

## 円管内振動流の乱流遷移に関する実験的研究\*

EXPERIMENTAL STUDY ON THE TRANSITION TO TURBULENCE  
IN AN OSCILLATORY PIPE FLOW

日野 幹雄\*\*・沢本 正樹\*\*\*・高須 修二\*\*\*\*

By Mikio HINO, Masaki SAWAMOTO and Shuji TAKASU

## 1. はじめに

定常乱流の問題は、たとえば wall turbulence については、Skramstad-Schubauer による Tollemien-Schlichting 波の検討、Laufer (1955)<sup>1)</sup> の詳細な実験などをはじめ多数の研究が行われ、その構造が次第に明らかになってきた。にもかかわらず、複雑な乱流過程の解析はいまだに研究者の興味をそそる第一級の流体力学上の問題の一つである。本研究は、非定常流のうちで最も基本的な振動流を取り上げ、その性質を調べることにより乱れの発生、発達、減衰などの乱流の基本的メカニズムのよりよき理解を得ようとしたものである。

振動流は海底における波による流れ、U 字管振動などに見られ、従来はそのような観点からの研究が多かった。波動運動による渦動粘性係数に関しては、梶浦 (1968)<sup>2)</sup> のモデルが有名である。波動境界層中、または振動流境界層中の流速分布、渦動粘性分布などを実験的に調べたものには Jonsson (1963)<sup>3)</sup>、堀川・渡辺 (1968)<sup>4)</sup>、堀川・水口 (1970)<sup>5)</sup> などがある。これらの結果は、壁面のごく近傍を除いて梶浦のモデルと比較的よく一致しているように思われる。U 字管内の液柱に関する研究は、振動流の単純化されたモデルとしてしばしば行われている。安川・田川 (1972)<sup>6)</sup> は、振動流の減衰性について調べ梶浦のモデルを参考にして乱流時の減衰特性を説明するモデルを設定し、その適用限界を調べている。Safwat-Polder (1973)<sup>7)</sup> は、U 字管内の自由振動流で壁面抵抗は乱流よりむしろ層流に近い値をとることを確かめ、さらに流れの履歴を考慮した抵抗係数の見積り法を提案している。

一方、乱れの発生に関しては、Li (1954)<sup>8)</sup>、Kalkanis (1957)<sup>9)</sup>、Collins (1963)<sup>10)</sup> などの研究があげられ、振動流境界層厚さのパラメータ  $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$  を用いて定義した Reynolds 数で限界値を求めている。

このようにいくつかの研究が行われているが、乱れの有無や流速分布は色素や水素気泡から求めるものが多く、また抵抗係数なども、流れの中の微細な乱れの構造まで考慮したものは少ない。いいかえると、多くのものは乱れを間接的に取り扱っており、直接流れの乱れを測定しているのは、堀川・渡辺 (1970)<sup>11)</sup> による電解式流速計によるもの、日野・大西 (1971)<sup>12)</sup> による熱線流速計を用いたものに見られるにすぎない。

本研究では単純な円管内空気振動流の流速分布の測定、乱れの観察、強制的につくり出された乱れの追跡を行い、次のような結論を得た。

① 振動数の大きい流れでは加速の初期に断面中央付近で顕著な速度変動があらわれる。② Reynolds 数を大きくしていくと速度の大きい位相で速度変動があらわれる。③ さらに Reynolds 数を大きくすると、減速期に高周波の乱れがあらわれる。この乱れにより層流解であらわされる流れは完全に破壊される。④ 乱れは流れが逆転すると急速に消滅する。

## 2. 層流解

円管内振動流の層流解は純解析的に求められる。すなわち、図-1 のように座標系をとり、流れが、 $\theta, r$  方向に速度成分を持たず、 $z$  方向に一様であるとすると、Navier-Stokes の方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} + \nu \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) \dots \dots (1)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} \dots \dots (2)$$

となる。式 (2) より、圧力  $p$  は半径方向に一様である

\* 昭和 49 年第 29 回土木学会年次学術講演会において一部を発表

\*\* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

\*\*\* 正会員 東京工業大学助手 工学部土木工学科

\*\*\*\* 正会員 工修 建設省土木研究所

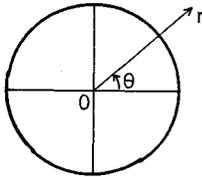
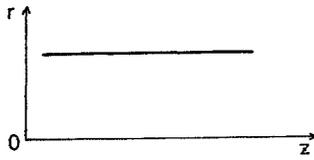


図-1 座 標 系

から、

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = K e^{i\omega t} \dots\dots\dots (3)$$

とおく。圧力と同じように流速も正弦的に変化するとし  
て

$$u(r, t) = f(r) e^{i\omega t} \dots\dots\dots (4)$$

とおき、式 (3), (4) を式 (1) に代入し、壁面での境界  
条件

$$u\left(\frac{d}{2}, t\right) = f\left(\frac{d}{2}\right) = 0 \dots\dots\dots (5)$$

を考慮すると、 $f(r)$  は Bessel 関数を用いて

$$f(r) = -\frac{iK}{\omega} \left\{ 1 - \frac{J_0\left(e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda \frac{r}{d/2}\right)}{J_0\left(e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda\right)} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \frac{d}{2} \dots\dots\dots (7)$$

と表わされる。ここに  $d$  は管径を表わす。 $\lambda$  は振動数  
を表わす無次元パラメータである。振動流の場合、層流  
境界層の厚さを表わすパラメータ  $\delta$  は

$$\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$$

という関係にあるから、 $\lambda$  は境界層厚さと管径  $d$  との  
比を表わしている。式 (6) を式 (4) に代入しその実部  
をとれば、流速が得られるが、さらに次のような無次元  
化を行うと結果がわかりやすい。すなわち

$$\tau = \omega t$$

$$\eta = \frac{r}{d/2}$$

$$U(\eta, \tau) = \frac{u(r, t)}{U}$$

とおくと

$$U(\eta, \tau) = \text{Real} \left\{ \frac{-i \left[ 1 - \frac{J_0(e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda \eta)}{J_0(e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda)} \right]}{i \left[ 1 - \frac{2}{e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda} \frac{J_1(e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda)}{J_0(e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda)} \right]} \right\} e^{i\tau} \dots\dots\dots (8)$$

ここに  $U$  は、断面平均の流速の振幅を表わし

$$U = \frac{K}{\omega} \cdot \left| -i \left[ 1 - \frac{2}{e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda} \frac{J_1(e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda)}{J_0(e^{3/4 \cdot \pi i} \lambda)} \right] \right|$$

である。

半径方向の流速の振幅の分布、位相差は式 (8) より  
容易に求まる。実験で得られた結果は、この無次元化し  
た層流解と比較されている。

### 3. 実験方法

実験装置は、円管、ピストン、動力の三部分よりなる。  
円管部は管径 30 mm, 15 mm の二種の透明アクリル  
管である。長さはほとんどの実験では、4 m 一部の流

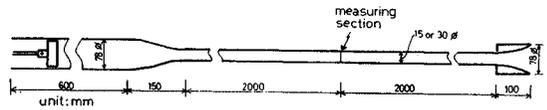


図-2 実験装置の概略

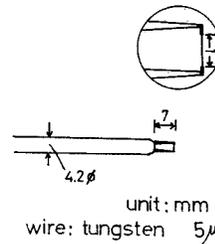


図-3 熱線計プローブ

速測定の実験と、強制的な乱  
れの実験では 6 m のもの  
を用いた。円管の一端はベルマ  
ウスを通じて直接大気中に放  
出され、他端はピストン部へ  
接続されている。ピストン部  
は内径 30 mm, 78 mm の二  
種が用意され、円管部と径が  
異なる場合には、中間に断面  
漸変部をいれてある。ピストンの行程は動力部の回転軸  
に取り付けられたアーム長を変えることにより変化させ  
ることができる。動力には 25 c/sec のサーボモータを  
用い、減速ギア比を変えることにより、3 秒と 6 秒の二  
種の周期を得た。管径、ピストン径、ピストンの行程、ギ  
ア比を適当に組み合わせることにより、数種の Reynolds  
数  $R_e = \frac{Ud}{\nu}$ , 数種のパラメータ  $\lambda = \sqrt{\frac{\omega}{\nu}} \frac{d}{2}$  の実験  
が可能となる。今回行った実験は表-1 に示す通りで  
ある。

円管部のほぼ中央部に径 6 mm の小孔をあけ、そこ  
から熱線流速計を挿入し断面内の流速測定を行った。熱  
線流速計は定温度方式のものを用い、プローブは図-3  
に示すような市販の規格品を用いた。プローブの大きさは  
管の断面積に比較して必ずしも小さいとはいえない。  
しかし、管の断面の中央より奥へ入れない限り、特に目  
立った影響はあらわれなかった。管内の流れが一方の場合  
には、プローブ自身が作り出す乱れはほとんど問題とな  
らない。

一方、本実験のようにプローブを通過した流れが逆転

表-1

RUN*	管径 $d$ (mm)	周期 $T$ (sec)	平均流速の振幅 $\hat{U}$ (m/sec)	Reynolds数 $Re = \frac{\hat{U}d}{\nu}$	パラメータ $\lambda = \frac{\omega}{\nu} \frac{d}{2}$	Reynolds数** $R_\delta = \frac{\hat{U}\delta}{\nu}$	流れの様子***
1	30	6.0	0.053	105	3.90	19	○
2	30	6.0	0.105	210	3.90	38	○
3	30	6.0	0.158	315	3.90	57	○
4	30	6.0	0.355	710	3.90	128	○
5	30	6.0	0.710	1420	3.90	256	○
6	30	6.0	1.065	2130	3.90	386	●
7	30	3.0	0.710	1420	5.31	180	●
8	30	3.0	1.42	2840	5.31	361	●
9	30	3.0	2.13	4260	5.31	568	●
11	15	3.0	6.03	5830	2.70	1530	●
12	15	3.0	4.38	4230	2.70	1110	●
13	15	3.0	1.81	1750	2.70	460	○ または ●
14	15	6.0	2.97	2870	1.91	1060	● または ●
15	15	6.0	1.83	1770	1.91	660	○
16	15	3.0	2.20	2070	2.70	543	●

\* RUN 10 は欠番

\*\* 境界層厚さのパラメータ  $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$  を用いて定義した Reynolds 数

\*\*\* 5章で説明してある速度変動の形による分類

して測定点まで戻ってきて再び測定される状況では、プローブから発生した渦による影響は看過できない問題である。そのため、次のような予備実験を行って、プローブ自身の影響を調べた。すなわち、測定用プローブと同規格のダミープローブを、測定用プローブから数 cm 離して設置し、ダミープローブの有無による流速の変化を測定した。その結果、ダミープローブが上流側にある位相ではダミープローブから発生した渦は流れを大きく乱しているが、流れが逆転するとこの乱れも急速に消滅し、ダミープローブの有無による相違はほとんどないことが確かめられた。このように流れが逆転すると、乱れが急速に消滅することは、後述の一連の測定でも観察されており、流れの逆転時にプローブ自身の乱れを誤認する恐れはないと判断された。

熱線計の出力は、リニアライザを通して電磁オシログラフで記録しているが、低流速を含めて測定しているため完全に線形化はできず、特に低流速域のみで行った実験ではこのことが顕著であった。十分に線形化のできなかったものについては、校正曲線を用いて校正を行った。一般に、熱線風速計は低流速、すなわち 2 m/sec 以下の風速では、熱対流の効果が大きく、低流速の測定には不適といわれている。しかし、今回の一連の実験では最大流速が 30 cm/sec 以下の低流速の実験で測定結果に、微小な雑音が含まれる点だけで、そのほかに特に自然対流の影響と判断できるような不都合は見あたらなかった。

## 4. 実験結果

### (1) 層流流れ

Reynolds 数が十分に小さい場合には、流れはほとんど乱れないものとなり、流速分布の時間的変化は層流解とよく一致する。図-4 には、 $\lambda = 3.90$ ,  $Re = 105, 210, 315$  の場合の流速の振幅と、位相差の半径方向の分布を示してある。これらは各測定点での流速の測定記録を Fourier 展開し、その第 1 成分の振幅、位相差をプロットしたものである。図中実線は式 (8) で与えられる層流解の振幅と位相差である。これらの実験は、最大流速が  $Re = 315$  の場合でも高々 27 cm/sec にしかならず、測定記録には雑音が多

く、多少の読み取り誤差を含んでいる。それにもかかわらず、測定結果は層流解とよく一致している。

図-5 は  $\lambda = 3.90$ ,  $Re = 710$  の測定記録である。図は断面中央から壁面まで 15 等分した各点の測定記録を位相をあわせてならべたものである (以下同種の図が数葉でてくるが、いずれも同時測定ではない)。測定結果は前章で述べたように十分に線形化はされていないが、そのことによる誤差は数パーセントであり、縦軸はそのまま流速をあらわすと考えて大過ない (流速ゼロの基線は各測定記録ごとに等間隔にずらしてある)。図からわかるように、管内の全断面、全位相を通じて乱れとよびうるような速度変動は存在していない。半径方向の流速の振幅と位相差の分布は、ともに層流解のそれとよく一致

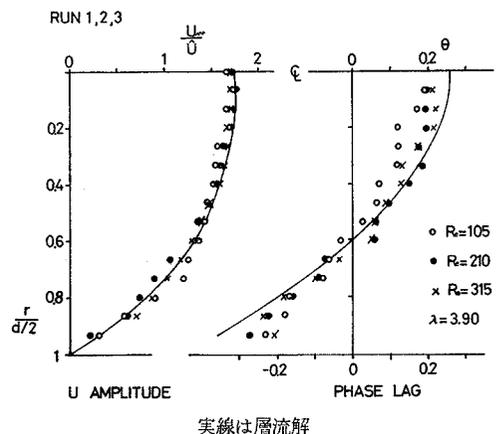
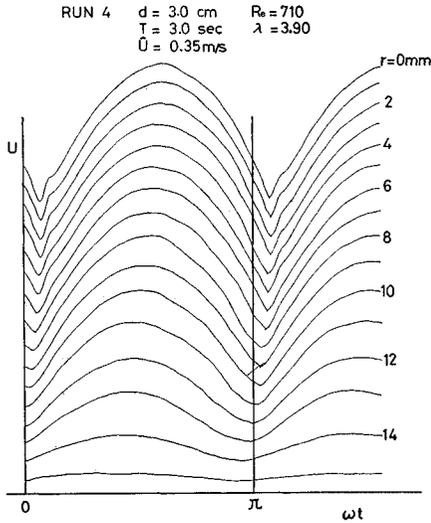
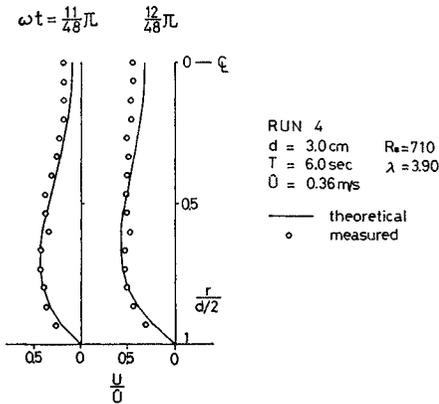


図-4 流速の振幅と位相差 (RUN 1, 2, 3)



流れの逆転直後で正弦運動からわずかにずれる

図-5 流速の時間変化 (RUN 4)



管の中央付近でわずかながら流れは一樣化している

図-6 流れが逆転した直後の流速分布 (RUN 4)

している。ただ流れが逆転した直後に管の中央付近で流速の変化は正弦運動からはずれ、層流解よりもわずかに大きめの流速となっている。この正弦運動からのずれは流速分布が管の中心で極小値となるような位相、場所で見られる。これにより管の中央付近でわずかに流れが一樣化している (図-6)。さらに Reynolds 数を大きくしていくと、この正弦運動からのずれが後述の加速時の速度変動へと変化していくようである。

定常流の限界 Reynolds 数は、2100 として知られている。定常流の場合の Reynolds 数は平均流速  $U$  を用いて定義された  $Re = Ud/\nu$  であり、ここで用いている Reynolds 数は平均流速の振幅  $\hat{U}$  で定義された  $Re = \hat{U}d/\nu$  である。よって両者を単純に対比させて議論することはできない。しかし、周期が長い振動流では流速分

布は定常流に近くなること、および流速が最大の位相で流れの不安定が起こるであろうことを考慮すると、周期の長い振動流においては、最大流速時の平均流速 (すなわち  $\hat{U}$ ) を用いて定義した Reynolds 数と定常流の場合の Reynolds 数を対比させることは無意味ではない。すなわち、パラメータ  $\lambda$  を小さくしていくと Reynolds 数  $Re = \hat{U}d/\nu$  が 2100 の近くまで層流の状態が成立すると予想される。図-7, 8 には  $\lambda = 2.70$ ,  $Re = 1750$  の場合の流速の測定記録と、流速の振幅, 位相差の分布を、図-9, 10 には  $\lambda = 1.91$ ,  $Re = 1770$  の場合の同様のものを示してある。前者の場合、流れにはわずかに低周波の速度変動が重なっているが、振幅, 位相差は層流解と比較的よく一致している。後者の場合、流速分布はより定常流の流速分布と似ており、流れは全断面、全位相にわたってよく層流状態が保たれ、層流解との一致も

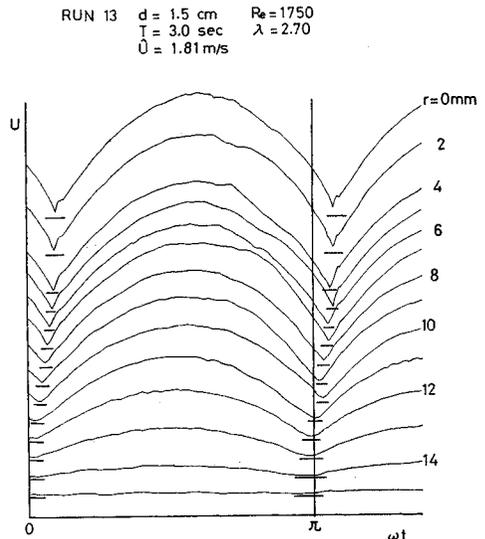
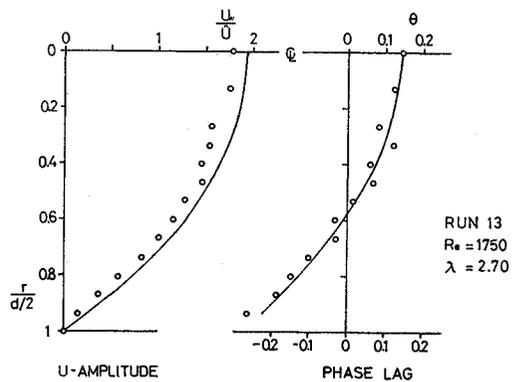
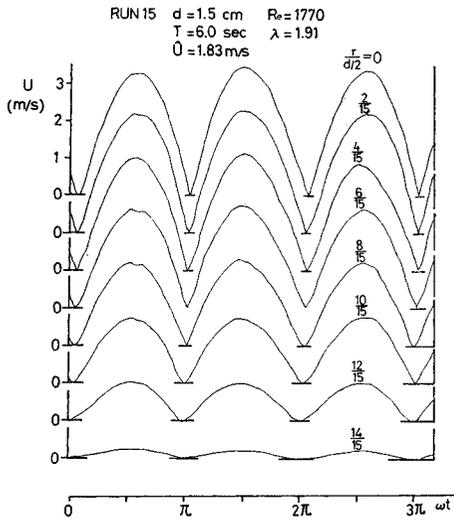


図-7 流速の時間変化 (RUN 13)

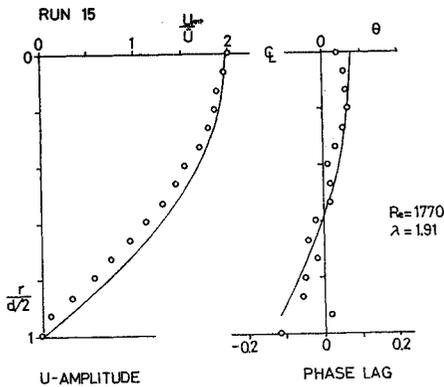


実線は層流解

図-8 流速の振幅, 位相差の分布 (RUN 13)



全断面全位相にわたって層流状態が保たれている  
図-9 流速の時間変化 (RUN 15)



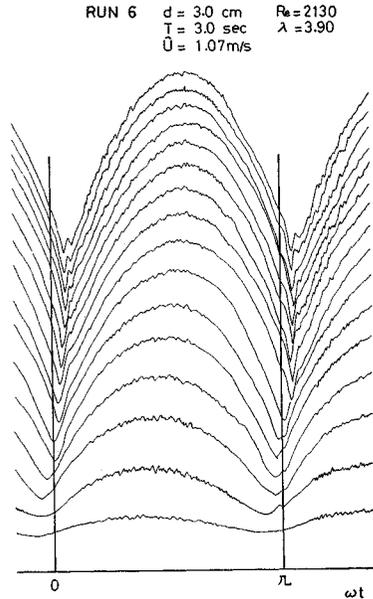
実線は層流解  
図-10 流速の振幅, 位相差の分布 (RUN 15)

よい。

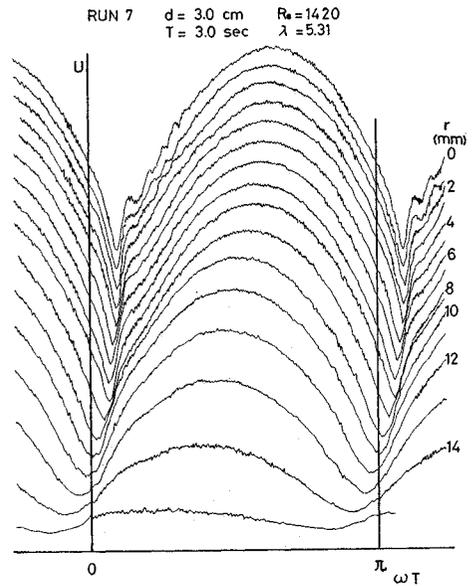
(2) 層流解からのずれ

Reynolds 数を大きくしていくと流れは次第に層流解とはあわなくなってくる。すなわち、正弦的になめらかに変化していた流速の測定記録の上に微小な速度変動が重なってくる。そして、この変動がある程度大きくなると、流速分布自体も少しずつ影響をうけるようになってくる。

図-11 には 図-4, 5 で示した実験と同じ  $\lambda$  で、 $Re = 2130$  の場合の測定結果を示してある。流速の大きくなっている位相の全断面にわたって微小な速度変動が見られる。そのほかに、流れが逆転した直後の加速時に管の中央付近で顕著な速度変動が見られる。この加速時の変動は、図-12, 13 でより顕著である。図-12, 13 は  $\lambda =$



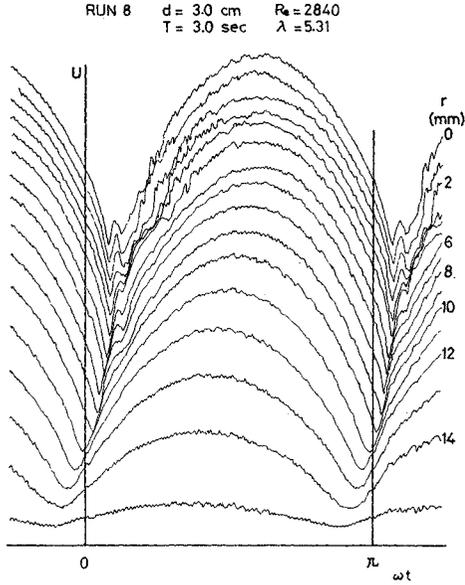
加速時に顕著な速度変動があらわれる  
図-11 流速の時間変化 (RUN 6)



加速時に顕著な速度変動があらわれる  
図-12 流速の時間変化 (RUN 7)

5.31,  $Re$  はそれぞれ 1420, 2840 の場合である。すなわち、 $\lambda$  が大きい場合には、加速時の速度変動はより顕著になる。この速度変動は、流速分布が  $\frac{\partial U}{\partial r} > 0$  となるような位相と場所にほぼ一致してあらわれる。

この様子は 図-15 に示される。図-15 は 図-13 と同じ測定例である。図は各場所での測定記録を位相  $\frac{\pi}{24}$  ご



加速時に顕著な速度変動があらわれる  
 図-13 流速の時間変化 (RUN 8)

とに観察し, 明らかに加速時の速度変動と判断されるものを黒丸, それらしいものを白丸であらわし, その場所, 位相による分布を示したものである。図中実線で示される等流速線は層流解から得られたもの, 一点鎖線は実測より得られた  $U=0$  の曲線である。破線は  $\frac{\partial U}{\partial r} = 0$  (層流解) となる位相, 場所をあらわしている。この破

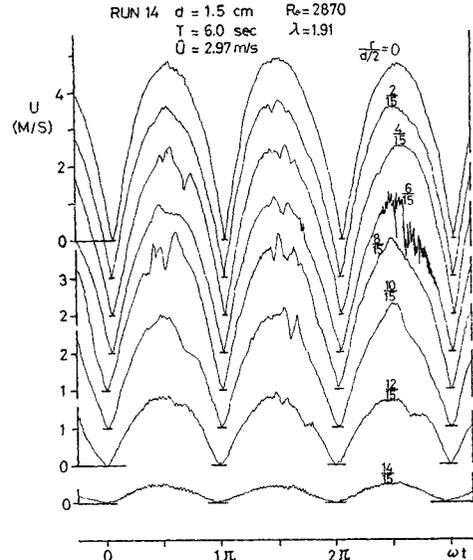


図-16 流速の時間変化 (RUN 14)  
 流速が大きくなる位相で顕著な速度変動があらわれる

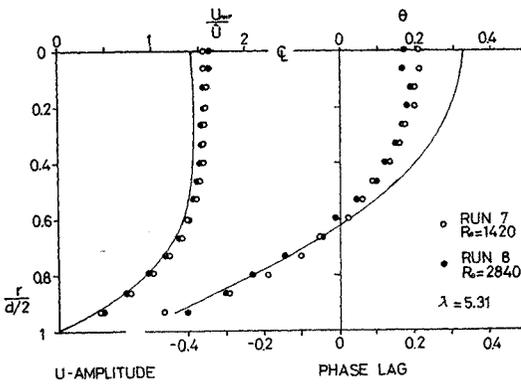


図-14 流速の振幅, 位相差の分布 (RUN 7, 8)

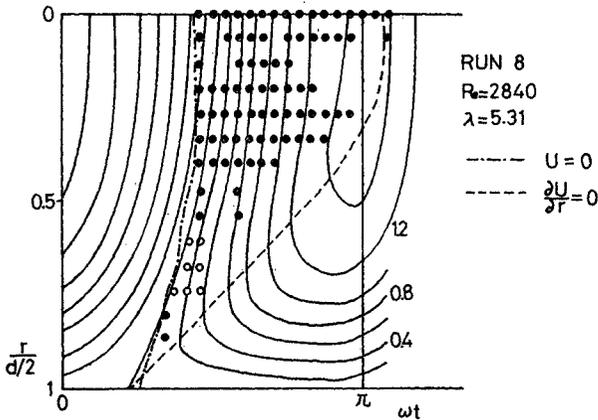
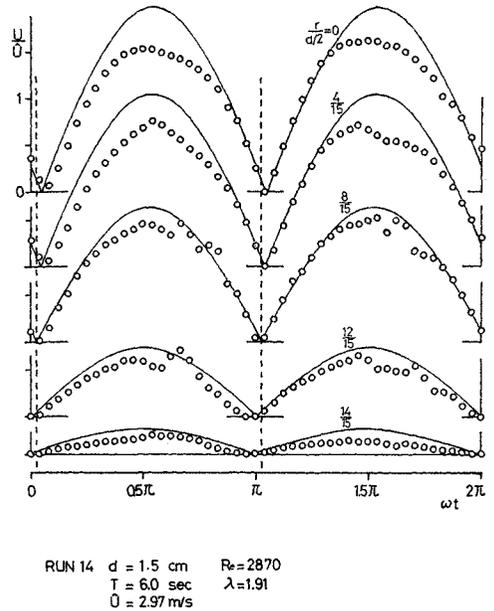


図-15 加速時の速度変動があらわれる位相と場所 (RUN 8)



実線は層流解  
 図-17 層流解との比較 (RUN 14)

線と  $U=0$  となる曲線の間が、 $\frac{\partial|U|}{\partial r} > 0$  となる位相、場所である。黒丸、白丸はほとんどすべて、この  $\frac{\partial|U|}{\partial r} > 0$  となる領域内に分布している。一般に管内の流れは、断面中央で速く壁面で遅くなっているが、振動流の場合には、流速の時間変化に半径方向の位相差があるため、流れが逆転した直後には流速分布は管の中央で極小値をとり、より壁面に近い場所で極大値をとるような形になる。この傾向は、主流の振動数が高いほど、すなわち  $\lambda$  が大きいほど顕著である。この加速時にあらわれる速度変動も  $\frac{\partial|U|}{\partial r} > 0$  にほぼ一致してあらわれるため  $\lambda$  が大きいほど顕著であり、定常流では見られない

振動流特有のものといえよう。図-12,13 の流れの流速の振幅と位相差の分布を層流解と比較したものを図-14 に示す。壁面近くでは比較的良好に一致しているが、断面中央付近では明らかに層流解とはずれている。

$\lambda$  が小さい場合には、流れは定常流に近くなり、流速分布も放物線分布に近くなる。そのため、 $\frac{\partial|U|}{\partial r} > 0$  となる流速分布はあらわれにくくなり、加速時の速度変動はなくなり、流速が大きい位相の間だけ速度変動があらわれるようになる。図-16 には  $\lambda=1.91$ ,  $R_e=2870$  の場合測定の結果を、図-17 にはその層流解との比較を示してある。Reynolds 数は、図-13 の流れと同じ程度であるが、加速時の速度変動はまったくない。流速が大きい位相での速度変動は非常にはっきりしている。この速度変動に伴い、流速分布は層流解から大きくずれている。しかし流速の小さい位相や壁面の近くでは、流速の変化は層流解とよく一致している。この層流解と一致している部分のみをとり出して最小二乗法で正弦曲線を近似し、その位相差と振幅を層流解と比較すると、両者は管の中央付近で多少あわないが壁面近くではよく一致する。

以上より、加速時にあらわれる速度変動と流速が大きい位相であられる速度変動は、流れを明らかに層流解からずれたものにはするが、それだけで層流解であらわされる流れを完全に破壊するにはいたらないということが結論される。

### (3) 高周波の乱れの発生

図-16 で示す測定記録で  $\frac{r}{d/2} = \frac{6}{15}$  の減速時に非常に高周波の乱れが見られる。このような高い周波数の乱れは、 $R_e$  を大きくしていくと次第に頻々とあらわれるようになる。 $\lambda$  を 2.70 に固定して  $R_e$  を大きくしていった場合の測定例を見てみよう。前に示した図-7 は  $R_e=1750$  の場合である。この場合、流れに小さな変動が重なってはいるが、流速の振幅、位相差が層流解とよくあっていることは前述のとおりである。 $R_e$  を大きくした場合の例を図-18, 19, 21 に示す。 $R_e$  数はそれぞれ 2070, 4230, 5830 である。図-20, 22 には  $R_e=4230, 5830$  の場合の層流解との比較も示してある。流れはまず比較的乱れの少ない状態から

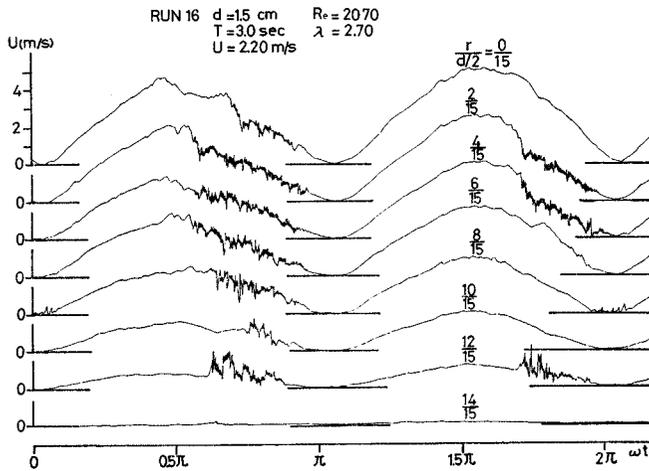


図-18 流速の時間変化 (RUN 16)

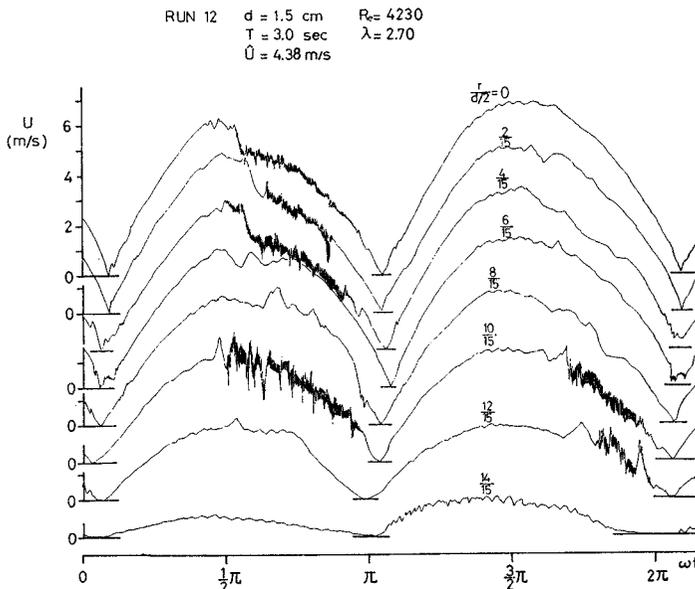
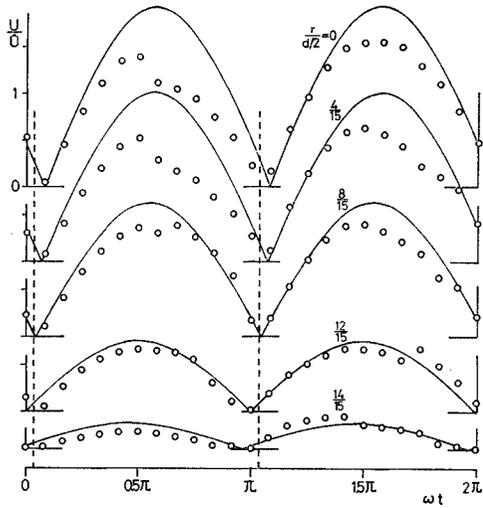


図-19 流速の時間変化 (RUN 12)

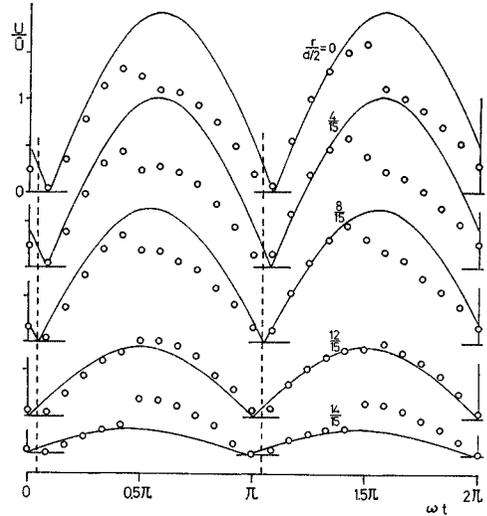


RUN 12  $d = 1.5 \text{ cm}$   $Re = 4230$   
 $T = 3.0 \text{ sec}$   $\lambda = 2.70$   
 $\bar{U} = 4.38 \text{ m/s}$

実線は層流解

図-20 層流解との比較 (RUN 12)

はじまり流速が大きくなるにつれて低周波の速度変動があらわれてくる。この段階で流れはすでに正弦的な運動からはずれてくる。さらに時間がたつと 図-18, 19 の場合には時折 図-21 の場合にはほとんど常に高周波の乱れがあらわれ、減速の期間中持続する。この乱れがあらわれると、管の半径方向にはげしい運動量の交換がおこり、その結果、管の中央付近では流速が急激に減少



RUN 11  $d = 1.5 \text{ cm}$   $Re = 5830$   
 $T = 3.0 \text{ sec}$   $\lambda = 2.70$   
 $\bar{U} = 6.03 \text{ m/s}$

実線は層流解

図-22 層流解との比較 (RUN 11)

し、壁面近くでは流速が急激に増加する。この高周波の乱れは主流が小さくなると急速に減衰し、流れが逆転する頃にはほとんど消滅し、その後の加速時の流れは乱れないものとなる。加速時の流れは 図-20, 22 からは一見層流解とあっているようにもみえる。この加速時の流れのみをとり出して最小二乗法で正弦曲線を求めその振幅、位相差を示したものが 図-23 である。この図からみると、位相差は層流解で得られたものとはまったくあわず、半径方向に一様化されている様子がわかる。このように減速時に高周波の乱れがあらわれると、半径方向に激しい混合がおこり、式 (8) であらわされる層流解の流れは完全に破壊される。

(4) 乱れの伝播

乱れの発達、減衰などについての理解を深めるために 振動流中に径 5 mm の円柱を流れに直角において乱れを強制的に発生させ、流れの様子を調べた。実験の条件は 図-13 に示されているものと同じで、 $\lambda = 5.31$ ,  $Re = 2840$  である。

図-24, 25 に管の中心から 4 mm, 12 mm 地点 (管径は 30 mm) における流速の測定記録を、図-26, 27 に、流速の時間的、場所的分布をあらわす等流速線図を示す。図中、 $X$  は、円柱から測定点までの流れ方向の距離をあらわしてい

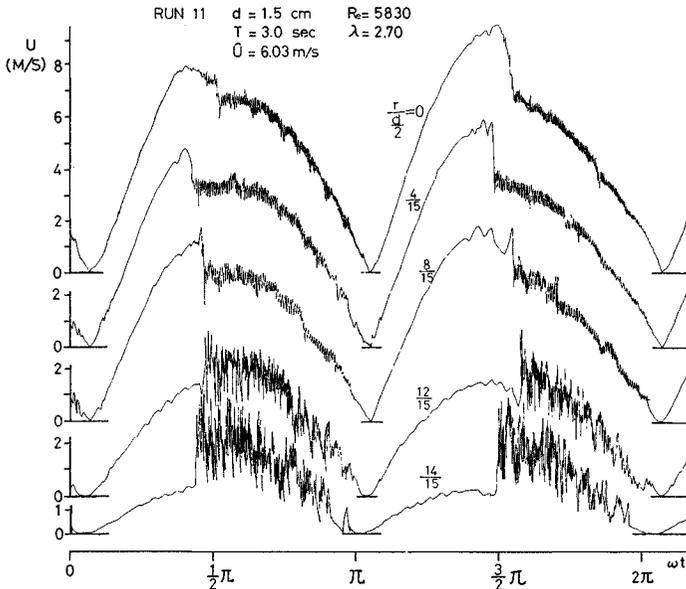
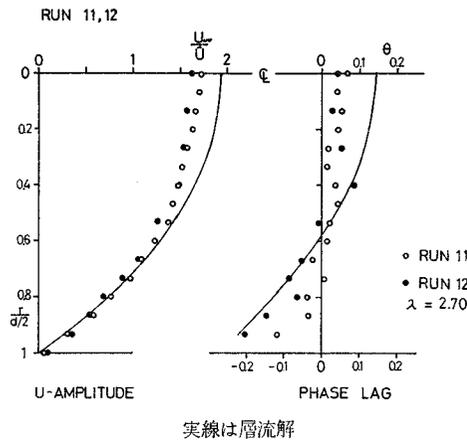


図-21 流速の時間変化 (RUN 11)



図—23 流速の振幅と位相差 (RUN 11, 12)

る。図—24, 25 によると、円柱による流れの乱れは、 $X = 1.2 \text{ m}$  程度までは非常に顕著であることがわかる。また、図—26, 27 の等流速線図をみると、円柱がない場合には、等流速線群は平行線になるはずであるが、円柱があるために、平行線からは大きくずれている様子がわかる。円柱をおいたことにより  $r=4 \text{ mm}$  では最大流速近くの位相で等流速線の間隔が狭まり (たとえば  $U/\bar{U} = 1.4$  の 2 本の等流速線 をみるとよくわかる)、逆に  $r=12 \text{ mm}$  では等流速線の間隔が拡がり (たとえば  $U/\bar{U} = 0.8$  の 2 本の等流速線)、管の中央付近と壁面近くで運動量の交換がおきていることがうかがえる。

円柱をおいたときと、おかないときの流速の差を乱れの指標と定義し、その分布を示したものが 図—28, 29 である。図中ハッチで示された領域は、比較的周波数の高い乱れの観察された領域である。これによると円柱から発生した乱れは、最高流速付近で発生したのもでも約 40 cm 程度までしかその性質を留めていない。しかし、より周波数の低い乱れは約 150 cm 下流にまで流れて流速分布に影響を与えている。この 150 cm という長さは、一周期間における流体粒子の平均行程にほぼ等しい。以上より、次のようなことがいえる。円柱から発生した乱れは比較的短距離の間に元の性質を失って低周波の乱れとなり、発達しながら移流により下流へ流されていく。このように流されていった低周波の乱れも、流れが逆転し逆方向の加速運動がはじまると  $X$  に関係なく急速に消滅し、流れの中の乱れは、円柱がない場合にみられるその流れに固有のものだけとなる。

### 5. 考 察

今回の実験で観察された速度変動は次の三種に大別される。

① 主流の振動数が大きい場合に、流れが逆転した直後に見られる速度変動：これは、流速分布が  $\frac{\partial U}{\partial r} > 0$  となる位相、場所にほぼ一致してあらわれ、断面中央付近で流速分布をわずかながら一様化させる。

② 流速が大きい位相であられる速度変動：これは全断面にわたってあらわれ、周波数は 10 ないし数 10 Hz である。この速度変動により流れは層流解からあきらかにずれてくる。しかし、この速度変動だけで層流解であらわされる流れが完全に破壊されるわけではなく、壁面近くや流速がおそい位相では、①の速度変動を除けば、流れは層流解とよく一致する。

③ 高周波の乱れ：Reynolds 数の大きい場合に第二の速度変動に引き続いて減速時にあらわれる。第一、第二の速度変動に比べて、非常に高周波であることが特徴である。この乱れがあらわれると流れは半径方向に激しく混合され、層流解であらわされる流れは完全に破壊される。この乱れも主流の流速が小さくすると急速に減衰し、流れが逆転すると完全に消滅する。

図—30 は、今回の実験をまとめたものである。図中○は速度変動のなかったもの、●は第一、第二の速度変動のあったもの、●-●は第三の高周波の乱れまであったものをあらわしている。破線は○と●の境界を、定常流 ( $\lambda=0$ ) の限界 Reynolds 数 2100 を通るように大ざっぱにひいたものである。 $\lambda$  が大きい場合には、第一の速度変動があらわれやすくなるため、この境界の線は  $\lambda \rightarrow$  大で大きく左へ曲がっている。

振動流境界層を論じる場合、境界層の発達には振動運動に制約されるため、Reynolds 数の規準長さとして、境界層厚さのパラメータ  $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$  を用いて、 $R_\delta = \frac{U\delta}{\nu}$  と定義することが多い。Collins (1963)<sup>10)</sup> によれば、波動境界層における層流—乱流の限界値は  $R_\delta = 160$  である。Li (1954)<sup>9)</sup> も形は異なるが、物理的には同じ意味の Reynolds 数を用いて振動平板上の境界層の遷移を論じている。 $R_\delta$  は今回用いたパラメータ  $R_e$  と  $\lambda$  を用いてあらわすと、

$$R_\delta = \frac{R_e}{\sqrt{2}\lambda}$$

となる。 $R_\delta$ —一定の関係は 図—30 では原点を通る直線群となる。図—30 で見るかぎり、少なくとも  $R_\delta$ —一定の関係だけで○と●の境界を与えるようには思われない。現に今回の実験では層流が維持される最大の  $R_\delta$  は 660 であるのに対し、速度変動があらわれる最小の  $R_\delta$  は 64 となっている。一方●-●についてみると、図—30 で●-●はすべて  $R_\delta = 550$  の直線の下側にはいており、逆に○と●は  $\lambda = 1.91$ ,  $R_e = 1770$  の一つの○を除きすべてこの直線の上側にはいる。 $\lambda = 1.91$  は周期が長く定常

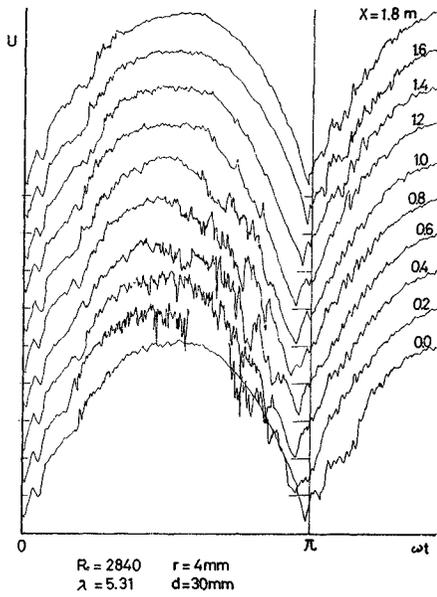


図-24 乱れの伝播 —測定記録 1—

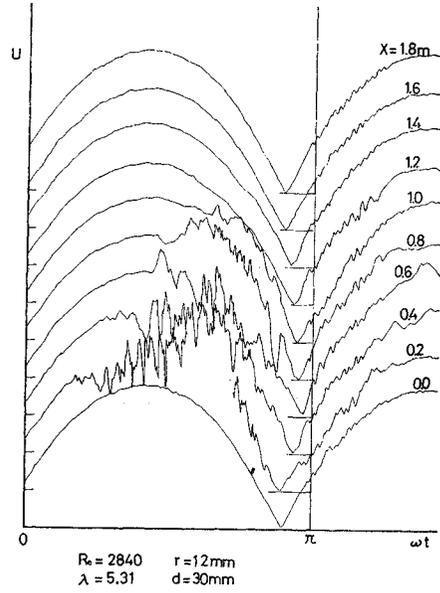


図-25 乱れの伝播 —測定記録 2—

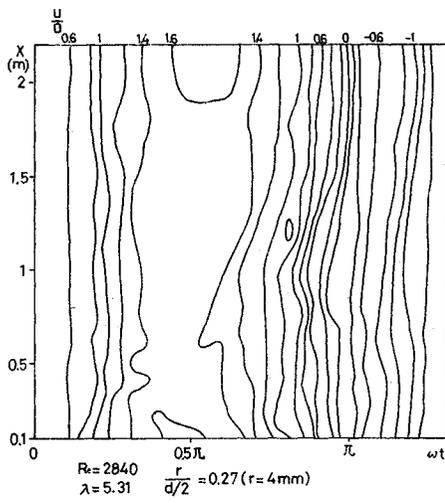


図-26 乱れの伝播 —等流速線図 1—

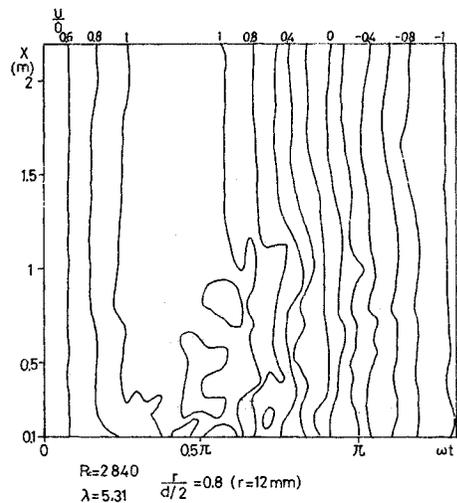


図-27 乱れの伝播 —等流速線図 2—

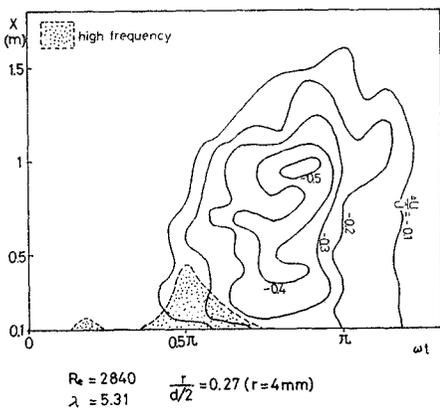


図-28 乱れの伝播 —乱れの分布 1—

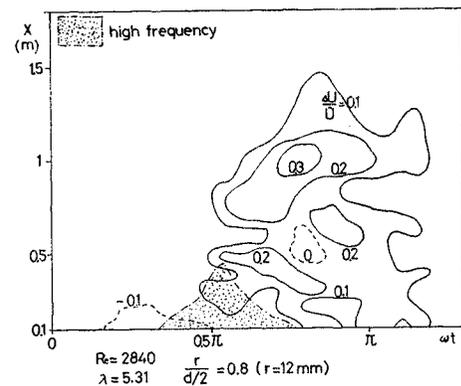


図-29 乱れの伝播 —乱れの分布 2—

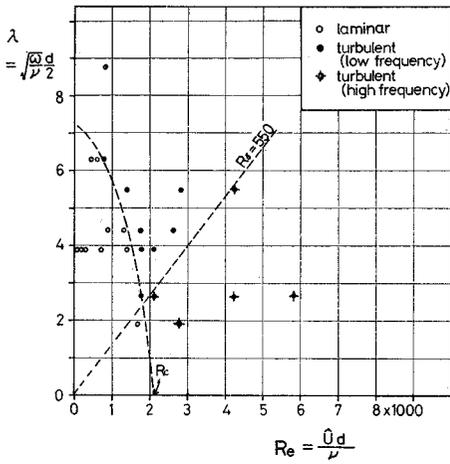


図-30  $Re, \lambda$  による流れの様子

流に近い流れであり  $Re_0$  があまり意味をもたない流れであることから除外して考えると、データ数が少なくはっきり断言しにくいですが、 $Re_0=550$  の直線が  $\bullet$ 、すなわち高周波乱れの発生限界であるように思われる。Collins は、底面境界層の外縁での質量輸送速度が Longuit-Higgins の与えた層流理論解からずれることをもって乱流の限界としている。このことは境界層内に単に速度変動があらわれるばかりでなく、それがある程度の運動量の交換を伴っていることを基準としていることを意味する。本実験で高周波の乱れのある流れで顕著な運動量の交換のあることを考えると Collins の考えた限界は、 $\circ$  と  $\bullet$  の限界ではなく、 $\bullet$  の限界に相当するものであろうことが推察できる。すなわち、 $Re_0$ —一定の関係で、速度変動があらわれるか否かの限界を統一的に説明することはできないが、高周波の乱れがあらわれるか否かは説明できそうである。そしてその値としては  $Re_0=550$  が一応の目安として与えられる。

Rouse<sup>13)</sup> は壁面の影響をうける局所的な不安定性は壁面からの距離  $y$ , その点での速度勾配  $\frac{\partial u}{\partial y}$ , および動粘性係数  $\nu$  に依存しているとして次元解析の結果

$$\chi = y^2 \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right) / \nu$$

という安定パラメータを提案している。このパラメータを用いた安定限界は Blasius 流れに対して約 500, Hagen-Poiseuille 流れに対して約 600 である。今回の実験の条件での層流解より  $\chi$  の分布を求め、実際の測定結果との比較を行った。図-31 には 図-13 と同じ条件の  $\lambda=5.31, Re_0=2840$  の場合の  $\chi$  の分布を、図-32 には、図-13 の測定結果を等流速線表示したものを示してある。この流れは加速時に顕著な速度変動があり、減速時にはそれほど速度変動が顕著でない流れである

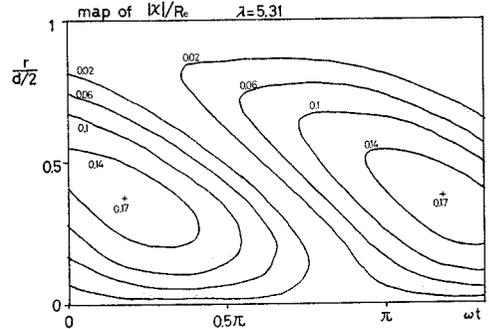


図-31  $\chi$  の分布

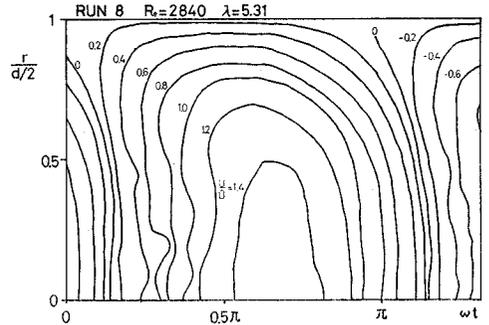


図-32 流速の分布

が、 $\chi$  の分布とこれらの速度変動の分布とは一致していない。また、他の実験をも含めて、 $\chi_{max}$  と速度変動の比較を行ってみても、両者の間にはっきりした関係は見い出せなかった。これは前章の説明で速度変動の発達、減衰などが、加速度の影響を大きくうけているらしいことがわかったのに対し、 $\chi$  が壁面からの距離  $y$  と、速度勾配  $\frac{\partial u}{\partial y}$  のみで加速度の効果を含んでいないために、非定常運動の安定問題を十分に説明できないためであろう。

強制的につくられた乱れにしる、自然に発生した乱れにしる、減速時の乱れは流れが逆転して加速運動になる前までに急速に消滅する。この現象は著者の 1 人ら<sup>12)</sup>が、粗度上の浅海表面波の乱れを測定した時にも見られたものである。これより振動流のような非定常運動では流れが乱れにエネルギーを供給するばかりでなく、乱れから流れへのエネルギー伝達の機構が存在しているように思われる。すなわち、振動流においては、加速時に流速が増加するにつれて層流流れの不安定性から、主流よりエネルギーを得てかく乱が発達し乱れが形成される。しかし減速の後期または流れの逆転時に乱れのエネルギーは粘性逸散による減衰以外に、直接主流へエネルギーを戻す機構が存在しているように思われる。

## 6. 結 論

円管内の純振動流の流速を測定し、次のような結論が得られた。

- (1) Reynolds 数が低い場合には当然のことながら層流解とよくあう。
- (2) Reynolds 数を大きくしていくと流れに速度変動が重なってくる。この速度変動は次の三つに大別される。
  - ① 主流の振動数が大きい場合に、加速の初期にあらわれるもの。
  - ② 流速の大きい位相であらわれるもの。
  - ③ ②に引き続いて減速時にあらわれる高周波のもの。
- (3) ①, ②の速度変動だけでは層流解であらわされる流れは完全に破壊されるわけではなく、低流速時、壁面近くでは層流解とよく一致する。
- (4) 乱れは自然発生のものにしろ、強制的なものにしろ、流れが逆転するときにほとんど完全に消滅する。
- (5) 境界層厚さのパラメータ  $\delta = \sqrt{\frac{2\nu}{\omega}}$  を用いた Reynolds 数  $R_\delta$  は、高周波乱れの発生限界をあらわす指標となりその限界値は 550 である。
- (6) Rouse の安定パラメータ  $\kappa$  では、今回の実験の不安定性を説明することはできない。

本実験では、非定常運動の乱流について、その性質のごく一部が明らかになった。今後、振動流での流れの不

安定問題、非定常運動時のエネルギー授受の問題などから、さらに非定常流の乱流について理解を深めていこうと考えている。

### 参 考 文 献

- 1) Laufer, J. : The Structure of Turbulence in Fully Developed Pipe Flow, National Bureau of Standards, Report 1174, 1955.
- 2) Kajiura : A Model of the Bottom Boundary Layer in Water Waves, Bull. Earthq. Res. Inst., Univ. of Tokyo, Vol. 46, 1968
- 3) Jonsson, I.G. : Measurement in the Turbulent Wave Boundary Layer, I.A.H.R., Congress London, 1963.
- 4) 堀川・渡辺 : 表面波による振動流境界層に関する研究, 第15回海岸工学講演会, 1968.
- 5) 堀川・水口 : 振動流境界層に関する実験, 第17回海岸工学講演会, 1970.
- 6) 安川・田川 : 管内自由振動流の減衰性に関する研究, 土木学会論文報告集, 第208号, 1972.
- 7) Safwat, H.H. and Polder, J. : Friction-Frequency Dependence for Oscillatory Flow in Circular Pipe, ASCE, HY 11, 1973.
- 8) Li, H. : Stability of Oscillatory Laminar Flow along a Wall, Tech. Memo. No. 47, Beach Erosion Board, 1954.
- 9) Kalkanis, G. : Turbulent Flow near an Oscillating Wall, Tech. Memo. No. 97, Beach Erosion Board, 1957.
- 10) Collins, J.I. : Inception of Turbulence at the Bed under Periodic Gravity Waves, Jour. of Geophysical Research, Vol 68, No. 21, 1963.
- 11) 堀川・渡辺 : 波運動に伴う乱れと底質の浮遊, 第17回海岸工学講演会, 1970.
- 12) 日野・大西 : 浅水表面波の粗底上の乱流構造, 第18回海岸工学講演会, 1971.
- 13) Rouse, H. : Elementary Mechanics of Fluids, p. 170, John Wiley & Sons, 1946.

(1974.10.17・受付)