

応答性を考慮した海浜流系と海浜地形の 発生発達に関する理論

THEORY ON THE FORMATION OF SHORE-CURRENT AND SHORE-
TOPOGRAPHY BASED ON THE RESPONSE CONCEPT

日野幹雄*
By Mikio HINO

要旨 離岸流および海浜底地形（カスプや砂州）の発生・発達を流体系—底質系の不安定現象として説明する理論を提出した。前報告でもこの考えに基づく理論を示したが、本論文では、境界底面の変化に対する流体系と底質系の応答速度の大きな差に注目し、流体系は準定常で、境界面の変化を介してゆるやかに変化すると考え、底質系は非定常運動として取扱った。

こうした物理的考察に基づく解析は、基本式をそのままの形で解く前報告の方法より合理的であり、海浜流系・海浜地形の種々の特性を説明できる。すなわち、リップ・カレント発生の卓越波長 L は汀線より碎波帯までの距離 L_b の 2~4 倍であることおよび L と波の入射角・海底勾配・初期海底地形の形状との関係などを定量的に示した。また、海底砂州の沿岸方向の移動速度、離岸流の沖向き速度の分布とリップ・チャンネルについても説明した。

1. 序論

海浜地形の変化や海浜流の特徴を把握することは、海浜環境の保全や利用の上から重要である。最近に至り、海浜流系・海浜底地形が不規則に変化するものではなく、かなりはっきりした規則的構造をもつものであることが明らかにされ、その力学的機構の解明が注目されるに至った。

この間の事情や諸々の説については、すでに前報で述べた。著者はこの問題を、流体力学的不安定現象であるとみなす立場からすでに 2 回の報告を行った。まず、第 1 報¹⁾においては、流体力学的不安定理論の妥当性を調べるために、波が海岸線に直角に入射する最も単純なケースについて、純解析的な理論を提出した。そのため、数式的取扱いにおいて 2, 3 の近似を用いた。また、この理論の基礎になったものに“応答性の遅速”の概念が

ある。

第 2 報²⁾においては、第 1 報により確認された流体力学的不安定理論の妥当性を精密に検討するために、未知関数（流速成分・平均水面の上昇・水深変化）を Hermite 多項式で展開し、その係数および擾動の対数増幅率を固有値問題における固有ベクトルおよび固有値として決定する理論を提出した。これより得られた最も発達しやすい海浜流系の海岸線沿いの波長・流れの場（リップ・カレント、蛇行沿岸流）・海浜底地形の変化などについての理論結果は、これまでの実測結果と一致した。

第 2 報において展開した理論は、厳密さという点では良いが、理論の最終段階では行列の固有値・固有ベクトルを求めるための数値計算を行わなければならず、解析の見通しの良さにおいて十分とはいえない。もっとも、解の厳密性と見通しの良さの 2 つを同時に要求することは、一般に（特に本現象のような複雑な問題では）無理というべきであろう。また、基本方程式を機械的に数式処理するのではなく、もう一段物理的考察を通じた上で解法の展開の必要性を感じられた。

本論文では、現象の解明における物理的解釈の側面を重視し、前論文で得られた基本方程式の解を“応答の遅速”を考慮して求める。

2. 理論

(1) 系の応答の遅速

本論文で取扱う海浜流・海浜底地形の問題は、流体系と底質系の 2 つの系の相互作用に関するものである。この 2 つの系の間に平衡状態があるとする。いま、底面に微小な変化が生じ、それを一時固定化したとする。流体系は、この微小な底面変化に応じて変化をはじめるが、それは瞬時に終了し定常状態を落ち着く。これに反し、もし流体系を平衡状態からわずかに変化させ、その

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

ままの状態を保ったと考える。この場合には、流速分布の不均一性のため底質輸送の勾配が生じ、底面の変化が起こる。この変化が完了するまでの時間——いわゆる応答時間——は、流体系の底面変化に対する応答時間に較べてはるかにながい。

こうした現象の物理的特性を考えるとき、両系と同じ重さで取扱うよりは、応答速度の速い流体系を準定常流とし、応答速度の遅い底質系を時間に関係する過渡現象とみる方が、より現象の本質をつかんでいるといえる。

こうした現象の物理的考察に基づく解析法は Prandtl の境界層理論以来の近代流体力学の基本的な考え方である。

流体系の応答時間が短いということは、上に述べたように流体系を準定常流とみなしても良いということであるが、また場合によってはボテンシャル流として取扱っても良いということである。Kennedy や林が砂漣の発生理論をボテンシャル流として展開できたのもこのためである。

なお、本論文では底質輸送における流体系と底質系の位相遅れの仮定は用いていない。流体系を粘性流体として取扱っているために、流れの非対称性がおのずと生じるからである。

(2) 基礎方程式

海浜流および海浜底地形を論じる基礎方程式は、前報²⁾に述べたように水深方向に積分された二次元運動量方程式と連続の方程式および底質輸送の連続の方程式の4個である。

$$\begin{aligned} \frac{\partial[\rho(h+\eta)u]}{\partial t} + \frac{\partial[\rho(h+\eta)u^2]}{\partial x} \\ + \frac{\partial[\rho(h+\eta)uv]}{\partial y} + \frac{\partial S_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial y} \\ = -\rho g(h+\eta)\frac{\partial \eta}{\partial x} - \rho \tilde{C} u \quad (1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial[\rho(h+\eta)v]}{\partial t} + \frac{\partial[\rho(h+\eta)uv]}{\partial x} \\ + \frac{\partial[\rho(h+\eta)v^2]}{\partial y} + \frac{\partial S_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial S_{yy}}{\partial y} \\ = -\rho g(h+\eta)\frac{\partial \eta}{\partial y} - \rho \tilde{C} v \quad (2) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial(h+\eta)}{\partial t} + \frac{\partial[u(h+\eta)]}{\partial x} + \frac{\partial[v(h+\eta)]}{\partial y} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial(C_s u)}{\partial x} + \frac{\partial(C_s v)}{\partial y} \quad (4)$$

ここに、座標系 $x \cdot y$ は 図-1 のように海岸線方向に y 軸、これと直角沖向きに x 軸を探る。流速の $x \cdot y$ 成分をそれぞれ $u \cdot v$ とし、静止水面からの水面上昇量を η 、水深を h とする。 $\tilde{C} \cdot C_s$ は底面の摩擦係数および底質輸送係数、 g は重力加速度である。また、 $S_{xx} \cdot S_{xy}$

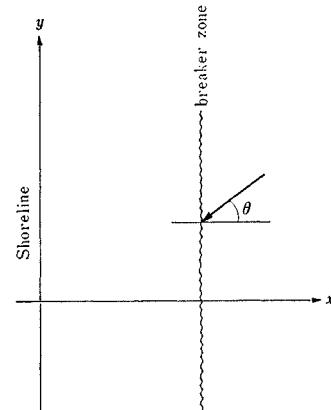


図-1 Coordinate system

S_{yy} は radiation stress で、 x 軸に対する波の入射角を θ とするとき、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} S_{xx} &= \frac{3E}{2} - Ec^2 \left(\frac{\sin \theta}{c} \right)^2 \\ S_{yy} &= \frac{E}{2} + Ec^2 \left(\frac{\sin \theta}{c} \right)^2 \\ S_{xy} &= Ec \cos \theta \left(\frac{\sin \theta}{c} \right) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに、 E は波の単位幅単位長あたりのエネルギー、 c は波速で、碎波線の岸側でそれらは

$$E = (\rho gr^2/8)(h+\eta)^2 \quad (6)$$

$$c = \{g(h+\eta)\}^{1/2} \quad (7)$$

となる ($r \equiv 1$: 比例定数)。碎波線の沖側では、radiation stress の影響は一般に少なく無視しうる。

基礎方程式の従属変数を平衡状態に対する値と擾動項の和として表わす。

$$\left. \begin{aligned} u(x, y, t) &\rightarrow u(x, y, t) \\ v(x, y, t) &\rightarrow V_0(x) + v(x, y, t) \\ \eta(x, y, t) &\rightarrow \eta_0(x) + \eta(x, y, t) \\ h(x, y, t) &\rightarrow h_0(x) + h(x, y, t) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

また、変数は海岸線から碎波帶までの距離 L_b と $\sqrt{gL_b}$ により無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} u/\sqrt{gL_b} &\rightarrow u, \quad v/\sqrt{gL_b} \rightarrow v, \quad V_0/\sqrt{gL_b} \rightarrow V_0 \\ x/L_b &\rightarrow x, \quad y/L_b \rightarrow y, \quad h_0/L_b \rightarrow h_0 \\ t\sqrt{g/L_b} &\rightarrow t, \quad c/\sqrt{g/L_b} \rightarrow c, \quad C_s/L_b \rightarrow C_s \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

式 (1)～(4) に式 (8) を代入し、線型化を行うと次式を得る²⁾。

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_i}{\partial t} + A_{i1}(x) \frac{\partial u}{\partial x} + A_{i2}(x) \frac{\partial u}{\partial y} + a_i(x)u \\ + B_{i1}(x) \frac{\partial v}{\partial x} + B_{i2}(x) \frac{\partial v}{\partial y} + b_i(x)v \\ + C_{i1}(x) \frac{\partial \eta}{\partial x} + C_{i2}(x) \frac{\partial \eta}{\partial y} + c_i(x)\eta \\ + D_{i1}(x) \frac{\partial h}{\partial x} + D_{i2}(x) \frac{\partial h}{\partial y} + d_i(x)h \end{aligned}$$

となる。同様の関係が $\partial v / \partial x \cdot \partial \eta / \partial x$ についても得られるから、式(19)を式(18)に代入すれば、次の関係式(24)が求められる。

上式の両辺に $H_{m'-1}(x)e^{-x^2/4}/\sqrt{(m'-1)!}$ をかけ、 x に関する $(0, \infty)$ で積分して 残差を 0 と置く。いわゆる Galerkin 法を応用する。

を得る。ここに、

$$I_{mn}^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{(m'-1)! (n-1)!}} \int_0^{\infty} \left[\frac{(n'-1)}{2} A_{i1} H_{n'-2}(x) + (ik_2 A_{i2} + a_i) H_{n'-1}(x) - \frac{1}{2} A_{i1} H_{n'}(x) \right] H_{m'-1}(x) e^{-x^2/2} dx$$

.....(26 a)

$$J_{mn}^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{(m'-1)! (n-1)!}} \int_0^{\infty} \left[\frac{(n-1)}{2} B_{i1} H_{n-2}(x) + (ik_2 B_{i2} + b_i) H_{n-1}(x) - \frac{1}{2} B_{i1} H_n(x) \right] H_{m'-1}(x) e^{-x^2/2} dx \quad \dots \quad (26b)$$

$$K_{mn}^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{(m'-1)! (n-1)!}} \int_0^{\infty} \left[\frac{(n-1)}{2} C_{i1} H_{n-2}(x) + (ik_n C_{i0} + c_i) H_{n-1}(x) \right]$$

$$l_m^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{(m'-1)!}} \int_0^{\infty} [f'(x) D_{it_1} + ik_2 f(x) D_{it_2} + f(x) d_i] H_{m'-1}(x) e^{-x^2/4} dx \quad \dots \quad (26d)$$

ただし、上式中、 m', n' および M, N' は

$$m' = \begin{cases} 2, 4, \dots, 2N' & (i=1) \\ 1, 2, 3, \dots, N & (i=2 \text{ or } i \geq 3) \end{cases}$$

$$n' \equiv 2, 4, \dots, 2N$$

$$M = \begin{cases} N' & (i=1) \\ N & (i=2 \text{ および } 3) \end{cases}$$

$N' = \lceil N/2 \rceil : N/2$ を越えない最大の整数

式(25)は次のような簡単な行列表示にすることができる。

ここに、

$$\mathbf{x} = [\alpha_2, \alpha_4, \dots, \alpha_{N'}, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_N, r_1, r_2, \dots, r_N]^T$$

((N'+2N)+1 \text{ 行列}) \dots \dots \dots (28a)

$$A = \begin{bmatrix} I^{(1)} & J^{(1)} & K^{(1)} \\ I^{(2)} & J^{(2)} & K^{(2)} \\ I^{(3)} & J^{(3)} & K^{(3)} \end{bmatrix} \quad ((N'+2N) \times (N'+2N) \text{ 行列})$$

ここに、 $I^{(i)}, J^{(i)}, K^{(i)}, l^{(i)}$ は式 (26 a, b, c, d) により定義された $I_{mn}^{(i)}, J_{mn}^{(i)}, K_{mn}^{(i)}, l_{mn}^{(i)}$ を要素とする ($N \times N$) 行列である。

式(27)より、海浜流および海浜底地形の Hermite 多項式展開の係数 $\alpha_n \cdot \beta_n \cdot r_n$ は

のように求められる。

いま、 $f(x)$ も Hermite 級数で展開表示すれば、 $h(x, y)$ は

$$h(x, y) = \delta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n}{\sqrt{(n-1)!}} H_{n-1}(x) e^{-x^2/4} e^{ik_2 y} \quad \dots \dots \dots \quad (30)$$

と表わされる。したがって、式 (26c) は

$$l_m^{(i)} = \frac{\delta}{\sqrt{(m'-1)!}} \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\sqrt{(n-1)!}} \int_0^\infty \\ \cdot \left[\frac{(n-1)}{2} D_{ii} H_{n-2}(x) + (ik_2 D_{i2} + d_i) H_{n-1}(x) \right. \\ \left. - \frac{1}{2} D_{ii} H_n(x) \right] H_{m'-1}(x) e^{-x^2/2} dx (31)$$

となる。次式により行列要素 $L_{mn}^{(i)}$, 行列 B および μ

$$L_{mn}^{(i)} = \frac{1}{\sqrt{(m'-1)!(n-1)!}} \int_0^{\infty}$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{(n-1)}{2} D_{i1} H_{n-2}(x) + (ik_2 D_{i2} + d_i) H_{n-1}(x) \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} D_{i1} H_n(x) \right] H_{m'-1}(x) e^{-x^2/4} dx \dots \dots \dots (32) \end{aligned}$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}^{(1)} \\ \mathbf{L}^{(2)} \\ \mathbf{L}^{(3)} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\mu} = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N]^T \dots \dots \dots (33)$$

を定義すれば、

$$\mathbf{b} = -\delta \mathbf{B} \boldsymbol{\mu} \dots \dots \dots (34)$$

したがって、式 (29) より係数行列 \mathbf{x} は

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= -\delta (\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}) \boldsymbol{\mu} \\ &= \delta \mathbf{D} \boldsymbol{\mu} \dots \dots \dots (35) \end{aligned}$$

となる。なお $(-\mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}) = \mathbf{D}$ は $(N' + 2N) \times N$ 行列で、底地形の各基本成分 $H_{n-1}(x) e^{-x^2/4}$ が $u \cdot v \cdot \eta$ の各係数に寄与する程度を表わす行列である。すなわち、

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{a}'_1 \\ \vdots \\ \mathbf{a}'_{N'} \\ \mathbf{b}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{b}_N \\ \mathbf{c}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{c}_N \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \mathbf{a}'_k &= [a_{k1}, a_{k2}, \dots, a_{kN}] \\ \mathbf{b}_k &= [b_{k1}, b_{k2}, \dots, b_{kN}] \\ \mathbf{c}_k &= [c_{k1}, c_{k2}, \dots, c_{kN}] \end{aligned} \dots \dots \dots (36)$$

ここに、行ベクトル \mathbf{a}'_k は流速 u の係数 a_k への底地形の各成分 μ の倍率を示している。 \mathbf{a}'_k , \mathbf{b}_k を用いれば、 u, v はそれぞれ次のように表現しうる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \delta \left[\mathbf{a}'_1 H_1(x) + \mathbf{a}'_2 \frac{H_2(x)}{\sqrt{3!}} + \dots \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{a}'_{N'} \frac{H_{N'-1}}{\sqrt{(2N'-1)!}}(x) \right] \mu e^{-x^2/4} e^{ik_2 y} \\ v &= \delta \left[\mathbf{b}_1 H_0(x) + \mathbf{b}_2 H_1(x) + \dots \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{b}_N \frac{H_{N-1}}{\sqrt{(N-1)!}}(x) \right] \mu e^{-x^2/4} e^{ik_2 y} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (37)$$

(4) 海浜底地形の安定性

次に、海浜の底地形に微小な変化が生じるとき、その変化の安定性——時間とともに底地形の変化が増幅するか減衰するかあるいはそのままの状態が持続するか——を調べる。本論文では、現象を線型の範囲で取扱っているので、底地形の変化を種々の成分の和と考えて、どの成分が微小変化に対して不安定で、時間増幅率が一番大きいかを調べると良い。

すでに述べたように流体系の状態は、海浜底地形の変化に対し十分早く応答するから準定常流として取扱うことができる。流体系の変化は、底地形の変化 $\delta(t)$ を介して時間の関数となっている。

さて、底質輸送の連続の方程式は

$$\frac{\partial h}{\partial t} = C_s \frac{\partial u}{\partial x} + C_s \frac{\partial v}{\partial y} \dots \dots \dots (38)$$

である。ここで、 h はゆるやかに変化する時間の関数であることを考慮し、式 (30) を

$$h(x, y, t) = \delta(t) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\mu_m}{\sqrt{(m-1)!}} H_{m-1}(x) e^{-x^2/4} e^{ik_2 y} \dots \dots \dots (39)$$

と表現する。式 (38) に上式および式 (37) を代入すれば、次の関係式を得る。

$$\begin{aligned} & \delta(t) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n}{\sqrt{(n-1)!}} H_{n-1}(x) e^{-x^2/4} e^{ik_2 y} \\ &= \delta(t) C_s \left[\sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{a}_n \boldsymbol{\mu} \left\{ H'_{n-1}(x) - \frac{x}{2} H_{n-1}(x) \right\} \right. \\ & \quad \left. + (ik_2) \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{b}_n \boldsymbol{\mu} H_{n-1}(x) \right] e^{-x^2/4} e^{ik_2 y} \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

上式の展開を有限項で打ち切り、再び Galerkin 法により展開係数行列 $\boldsymbol{\mu}$ を求めるとき、式 (41) となる。

$$p \mathbf{H} \boldsymbol{\mu} = \mathbf{H}^* \boldsymbol{\mu} \dots \dots \dots (41)$$

ここに、 p は $\delta(t)$ の対数増幅率

$$p = \frac{\dot{\delta}}{C_s \delta} \dots \dots \dots (42)$$

であり、行列 \mathbf{H} の要素および行列 \mathbf{H}^* は、それぞれ

$$H_{mn} = \frac{1}{\sqrt{(m-1)!(n-1)!}} \int_0^\infty H_{m-1}(x) \cdot H_{n-1}(x) e^{-x^2/4} dx \dots \dots \dots (43)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^* &= \begin{bmatrix} H_{11} * \mathbf{a}_1 + H_{12} * \mathbf{a}_2 & \dots & H_{1N} * \mathbf{a}_N \\ H_{21} * \mathbf{a}_1 + H_{22} * \mathbf{a}_2 & \dots & H_{2N} * \mathbf{a}_N \\ \dots & \dots & \dots \\ H_{N1} * \mathbf{a}_1 + H_{N2} * \mathbf{a}_2 & \dots & H_{NN} * \mathbf{a}_N \end{bmatrix} \\ &+ (ik_2) \begin{bmatrix} H_{11} \mathbf{b}_1 + H_{12} \mathbf{b}_2 & \dots & H_{1N} \mathbf{b}_N \\ H_{21} \mathbf{b}_1 + H_{22} \mathbf{b}_2 & \dots & H_{2N} \mathbf{b}_N \\ \dots & \dots & \dots \\ H_{N1} \mathbf{b}_1 + H_{N2} \mathbf{b}_2 & \dots & H_{NN} \mathbf{b}_N \end{bmatrix} \dots \dots \dots (44) \end{aligned}$$

で与えられる。ここに、 H_{mn}^* は

$$H_{mn}^* = \frac{1}{\sqrt{(m-1)!(n-1)!}} \int_0^\infty H_{m-1}(x) \cdot \left\{ \frac{(n-1)}{2} H_{n-2}(x) - \frac{1}{2} H_n(x) \right\} e^{-x^2/4} dx \dots \dots \dots (45)$$

である。また、数式表示の規則性を保つために、流速 u の係数行列 \mathbf{a}_n を

$$\mathbf{a}_n = \begin{cases} = 0 & (n=1, 3, \dots) \\ = \mathbf{a}_{n'} & (n=2, 4, \dots, 2[N/2], n'=n/2) \end{cases} \dots \dots \dots (46)$$

とし、偶奇数次の区別なしに Hermite 多項式の和として u を表わすようにした。

いま、あらたに行列 \mathbf{T}

$$\mathbf{T} = \mathbf{H}^{-1} \mathbf{H}^* \dots \dots \dots (47)$$

を定義すれば、式 (41) は

$$T \boldsymbol{\mu} = p \boldsymbol{\mu} \dots \dots \dots (48)$$

となり、行列 \mathbf{T} の固有値問題に帰着し、底地形の対数増幅率と底地形の Hermite 多項式展開の係数はそれぞれ式 (48) から \mathbf{T} の固有値 λ および固有ベクトル $\boldsymbol{\mu}$

として決定される。

式(42)より底地形は $\delta(t) = Ae^{\mu t}$ (A : 初期値) と表わされる。したがって、固有値 μ の正負にしたがい海浜底地形の微小擾乱は増幅(不安定)または減衰(安定)する。

(5) 現象に関与するパラメーター

リップ・カレントの発生・海浜底地形の変形に関して、本論文で考慮したパラメーターは、初期の海浜底地形 $h_0(x)$ と勾配 s 、波の入射角 θ_b 、波速 $c = \sqrt{g(h_0 + \eta_0)}$ 、底摩擦係数 C_d 、底質の輸送係数 C_s 、碎波帯内の波高に関する比例係数 r 、重力加速度 g 等である。本論文では省略したが、この他に水の相対運動による lateral friction の係数も含まれる。これらのパラメーターのうち、 $g \cdot r \cdot C_d$ は一定ないはほぼ一定で変化の幅は狭く、また C_s は $\delta/(C_s \delta)$ の形で表われ直接問題とならないので、現象に大きい変化をおよぼすパラメータ一群からは除くことができる。

その結果、現象を大きく変える可能性のあるパラメーターは、 $h_0(h_b) \cdot s$ (または h_b/L_b , $dh/dx \cdot c$) である。基礎方程式(10)～(16)の係数を分析すると、これらは

$$\left. \begin{aligned} x &= s(\sin \theta_b/c)^2 = (h_b/L_b)(\sin \theta_b / (\sqrt{gh_b} / \sqrt{gL_b}))^2 \\ &= \sin^2 \theta_b \\ \varphi &= s^2(\sin \theta_b/c) = (h_b/L_b)^{3/2} \sin \theta_b \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (50)$$

の 2 つのグループとして式中に表われる。前者は、海底勾配と入射角および波速に関するもので、Snell の法則と長波の波速式より、碎波帯での入射角の正弦の 2 乗となる。後者は沿岸流流速 $V_o(x)$ に関するもので、仮に沿岸流パラメーターと名づける。

後節に示すように、入射角が小さければ x 、入射角が大きくなれば φ の影響が強くなる。

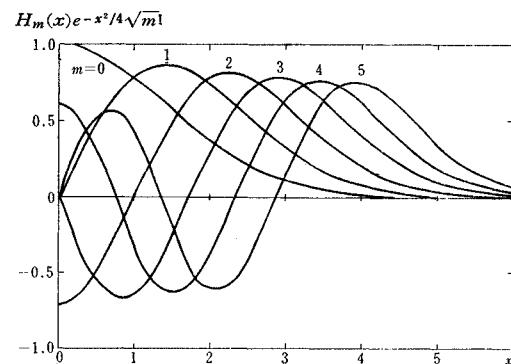


図-2 Base functions of series expansion

3. 計算結果——海浜流系の特性

以上に展開した理論により、海浜底地形の変形と離岸流系の発生の特性について調べる。

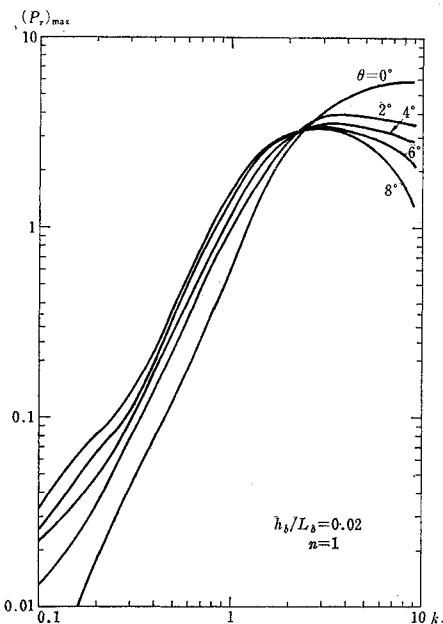


図-3 (a) Longshore wave number and the maximum exponential growth rate.

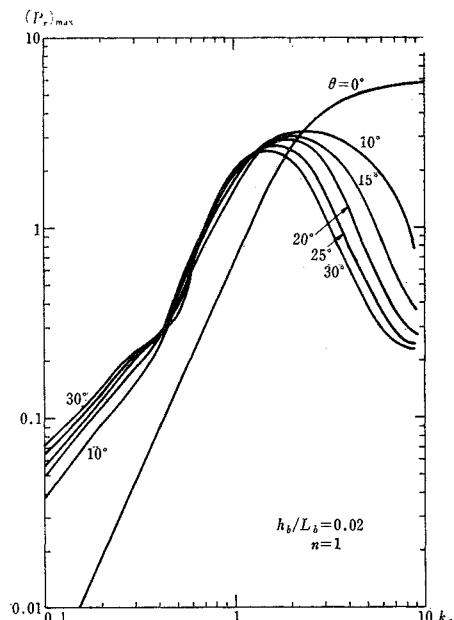


図-3 (b) Longshore wave number and the maximum exponential growth rate.

(1) 海浜流系の卓越波数の特性

a) 海浜変形の卓越波数と入射角との関係

海浜底地形が直線的に単純に変化しており無次元碎波

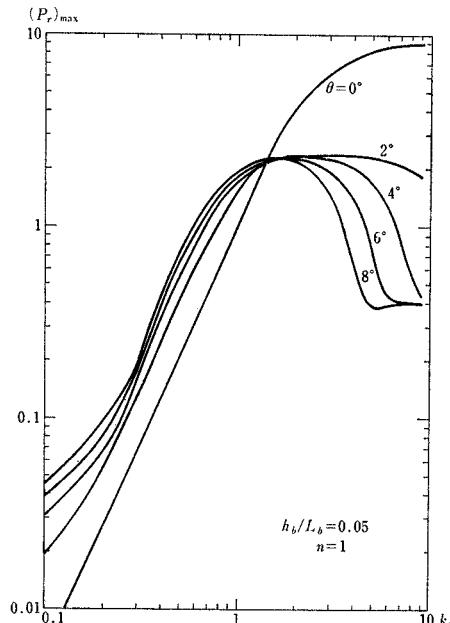


図-4(a) Effects of bottom slope on the relationship between k_2 and $(p_r)_{\max}$, for $h_b/L_b=0.05$

水深が $h_b/L_b=0.02 (=1/50)$ の場合について、波の入射角(碎波帶での入射角) θ_b をパラメーターとして、海浜底地形の不安定の対数増幅率 $(p_r)_{\max}^*$ と変形の沿岸方向の波数 k_2 との関係を計算した結果が、図-3(a), (b)

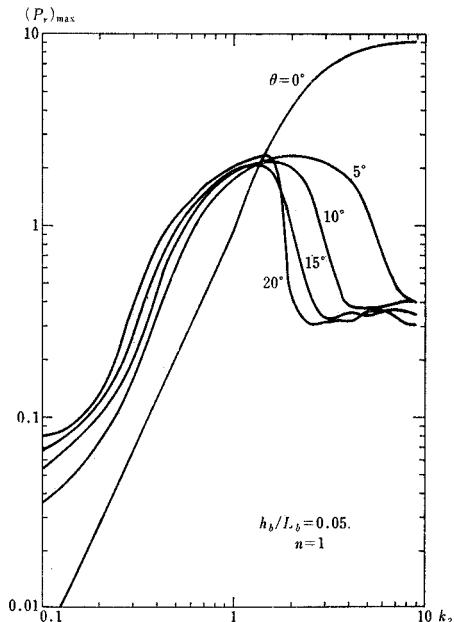


図-4(b) Effects of bottom slope on the relationship between k_2 and $(p_r)_{\max}$, for $h_b/L_b=0.05$

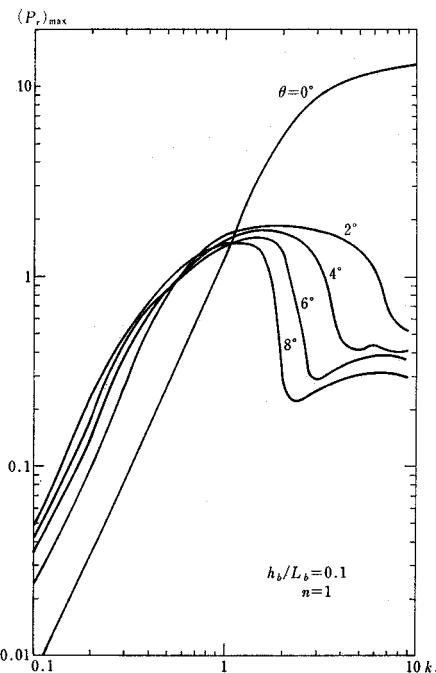


図-5(a) Effects of bottom slope on the relationship between k_2 and $(p_r)_{\max}$, for $h_b/L_b=0.1$

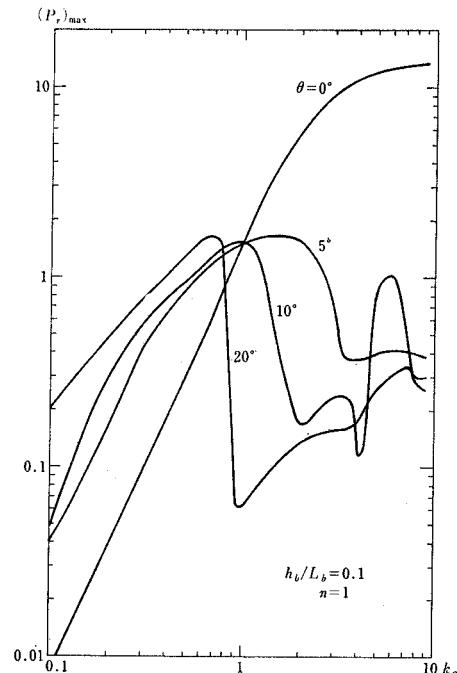


図-5(b) Effects of bottom slope on the relationship between k_2 and $(p_r)_{\max}$, for $h_b/L_b=0.1$

* $(p_r)_{\max}$ は固有値の実数部の最大値を意味する。

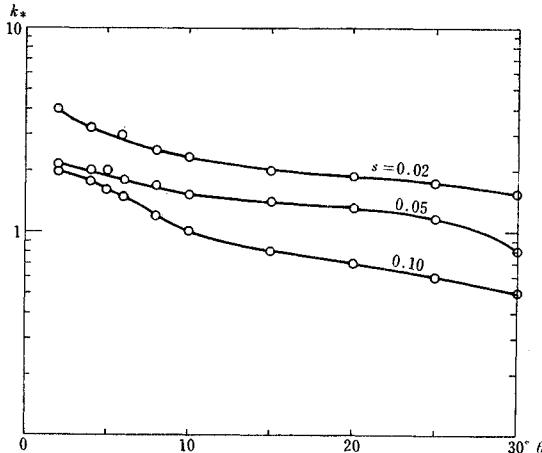


図-6 Relation between the most preferred longshore wave number k_* , the angle of wave incidence θ_b and the bottom slope s

である。 θ_b の増加につれて最卓越波数 k_{2*} は徐々に小さくなり、 $\theta_b=4^\circ \rightarrow 30^\circ$ に対して k_{2*} は $3.0 \rightarrow 1.5$ (卓越波長 $L_* = 2\pi/k_{2*} \approx 2 \rightarrow 4$) と変化する。これは、入射角 θ_b が増すにつれて沿岸流が強まり、その結果沿岸方向の変形波長が伸びたものと解釈される。

なお、 $\theta_b=0^\circ$ では $k_2=0.1 \sim 10$ の範囲で $(P_r)_{\max} \sim k_2$ 曲線は極大値を探らず、 θ_b がわずかに $\theta_b=2^\circ$ と変わると $k_{2*}=3.5$ に $(P_r)_{\max}$ が極大値をもつようになる。実際には碎波帯で汀線に直角に波が入射するというのもまれで、ごくわずかながら斜めと考えるのが自然であり海浜には波長が碎波帯までの距離の 2~4 倍の周期的地形変化および離岸流系の発生の要因があるものといえる。

b) 海浜勾配の影響

h_b/L_b (すなわち海浜勾配) を $0.05 (=1/20)$ 、 $0.1 (=1/10)$ と増加させて、上と同様に $(P_r)_{\max} \sim k_2$ 曲線を計算した結果が図-4(a), (b) および図-5(a), (b) である。

入射角 θ_b の増加につれて不安定成長の卓越波数 k_{2*} が小さくなること、 $\theta_b=0^\circ$ の場合には計算の範囲内で卓越波数が存在しないことなど a) と同様の傾向をみるとことができる。

なお、 h_b/L_b が小さいほど対数増幅率 $(P_r)_{\max}$ が大きい。すなわち、遠浅の海岸ほど離岸流やカスプ地形が発達しやすいといえる。以上の結果をまとめ、卓越波長 k_{2*} と入射角 θ_b と海浜勾配 h_b/L_b との関係を図-6に示した。

c) 沿岸流の影響

前に示したように、海浜流系の発生発達には入射角パラメーター $\chi = (\sin \theta)^2 \frac{dh_0}{dx}$ と、沿岸流パラメーター $\varphi = (h_b/L_b)^{3/2} \sin \theta_b$ とが関係する。このうち、沿岸流パラメーター φ を一定 ($\varphi=0.00194$) に保ち入射角 θ_b を種

々変えた場合の $(P_r)_{\max} \sim k_2$ 曲線が図-7である。 $\varphi=0.00194$ は図-4(b) に示した $h_b/L_b=0.05$ 、 $\theta_b=10^\circ$ の場合に相当する。 φ を一定にし、 θ_b を増加させるにつれて h_b/L_b は小さくなるが沿岸流の大きさは不变である。

図-7にみれるように、 $\theta_b=5^\circ$ の場合を除き $(P_r)_{\max} \sim k_2$ 曲線はほぼ同一曲線となっている。また、卓越波数 k_{2*} でみる限りすべて $k_{2*}=1.5$ (卓越波長 $L_* = 2\pi/k_{2*}$

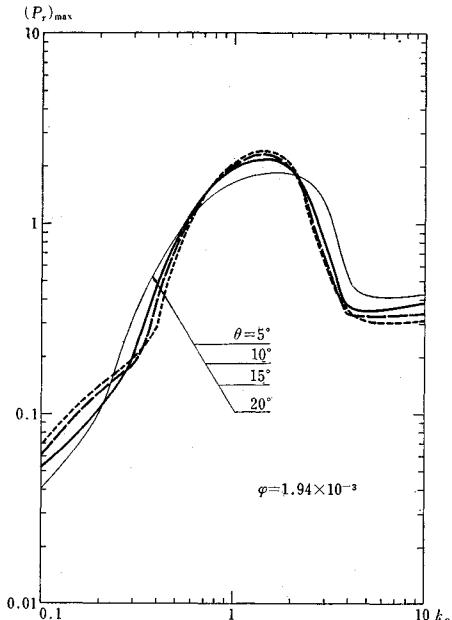


図-7 Effect of the incidence angle for a constant longshore parameter φ ; i.e. constant long shore current.

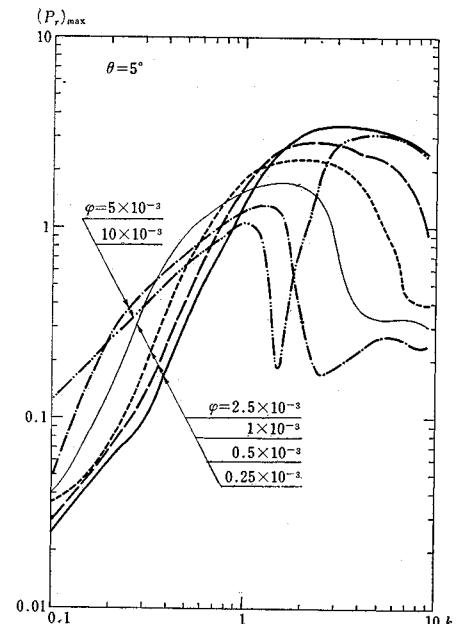
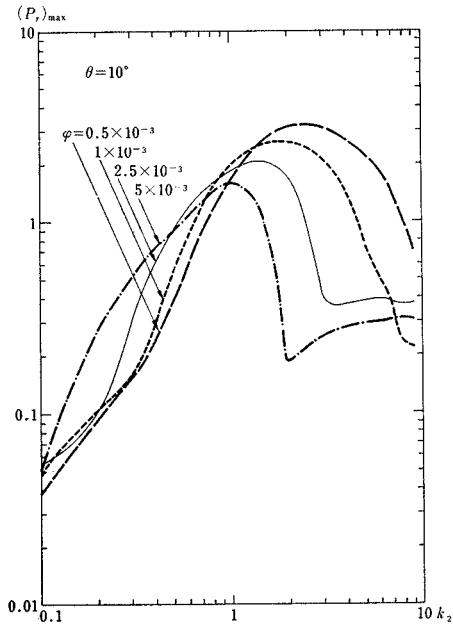
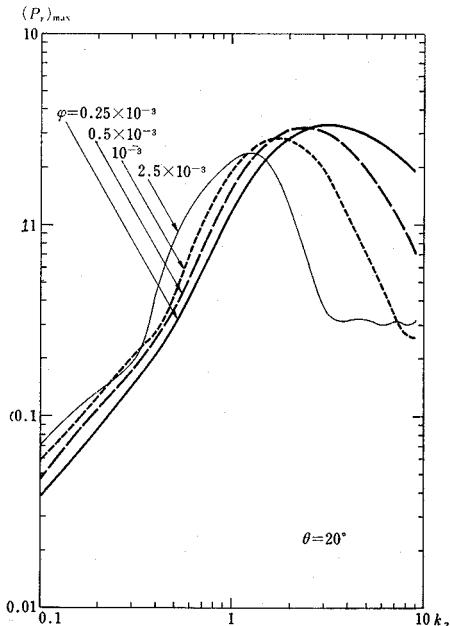


図-8 (a) Effects of the intensity of longshore current at $\theta_b=5^\circ$.

図-8 (b) Effect of the intensity of longshore current. $\theta=10^\circ$.図-8 (c) Effect of the longshore current. $\theta=20^\circ$.

=4) となっている。

したがって、入射角が小さければ θ_b の影響が強く、入射角が大きくなると沿岸流の影響に支配されるようになるといえる。

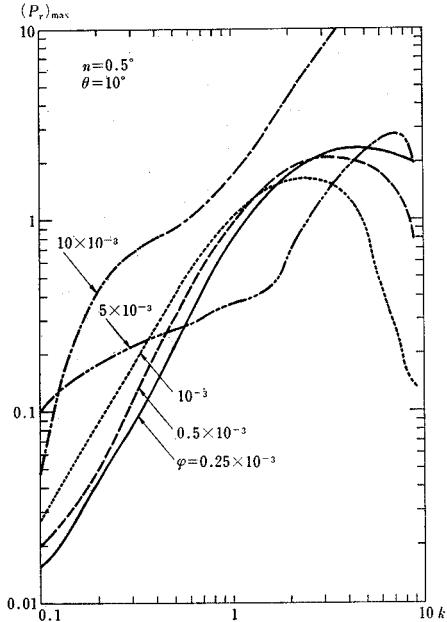
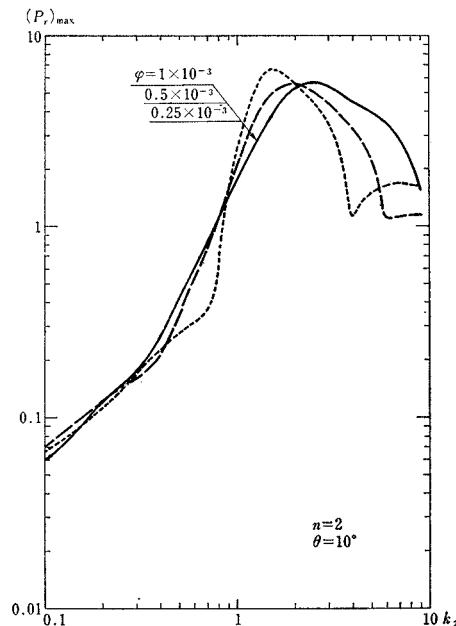
$\theta_b=5^\circ, 10^\circ, 20^\circ$ の各ケースについて、沿岸流パラメータ φ を変えて、 $(P_r)_{\max} \sim k_2$ 曲線を求めたのが、図-8 (a), (b), (c) である。 φ の増加すなわち沿岸流

の強化につれて、一般に沿岸方向の変形卓越波長は長くなり、それについて增幅率は減少する。

d) 海浜底の原地形の影響

入射角 $\theta_b=10^\circ$ の場合について

$$h_0(x) = h_b x^n \quad \dots \dots \dots (51)$$

図-9 Effect of the initial bottom shape on the relationship k_2 and $(P_r)_{\max}$, for a concave bottom of $n=0.5$.図-10 Effect of the initial bottom shape on the relationship k_2 and $(P_r)_{\max}$, for a convex bottom of $n=2$.

で与えた海浜底の原地形の影響を調べた。 $n=0.5, 1, 2$ のおのおののケースについての 不安定対数増幅率(p_r)_{max} と沿岸方向の波数 k_2 との関係は 図-9, 8(b), 10 に示すとおりである。沿岸流速パラメーター φ の増加について各ケースとも最大対数増幅率 p_{r*} に対する沿岸波数 k_{2*} は減少する。 p_{r*} は $n=2$ の場合が他の場合に較べて大きく、 $n=1, 0.5$ と小さくなる。すなわち凸形地形の方が直線変化や凹形地形よりもリップ・カレント系が発生しやすい。

図-9によれば $n=0.5$ の場合、 φ がある値を越えると、すなわち無次元碎波水深がある値を越えると、 $(p_r)_{\max} \sim k_2$ 曲線は単調増加曲線に変わる。これは直線勾配の海浜の場合の入射角 $\theta_b=0^\circ$ の場合にも見られた傾向である。

このことは次のように解釈しうる。 $n=0.5$ の凹形地形で h_b が大きい場合には、radiation stress 項の影響が強くなるのは汀線のごく近くになってからであり、この場合には碎波後も屈折をつづけた波頭が海岸線に平行になるためと考えられる。

(2) 砂州の波長と移動速度および形状

$$h(x, y, t) = \delta(t) \Phi(x) e^{ik_y y} \\ = \left\{ \delta(t) \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\sqrt{(n-1)!}} H_n(x) e^{-x^2/4} \right\} e^{ik_y y}$$

と未知関数 $\phi(x)$ の Hermite 関数展開の係数ベクトル
 $\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N]^T$ を固有値問題の固有値および固有ベクトルとして決定した。

式(52)の関係は、 $\delta(t)$ が

で表わされることに対応する。すなわち

$$h(x, y, t) = A\Phi(x)e^{i(k_2y + C_s p_i t)} \cdot e^{C_s p_r t}$$

したがって、

$$h(x, y, t) = A\Phi(x)e^{ik_2(y - C_s t)} \cdot e^{C_s p_r t} \dots \dots \dots (54)$$

となり、海浜砂州は速度 C_* で沿岸方向に移動することを示している。ここに、

$$C_* = -(p_i/k_2) C_s = -(C_s/k_2) \Im(p) \quad \dots \dots \dots (55)$$

図-11 は、固有値 ρ の虚数部を波数 k_s で割った $C = C_*/C_s$ (無次元数として扱っている。 C_*/C_s を次元数 C_* , C_s に直すと $C_*\sqrt{L_b/g/C_s}$) と海岸変形の波数 k_s との関係を示したものである。図より、海岸変形は卓越波数よりやや小さいところを境にしてそれより波数の大きい(波長の短い) もので $C < 0$ はつまり沿岸流の方向に、それより長い波長の砂州は $C > 0$ つまり沿岸流にさからって進行する。砂州の進行に流れ方向に進むものと流れに逆行するものがあることは、河床砂漣に dune と

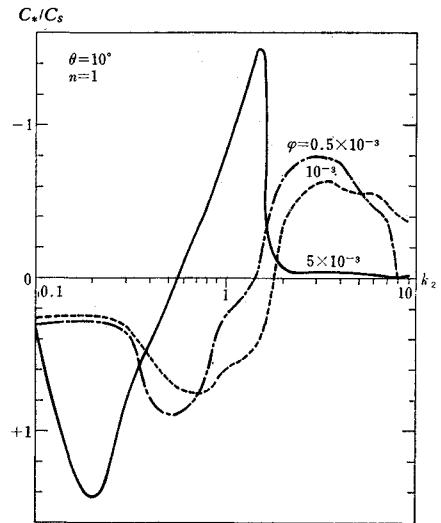


図-11 Longshore wave-number and translation velocity of sand bar.

anti-dune の 2 種の形態があることに似ている。卓越波数のところではほぼ $\rho_i/k_z = a = 0(1)$ であるから、海岸砂州の進行速度は

と表わされる。すなわち砂州の位相速度 C_* は、砂の輸送係数 C_s に比例し、汀線から碎波帯までの距離 L_b の平方根に逆比例する。

固有ベクトル $\mu = [\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_N]^T$ より、海浜地形一砂州一の形を求めることができる（ただし、時間に関する部分を除く）。

$$h(x, y) = \Re \left\{ \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\sqrt{(n-1)!}} H_n(x) e^{-x^2/4} e^{ik_2 y} \right\} \quad \dots \quad (57)$$

図-12 は、入射角 $\theta_b = 10^\circ$ 、海底勾配（無次元碎波帯水深） $h_b/L_b = 0.05$ 、 $k_2 = 1.5/L_b$ の場合に、上式より求めた海岸線に直な $y = 0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 \times L_b$ の各断面での海浜地形である。

海岸線に直な線上での海底地形の変化についての現地観測や室内実験が報告されているが、海底変化は、海岸線に直な面内の一次元的なものではなく、むしろ海岸線方向にも構造をもった二次元的なものであることに注意する必要がある。このことは、現地実測の結果から堀川や鮮干によっても指摘されている¹⁴⁾。従来報告されて来た海岸地形の変化は、砂州の海岸線方向の移動——すなわち、切断面の移動によるものとしてとらえることができる。實際には砂州が時間とともに生長しつつ沿岸方向に移動するのであるが、これを $y=$ 一定の断面で観測すれば、もし、砂州の進行速度が $C>0$ ならば海岸底地形は図の下より上に向けて変化し、ちょうど凸部（砂州）

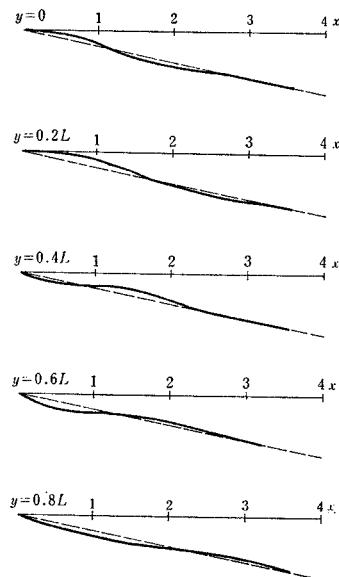


図-12 Vertical profiles of sand bar at various position of y .

が波の作用で岸に輸送されたようにみられるし、また $C < 0$ ならば逆に砂州が沖へ運ばれたようにみえるであろう。

(3) リップ・チャンネルとリップ流の流速分布

離岸流は岸より流速が徐々に増加し、碎波帯付近で最大流速に達し、その先で広がり流速が減少することが野外実測から知られている⁵⁾。流速分布および平均水位上昇は固有ベクトル——本論文では Hermite 展開の係数

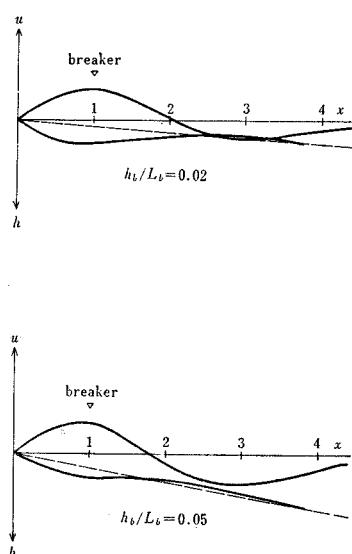


図-13 Velocity Distribution of the off-shore current (the rudimentary rip-current) and the depth variation of bottom (the so-called rip-channel)

に対応する—— μ を用いて次式により求めることができる。

$$\begin{bmatrix} u(x) \\ v(x) \\ \eta(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}' 0 & 0 \\ 0 & \mathcal{H} 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{H} \end{bmatrix} \cdot [D\mu] \cdot e^{-x^2/4} e^{ik_2 y} \quad \dots \dots \dots (58)$$

ここに、 $\mathcal{H}' \cdot \mathcal{H}$ は $(1 \times N') \cdot (1 \times N)$ 行列でその要素は

$$\left. \begin{array}{l} \mathcal{H}'_{n'} = H_{2n-1}(x)/\sqrt{(2n-1)!} \\ \mathcal{H}_n = H_n(x)/\sqrt{(n-1)!} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (59)$$

とくに、通常離岸流と呼ばれるのは入射角が小さい場合の沿岸流系であるから、 $\theta_b = 2^\circ$ で海底勾配 $h_b/L_b = 0.02$

および $h_b/L_b = 0.05$ の 2 ケースについて沖向きの流速分布を求めて 図-13 に示した。同図には、前項と同様にして計算した海底地形の変化も画かれている。この図は、上述の離岸流の実験的特性を良く説明している。碎波帯の沖 ($x = 2 \sim 4 L_b$) に離岸流頭に逆うような流れが生じている。しかし、これは本論文の理論が擾乱成長のごく初期の状態をいっているのであり、この状態がそのまま成長することを必ずしも主張するものではない。

同様にして、流れのパターンや海底地形変化のコンターノをえがくことができる。しかし、これについては前報告にいくつかの特徴的な例を示し、実測と比較しておいたので、ここでは省略する。

5. 結 語

流体系と底質系の境界面変化に対する応答性の差異を考慮して、不安定現象として離岸流と海浜底地形の変化的理論を提出了した。すなわち、まず海浜底地形の任意の変化に対する流体系の定常解を求める。流体系は底境界面の動き（未知関数）を介してゆるやかな時間変化を行う。これは、先に求めた解の準定常化により表わされる。

次に、底質の輸送方程式を非定常問題として解く。すなわち、底境界面にある微小変化が重なるとき、これが時間とともにいかに変化するかという問題（安定・不安定問題）となり、基礎方程式および境界条件を満たす底地形微小擾動とその増幅率をそれぞれ固有値問題における固有関数および固有値として決定することができる。底地形の微小擾動形が求まると先に求めた流体系の準定常解から海浜流の変化も与えられる。この結果次のことが明らかとなった。

(1) 海浜流系は、沿岸方向の波長 L が汀線から碎波帯までの距離 L_b の 2~4 倍の微小擾動に対して最も不安定である(図-6)。

(2) 不安定成長の卓越波数 $k_{2*} (= 2\pi/L)$ は、入射角が大きくなるにつれて小さくなる。すなわち、波長は長くなる。

(3) 不安定の増幅率は、海底勾配が小さいほど大きく、また凸形 ($h_0(x)=\alpha x^n$, $n>1$) の場合の方が直線勾配や凹形 ($n<1$) の場合より大きい。

(4) 海浜砂州は $C_* \propto C_s \sqrt{g/L_b}$ の速度で沿岸方向に移動する(波の入射角がわずかに 0° より傾いていれば)。砂州は海岸線に斜めに横たわっているので、海岸線に直角な線上で海浜地形の変化を観測すれば、あたかも砂堆が冲へ ($C_* < 0$) あるいは岸へ ($C_* > 0$) へ移動するかのようにみえる(図-12)。

(5) 離岸流はある卓越間隔で発生し、沖向き流速は岸より徐々に増加し、碎波帶付近で最大値に達し、それより沖で減少する。碎波帶内の底質は沖へ輸送され、離

岸流の下にはいわゆるリップ・チャンネルが形成される(図-13)。

参考文献

- 1) 日野幹雄・林 直樹(1972)：リップカレントの発生理論、第19回海岸工学講演会論文集, pp. 93~96.
- 2) 日野幹雄(1974)：海浜流系の発生理論、土木学会論文報告集, No. 225, pp. 17~29.
- 3) 日野幹雄(1973)：海浜流系の発生理論—単純化された理論、第20回海岸工学講演会論文集, 339~334.
- 4) 堀川清司(1973)：海岸工学、東京大学出版会, p. 195.
- 5) Sonu, C.J. (1973) : Comment on Paper by C.K.W. Tam, 'Dynamics of Rip Currents', J. Geophys. Res., Vol. 78, No. 36, 8887~8889.

(1974.11.25・受付)