれば流域環境の悪化などの事態が考えられること。

などが挙げられる。これらの問題の多くは本研究で扱った水配分問題を検討し計画を策定していくうえできわめて重要な事項だと考えられるが，本研究ではあくまで水配分問題の一側面に着目して基礎的な分析を試みたものであり，そのために意図的にこのような多岐の事項を除外している。このことは本研究の限界のみならず成果を考える上で重要であると考える。しかしながら上記の問題のうちのいくつかは本モデルを運用する上で種々の工夫をはかればある程度解決できる。たとえば ① の問題自体はモデルそのもののもつ問題ではなくて，これとは別に精度高いインプットデータ値が得られるような予測モデルを開発する必要がある。あるいは本研究で行ったように各種のパラメータの変動の幅をあらかじめ推定してこの範囲の変動に対して解がどのように変化するかを吟味すればよい。このため本研究では感応度分析ならびにパラメトリックプログラミングによる分析を行った。④，⑤の問題に関していえば，本モデルでは処理水の水

質を考慮しているので間接的には水質の評価を考慮に入れていることになる。このように場合によってはモデル化の前提あるいは制約条件の中に，あらかじめ考慮すべき評価項目を導入してやれば間接的にこれらの項目を取り扱うことができる。③ の問題についても技術革新の結果が費用の低廉化につながると考え，この変動幅を専門家の意見を参考に設定してやるとともに，この幅に対して感応度分析やパラメトリックプログラミングを適用してやるのも1つの方法である。④ の問題に関しても，本モデルでは再処理水の再利用回数が1回のみであると仮定して余裕をとってあるのできわめて異常な大渇水の場合以外はあまり問題がないといえる。もっとも本モデルは将来の水配分の方法を考慮するにあたり，対象となる期間の長期的な施設整備の方法について考察しているのであって，短期的な渇水時における施設運用の方法は取り扱っていないといえる。したがってこのような観点から別のモデルを開発する必要がある。

以上のように種々の未解決な問題はあるが，本研究が将来の水配分の方法を検討していくうえで1つの基礎的な情報を提供しえたものと確信する。

最後に本研究を遂行するにあたり終始有益な御助言をいただいた京都大学工学部春名攻助教授に謝意を表します。同時にデータ収集，実証計算にあたっていろいろ御協力を得た吉永一夫氏（建設省）に感謝いたします。

参 考 文 献

1) 春名 攻・岡田憲夫：広域利水における水配分計画モデルに関する一考察，土木学会論文報告集第211号，1973年3月，pp. 63〜76.
2) Dantzig, G.B.: Linear Programming and Extensions, Princeton Univ. Press.
3) Hadley, G.: Linear Programming, Adison-Wesley Publishing Company.
4) 兵庫県：兵庫県水資源開発計画案概要，兵庫県企画部，昭和45年.
5) 大阪府：水経済調査報告書，大阪府企画部水資源課，昭和48年3月.
6) 建設省：広域利水一次調査報告書，建設省河川局，昭和45年.
7) 建設省：広域利水二次調査報告書，建設省河川局，昭和48年.
8) 大阪府：工業用水利用効率化および需要量推定基礎，大阪府企画部水資源課，昭和45年.
9) 綾目出教・島津暉之：工業原単位に関する研究，工業用水，Vol. 116，昭和43年5月.
10) 田島秀夫：工業用水の使用合理化について，工業用水，Vol. 168，昭和47年9月.
11) 住友 恒・末石冨太郎：工業用水の需給分析と水量，水質配分の考察，工業用水，Vol. 124，昭和44年1月.
12) 科学技術庁資源調査会編：将来の水資源問題.
13) 水利科学研究所：水経済年報，1973年.
14) 水道年鑑：水道産業新聞社，1973年.
15) 木村春彦：水問題の現状・近畿圏一淀川と琵琶湖，有斐閣，ジュリスト 164，1970年10月.
16) 岡田憲夫：広域利水における水配分問題に関する2，3の実証的研究，京都大学修士論文，昭和47年3月.
17) 吉永一夫：広域的な水配分問題に関するシステム論的研究，京都大学修士論文，昭和49年3月.
18) Maass, A.: Water Research, The Johns Hopkins Press.
19) Hufshmidt, M. et al.: Design of Water Resources, Harvard Univ. Press.
20) Kneese, A.V. and Smith, S.C.: Water Research, The Johns Hopkins Press.

（1974.8.1・受付）