

薄肉弾性ばり理論によるトラスの立体解析

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF TRUSS GIRDERS BY THE THIN WALLED ELASTIC BEAM THEORY

小松 定夫*・西村 宣男**

By Sadao KOMATSU and Nobuo NISHIMURA

1. ま え が き

近年、わが国においても港大橋をはじめとしてトラス橋の長大化の傾向が著しい。また本州四国連絡橋では鉄道と道路の併用橋としてダブルデッキートラスが計画されている。トラス橋は通常主構、上下横構、対傾構および床組などによって立体構造として組立てられている。したがって並列する平面トラスを単純支持の横桁で連結した構造と仮定し、偏心荷重の主構への荷重分配を 1-0 の横影響線によって求める慣用設計法はトラスのねじれ抵抗を無視することになり、主構に対しては不経済な設計法となる場合がある。同時に中間対傾構、横構への応力の流れおよび安全性に対する配慮が欠けている。また横荷重に対しても上下横構をそれぞれ独立な平面トラスとして設計しているが、中間対傾構を通じて立体的に上下横構に応力が分配される実際の状態に対しては危険側の設計となる可能性がある。このような慣用設計法の不合理性はトラスの長大化に伴って顕著になる傾向がある。上記の長大トラス橋においては、大型計算機を利用した立体構造解析を実施することによって設計の合理化を推進することも考えられる。立体解析によって主構部材のみならず、従来より 2 次部材として取扱われていた中間対傾構、横構の設計をより合理的に行うことができるからである。特に複線または複々線の鉄道橋のように大きなねじりモーメント成分を含む偏心荷重を受ける場合は、疲労に対する設計も含めて立体的力学特性を考慮した設計法を用いることが望まれる。

立体トラスの構造解析法としては一般の立体骨組構造物としてマトリックス構造解析による方法もあるが、以下に述べる理由で実用的見地からトラスを力学的に等価な薄肉断面ばりに置換して曲げねじり構造解析を適用す

る方法が有効である。

トラスが大規模で複雑になるとマトリックス構造解析では計算機の記憶容量および計算時間が膨大となる。これに対して曲げねじり構造解析では部材数、節点数にほとんど関係なくきわめて短い時間で計算できる。このような利点は補剛トラスを有する吊橋や斜張橋などの立体構造解析に拡張する上でもきわめて有利である。

また連続体に置換し微分方程式で表現するとトラスの立体的構造特性を支配する重要な無次元パラメーターを見出すことができ、数多くのパラメーター解析によってトラスの立体的力学特性を把握することができる。さらに、無次元パラメーターを基礎にトラス橋の基本設計の段階で立体特性を考慮した実用計算法に発展することが可能である。

主構、横構によって箱型に組立てられた立体トラス橋を連続体に置換して解析する方法には Bleich¹⁾、Sih²⁾、Stüssi³⁾、Wansleben⁴⁾ らの研究がある。また奥村・渡辺⁵⁾ の論文では弦材のねじり剛度も考慮して連続体と離散的構造との中間的な取扱いがなされている。これらはすべて横断面形状が変化しないという仮定に立脚している。

ところで通常のトラス橋ではねじり荷重を受けたときに、対傾構の弾性変形、特にずれ変形がかなり含まれる。慣用設計法により床組として設計されたかなり剛な対傾構を備えたトラスでも無視できないほどの断面変形が生ずる。そこでトラス橋の立体構造解析に適用する薄肉弾性ばり理論においても断面変形を考慮することが重要である。この種の研究としては Resinger の論文⁶⁾ がある。

このことを考慮して、本研究では Vlasov⁷⁾ の一般化座標法による薄肉弾性ばり理論をトラスに適用することにする。Vlasov 理論を拡張して箱型ばりの中間ダイヤフラムの効果について論じた研究⁸⁾ は数多いが、これらの解法に比べて、トラス橋では特有の構造特性を正確に

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学教室

** 正会員 大阪大学講師 工学部土木工学教室

把握するために、境界条件式および部材力計算式などにより一層の厳密な取扱いが要求される。

さらに、トラスの立体的力学特性を表わす適切な無次元パラメーターを選び出し、これらのパラメーターを変動させたパラメーター解析による単径間トラスの力学的特性について考察を加えた。また3次元変形法による計算値および縮尺模型を用いた実験値と本解法による計算値を比較して考察した。

2. 基礎方程式の誘導

一般に直線トラスでは横断面はせん断中心をとる鉛直軸に関して対称だから、偏心荷重は鉛直荷重成分とねじり荷重成分に容易に分離して取扱うことができる。前者については通常平面トラスの理論を用いて解析すればよい。そこで偏心荷重に対する立体解析の重点はトラスの曲げねじり理論を構成することに置かれる。しかしながらトラス橋では端対傾構に生ずるずれ変形の影響および固定支承において下弦材格点の橋軸方向変位が拘束される影響によってねじれ変形に横方向たわみが連成する効果が現われる。同様に横荷重を受ける場合にもねじれ変形が連成する。これらの変形の連成はいずれも境界条件に起因するから、弾性体領域内で成り立つべき弾性基礎微分方程式を誘導する際にはねじれに関するものと、横たわみに関するものとを別個に考えればよいことはもちろんである。

曲げねじり理論を適用する場合には、本来離散的なトラスを換算剛性を用いて連続体に置換し基礎方程式を構成することになる。そしてその解より変形および断面力を連続関数の解として求め、再び離散的力学量としての部材力に還元するので、連続体への置換および還元の際にトラス特有の力学特性をそこなうことがないよう留意する必要がある。

(1) トラス部材の連続体への換算式

図-1 に示すようにせん断力 Q が作用するトラス構面の1パネルに着目して、その間に生ずるせん断変形と等価な変形を生ずる平板の板厚をトラスの換算板厚と称する。ねじりモーメントを受ける場合、着目する構面内に作用するせん断力（以下構面せん断力という）によって生ずるB点のA点に対する相対変位 η は図-1 に示すように構面の骨組構成のほかに、図-2 のように立体トラスとしての骨組構成の影響を受ける。すなわちせん断流が弦材を流れる場合と流れない場合とで η の値が異なる。また着目構面がワレン形式の斜材を有する場合とハウまたはプラット形式の斜材を有する場合とでは垂直材の影響に有無の相違が生ずる。たとえばワレン形式の主

構と水平材付きダブルワレン形式の横構を有するトラスのねじり剛性は、一般的に

$$GJ = \frac{2Eb^2h^2}{\frac{d^3}{\lambda A_d} + \frac{2r^3}{\lambda A_b} + \frac{\lambda^2}{A_c}} \dots\dots\dots(1)$$

で与えられる¹¹⁾。図-2 の骨組構成に対して Type 1 では $\kappa=2$ 、Type 2 および Type 3 では $\kappa=1$ 、また Type 4 では $\kappa=0$ とすればよい。最も差の大きい Type 1 と Type 4 を比較して図-3 に示す。弦材断面積 A_c が斜材断面積 A_d および A_b と同程度の大きさであれば

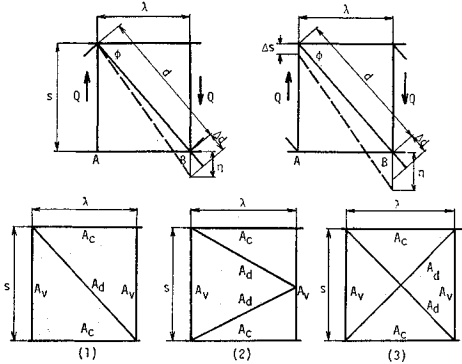


図-1 代表的斜材形式と構面のせん断変形

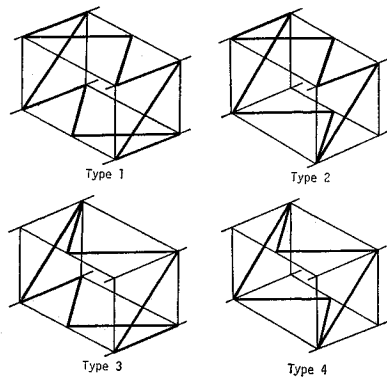


図-2 トラスの骨組構成

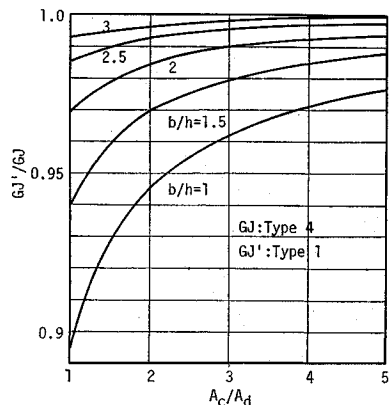


図-3 ねじり剛性 GJ に及ぼす弦材の影響

Type 1 のねじり剛性 GJ は Type 4 に比べ若干小さくなるが通常のトラス橋では全般に弦材断面積が大きいから、以下構面の換算板厚を求める際には、弦材の影響は省略し $\kappa=0$ において誤差は少ないと考える。しかし後で述べるようにねじり荷重による弦材力を算定する場合には、弦材を流れるせん断流も考慮に入れる (1 パネル内におけるせん断流の経路は 図-2 の太線で示す)。

図-1 に示す構面に対しては

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \zeta_i Q \quad \text{ワレン} & \zeta_1 &= \frac{1}{\cos^2 \phi} \frac{d}{EA_d} \\ & \text{ハウおよび} & \zeta_2 &= \frac{1}{\cos^2 \phi} \frac{d}{EA_d} + \frac{s}{EA_V} \\ & \text{プラット} & & \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

縦横の辺長が λ, s , 厚さ t なる板のせん断力 Q による相対変位 η は

$$\eta = \frac{Q\lambda}{Gts} \dots\dots\dots (3)$$

式 (2), (3) を等置して、換算板厚式は

$$t = \frac{\lambda}{G\zeta_i s} \quad (i=1, 2) \dots\dots\dots (4)$$

代表的な構面の換算板厚式を表-1 に示す。

表-1 換算板厚式

形式	図 1 の斜材構成		
	(1)	(2)	(3)
ワレンまたはダブルワレン	$\frac{E}{G} \frac{s\lambda}{d^3} \frac{1}{Ad}$	$\frac{E}{G} \frac{s\lambda}{2d^3} \frac{1}{Ad}$	$\frac{E}{G} \frac{s\lambda}{d^3} \frac{1}{2Ad}$
プラット、ハウまたはKトラス	$\frac{E}{G} \frac{s\lambda}{d^2 + \frac{h^2}{Av}}$	$\frac{E}{G} \frac{s\lambda}{2d^2 + \frac{h^2}{4Av}}$	

次に対傾構の弾性変形を考慮したねじり理論を展開する必要上、対傾構のせん断剛性の評価について述べる。図-4 (a) に示すようにせん断力 Q によって生ずる対傾構のせん断変形の半分をずれ角と定義する*。4つの構面から伝わるせん断力をもつ方向相反する2組のトルク Qb の大きさの和として定義されるずれモーメント $T_\theta = 2Qb$ とずれ角 θ には次の関係式が成り立つ。

$$\Gamma\theta = 2Qb \dots\dots\dots (5)$$

トラス橋では等間隔に対傾構が配置されているものと考え、式 (5) で定義される対傾構の剛性 Γ を橋軸方向に分布した抵抗力とするために格間長 λ で割って

$$r = \Gamma/\lambda \dots\dots\dots (6)$$

この r を平均化した対傾構のせん断剛性とよぶ。一般的な対傾構について r 値を求めるためには、図-4 (b) のように対傾構の左端 2 点 A, D を単純支持して、右端 B または C 点に集中荷重 Q を作用させ、対傾構にずれモーメントを生じたときの B, C 点の鉛直たわみの平均

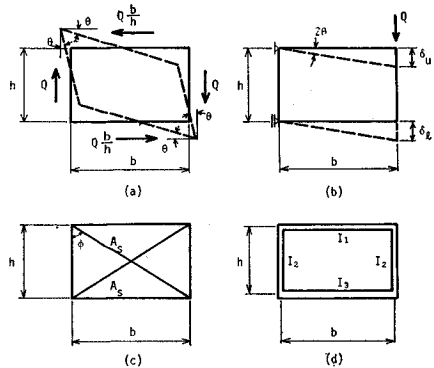


図-4 対傾構のせん断変形と対傾構形式

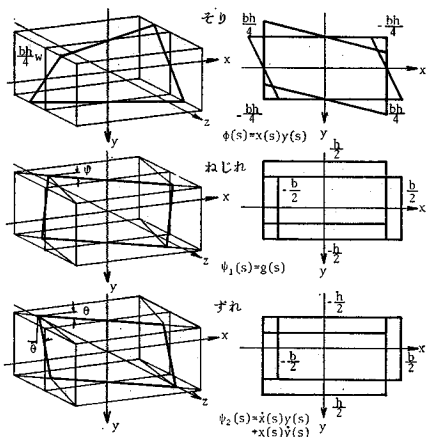


図-5 変形の基本モード

値を δ として次式に代入する。

$$r = \frac{4Qb^2}{\lambda\delta} \dots\dots\dots (7)$$

たとえば 図-4 (c), (d) のような対傾構に対して、 r 値の実用式は

$$\left. \begin{aligned} \text{(c)} \quad r &= \frac{8EA_s h^2 \sin^3 \phi}{\lambda b} \\ \text{(d)} \quad r &= \frac{48E \left(\frac{b}{I_1} + \frac{6h}{I_2} + \frac{b}{I_3} \right)}{\lambda \left(\frac{3h^2}{I_2^2} + \frac{2bh}{I_1 I_2} + \frac{2bh}{I_2 I_3} + \frac{b^2}{I_1 I_3} \right)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

他の任意の骨組形式をもつ対傾構については式 (7) に従い弾性計算によって容易に r 値を求めうる。

(2) 弾性方程式の誘導

ここで対象とするトラスは上下横構を有する 2 軸対称箱型断面とする。ねじり荷重が作用したときに、図-5 に示す 3 つの変形の自由度を考える。すなわち、軸方向にそり w , 断面内には z 軸まわりの回転角 ϕ (ねじれ角) と断面変形 θ (ずれ角) を考える。弾性方程式は Vlasov⁷⁾ の薄肉ばり理論に与えられているものとほと

* この定義は 2 軸対称断面についてのみ有効である。1 軸対称断面のずれ角の定義はたとえば文献 14) などに述べられている。

んど同様であるが、トラスを対象とした場合の若干の相違点を明らかにするために、誘導過程を要約して示す。

任意点の軸方向変位 $u(x, s)$ と薄肉中心線方向の変位 $v(x, s)$ を次式のように変数分離形で表わす。

$$u(x, s) = w\phi(s), \quad v(x, s) = \varphi\psi_1(s) + \theta\psi_2(s) \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに w, φ, θ は上記3変位成分のスパン方向分布、また $\phi(s), \psi_1(s), \psi_2(s)$ はそれぞれ対応する断面内の基本モードを表わす一般化座標である。任意点の応力 σ と τ と変位の関係は

$$\left. \begin{aligned} \sigma(x, s) &= Ew'\phi(s) \\ \tau(x, s) &= G\{\varphi\dot{w}\phi(s) + \varphi'\psi_1(s) + \theta'\psi_2(s)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに微分記号 \cdot および $'$ はそれぞれ s および x に関する微分を表わす。 q を s 方向に作用する分布外力として薄肉要素に作用する応力間のつりあい条件式は

$$\frac{\partial \sigma_t}{\partial x} + \frac{\partial \tau t}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial \tau t}{\partial x} + q = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

式(11)に仮想変位の原理を適用する。その際、軸方向応力 σ に対して弦材のみ、せん断応力 τ に対しては腹材のみが有効であると考えて積分範囲に気を付ける。変位の基本モードを図-5のようにとると

$$aw'' - b_1w - b_2\varphi' - b_1\theta' = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$b_2w' + b_1\varphi'' + b_2\theta'' + m_t = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$b_1w' + b_2\varphi'' + b_1\theta'' - r\theta + m_\theta = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに

$$\begin{aligned} a &= E \int_{F_1} \phi(s)\phi(s) dF_1 = EA_c b^2 h^2 / 4 \\ b_1 &= G \int_{F_2} \dot{\phi}(s)\psi_2(s) dF_2 = G \int_{F_2} \psi_1(s)\psi_1(s) dF_2 \\ &= G \int_{F_2} \psi_2(s)\psi_2(s) dF_2 = G(bt_1 + ht_2)bh/2 \\ b_2 &= G \int_{F_2} \dot{\phi}(s)\psi_1(s) dF_2 = G \int_{F_2} \psi_1(s)\psi_2(s) dF_2 \\ &= G(bt_1 - ht_2)bh/2 \end{aligned}$$

t_1 : 主構面換算板厚, t_2 : 横構面換算板厚

積分記号 \int_{F_1} および \int_{F_2} はそれぞれ弦材に関する面積分および等価板厚に換算された薄板に関する面積分を表わす。式(14)の $r\theta$ は軸方向に分布する対傾構の抵抗力であり、分布ずれモーメント m_θ と同様の影響を与えるものと考えて導入した。外力項として、ねじりモーメント m_t , およびずれモーメント m_θ は薄肉中心線に沿って q を線積分し次式で与えられる。

$$m_t = \int_L q\psi_1(s) ds, \quad m_\theta = \int_L q\psi_2(s) ds$$

ここで新しく関数 $f = \int w dx$ を導入する。

式(12), (13), (14)より

$$\left. \begin{aligned} w &= f', \quad \theta = \frac{a}{r} f'' + \frac{m_\theta}{r} \\ \varphi &= -\frac{a}{r} \frac{b_1}{b_2} f'' + \frac{a}{b_2} f'' - \frac{b_1}{b_2} f - \frac{b_1}{b_2 r} m_\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

式(13)にこの関数を代入して関数 f のみで表わすと

$$f'''' - 2r^2 f'' + s^4 f'' - \frac{b_2 r}{a(b_1^2 - b_2^2)} m_t + \frac{1}{a} m_\theta'' = 0 \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここに

$$r^2 = \frac{b_1 r}{2(b_1^2 - b_2^2)}, \quad s^4 = \frac{r}{a}$$

式(16)が2軸対称断面に関する、断面変形を含んだ曲げねじり基礎微分方程式である。

断面力を変数 f を用いて表わすと

$$\left. \begin{aligned} \text{ねじりモーメント} : T &= b_1\varphi' + b_2\theta' + b_2w \\ &= -\frac{a}{r} \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_1} f'' + a \frac{b_2}{b_1} f'''' - \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_2} f' \\ &\quad - \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_2 r} m_\theta' \\ \text{ずれモーメント} : T_\theta &= b_2\varphi' + b_1\theta' + b_1w = a f'''' \\ \text{バイモーメント} : M_w &= a\tau w' = a f'' \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

次にせん断変形を考慮した横たわみに関する弾性方程式は

$$EI_y \tilde{u}''(x) = q_x - \frac{EI_y}{2Gt_2 b} q_x'' \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに y 軸まわりの曲げ剛性 $EI_y = EA_c b^2$

ここで横たわみ $\tilde{u}(x)$ を曲げによる変形 $\tilde{u}_b(x)$ とせん断変形によるたわみ $\tilde{u}_s(x)$ に分離して

$$\tilde{u}(x) = \tilde{u}_b(x) + \tilde{u}_s(x) \quad \dots\dots\dots (19)$$

と表わすと、断面力は

$$\left. \begin{aligned} \text{曲げモーメント} : M_y &= -EI_y \tilde{u}_b''(x) \\ \text{せん断力} : Q_x &= -EI_y \tilde{u}_b'''(x) \end{aligned} \right\} \dots\dots (20)$$

3. 単径間トラスの解

ここでは等分布ねじれ荷重 m_t (ずれ荷重 m_θ) または等分布横荷重 q_x を受ける場合の解を求める。基礎方程式(16)の一般解は r と s の大小によって以下の3とおりに分けられる。

1) $r > s$

$$f = c_1 \cosh \alpha z + c_2 \sinh \alpha z + c_3 \cosh \beta z + c_4 \sinh \beta z + c_5 z + c_6 + \frac{b_2 m_t}{2(b_1^2 - b_2^2)} z^2 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\alpha = \sqrt{r^2 + \sqrt{r^4 - s^4}}, \quad \beta = \sqrt{r^2 - \sqrt{r^4 - s^4}}$$

2) $r = s = \alpha$

$$f = c_1 \cosh \alpha z + c_2 \sinh \alpha z + c_3 z \cosh \alpha z$$

$$+c_4 z \sinh \alpha z + c_5 z + c_6 + \frac{b_2 m_t}{2(b_1^2 - b_2^2)} z^2 \dots\dots\dots (22)$$

3) $r < s$

$$f = c_1 \cosh \alpha z \sin \beta z + c_2 \cosh \alpha z \cos \beta z + c_3 \sinh \alpha z \cos \beta z + c_4 \sinh \alpha z \sin \beta z + c_5 z + c_6 + \frac{b_2 m_t}{2(b_1^2 - b_2^2)} z^2$$

$$\alpha = \sqrt{(s^2 + r^2)/2}, \quad \beta = \sqrt{(s^2 - r^2)/2} \dots\dots\dots (23)$$

概して対傾構のせん断剛性が大きい場合（一部の上路トラス橋）には $r > s$ となり，小さい場合（多くの上路トラス橋および下路トラス橋）には $r < s$ となる。

また横たわみに関する基礎方程式 (18) の一般解は

$$\tilde{u}_b(z) = \frac{q_x}{24 EI_y} z^4 + \frac{C_7}{6} z^3 + \frac{C_8}{2} z^2 + C_9 z + C_{10} \dots\dots\dots (24)$$

$$\tilde{u}_s(z) = \frac{q_x}{4 G t_2 b} z(l-z) \dots\dots\dots (25)$$

一般的な単径間トラスの支持状態は 図-6 に示すように矢印方向の変位が拘束される。このような支持状態を忠実に評価して以下の境界条件式を得る。

1) 支点断面では橋面の横断方向傾斜が生じない。

$$\varphi(0) + \theta(0) = 0, \quad \varphi(l) + \theta(l) = 0 \dots\dots\dots (26)$$

2) 支点断面における x 方向のたわみは，端対傾構のせん断変形による重心の移動量に等しい。

$$\tilde{u}(0) = -\theta(0)h, \quad \tilde{u}(l) = -\theta(l)h \dots\dots\dots (27)$$

3) 可動支承では曲げモーメントおよびバイモーメントが 0 である。

$$\tilde{u}_b''(l) = 0, \quad w'(l) = 0 \dots\dots\dots (28)$$

4) 端対傾構の変形は次式で与えられる。

$$\Gamma_0 \theta(0) = -\{T(0) - T_0(0) + Q_x(0)h\}$$

$$\Gamma_0 \theta(l) = T(l) - T_0(l) + Q_x(l)h \dots\dots\dots (29)$$

ここに Γ_0 は端対傾構のせん断抵抗である。

5) 固定支承上では下弦材位置で橋軸方向変位は生じない。

$$w(0) \frac{h}{2} = \tilde{u}_b'(0) - \frac{EI_y}{2 G t_2 b l} \tilde{u}_b''(0) \dots\dots\dots (30)$$

6) 固定支承上で上弦材格点に作用する軸方向外力が

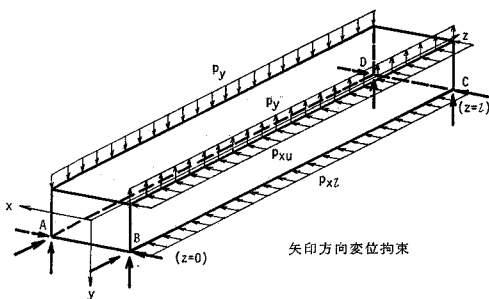


図-6 単径間トラスの支持状態と荷重

存在しない。

$$w'(0) = -\frac{EI_y h}{2a} \tilde{u}_b''(0) \dots\dots\dots (31)$$

これら 9 個の境界条件を用いて積分定数 $C_1 \sim C_{10}$ が決定される。等分布荷重 m_t, m_θ および q_x を対象とした定数 $C_1 \sim C_{10}$ に関する連立方程式の係数 $k_{11} \sim k_{10,10}$ および荷重項 $P_1 \sim P_{10}$ を行列形式で表わせば表-3 のとおりである。これらの k_{ij} の各値は r と s の大小関係に応じて表-4 に掲げられる各欄の式 (34) で計算できる。さらにその中に含まれる $\phi_1 \sim \phi_4, A_i, B_i$ の各値は表-2 に掲げられる各欄の式 (32) で計算すればよい。図-6 のような等分布荷重に対しては，表-4 の荷重項 $P_1 \sim P_{10}$ に含まれる m_t, m_θ および q_x は次式で与えらばよい。

$$\left. \begin{aligned} m_t &= p_y b + (p_{xu} - p_{xi})h/2 \\ m_\theta &= p_y b + (p_{xi} - p_{xu})h/2 \\ q_x &= p_{xu} + p_{xi} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

4. 断面力と部材力

境界条件を用いて積分定数 $C_1 \sim C_{10}$ が定まり，解 f および \tilde{u} が求まると断面力は式 (16) および式 (19) に f, \tilde{u} を代入して，表-5 および表-6 に掲げられた式 (36)~(37) のように与えられる。ところでトラス構造物の断面力・部材力は格間で離散的性質を有する。そこで実際のトラス構造物においては間接荷重として取扱うことを考えると，式 (16), (19) で与えられる断面力のうちでバイモーメント，および曲げモーメントは格点における値，ねじりモーメント，ずれモーメントおよびせん断力は格間中点の値を用いる。さらにこれらの断面力から部材力を計算する際にはトラスの骨組構成に留意する必要がある。各種のトラス構成に対しては表-7 に示す部材力計算式を用いる。表中

$$\left. \begin{aligned} F_{d1m} &= \frac{T_m}{2bh} d, & F_{d2m} &= \frac{T_{\theta m}}{2bh} d \\ F_{b1m} &= \frac{T_m}{2bh} r, & F_{b2m} &= \frac{T_{\theta m}}{2bh} r \\ F_{b3m} &= \frac{Q_{xm}}{2b} r, & F_{c1m} &= \frac{T_m}{2bh} \lambda \\ F_{c2m} &= \frac{T_{\theta m}}{2bh} \lambda, & F_{c3i} &= \frac{M_{wi}}{bh} \\ F_{c4i} &= \frac{M_{yi}}{2b}, & F_{c3j} &= \frac{M_{wj}}{bh} \\ F_{c4j} &= \frac{M_{yj}}{2b} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

ここに添字 m は格間中点， i, j はそれぞれ格点 i および j における断面力を表わす。また一般に対傾構応力の求め方は次のとおりである。すなわち，ずれ角 θ を用いてせん断力 $Q = \Gamma \theta / 2b$ を 図-4 (b) のように作用させ

表-2 式 (32)

	r>s	r=s	r<s	
ϕ_1	$\sinh \beta z$	$z \cosh \alpha z$	$\cosh \alpha z \sin \beta z$	
ϕ_2	$\cosh \alpha z$	$\cosh \alpha z$	$\cosh \alpha z \cos \beta z$	
ϕ_3	$\sinh \alpha z$	$\sinh \alpha z$	$\sinh \alpha z \cos \beta z$	
ϕ_4	$\cosh \beta z$	$z \sinh \alpha z$	$\sinh \alpha z \sin \beta z$	
z	A_z B_z	A_z B_z	A_z	B_z
1	α	β	α	1
2	α^2	β^2	α^2	2α
3	α^3	β^3	α^3	$3\alpha^2$
4	α^4	β^4	α^4	$4\alpha^3$
5	α^5	β^5	α^5	$5\alpha^4$

表-3 式 (33)

条件式	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	荷重項
29-2	k_{11}	k_{12}	k_{13}	k_{14}	k_{15}	0	k_{17}	0	0	0	p_1
29-1	k_{21}	k_{22}	k_{23}	k_{24}	k_{25}	0	k_{27}	0	0	0	p_2
31	0	k_{32}	0	k_{34}	0	0	0	k_{38}	0	0	p_3
28-2	k_{41}	k_{42}	k_{43}	k_{44}	0	0	0	0	0	0	p_4
26-2	k_{51}	k_{52}	k_{53}	k_{54}	k_{55}	0	0	0	0	0	p_5
26-1	0	k_{62}	0	k_{64}	0	k_{66}	0	0	0	0	p_6
28-1	0	0	0	0	0	0	k_{77}	k_{78}	0	0	p_7
27-2	k_{81}	k_{82}	k_{83}	k_{84}	0	0	k_{87}	k_{88}	k_{89}	$k_{8,10}$	p_8
30	k_{91}	0	k_{93}	0	k_{95}	0	0	k_{98}	k_{99}	0	p_9
27-1	0	$k_{10,2}$	0	$k_{10,4}$	0	0	0	0	0	$k_{10,10}$	p_{10}

表-4 式 (34)

	r>s	r=s	r<s
k_{11}	$B_5\phi_4+G_6A_5\phi_1$ $-G_1B_3\phi_4+G_2B_1\phi_4$		$(A_5\phi_4+B_5\phi_2)+G_6(A_4\phi_3+B_4\phi_3)$ $-G_1(A_3\phi_4+B_3\phi_2)+G_2(A_1\phi_4+B_1\phi_2)$
k_{12}	$A_5\phi_3+G_6A_4\phi_2$ $-G_1A_3\phi_3+G_2A_1\phi_3$		$(A_5\phi_3+B_5\phi_1)+G_6(A_4\phi_2-B_4\phi_1)$ $-G_1(A_3\phi_3-B_3\phi_1)+G_2(A_1\phi_3-B_1\phi_1)$
k_{13}	$A_6\phi_2+G_6A_5\phi_1$ $-G_1A_3\phi_2+G_2A_1\phi_2$		$(A_5\phi_2-B_5\phi_4)+G_6(A_4\phi_3-B_4\phi_1)$ $-G_1(A_3\phi_2-B_3\phi_4)+G_2(A_1\phi_2-B_1\phi_4)$
k_{14}	$B_5\phi_1+G_6B_4\phi_4$ $-G_1B_3\phi_1+G_2B_1\phi_1$		$(A_5\phi_1+B_5\phi_3)+G_6(A_4\phi_4+B_4\phi_2)$ $-G_1(A_3\phi_1+B_3\phi_3)+G_2(A_1\phi_1+B_1\phi_3)$
k_{41}	$B_2\phi_1$		$A_2\phi_1+B_2\phi_3$
k_{42}	$A_2\phi_2$		$A_2\phi_2-B_2\phi_4$
k_{43}	$A_2\phi_3$		$A_2\phi_3-B_2\phi_4$
k_{44}	$B_2\phi_4$		$A_2\phi_4+B_2\phi_2$
k_{51}	$B_4\phi_1+G_6\phi_1$		$(A_4\phi_1+B_4\phi_3)+G_6\phi_1$
k_{52}	$A_4\phi_2+G_6\phi_2$		$(A_4\phi_2-B_4\phi_4)+G_6\phi_2$
k_{53}	$A_4\phi_3+G_6\phi_3$		$(A_4\phi_3-B_4\phi_1)+G_6\phi_3$
k_{54}	$B_4\phi_4+G_6\phi_4$		$(A_4\phi_4+B_4\phi_2)+G_6\phi_4$
k_{64}	$B_4-G_6B_2+G_4$		$B_4-G_6B_2$
k_{81}	$B_4\phi_1$		$A_4\phi_1+B_4\phi_3$
k_{82}	$A_4\phi_2$		$A_4\phi_2-B_4\phi_4$
k_{83}	$A_4\phi_3$		$A_4\phi_3-B_4\phi_1$
k_{84}	$B_4\phi_4$		$A_4\phi_4+B_4\phi_2$

以下共通：

$k_{15} = G_2, k_{17} = EI_y h G_2 G_3, k_{21} = B_5 - G_1 B_3 + G_2 B_1, k_{22} = -G_6 A_4$
 $k_{23} = A_5 - G_1 A_3 + G_2 A_1, k_{24} = -G_6 B_4, k_{25} = G_2, k_{27} = EI_y h G_2 G_3$
 $k_{32} = A_2, k_{34} = B_2, k_{38} = EI_y h / 2, k_{35} = G_4 L, k_{36} = G_4$
 $k_{62} = A_4 - G_6 A_2 + G_4, k_{66} = G_4, k_{77} = L, k_{78} = 1, k_{87} = G_2 L^2 / 8h$

$k_{88} = G_2 L^2 / 2h, k_{89} = G_2 L / h, k_{8,10} = G_2 / h, k_{91} = B_1 h / 2, k_{93} = A_1 h / 2$
 $k_{95} = h / 2, k_{96} = EI_y / 2 G_2 b L, k_{99} = -1, k_{10,2} = A_4, k_{10,4} = B_4$
 $k_{10,10} = G_2 / h, p_1 = -G_6 m_0 / \alpha - G_2 G_3 h L, p_2 = G_6 m_0 / \alpha$
 $p_3 = -G_3 m_2, p_4 = -G_3 m_1, p_5 = -m_0 / \alpha - G_3 G_4 L^2 m_2 / 2, p_6 = -m_0 / \alpha + G_3 G_5 m_1$
 $p_7 = -q_2 L^2 / 2EI_y, p_8 = -m_0 / \alpha - G_2 L^2 q_2 / 24EI_y, p_9 = \eta, p_{10} = -m_0 / \alpha$

$G_1 = \gamma / (b_1 + b_2), G_2 = \gamma / \alpha, G_3 = b_2 / (b_1^2 - b_2^2), G_4 = \gamma b_1 / \alpha (b_1 - b_2)$
 $G_5 = \gamma / (b_1 - b_2), G_6 = \Gamma_0 G_3$

表-5 式 (36)

解	C ₁	C ₂	C ₃	C ₄	C ₅	C ₆	C ₇	C ₈	C ₉	C ₁₀	定数項
W	r_{11}	r_{12}	r_{13}	r_{14}	r_{15}	0	0	0	0	0	$r_{1,11}$
ψ	r_{21}	r_{22}	r_{23}	r_{24}	r_{25}	r_{26}	0	0	0	0	$r_{2,11}$
θ	r_{31}	r_{32}	r_{33}	r_{34}	0	0	0	0	0	0	$r_{3,11}$
M_W	r_{41}	r_{42}	r_{43}	r_{44}	0	0	0	0	0	0	$r_{4,11}$
T	r_{51}	r_{52}	r_{53}	r_{54}	r_{55}	0	0	0	0	0	$r_{5,11}$
T_θ	r_{61}	r_{62}	r_{63}	r_{64}	0	0	0	0	0	0	0
u	0	0	0	0	0	0	r_{77}	r_{78}	r_{79}	$r_{7,10}$	$r_{7,11}$
Q_x	0	0	0	0	0	0	r_{87}	0	0	0	$r_{8,11}$
M_y	0	0	0	0	0	0	r_{97}	r_{98}	0	0	$r_{9,11}$

表-6 式 (37)

	r>s	r=s	r<s
r_{11}	$B_1\phi_4$		$A_{10}+B_{10}\phi_2$
r_{12}	$A_1\phi_3$		$A_1\phi_3-B_1\phi_4$
r_{13}	$A_1\phi_2$		$A_1\phi_2-B_1\phi_4$
r_{14}	$B_1\phi_2$		$A_{10}+B_{10}\phi_2$
r_{21}	$-(\alpha A_1\phi_1/\gamma+\alpha_1)B_1/b_2$ $+\alpha B_2\phi_1/b_2$		$-(\alpha(A_1\phi_1+B_1\phi_3)/\gamma+\alpha_1)B_1/b_2$ $+\alpha(A_2\phi_2+B_2\phi_3)/b_2$
r_{22}	$-(\alpha A_1\phi_2/\gamma+\alpha_2)B_1/b_2$ $+\alpha B_2\phi_2/b_2$		$-(\alpha(A_1\phi_2-B_1\phi_4)/\gamma+\alpha_2)B_1/b_2$ $+\alpha(A_2\phi_2-B_2\phi_4)/b_2$
r_{23}	$-(\alpha A_1\phi_3/\gamma+\alpha_3)B_1/b_2$ $+\alpha B_2\phi_3/b_2$		$-(\alpha(A_1\phi_3-B_1\phi_1)/\gamma+\alpha_3)B_1/b_2$ $+\alpha(A_2\phi_3-B_2\phi_1)/b_2$
r_{24}	$-(\alpha A_1\phi_4/\gamma+\alpha_4)B_1/b_2$ $+\alpha B_2\phi_4/b_2$		$-(\alpha(A_1\phi_4+B_1\phi_2)/\gamma+\alpha_4)B_1/b_2$ $+\alpha(A_2\phi_4+B_2\phi_2)/b_2$
r_{31}	$B_1\phi_1/G_2$		$(A_1\phi_1+B_1\phi_3)/G_2$
r_{32}	$A_1\phi_2/G_2$		$(A_1\phi_2-B_1\phi_4)/G_2$
r_{33}	$A_1\phi_3/G_2$		$(A_1\phi_3-B_1\phi_1)/G_2$
r_{34}	$B_1\phi_4/G_2$		$(A_1\phi_4+B_1\phi_2)/G_2$
r_{41}	$\alpha B_2\phi_1$		$\alpha(A_{10}+B_{10}\phi_2)$
r_{42}	$\alpha A_2\phi_2$		$\alpha(A_2\phi_2-B_2\phi_4)$
r_{43}	$\alpha A_2\phi_3$		$\alpha(A_2\phi_3-B_2\phi_1)$
r_{44}	$\alpha B_2\phi_4$		$\alpha(A_2\phi_4+B_2\phi_2)$
r_{51}	$-(B_5\phi_4/G_2+B_5\phi_4)/G_3$ $+\alpha B_1B_3\phi_4/b_2$		$-(A_5\phi_4+B_5\phi_2)/G_2+(A_5\phi_4+B_5\phi_2)/G_3$ $+\alpha B_1(B_3\phi_4+B_3\phi_2)/b_2$
r_{52}	$-(A_5\phi_3/G_2+B_5\phi_1)/G_3$ $+\alpha B_1A_3\phi_3/b_2$		$-(A_5\phi_3-B_5\phi_1)/G_2+(A_5\phi_3-B_5\phi_1)/G_3$ $+\alpha B_1(A_3\phi_3+B_3\phi_1)/b_2$
r_{53}	$-(A_5\phi_2/G_2+B_5\phi_4)/G_3$ $+\alpha B_1A_3\phi_2/b_2$		$-(A_5\phi_2-B_5\phi_4)/G_2+(A_5\phi_2-B_5\phi_4)/G_3$ $+\alpha B_1(A_3\phi_2+B_3\phi_4)/b_2$
r_{54}	$-(B_5\phi_1/G_2+B_5\phi_3)/G_3$ $+\alpha B_1B_3\phi_1/b_2$		$-(A_5\phi_1+B_5\phi_3)/G_2+(A_5\phi_1+B_5\phi_3)/G_3$ $+\alpha B_1(B_3\phi_1+B_3\phi_3)/b_2$
r_{61}	$\alpha B_2\phi_4$		$\alpha(A_{10}+B_{10}\phi_2)$
r_{62}	$\alpha A_2\phi_3$		$\alpha(A_2\phi_3-B_2\phi_1)$
r_{63}	$\alpha A_2\phi_2$		$\alpha(A_2\phi_2-B_2\phi_4)$
r_{64}	$\alpha B_2\phi_1$		$\alpha(A_2\phi_1+B_2\phi_3)$

以下共通

$r_{15} = 1, r_{25} = -b_1/b_2, r_{35} = -b_1/b_2, r_{45} = -1/G_3, r_{77} = z^2/6$
 $r_{78} = z^2/2, r_{79} = z, r_{87} = 1, r_{88} = -EI_y z, r_{89} = -EI_y$
 $r_{97} = -EI_y, r_{98} = G_2 m_2, r_{99} = \alpha m_1^2 / (b_1^2 - b_2^2) - b_1 z^2 m_2 / 2 (b_1^2 - b_2^2) - b_1 m_0 / b_2$
 $r_{10,11} = m_0 / \gamma, r_{10,12} = G_2 m_2, r_{10,13} = -m_2 z - (b_1^2 - b_2^2) m_0^2 / b_2, r_{10,14} = z^2 q_2 / 24EI_y$
 $r_{10,15} = -z q_2, r_{10,16} = -z^2 q_2 / 2$

表-7 トラス構成と部材力式

	Type 1	Type 2	Type 3	Type 4
N_{d1}	$F_{d1m}+F_{d2m}$	$-F_{d1m}-F_{d2m}$	$F_{d1m}+F_{d2m}$	$-F_{d1m}-F_{d2m}$
N_{d2}	$-F_{d1m}-F_{d2m}$	$F_{d1m}+F_{d2m}$	$-F_{d1m}-F_{d2m}$	$F_{d1m}+F_{d2m}$
N_{b1}	$-F_{b1m}+F_{b2m}-F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}+F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}+F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}-F_{b5m}$
N_{b2}	$F_{b1m}-F_{b2m}+F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}-F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}-F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}+F_{b5m}$
N_{b3}	$-F_{b1m}+F_{b2m}+F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}-F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}-F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}+F_{b5m}$
N_{b4}	$F_{b1m}-F_{b2m}-F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}+F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}+F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}-F_{b5m}$
N_{o1}	$F_{o3i}-F_{o4i}$	$F_{o3j}-F_{o4j}$	$-F_{o1m}+F_{o2m}+F_{o3i}-F_{o4i}$	$F_{o1m}-F_{o2m}+F_{o3j}-F_{o4j}$
N_{o2}	$-F_{o3i}+F_{o4i}$	$-F_{o3j}+F_{o4j}$	$F_{o1m}+F_{o2m}-F_{o3i}+F_{o4i}$	$-F_{o1m}+F_{o2m}-F_{o3j}+F_{o4j}$
N_{o3}	$F_{o1m}-F_{o2m}+F_{o3j}+F_{o4j}$	$-F_{o1m}+F_{o2m}+F_{o3i}+F_{o4i}$	$F_{o3j}+F_{o4j}$	$F_{o3i}+F_{o4i}$
N_{o4}	$-F_{o1m}+F_{o2m}-F_{o3j}-F_{o4j}$	$F_{o1m}-F_{o2m}-F_{o3i}-F_{o4i}$	$-F_{o3j}-F_{o4j}$	$-F_{o3i}-F_{o4i}$
	Type 5	Type 6	Type 7	Type 8
N_{d1}	$F_{d1m}+F_{d2m}$	$-F_{d1m}-F_{d2m}$	$F_{d1m}+F_{d2m}$	$-F_{d1m}-F_{d2m}$
N_{d2}	$-F_{d1m}-F_{d2m}$	$F_{d1m}+F_{d2m}$	$-F_{d1m}-F_{d2m}$	$F_{d1m}+F_{d2m}$
N_{b1}	$-F_{b1m}+F_{b2m}-F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}+F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}+F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}-F_{b5m}$
N_{b2}	$F_{b1m}-F_{b2m}+F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}-F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}-F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}+F_{b5m}$
N_{b3}	$F_{b1m}-F_{b2m}-F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}+F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}+F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}-F_{b5m}$
N_{b4}	$-F_{b1m}+F_{b2m}+F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}-F_{b5m}$	$F_{b1m}-F_{b2m}-F_{b5m}$	$-F_{b1m}+F_{b2m}+F_{b5m}$
N_{o1}	$F_{o3i}-F_{o4i}$	$F_{o3j}-F_{o4j}$	$-F_{o1m}+F_{o2m}+F_{o3i}-F_{o4i}$	$F_{o1m}-F_{o2m}+F_{o3j}-F_{o4j}$
N_{o2}	$-F_{o3i}+F_{o4i}$	$-F_{o3j}+F_{o4j}$	$F_{o1m}-F_{o2m}-F_{o3i}+F_{o4i}$	$-F_{o1m}+F_{o2m}-F_{o3j}+F_{o4j}$
N_{o3}	$F_{o3j}+F_{o4j}$	$F_{o3i}+F_{o4i}$	$F_{o1m}-F_{o2m}+F_{o3j}+F_{o4j}$	$F_{o1m}+F_{o2m}+F_{o3i}+F_{o4i}$
N_{o4}	$-F_{o3j}-F_{o4j}$	$-F_{o3i}-F_{o4i}$	$-F_{o1m}+F_{o2m}-F_{o3j}-F_{o4j}$	$F_{o1m}-F_{o2m}-F_{o3i}-F_{o4i}$

て部材力を計算する。

5. 変形法による骨組解析との比較

本解法の精度を確かめるために、一般的な変形法（節

点ヒンジ結合とした立体トラス用プログラム）による計算値と本解法による計算値を、2, 3の単径間トラスについて比較して 図-7 に示す。分布荷重に対して、変形および断面力ともに薄肉ばりに置換した本解法は次節以下で述べるトラスの立体的力学特性を把握するに十分な精

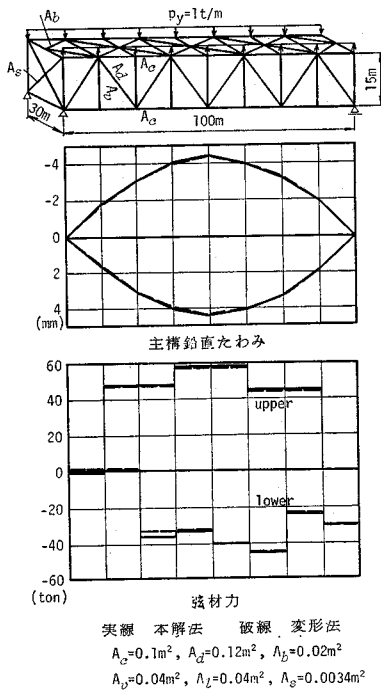


図-7 (1) 本解法と変形法との比較 (ねじり荷重)

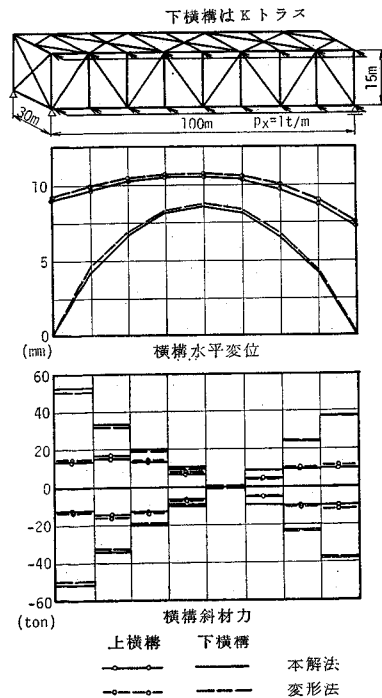


図-7 (2) 本解法と変形法との比較 (横荷重)

度を有していることが確認された。

6. 立体的力学特性を表わす無次元パラメーター

トラスの立体的力学特性を把握するためにはトラスの形状あるいは構造要素を代表する無次元パラメーターを用い、変形量、断面力を無次元表示すると便利である。弾性方程式 (16) を両端で

$$\varphi = \theta = w' = 0 \dots\dots\dots(39)$$

なる理想化した境界条件のもとに解き整理することによって力学的に有意義な無次元パラメーターを見出すことができる。ここでは紙面の都合上解を提示することは避け、基礎方程式および境界条件に現われる力学量に対して次元解析を試みる。もちろん関与する一次量の組合せについては微分方程式の解より見出したパラメーターを考慮している。等分布ねじり荷重 m_t が作用したとき、ねじり角 φ に関して各一次量は $\{\varphi; GJ; a; b_1; r; l; m_t\}$ である。ここに GJ はトラスのねじり剛性で $GJ = (b_1^2 - b_2^2)/b_1$ とえられる。次元マトリックスは

$$M \begin{pmatrix} \varphi & GJ & a & b_1 & r & l & m_t \\ L & 0 & 3 & 5 & 3 & 1 & 1 & 1 \\ M & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ T & 0 & -2 & -2 & -2 & -2 & 0 & -2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots(40)$$

明らかにランクは 2 であり、5 個の無次元積が存在する。そのうちの 4 個は薄肉構造物の曲げねじり理論で用いられている無次元パラメーターを用いる。

$$\left. \begin{aligned} \pi_1 = \varphi, \quad \pi_2 = \sqrt{\frac{GJ}{a}} l \\ \pi_3 = \frac{GJ}{m_t l^2}, \quad \pi_4 = \frac{GJ}{b_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

残る 1 つの無次元積は GJ, r, l を用いて

$$\pi_5 = \sqrt{\frac{r}{2GJ}} l \dots\dots\dots(42)$$

したがってねじれ角 φ は

$$\varphi \frac{GJ}{m_t l^2} = f \left(\sqrt{\frac{GJ}{a}} l, \sqrt{\frac{r}{2GJ}} l, \frac{GJ}{b_1} \right) \dots\dots\dots(43)$$

同様の手法によってそのほかの変形量、断面力は次のように無次元表示される。

$$\left. \begin{aligned} \theta \frac{GJ}{m_t l^2}, \quad w \frac{GJ}{m_t l}, \quad M_w \frac{1}{m_t l^2} \\ T \frac{1}{m_t l}, \quad T_\theta \frac{1}{m_t l} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(44)$$

そのほか端対傾構の変形を考慮するときは端対傾構のせん断剛性 Γ_0 と中間対傾構せん断剛性 $r\lambda$ の比が加わる。結局式 (43), (44) の変形、断面力などの無次元量は次の 4 つの無次元パラメーターに支配される。

1) $rl = \sqrt{r/2GJ} \cdot l$: 対傾構剛性とねじり剛性の比と

スパンに関する量で基礎方程式 (16) の係数である。

2) $ul = \sqrt{GJ/a} \cdot l$: ねじり剛性と曲げねじり剛性の比とスパンに関する量

3) $\rho = \frac{GJ}{b_1} = 4 \frac{t_2 h}{t_1 b} \left/ \left(1 + \frac{t_2 h}{t_1 b} \right)^2 \right.$: 両構面の幅厚比関数

4) $c = \Gamma_0 / r\lambda$: 端対傾構と中間対傾構のせん断剛性比

7. ねじり荷重による変形と応力

図-6 のような支持状態の単径間トラスに等分布ねじりモーメント $m_t (=m_\theta)$ を満載した状態についてパラメーター解析を行った。主要な変形量、断面力のスパン方向分布は次の 3 種類のパラメーターの組合せについて示し考察を加える。

U-type : $rl=1, c=10$

典型的な下路トラス橋を想定したもので、中間対傾構剛性が小さいので rl 値が小さい。また橋門構の剛性が大きいので c 値が大きくなる。

O-type : $rl=10, c=0.1$

かなり剛な対傾構を有する上路トラスを想定したものの

D-type : $rl=5, c=0.1$

上記 2 つの type の中間的なパラメーターで、ダブルデッキトラスを想定したものである。

(1) パラメーターの変形におよぼす影響

ねじり荷重によるトラスの変形のうち、橋面傾斜角の無次元量 $\bar{\varphi} + \bar{\theta}$ とねじり角の無次元量 $\bar{\varphi}$ のスパン方向分布を 図-8 に示す。U-type ではねじれ角 $\bar{\varphi}$ に比べて橋面傾斜角 $\bar{\varphi} + \bar{\theta}$ がかなり大きく、ずれ角 $\bar{\theta}$ が卓越していることが明らかである。パラメーター ul 値が大きいほどこの傾向が著しい。この type ではねじり荷重に対して主構の曲げ抵抗が主に関係している。また c 値が大きいために端断面のねじれ角、ずれ角はきわめて小さい。

D-type では $\bar{\varphi} + \bar{\theta}$ と $\bar{\varphi}$ の差は縮少するが、それでもずれ角 $\bar{\theta}$ の橋面傾斜角に占める割合は 10~20% に達する。この type では、端部の変形がかなり大きく $\varphi = -\theta$ の関係より上構構は水平方向に $2\varphi h$ 変位することになる。

一方、O-type では橋面傾斜角とねじれ角の分布形状がかなり接近してくる。端部の変形はあまり大きくなりな

橋面傾斜角最大値 $(\bar{\varphi} + \bar{\theta})_{\max}$ とパラメーター rl の関係を 図-9 に示す。図中の破線は rl, ul を無限大とした場合のねじれ角の無次元量 $\varphi \cdot GJ/m_t l^2 = 0.125$ であ

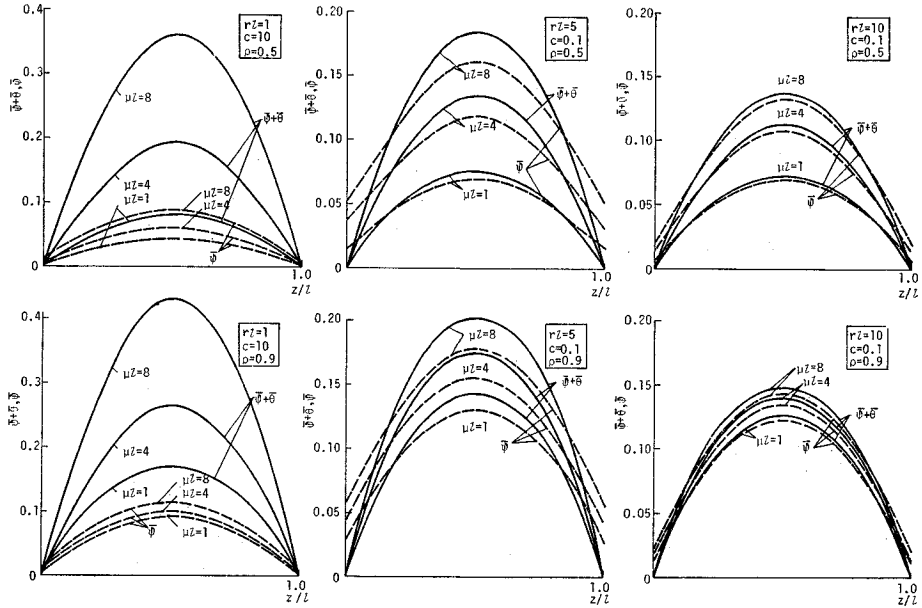


図-8 橋面傾斜角およびねじれ角の分布 (ねじり荷重)

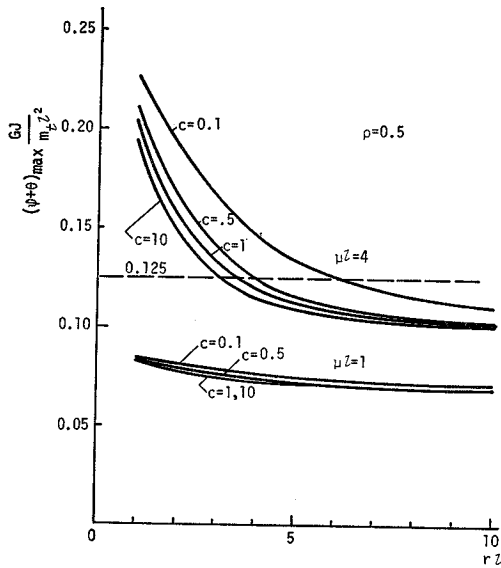


図-9 (1) 橋面傾斜角最大値 (ねじり荷重)

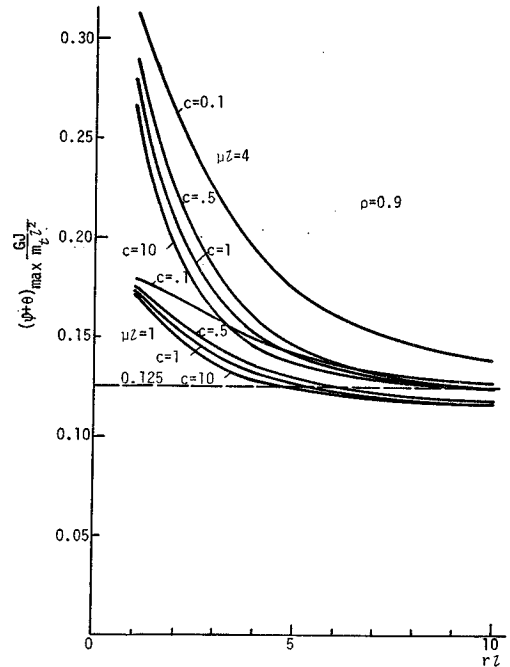


図-9 (2) 橋面傾斜角最大値 (ねじり荷重)

る。 μl 値が小さく曲げねじり抵抗が卓越した場合はパラメーター rl が変形に与える影響は小さく、 μl 値が大きくなるほど、 rl 値の影響が顕著になる。同時に対傾構剛比 c の影響も μl 値が大きいかほど著しい。 ρ 値が 1 に近づくとねじり荷重に対して曲げねじり剛性が寄与する割合が減少する。 rl 値が大きくなると $(\bar{\varphi} + \bar{\theta})_{\max}$ は 0.125 に漸近する。

次にスパン中央点におけるずれ角とねじれ角の比をずれ角混合比として図-10 に示す。 rl 値が大きくなると当然ずれ角は小さくなるが、 $rl=5$ 程度ではずれ角はね

じれ角の 10~20%、 $rl=10$ でも 5% 程度になっている。

(2) パラメーターの部材力に及ぼす影響

図-11 では主構および横構のせん断力を次のように無次元表示して、スパン方向分布を描いた。

$$\bar{s}_a = s_a \frac{2b}{m_t l}, \quad \bar{s}_b = s_b \frac{2h}{m_t l} \dots\dots\dots(45)$$

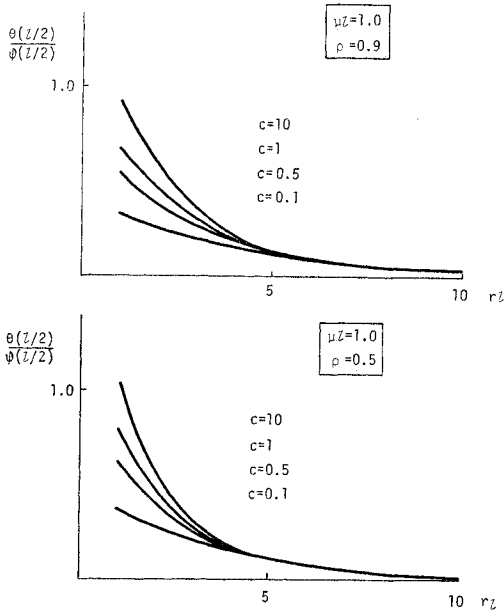


図-10 ずれ角混合率（ねじり荷重）

主構面と横構面に等しくせん断流が分配される場合には $\bar{s}_d = \bar{s}_b$ となり、端部ではこれらの値がともに ± 0.5 となる。逆に主構のみに分担される場合、 \bar{s}_b は 0 となり端部では $\bar{s}_d = \pm 1$ となる。 rl が小さい U-type は後者に該当しねじり荷重はほとんど主構のみが分担し、横構応力は小さいいわゆる 1-0 分配法に該当する応力分布状態である。O-type では横構せん断力がかなり大きくなり、特に ρ 値が 1 に近づくときスパン中央部では \bar{s}_d と \bar{s}_b はほとんど一致する。しかし端部付近では $|\bar{s}_d| > |\bar{s}_b|$ である。

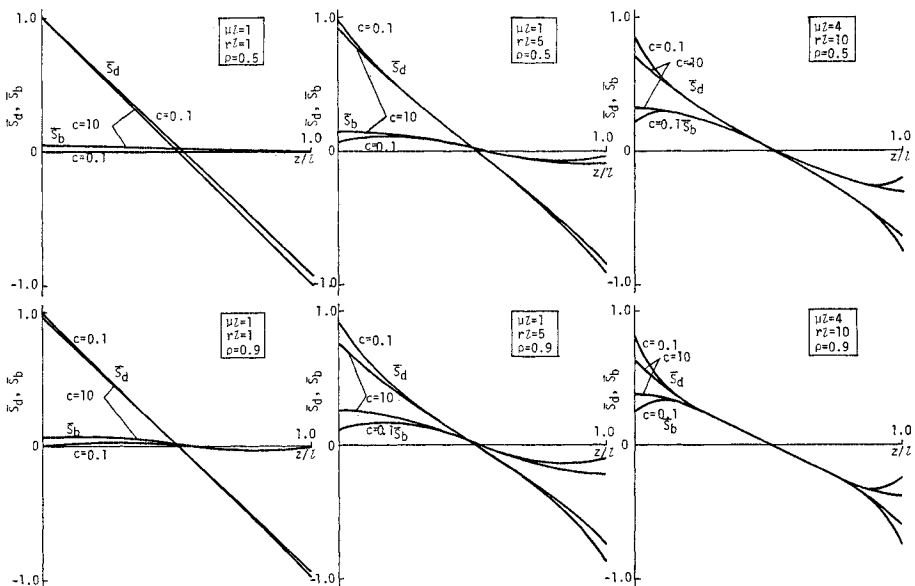


図-11 構面せん断力の分布（ねじり荷重）

ある。トラス橋では偏心荷重を受ける場合、両主構のせん断力を 1-0 の横方向影響線を用いて求めても、極端に不経済な設計とはならないようである。ただし、横構斜材については rl が大きいトラス橋で偏心荷重が大きい場合には立体的力学特性を考慮して応力照査する必要がある。

図-12 はスパンセンターの弦材力の無次元量

$$\kappa_c = N_c \frac{8bh}{m_l l^2} \dots \dots \dots (46)$$

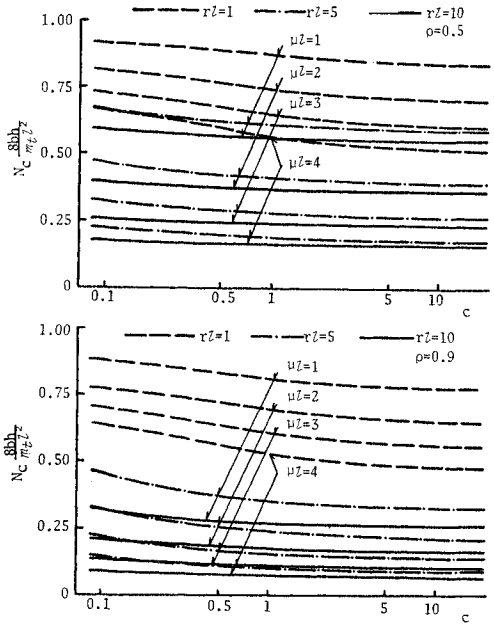


図-12 スパンセンター弦材力（ねじり荷重）

を示したものである。 $\kappa_c=1$ であれば、完全に主構のみがねじりに抵抗することになるが、このような状態は、 $rl, \mu l$ がともに小さい場合のみで、 $rl, \mu l$ が大きくなるとねじり荷重による弦材力は急激に小さくなる。この場合は偏心荷重に対して1-0分配法を用いて設計された弦材は応力的にかなり余裕のあるものとなる。

またラーメン形式も含めた広義の対傾構に作用する応力については単位集中ねじり荷重 $M_t=M_0=1$ による対傾構の変形 $\bar{\theta}$ より、次式で与えられる荷重係数 κ_t を影響線で表わし 図-13 に示した。

$$\kappa_t = r\bar{\theta} \frac{l}{2} = (rl)^2 \bar{\theta} \frac{GJ}{l} \dots\dots\dots (47)$$

集中ねじり荷重による対傾構のせん断力を計算する場合は係数 κ_t を用いて

$$Q = \kappa_t \frac{\lambda}{l} \frac{M_t}{b}$$

として与えられる。この Q を用いて 図-4 (b) のような支持状態に対して部材力を計算するとよい。分布ねじり荷重に対しては κ_t の影響線面積を用いる。

トラス形式の対傾構では対傾構剛性は部材断面積に比例し、応力は断面積に反比例する。そこで対傾構応力 σ_s は

$$\frac{\sigma_s}{E} \propto \frac{\kappa_t}{(rl)^2} \frac{M_t l}{GJ} \frac{\lambda}{2b} \dots\dots\dots (48)$$

と表わされて、 rl 値の平方に反比例することがわかる。一方、ラーメン形式では r 値は部材の曲げ剛性（ほぼ部材高の平方）に比例し、縁応力は部材高に反比例するから

$$\frac{\sigma_s}{E} \propto \frac{\kappa_t}{rl} \frac{M_t l}{GJ} \frac{\lambda}{2b} \dots\dots\dots (49)$$

もちろん、式 (48)、(49) で与えられる対傾構応力はトラス全体の変形に基づくもので、このほかに床組としての応力を受ける。

8. 等分布横荷重による上下横構応力

トラスの上下弦材の高さに作用する相等しい等分布横荷重に対する解は式 (32)~(34) において $m_t=m_0=0$, $q_x=2p$ と置いて与えられる。そのときの上下横構面の分担するせん断力のスパン方向分布を代表的なトラス形式に相当する無次元パラメーターの組合せに対して 図-14 に示した。ここでは横構面せん断力を次のように無次元表示している。

$$\left. \begin{array}{l} \text{上横構せん断力: } \bar{s}_{bu} = 4 s_{bu}/q_x l \\ \text{下横構せん断力: } \bar{s}_{bl} = 4 s_{bl}/q_x l \end{array} \right\} \dots\dots\dots (50)$$

U-type では上下横構はその構面内に作用した横荷重に対して独立に抵抗する。上横構に作用した横荷重は上横構を通じて両端に伝達され、さらに端対傾構（橋門構）によって支点到伝達される。中間対傾構を通して下横構に流れる応力はきわめて小さい。上横構はほぼ両端単純支持トラスの応力状態であるが、下横構は固定支承と可動支承の境界条件の差が現われて、固定支承側せん断力は可動側に比べて若干大きくなる。O-type ではスパン中間部では \bar{s}_{bu} と \bar{s}_{bl} が等しくなるが、 $l/4$ 点付近から離れてゆき、端部付近では中間対傾構を通じて上横構せん断力の一部が下横構へ流れるので両者に著しい差を生ずる。この傾向は中間的な対傾構剛性を有する D-type においてより顕著に現われる。特にダブルデッキトラスでは上下弦とも横荷重載荷弦となり、上横構に作用する横荷重もかなり大きいが、端部付近の下横構せん断力は、上下横構を独立とした慣用設計法によるものに比してかなり大きくなる。D-type および O-type のトラスでは、是非、立体構造物としての計算法を導入する必要がある。

9. 模型実験

ねじり荷重を受けるトラスの立体構造特性と本解法の精度を調べるために模型実験を行った。

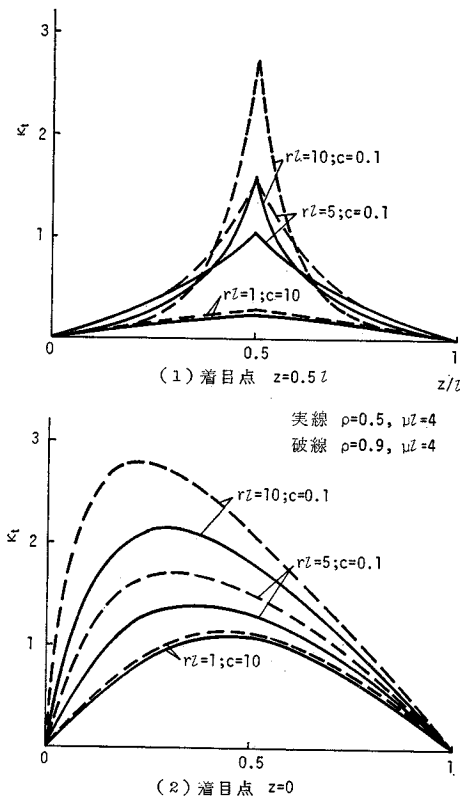


図-13 単位ねじり荷重による対傾構荷重係数の影響線

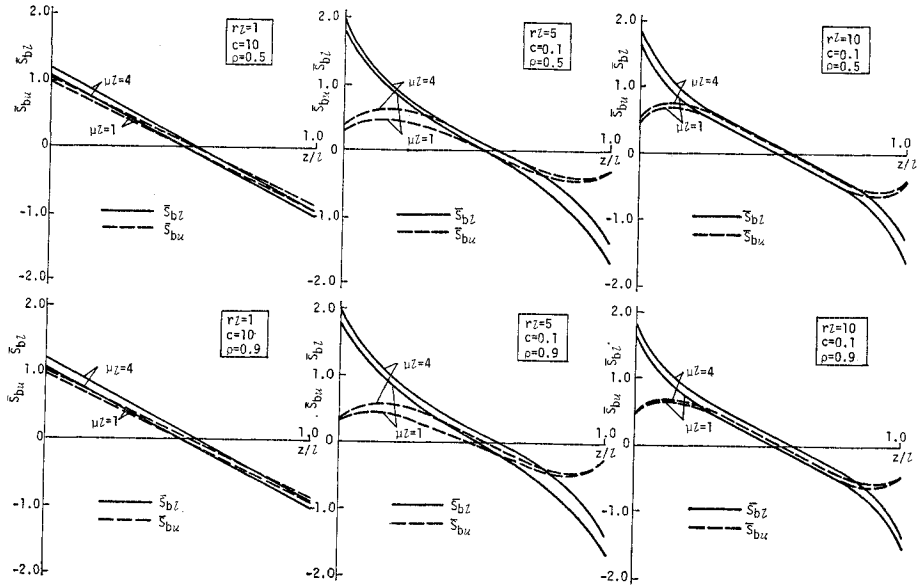


図-14 上下横断面せん断力の分布（等分布横荷重）

(1) 実験概要

実験に用いた供試体の骨組構成を 図-15 に、部材諸元を表-8 に示す。種々の対傾構剛性に対するトラスのねじり特性を調べる目的で 図-15 に示すように、対傾構を構成する部材を逐次取りはずして、7種類の端対傾構と中間対傾構の組合せを作り、同じ荷重状態のもとでの変位とひずみの測定を行った。各段階における対傾構剛性 T_0 、 r および無次元パラメータを表-9 に示す。部材はすべて SS 41 相当の軽量中空型鋼で、材料試験の結果弾性定数 E は 2.10×10^6 kg/cm² であった。

荷重はスパン中央の両側主構下弦材格点に、油圧ジャッキを用いて一方を上向き、他方を下向きの等しい集中力を作用させた集中ねじり荷重とした。この荷重はねじりと同時に集中ずれ荷重としても作用する。供試体の支持状態は両側可動支承とした。

(2) 実験結果と考察

図-16 に主構鉛直たわみのスパン方向分布の例を示す。理論値と実験値は良く一致している。一連の実験を通して主構鉛直たわみの最大値を対傾構剛性 r に対し

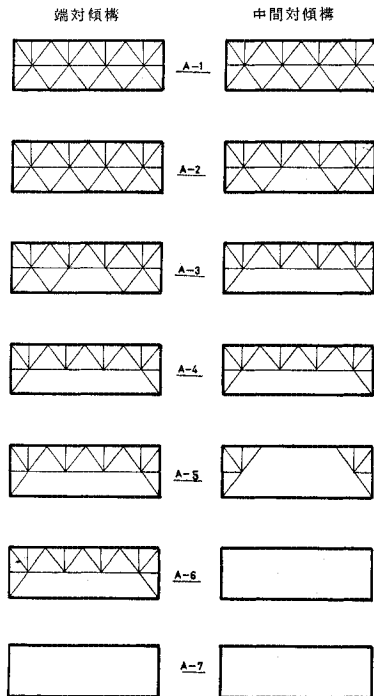
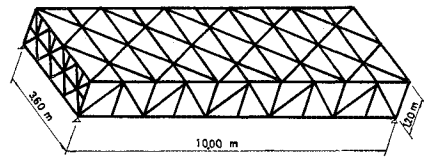


図-15 模型の対傾構形式

表-8 部材諸量

部材	諸量
材 A	4.01cm ²
主構斜材 A	1.44cm ²
横構斜材 A	1.32cm ²
対傾構 1 A	1.32cm ²
対傾構 1 I	1.64cm ²
対傾構 2 A	1.01cm ²
対傾構 2 I	0.36cm ²

表-9 模型の無次元パラメータ

Model	μz	r/l	ρ	c
A - 1	4.461	5.775	0.777	0.050
A - 2	4.461	5.453	0.777	0.062
A - 3	4.461	3.792	0.777	0.157
A - 4	4.461	3.792	0.777	0.050
A - 5	4.461	0.438	0.777	7.440
A - 6	4.461	0.148	0.777	65.20
A - 7	4.461	0.148	0.777	0.050

てプロットすると 図-17 (a) のような関係が与えられる。図中の理論値は $c=0.05$ とした場合である。断面変形が生じない程度の剛な対傾構が設けられ、かつトラスのねじり剛性 GJ が曲げねじり剛性 a に比べて卓越している場合を仮定し、それに集中トルクが作用したときの主構の最大変位は

$$\delta_{\max} = \frac{b}{2} \varphi_{\max} = \frac{b}{2} \frac{TL}{4GJ} = 0.207 \text{ cm}$$

となる。実際には曲げねじり剛性も有効に働くことを考えれば最大変位はより小さくなるが、比較的 r 値が大きい A1~A4 でも実験値は δ_{\max} をかなり上まわっている

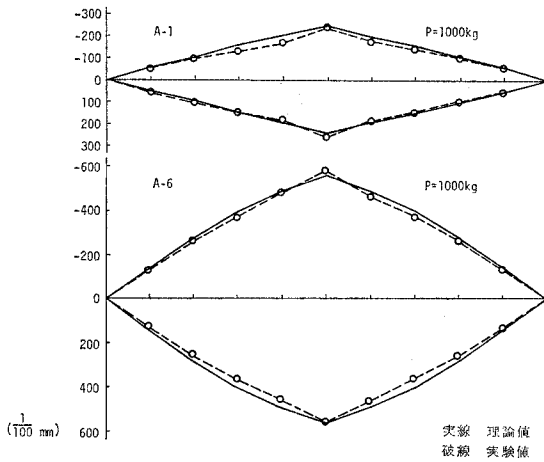


図-16 主構面の鉛直変位

る。主構の鉛直変位は $(\varphi+\theta)b/2$ で与えられるから、ずれ角 θ がかなり含まれていることがわかる。最も対傾構

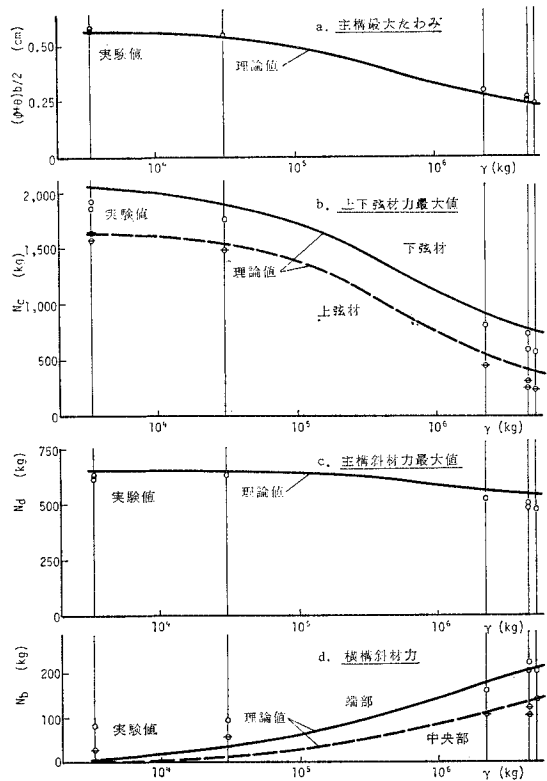


図-17 変形および部材力と対傾構剛性の関係

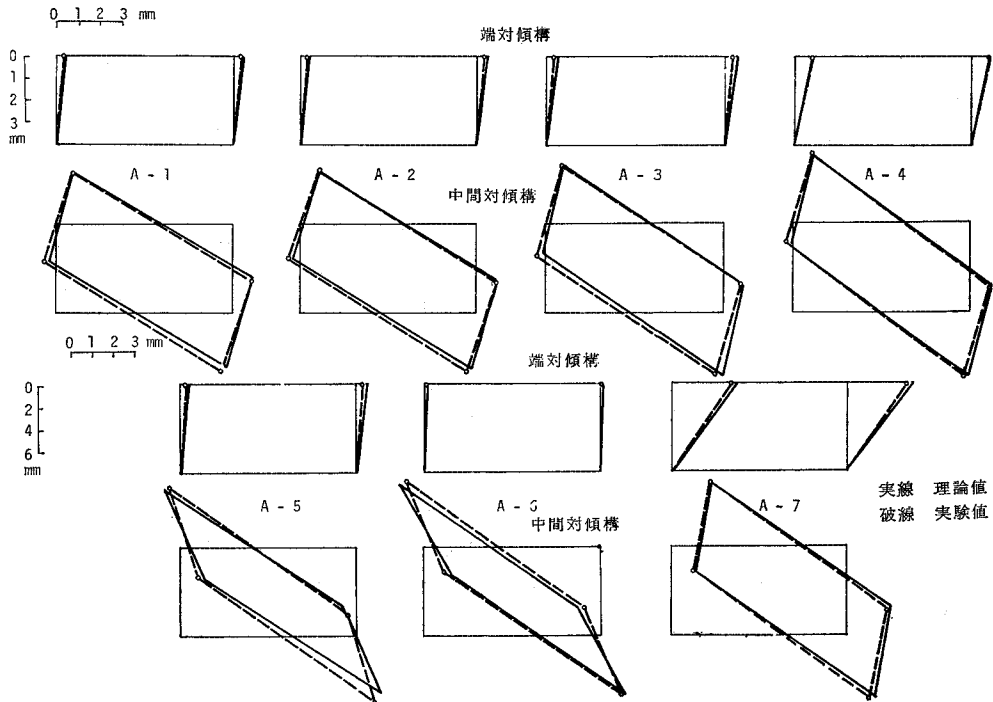


図-18 断面の変形状態

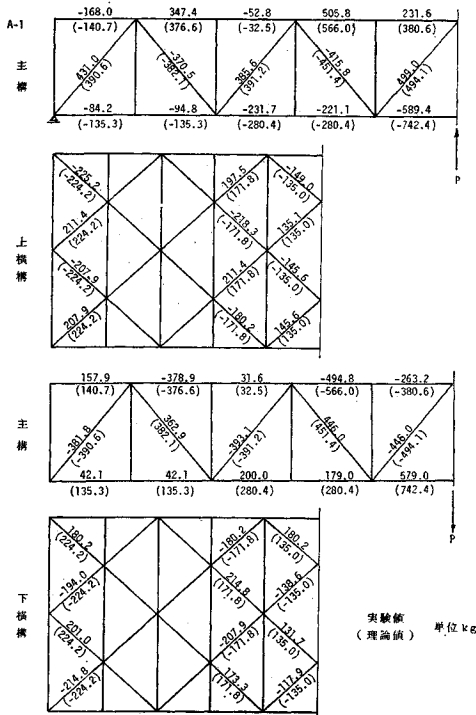


図-19 (1) ねじり荷重による部材力

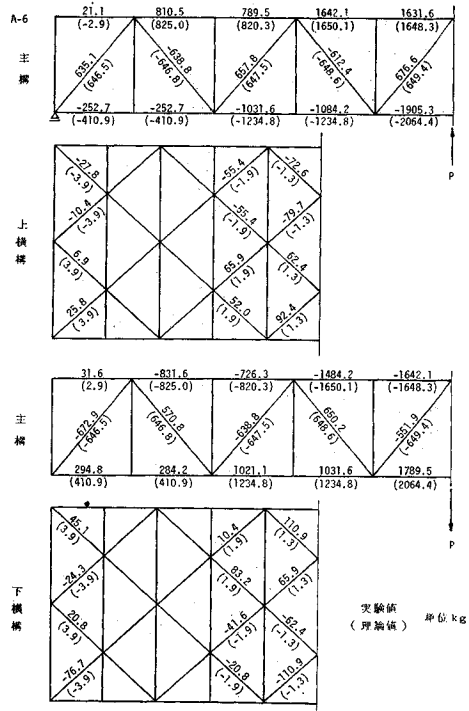


図-19 (2) ねじり荷重による部材力

剛性が高い A-1 でもねじれ角に比して約 20% のずれ角が生じている。逆に対傾構剛性が小さい場合、主構の鉛直たわみはその面内に作用する荷重に対して平面トラスとしての変形とほぼ一致する。主構面の鉛直変位は平面トラスとして、0.562 cm となるが、A5~A7の実験値はほぼこの値と等しい。

次に端断面と集中トルク載荷断面（スパン中央）における横断面の変形状態を 図-18 に示す。横断面の変形は横方向変位 \bar{u} 、ねじれ角 φ 、ずれ角 θ の3成分が連成している。 r 値が大きい A-1~A-4 ではねじれ変形が卓越しているが、 r 値が小さくなるとずれ変形や横方向変位が大きくなる。

また部材力の分布を A-1 および A-6 について 図-19 に示す。ここでも実験値と理論値はほぼ一致している。模型トラスの骨組構成は 図-2 の Type 2 に相当するから、ねじりによるせん断流が上弦材を流れる。対傾構剛性が大きい A-1 では主構上弦材力の分布状態は A-6 のように対傾構剛性が小さく、平面トラスの応力分布に近い場合とはかなり相違している。上下弦材力、主構斜材力の最大値、および横構斜材力と r 値の関係を 図-17 (b), (c), (d) に示す。 r 値の低下に伴い弦材力は増加して $N_c = Pl/4h = 2083 \text{ kg}$ に漸近する。主構斜材力は若干増加し、横構斜材力は減少する。これらの傾向は等分布ねじり荷重を対象としたパラメータ解析 7. の結果にほとんど類似している。

なお r 値が大きい場合集中荷重作用点付近の弦材力の理論値と実験値に差が見られる。本計算では荷重載荷点の連続条件として

$$T\left(\frac{l}{2}\right)_{\text{left}} - T\left(\frac{l}{2}\right)_{\text{right}} = Pb$$

$$T_{\theta}\left(\frac{l}{2}\right)_{\text{left}} - T_{\theta}\left(\frac{l}{2}\right)_{\text{right}} = Pb$$

を用いている。すなわち外力 P がいったん主構に作用した後スパン方向に分布させた対傾構を介して連続的に横構に移行するような取扱いになっている。実際には r 値が大きい場合、載荷点の対傾構によって集中的に外力が横構に分配されるので、主構分担分が少し減少する。この影響は集中荷重載荷点を挟む前後 2 パネルで顕著に現われる。端対傾構の処理と同様に載荷点对傾構による荷重分配を局部的に取扱えば理論値と実験値の差が少なくなると思われる。

10. あとがき

以上薄肉弾性ばり理論を適用したトラスの立体解析法を述べ、数値計算によりトラスの立体的力学特性について考察を加えた。その結果より得られた結論を要約すると次のとおりである。

等価換算剛性を用いてトラスを連続体に置換し、薄肉弾性ばり理論を適用した立体解析法は、次の事項に留意

することによって、変形および応力を精度良く求めることができる。

(1) トラス部材を連続体に換算する際に、トラス特有の応力の流れに留意して、関連する部材の影響を考慮する。

(2) 曲げねじり弾性方程式には横断面形状の変形(ずれ変形)を考慮した理論を用いる。一部の上路トラスでは基礎方程式(16)の $r > s$ の解を用いる必要がある。通常箱型ばりではこの種の剛性の組合せは現われない。

(3) 境界条件は実際のトラスの支持状態を忠実に評価する必要がある。両端においてそり拘束がまったくないと仮定する通常の単純支持の境界条件を用いた場合は固定支承付近の断面力にかなり大きな誤差を生ずる。

(4) 連続体としての解より、離散的性質を有する部材力を求める場合にもトラスの特性を考慮した部材力式を用いる。

以上のことを考慮した本解法は、変形法による骨組解析ならびに模型実験の結果と本理論値を比較して、実用上十分な精度を有することが認められた。

トラス橋の立体的力学特性について、

(1) トラスの立体的変形および断面力は4つのパラメーター、 rl, ul, ρ, c によって評価することができる。

(2) 偏心荷重および横荷重に対して、いわゆる1-0分配法の該当するトラスは対傾構剛性が小さく、対傾構剛比 c が大きい場合のみである。下路トラスがこれに相当する。

(3) そのほかの形式のトラスに対して1-0分配法を用いた設計は主構に関して安全側の設計になる。ただし、 ul, rl が大きくなり、 ρ が1に近づくと弦材が不経済な断面となる可能性がある。

(4) 横構は従来のトラス橋では2次部材として評価され上下横構がそれぞれ独立な平面トラスとして設計される例が多いが、偏心荷重が大きい場合、および横荷重を受ける上路トラスならびにダブルデッキトラスでは、立体トラスとしての特性を考慮した設計法が用いられるべきである。平面トラスとしての計算は危険側の設計となる可能性が大きい。

(5) 従来対傾構に関しては床組としての局所的な応力計算のみを考えていたが、トラス全体の変形の影響による応力が加算されるべきである。

本解析法による各種の数値計算において1トラス1荷重状態に関する各種力学量(全対傾位置での変形量, 断面力, 全格点変位, 全部材力)の計算に要するCPU timeは約0.1~0.2秒である(使用計算機は大阪大学大型計算センター NEAC 2200-700)。このように計算時間がきわめて短い利点を活用して、本理論を次のような

研究に拡張することが可能である。

(1) 連続トラスも含めた立体的力学特性を考慮したトラス橋の実用的な設計法の確立。上記のパラメーターを組合せ数多くのパラメーター解析を行い、平面トラスとして実用的な計算が可能となるよう、各種の荷重分配係数を与える。

(2) 補剛トラスを有する吊橋, 斜張橋などの立体構造解析に適用する。

これらについては稿を改めて発表したい。

謝 辞: 本研究の遂行にあたり、数多くの資料を提供いただいた本州四国連絡橋公団の関係各位に深甚なる謝意を表します。また、本学大学院修士課程平山健一君にプログラムの作成, データ整理に多大の協力を得たことを付記する。

参 考 文 献

- 1) Bleich, F. et al.: The mathematical theory of vibration in suspension bridge, Bureau of Public Roads, 1950.
- 2) Nan sze Sih: Torsion analysis for suspension bridges, Proc. of ASCE, Vol. 83, St. 6, 1957.
- 3) Stüssi, F.: Die Grenzlagen des Schubmittelpunktes bei Kastenträgern, IABSE Publications, Vol. 25, 1965.
- 4) Wansleben, F.: Die Theorie der Drehfestigkeit von Stahlbauteilen, Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues, Heft 11, Stahlbau-Verlag, GMBH KÖLN, 1954.
- 5) 奥村敏恵・渡辺啓行: トラス橋のねじれに関する研究, 土木学会論文集, 第121号, 昭和40年9月.
- 6) Resinger, F.: Der dünnwandige Kastenträger mit einfachsymmetrischem, verformbaren Rechteckquerschnitt unter Biege- und Torsionsbelastung, Forschungshefte aus dem Gebiete des Stahlbaues, Stahlbau-Verlag, GMBH KÖLN, 1959.
- 7) Vlasov, V.Z. 著, 奥村敏恵ほか訳: 薄肉弾性ばりの理論, 技報堂, 1967.
- 8) たとえば奥村敏恵・坂井藤一: 箱型ばりの断面変形と中間ダイヤフラムの影響, 土木学会論文報告集, 第190号, 昭和46年6月.
- 9) 小松定夫: 薄肉構造物の理論と計算工, 山海堂, 1969.
- 10) Bencoter, S.U.: A theory of torsion bending for multicell beams, Jour. of A.M., Vol. 21, No. 1, March, 1954.
- 11) 小松定夫・西村宣男・西井良一: 連続体に換算した箱型トラスの振り剛性について, 土木学会関西支部年次学術講演会概要集, I-5, 1971.
- 12) 小松定夫・西村宣男・平山健一: 対傾構の変形を考慮した箱型トラスの立体解析, 土木学会年次学術講演会概要集, I-31, 1972.
- 13) 小松定夫・西村宣男: トラスの立体的力学特性を考慮した強度設計について, 第20回橋梁構造工学研究発表会, 1973.
- 14) 奥村敏恵・坂井藤一: リブ付台形桁の断面変形挙動とダイヤフラムの効果, 土木学会論文報告集, 第209号, 昭和48年1月.

【記号】

骨組寸法に関するもの

b : トラス幅
 d : 主構斜材長
 h : トラス高
 l : スパン長
 r : 横構斜材長
 t : 構面換算板厚
 λ : 格間長

部材断面積，剛性に関するもの

A_b, A_c, A_d, A_s, A_v : 部材断面積
 I_y : y 軸に関する断面 2 次モーメント
 GJ : トラスのねじり剛性
 a, b_1, b_2 : トラスの剛性
 Γ_0 : 端対傾構のせん断剛性
 Γ : 中間対傾構のせん断剛性
 r : 平均化した中間対傾構のせん断剛性

変形に関するもの

$U(z), V(z)$: 一般表示した変位のスパン方向分布
 $u(z, s), v(z, s)$: 任意点の変位
 $\bar{u}, \bar{u}_b, \bar{u}_s$: 横方向変位
 w : 単位そり

θ : ずれ角

$\phi(s), \psi(s)$: 変位の基本モード

φ : ねじれ角

断面力，応力に関するもの

M_w : バイモーメント
 M_y : y 軸まわりの曲げモーメント
 N_b, N_c, N_d : 部材軸力
 Q_x : x 方向せん断力
 $\bar{s}_d, \bar{s}_b, \bar{s}_{bu}, \bar{s}_{bl}$: 構面せん断力
 T : ねじりモーメント
 T_θ : ずれモーメント
 σ, τ : 応力

荷重に関するもの

m_t : 分布ねじり荷重
 m_θ : 分布ずれ荷重
 q_x : 分布横荷重

材料特性その他

E, G : 鋼弾性係数
 α, β : 微分方程式の特性値
 $c, rl, sl, \mu l, \rho$: 無次元パラメーター
 κ_t, κ_c : 荷重分配係数

(1974.8.28・受付)