

河川流量の長期および短期予測について

LONG- AND SHORT-TERM FORECASTING OF
RIVER DISCHARGE日 野 幹 雄*・石 川 和 秀**
By Miki HINO and Kazuhide ISHIKAWA

1. はじめに

われわれは、多目的ダムをはじめとする種々の水理構造物を流域の適切な地点に建造し、われわれの社会活動のさまざまな目的に河川水を利用している。近年、大都市を中心として水需要が急激な増大を示しており、これに伴い今後さらに全水需要の河川に対する依存率が高まり、河川の高度利用化が進むであろうことが予測されている。この水需要の増大に対し新規水資源の開発を進めることは不可欠であるが、一方において、一つの流域におけるすべての水管理を統合するシステムを考え、限られた水資源の有効利用をはかる必要があると思われる。本論文においては、このような“水資源システム”を考える際これに対するインプットとみなされるダム流入量の予測問題を考える。

ダム流入量予測問題は、短期予測と長期予測の二つに分けられる。すなわち、洪水調節には数時間先のダム流入量の的確な予測が必要であり、かんがい期間中あるいは一年間を通じてのダム運用に関する基本計画を決定する際には、数か月先あるいは今後一年間の流況予測が必要となる。同じ流出予測問題であるが、この両者の予測の質および要求はかなり異なっている。

短期予測は、システム（流域）への入力（降雨量）が刻々と与えられる場合のシステムからの出力（流出量）の推定予測問題である。ここでは、降雨量と流出量とに関する水理学的要素を加味した簡単な構造モデルを想定し、このモデル中に含まれるパラメータの値が確率的に変化するものと考え、時々刻々と入手される情報からその時刻におけるパラメータの最確推定値を求め、これを用いて数時間先までの流出量予測を行う方式を試みた。この基礎となるものは、カルマンフィルタ理論（Kal-

man Filtering Theory）によるシステム同定（System Identification）である。一方、長期予測は不規則入力そのものの予測であり、ここでは一年間を通じての流量パターンに現われる統計的特徴を分析することにより、この予測問題を考えることを試みた。すなわち、ある一年間をとると各月の流量相互の間には何らかの相関性が存在する。そこで、一年間の各月平均流量を要素とする 12 次元ベクトルを考え、これについて正準因子分析（Canonical Factor Analysis）を行い、互いに高い相関性を有する変量を一度独立変量（因子評点）に変換し、この段階において予測問題を扱うことを試みた。

水文統計量の解析に因子分析法をはじめとする多変量解析の手法を導入する試みは、今までに室田²⁾、星³⁾らによってなされてきている。本研究においては、因子分析法の中において手法的に最も高度化された正準因子分析法を用い、河川流量変動の解析を行うとともに、さらに因子による再構成に着目し、河川流量の長期予測を行った。

2. ダム流入量の長期予測

(1) 流量変動のパターン解析

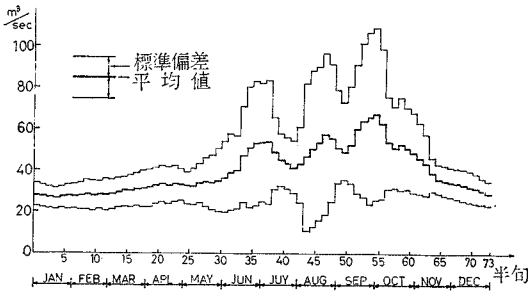
a) 一年間の流量変動

図-1 は、昭和 28 年から 45 年の 18 年間の相模ダム日平均流入量資料に関し、5 半旬中央移動平均量を求めその平均値と標準偏差を示したものである。この図に示されるように、1 月から 4 月にかけての流量は 30 m³/sec 前後で比較的安定しており年変動も少ない。一方、6 月下旬～7 月上旬、8 月中旬～下旬および 9 月中旬～下旬の期間の流量はかなり大きく年変動も大きい。これはそれぞれ梅雨、夏型台風および秋型台風の影響である。

次に、6 月の平均流入量について、生の月平均流量とその対数値に関し 18 年間の度数分布を求めたものが、

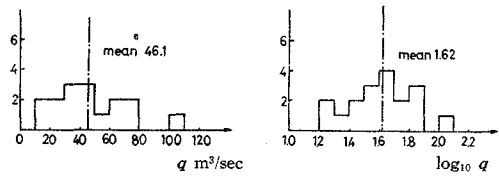
* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 東京工業大学大学院学生、現在建設省下水道部

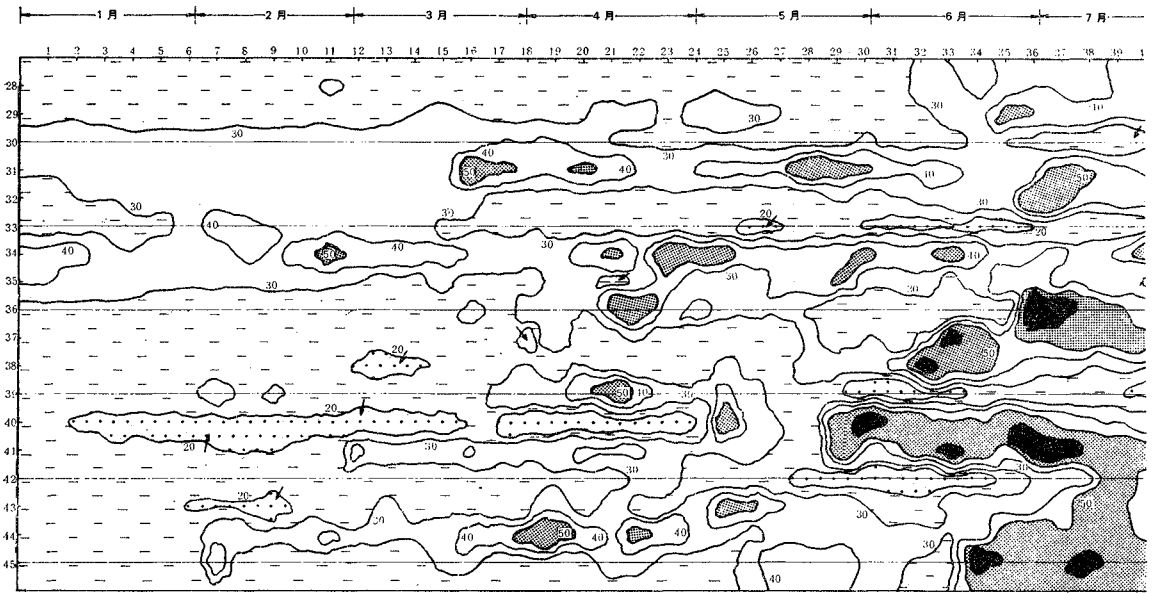


図一 平均流量・標準偏差

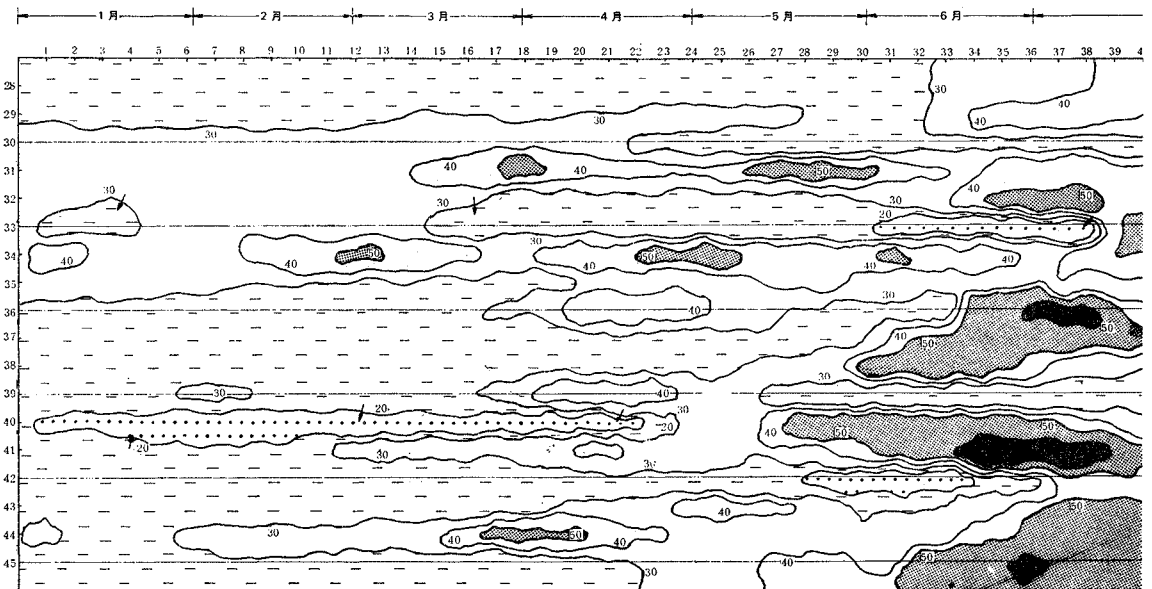
図一2 である。月平均流量の年変動はその平均値に対しプラス方向にかなり大きく、一方、対数値に関する度数分布は平均値に対しほぼ対称的なものになっている。こ



図二 流量度数分布



図三 (a)



図三 (b)

のことから、流量の度数分布は正規分布よりもむしろ対数正規分布に近いものであると言える。

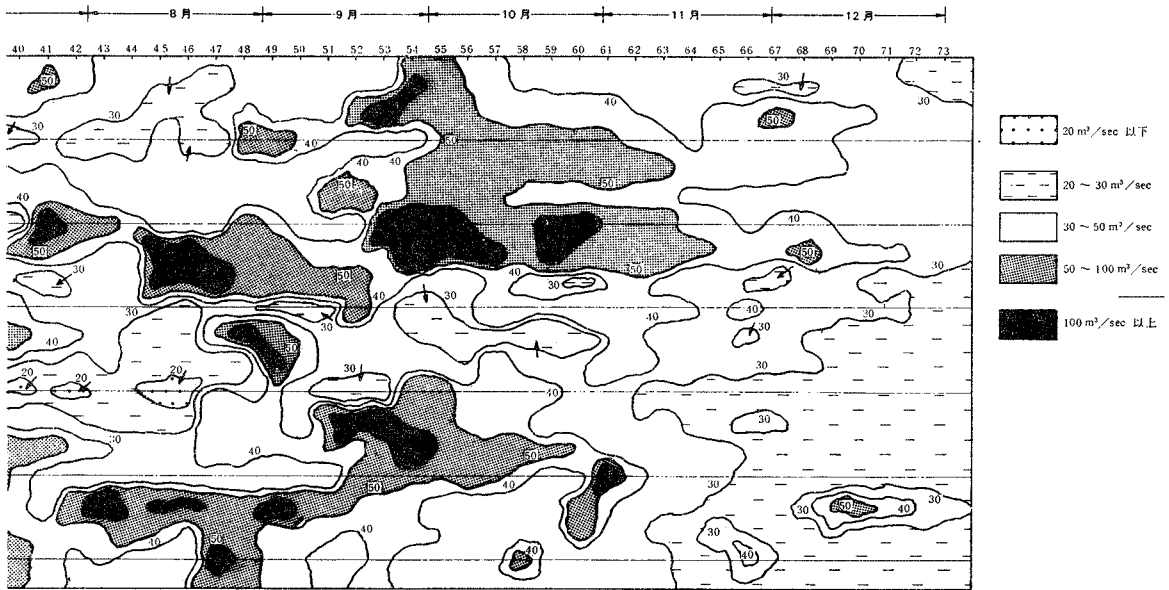
b) 流量コンターマップによる総観的解析

流入量の年による変動を総観的視点から考察する目的で、次のような流量コンターマップを作成した。流量コンターマップは、その横軸に一年間の半旬数、縦軸に年をとり、流量の等しい点を“等高線”的に結んだものである。図-3は、日平均流入量から求めた5半旬中央移動平均値に関する流量コンターマップである。この図から、かんがい期の渇水の発生および梅雨あるいは台風

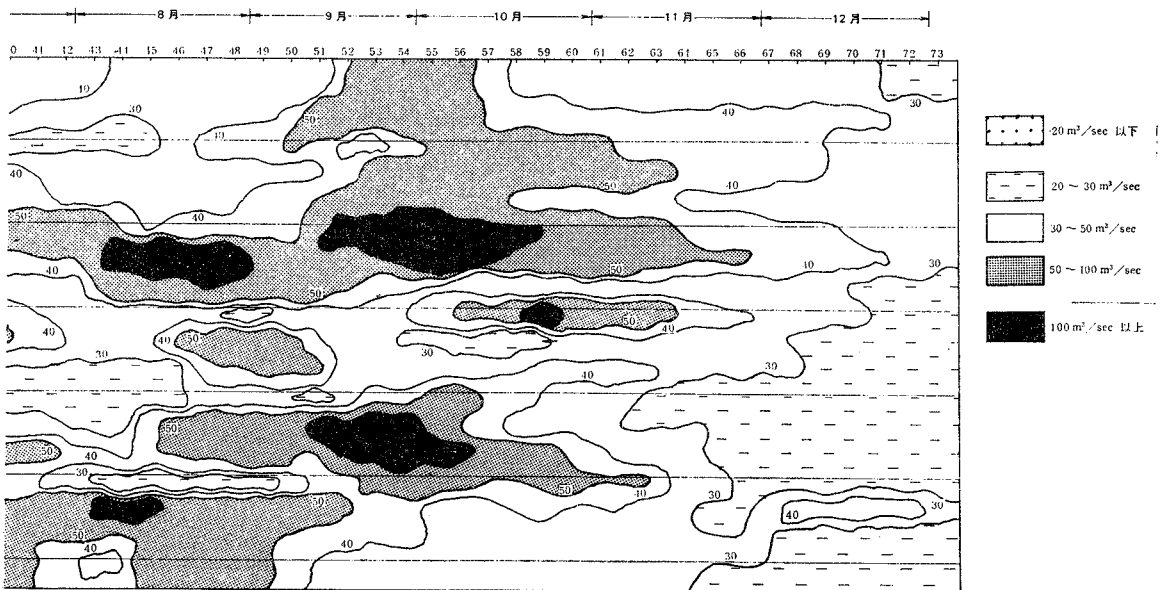
による洪水の発生周期などについて、われわれが経験的に感じていたりあるいは漫然と考えていたり、ないしはまったく考えもしなかった流量変化の特性を読みとることができる。

(i) かんがい期における渇水に関し、その発生年から推察するとかなり高い信頼性をもって、“3年の周期性が存在する”ことが言える。また強い渇水の発生にも6年の周期性が存在する可能性が高い。

(ii) 洪水はその発生する時期あるいはその要因から、6月下旬～7月上旬の梅雨期終盤の集中豪雨による



半旬平均流量



5半旬移動平均流量

もの、8月中旬～下旬の夏型台風によるもの、9月下旬～10月上旬の秋型台風によるもの、と大きく3つにわけられる。いずれの場合にもその発生に4～5年の周期性が存在する可能性があり、台風による洪水は二年連続して発生する傾向がある。

(iii) かんがい期に渇水が発生した年に、夏から秋にかけて大きな洪水が発生することはほとんどなく、また3つのタイプの洪水が同じ年に発生することはほとんどない。

c) 因子分析による年間流入量のパターン解析

前節において、年間流入量パターンのもついくつかの統計的特徴が流量コンターマップから推察された。そして、確かにこれらは流入量の長期予測問題を考える際有力な判断基準となりうる。しかしながら、これらの情報を客観的に量的なものに置き換えることはきわめてむずかしく、それゆえこの統計的特徴を直接的に長期予測問題と結び付けることはかなり困難である。言い換えると、長期予測問題を考える際必要不可欠なことは、統計量の中に複雑にかくされている種々の特徴をいかにして客観的に量的な情報として引き出すかということである。ここで、より多次元的に特徴をとらえる目的で、多変量解析の一分野である因子分析法(正準因子分析法)の適用を試みた。

① 流量データの対数変換および標準化

前節に示されるように、各月平均流量の度数分布は正規分布よりもむしろ対数正規分布に近いこと、また統計量として重要な意味をもつものは、流量それ自体の大きさというよりも、それが平均量に対しどのような変動を示しているかであることを考慮し、ここでは、流量に対し次の変量変換を行う。すなわち、第*j*年第*i*月の平均流量を q_{ij} とすると、これの対数変換値 $y_{ij}\{\log_{10} q_{ij}\}$ を求め、さらにこの対数変換値が各月に関して平均値0分散1となるように標準化された量 x_{ij} を求める。この変換過程を式で示すと次式のようにになる。

$$x_{ij} = \frac{y_{ij} - \bar{y}_i}{\sigma_i} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 \bar{y}_i および σ_i は、流量の対数変換値 y_{ij} に

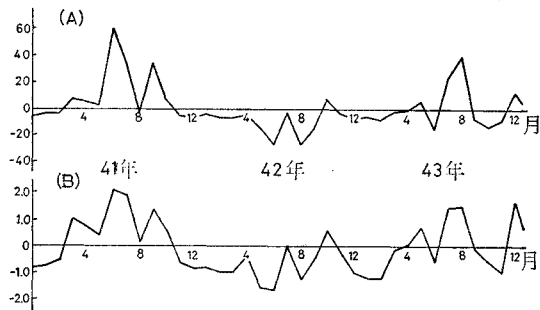


図-4 流量生データ(A)と標準化データ(B)との比較

関する第*i*月の平均値および標準偏差である。

図-4は、生の流量データの変動分 $\bar{q}_{ij}\{=q_{ij}-\bar{q}_i\}$ と上に述べた方法により標準化した量 x_{ij} とを対比したものである。

② 正準因子分析法

今、 p 次元観測ベクトル x_j に関する基本構造式を次のように仮定する。

$$x_j = A f_j + e_j \quad j=1, 2, \dots, n \dots \dots \dots (2)$$

すなわち、

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{q1} & a_{q2} & \dots & a_{pq} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_p \end{pmatrix} \dots (2)$$

ここに、 x_j : p 次元観測ベクトル、 f_j : q 次元因子評点ベクトル ($q \leq p$)、 e_j : p 次元特殊因子ベクトル、 A : $p \times q$ 因子負荷行列、 j : 観測個体番号。

一般に、 p 次元の確率変量 x_j はより次数の低い q 次元共通因子 f_j により表わされると考えられる。因子分析法は、 x_j の観測データから適切な因子負荷行列 A を見つけ出し、 f_j を求める方法である。ことにその一方法である正準因子分析法は、因子負荷行列 A の最確解が一意的に推定できるという最大の特徴をもっている。

ここでは、一年間の月流量を一つのベクトルと考える。すなわち、 $p=12$ である。

③ 相関行列、共有性および独自性

因子分析を行う前の基礎資料である x_j に関する標本相関行列 $R\{=E[x_j \cdot x_j^T]\}$ を図示したものが図-5である。これからもかなりのことが読み取られる。すなわち、1～4月および11～12月の期間の流量は相互に高い相関を示しており、また、5月と8月とが比較的高い相関を示している。一方、6,7,9月の流量は他の月の流量との相関が低い。

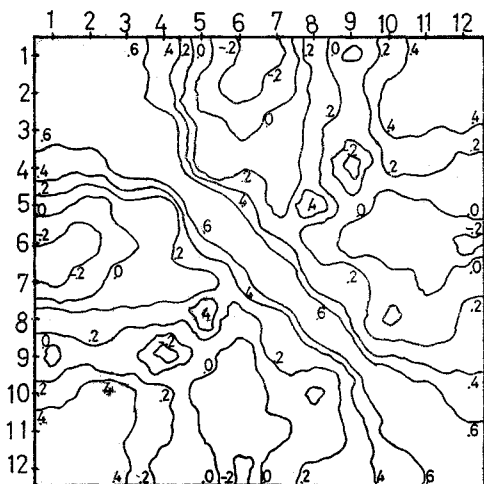


図-5 相関行列のコンターマップ

表-1 正準相
関係数 λ

因子	λ
1	0.996
2	0.987
3	0.981
4	0.974
5	0.966
6	0.947
7	0.940
8	0.895
9	0.578
10	0.500
11	0.297

表-2 共有性・独自性

月	共有性	独自性
1	0.971	0.029
2	0.950	0.050
3	0.983	0.017
4	0.961	0.039
5	0.862	0.138
6	0.898	0.102
7	0.821	0.179
8	0.940	0.060
9	0.889	0.111
10	0.900	0.100
11	0.978	0.022
12	0.961	0.039

この R に関して正準因子分析を行ったところ、計算上有意であるとみなしうる因子が全部で 11 個見出された。各因子について正準相関係数 λ を示したものが表-1 である。この λ は各因子のもつ作用力の強弱を示すものであり、この場合、第 8 因子までがかなり高い値を示している。また、これら 11 個の因子による共有性および独自性を示したものが表-2 である。共有性とは、式(2)において、各観測要素に関し共通因子 f_j によって表現される部分の全体に対する比率である。この共有性が高い場合、観測ベクトル x_j に現われる現象はほぼ完全に共通因子 f_j によって説明することができ、逆に共通性が低い場合すなわち独自性が比較的高い場合は x_j の中に f_j によっては表現されない特殊項 e_j の影響がかなり含まれていることになる。本報告の資料では、共有性は全般的にかなり高く、その中でもことに高い月は 1~4 月と 11~12 月の期間であり、流量の年変動が比較的小さい期間である。

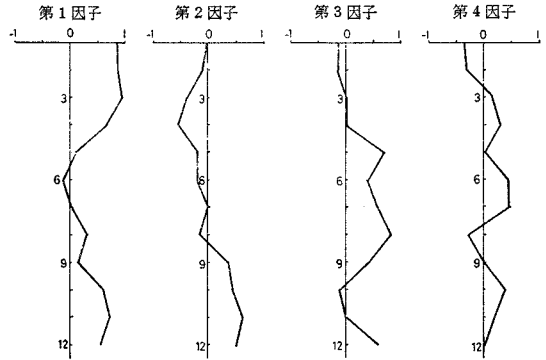
④ 因子負荷行列および因子寄与率

因子負荷行列 $A(=a_{ij})$ における第 j 列要素 ($a_{1j}, a_{2j}, \dots, a_{12j}$) は、第 j 因子が年間の各月流量に対しどのような作用をもつか、すなわち、第 j 因子の示す作用パターンを表わしている。この作用パターンを図示したものが 図-6 である。

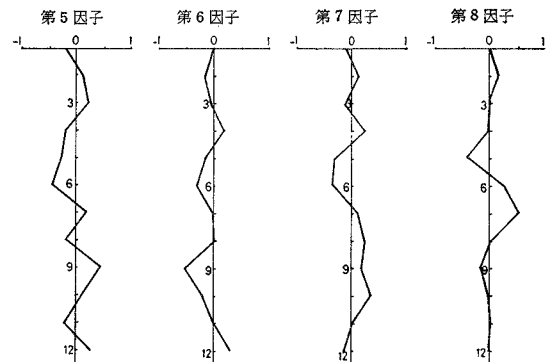
一方、 A の第 i 行要素は、第 i 月の流量を決定する際の各因子のもつ作用力の大きさを示している。このとき、第 i 因子のもつ作用力の寄与率を

$$r_{ij} = \frac{|a_{ij}|}{\sum_{k=1}^{11} |a_{ik}|} \times 100 (\%) \dots \dots \dots (3)$$

と定義する。すなわち、この r_{ij} が大きければ大きいほど、第 i 月の流量が第 j 因子によって決定される部分の比率が高くなる。この r_{ij} をまとめたものが 図-7 である。この図から、冬期 1~4 月に関しては、第 1 因子と第 2 因子の累加寄与率が 50% 以上であり、この期間の流量はほぼこの二つの因子によって決定されると言える。しかし、梅雨期 5~7 月の流量に関しては、この二



(a)



(b)

図-6 因子作用パターン

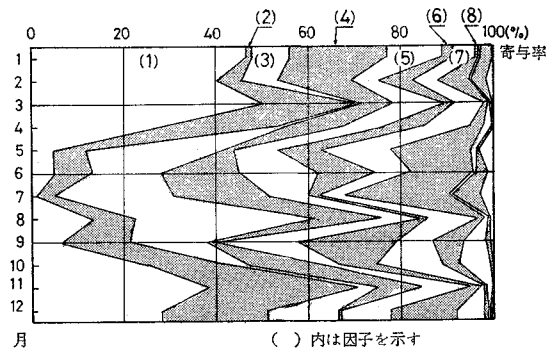


図-7 寄与率

つの因子の累加寄与率は 10% 程度までに低くなる。このことは、冬期の流量を決定する因子と梅雨期の流量を決定する因子がまったく異なっていることを示しているといえる。さて、各月の流量に対しその因子寄与率の大きさの順に作用因子をまとめたものが表-3 である。たとえば 3 月に関してみると、最大の寄与率をもつ因子は第 1 因子で 50.1%、2 番目は第 2 因子で 20.7% であり、この二つの因子の累加寄与率が 70.8% になることから、3 月の流量についておおまかな因子の解釈を行う場合、この二つの因子のみ考慮すれば十分であるといえる。一方、梅雨期 6 月に関してみると、第 3~7 因子の

表-3 因子寄与率

月	1	2	3	4	5
1	(1) 46.5	(4) 21.0	(5) 11.9	(4) 8.1	(7) 5.0
2	(1) 40.4	(4) 16.1	(3) 7.8	(6) 7.3	(8) 6.7
3	(1) 50.1	(2) 20.7	(5) 11.2	(4) 7.5	(7) 6.2
4	(1) 28.3	(2) 24.6	(4) 12.4	(7) 10.1	(5) 9.3
5	(3) 29.4	(8) 18.4	(7) 14.3	(5) 11.9	(2) 7.0
6	(4) 16.9	(5) 16.8	(3) 14.9	(7) 12.9	(6) 12.5
7	(3) 25.7	(8) 22.8	(4) 20.6	(5) 8.5	(10) 5.9
8	(3) 38.9	(1) 15.8	(4) 14.5	(7) 11.0	(5) 8.9
9	(6) 21.9	(5) 17.9	(3) 16.6	(2) 15.2	(7) 7.6
10	(1) 25.0	(2) 16.8	(4) 15.5	(7) 14.1	(6) 8.3
11	(1) 38.3	(2) 32.0	(5) 10.8	(4) 9.7	(3) 4.6
12	(1) 28.1	(2) 22.9	(3) 15.2	(6) 14.5	(5) 10.8

() 内は因子を示す

もつ寄与率がすべて 16.9~12.5% の範囲にあり、ほとんど同程度のウェイトをもって作用し合っていることから、これに対して明確な因子的解釈を与えることは容易ではない。

⑤ 各因子の解釈

前項の因子負荷行列 A が与える種々の情報から各因子のもつ全般的な特徴が把握される。

(i) 第1因子: 基本因子

図-6 に示されるように、この第1因子は、夏季を除く期間、すなわち、梅雨あるいは台風による降雨の影響を受けない期間の流量を支配する因子である。しかも、この因子は、この期間の各月に対する寄与率がかなり高く、いずれの場合も第1次因子となっている。相模川は流況が比較的安定しており、相模・津久井両貯水池による水利用系が効果的に設計されているため、相対的の一番大きい第1因子の評点が大きければ春先に十分の貯水ができ、夏の水需要期を乗り切ることができる。逆に第1因子の評点が小さければ、その年は水需要の面から渇水対策を行う必要が生じる。すなわち、第1因子は水需要の点から豊水・渇水を決定する基本因子と考えられる。

(ii) 第2因子: 春秋型因子

この因子の作用パターンに示されるように、負荷量は3~4月に対し負値が大きく、一方、10~12月に対し正値が大きい。この因子は年間の全流量が春にかたよるかまたは秋にかたよるかを決定する因子であると考えられる。また、この期間に対するこの因子の寄与率は第1因子に次いで高く、第2次因子となっていることから、この期間の流量の基本パターンを決定するものが第1因子であり、これに対する補足作用を示すものがこの第2因子であると考えられる。前に指摘した渇水3年周期(昭和30, 33, 36, 39, 42年)も図-8の第1, 第2因子の和(第2因子はかんがい期は負値)より説明できる。

(iii) 第3因子: 夏季因子

5~9月に対するこの因子の負荷量はいずれも正値を

とることから、この因子は夏季の流量の基本パターンを決定する因子であると考えられる。しかしながら、この因子のもつ寄与率があまり大きくないことから、この第3因子のみから夏季の流量パターンを的確に識別することは難しい。

(iv) 第4因子: 梅雨因子

梅雨期の流量に比較的大きく寄与する因子であり、また、冬期と梅雨期の流量の関連性を表わす因子であると考えられる。

第5因子以下は寄与率も小さく、意味もあいまいになるが、一応次のように考えられる。

(v) 第5因子: 梅雨・秋型台風因子

この因子の負荷量は6月に対し負値が大きく、逆に9月に対し正値が大きい。すなわち、その年の洪水が梅雨によるものかあるいは秋型台風によるものかを決定する因子であると考えられる。

(vi) 第6因子: 秋型台風因子

9月に対する寄与率が比較的大きく、秋型台風の発生を支配する因子であると考えられる。

(vii) 第7因子

夏季の流量パターンが前半後半どちらにかたよるかを支配する因子であると考えられる。

(viii) 第8因子: 夏型台風因子

7月に対する寄与率が比較的大きく、夏型台風の発生を支配する因子であると考えられる。

⑥ 因子評点の経年変化

因子分析により求まる各因子評点は互いに無相関である。したがって、各因子評点の経年変化を予測することによって、式(2)から流量を予測することができる。

さて、相模ダム流入量に関する因子分析の結果求まる各因子評点の経年変化を示したものが図-8である。また、細かい変動成分を取り除き経年変化の長期傾向(ト

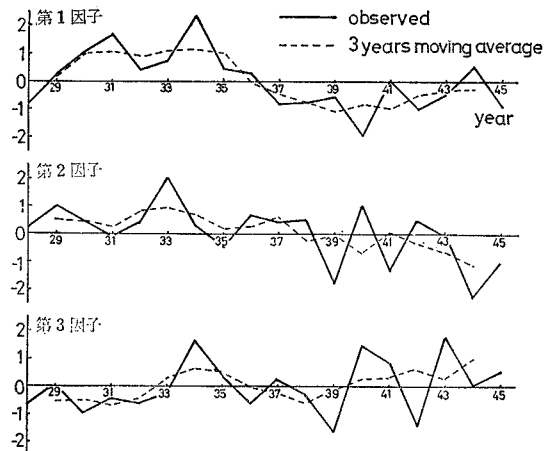


図-8 因子評点の経年変化

レンド)をみる目的で、三年中央移動平均を求めたものがこの図の中に同時に示されている。これに示されるように、各因子とも明確ではないがある周期性をもっている。しかしながら、この長期的な周期成分に対し各年の変動成分がかなり大きく、この周期性を直接的に予測問題と結びつけることは困難であるように思える。

次に、複雑な変動を各周期の変動成分に分解する目的で、各因子評点の経年変化に対し FFT (高速フーリエ変換) を適用した。長さ n の時系列 x_0, x_1, \dots, x_{n-1} に関し有限複素フーリエ変換係数 C_k は以下のように求める。

$$C_k = \frac{1}{n} \sum_{j=0}^{n-1} x_j e^{-i \frac{2\pi}{n} k \cdot j} \quad (k=0, 1, \dots, n-1)$$

.....(4)

図-9 は、昭和 28 年から 43 年までの因子評点の経年変化における各周期変動成分の強さ、すなわち、 C_k の絶対値の大きさを示したものである。第 1 因子に関しては、振動数が 1、すなわち周期が 15 年の変動成分がきわめて強い。また、第 3 因子に関しては、振動数が 5、すなわち周期が 3 年の変動成分が比較的強いことがわかる。このことは、前節の流量コンターマップにおいて示された、かんがい期の渇水発生に関する 3 年の周期性に対応すると考えられる。

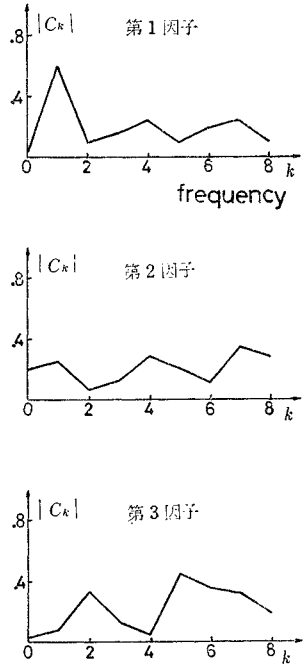


図-9 因子評点経年変化の周期変動成分

(2) 流量の長期予測

河川流量は、流域よりもはるかに大きなスケールでの気象学的要素との関連が高いと思われる。しかし、いまわれわれが利用できる信頼しうるデータは河川流量のみであるので、本論文においてはこれ自身のうちに含まれる統計的特性より流量予測を試みる。

a) 因子分析法による予測

これは、流量の年間パターンに関して因子分析を行った結果求まる因子のもつ共有性が高いこと、すなわち、因子による再現性が高いこと、および観測ベクトル x_j から因子評点 f_j を推定する際の過剰条件を活用する方法である。

表-2 に示されるように、年間の月平均流量を要素とするベクトルに関して正準因子分析を行った結果求まる因子は、かなり高い共有性を有する。これは、式(2)における特殊因子項 e_j が比較的小さく、各観測ベクトル x_j に対応する因子評点の推定値 \hat{f}_j を求め、逆にこの \hat{f}_j を用いて観測ベクトルの推定値 \hat{x}_j を再生すれば、

$$\hat{x}_j = A \hat{f}_j \quad j=1, 2, \dots, n$$
.....(5)

この \hat{x}_j は x_j に対しかなり高い再現性をもつ事になる。

因子評点ベクトル f_j が標準化(各要素に関して平均値0分散1)されていることから、因子負荷行列を $A (=a_{ij})$ としたとき、共通性は AA^T の対角要素とし

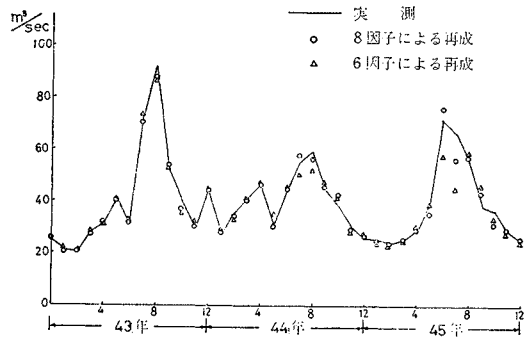


図-10 因子による再現性

て示される。すなわち、 x_j の第 i 要素に対する共有性 h_i は、

$$h_i = \sum_{j=1}^n (a_{ij})^2$$
.....(6)

となる。一方、下位の因子に対応する A の要素は相対的にその絶対値が小さいことから、下位の因子を無視し上位から m 個の因子のみを考慮する場合においても、共有性はあまり低下しないこと、それゆえ、 \hat{x}_j による再現性はあまり低下しないことが予想される。この \hat{x}_j による再現性の一例を示すものが 図-10 である。

さて、 \hat{x}_j を求める再現性の問題は、以下の二つの段階に分けられる。

第1段階: 因子分析の結果求まる因子負荷行列 A を用いて、各観測ベクトル x_j について式(2)を最も良く満足させる因子評点ベクトル f_j の最確値 \hat{f}_j を求め

る。この際、“共有性にあまり関与しない下位因子”を無視し上位から m 個の因子について因子評点の最確推定値を決定すればよい。すなわち式(2)を書き換えると、

$$\left. \begin{aligned} a_{11}f_1 + a_{12}f_2 + \dots + a_{1m}f_m &= x_1 + \varepsilon_1 \\ a_{21}f_1 + a_{22}f_2 + \dots + a_{2m}f_m &= x_2 + \varepsilon_2 \\ \vdots & \vdots \\ a_{n1}f_1 + a_{n2}f_2 + \dots + a_{nm}f_m &= x_n + \varepsilon_n \\ \vdots & \vdots \\ a_{12,1}f_1 + a_{12,2}f_2 + \dots + a_{12,m}f_m &= x_{12} + \varepsilon_{12} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

このことは、以上 12 個の線型式を何らかの基準において、最も良く満足させる m 個の未知量の最確推定値 $\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_m$ を求めることである。

第2段階：この $\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_m$ を用い、式(5)から観測ベクトル x_j の推定値 \hat{x}_j を求める。

一方、観測ベクトル x_j の構成は、一年間の各月平均流量をその時間の経過順に要素としている。今、 x_j において第 n 番目 ($n \geq m$) までの要素が既知であるとする。式(7)において上から n 個の関係式が与えられる。この n 個の関係式から決定される m 個の因子評点の推定値と全体(この場合は 12 個)の関係式から求まるそれらとの間に、さほど有意な差異がないとするならば、前者の値を $\hat{f}_1, \hat{f}_2, \dots, \hat{f}_m$ に代用することにより x_j が求められる。言い換えると、これは、観測ベクトル x_j において n 個の既知量から $12-n$ 個の未知量を予測したこと、すなわち、 $12-n$ か月先までの月平均流量を予測したことになる。

この予測方法においては、予測される量が観測ベクトル x_j において最下位の要素となる必要があることから、1月の流量を予測する場合には前年の2月から始まる12か月の月平均流量を要素とするベクトル $x_j^{(1)}$ について、2月の場合には前年の3月から始まる12か月の $x_j^{(2)}$ について、一般には、第 i 月の流量を予測する場合には前年の第 $(i+1)$ 月から始まる12か月の月平均流量を要素とするベクトル $x_j^{(i)}$ について、あらかじめ因子分析を行いおのおのの場合の因子負荷行列 $A^{(i)}$ を求めておく必要がある。

昭和28年から42年までを training data として $A^{(i)}$ を求め、昭和43年以後を checking data としてこの予測方法による計算結果を示すのが 図-11 である。夏季の一部を除いて、かなり精度の高い予測が可能である。

b) 周期回帰分析法による予測

流量変化には強い一年周期性がある。このような場合には、特にデータの質の良くない場合には、先に提案した周期回帰式が有効である⁹⁾。すなわち、回帰係数は月の関数と考える。第 k 年第 i 月の平均流量を $q_{i,k}$ とし、 $q_{i,k}$ の説明変数として今の例では過去一年間の月流量を考え、次の回帰式を仮定する。

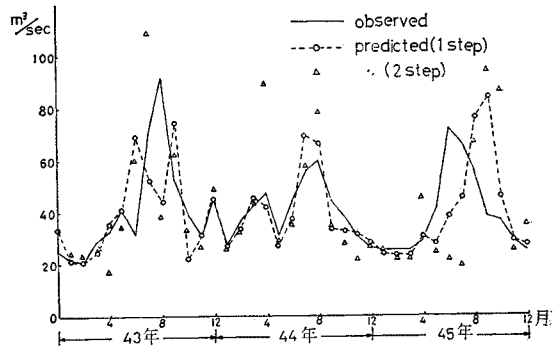
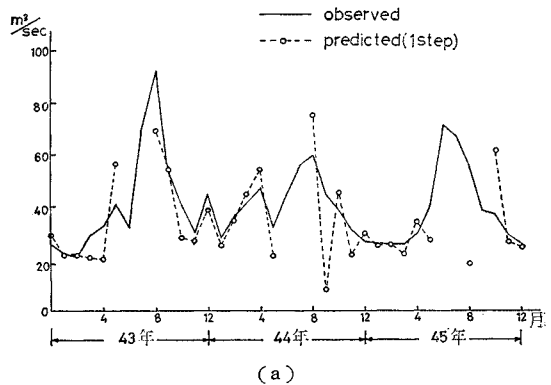
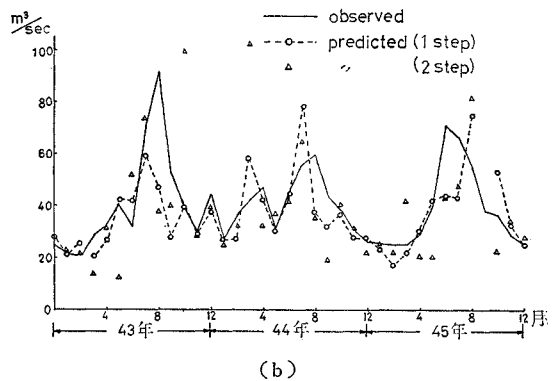


図-11 因子分析による予測



(a)



(b)

図-12 回帰分析による予測

$$q_{i,k} = b_{i,1} \cdot q_{i-1,k} + b_{i,2} \cdot q_{i-2,k} + \dots + b_{i,12} \cdot q_{i,k-1} \quad (i=1, 2, \dots, 12) \quad \dots\dots\dots(8)$$

回帰係数 b_{ij} は、各月 i により異なり、おのおの場合についてその最確値を過去の資料から最小二乗法により求める。

まず、上式の q の項に月平均流量の生の値をそのまま用いて同じく42年までを training data として回帰分析を行い、次に予測を行った結果を示すものが 図-12 (a) である。流量の年変動が少ない1~4月に対して、この回帰関係はかなり精度よく成立するが、年変動が大きい6~10月に対してはほとんど成立しない。

表-4 回帰係数 b_{ij}

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	0.530	-0.141	0.159	0.076	-0.037	0.014	0.073	0.011	-0.019	-0.019	0.215	0.315
2	-3.012	1.369	3.621	-1.251	0.842	0.259	-0.243	-0.156	-0.821	-0.905	2.004	-0.821
3	2.638	-4.922	1.352	1.358	-0.272	0.789	0.201	-0.593	0.161	-0.265	0.346	0.227
4	0.468	0.227	0.276	-0.393	0.095	0.182	-0.096	0.333	0.077	0.054	-0.004	-0.221
5	-0.209	1.175	-0.988	2.720	-2.036	-0.287	0.521	-0.493	0.262	0.355	-0.444	0.387
6	1.226	0.727	-1.215	0.140	-2.241	1.611	1.534	-1.312	0.582	-0.191	-0.000	0.145
7	0.425	0.213	0.043	0.406	0.396	-2.606	1.028	0.361	0.314	0.265	-0.187	0.362
8	0.149	0.134	0.279	-0.260	0.074	1.142	0.873	-1.872	-0.684	0.958	-0.148	0.335
9	-0.237	2.032	-0.915	0.955	0.890	-5.556	1.194	7.417	-0.842	-2.847	-1.137	-0.028
10	0.469	-0.053	0.469	-0.262	-0.285	0.456	-0.288	-0.379	2.779	-1.172	-0.133	-0.632
11	0.430	-0.060	-0.036	0.143	-0.002	-0.077	-0.059	-0.207	-0.724	1.651	0.103	-0.281
12	1.075	-0.210	-0.025	0.215	0.199	-0.246	0.057	-0.321	0.719	-0.467	0.092	-0.085

次に、前節の因子分析の場合と同様に、流量 $q_{i,k}$ を対数変換し式(1)によって標準化した量に関して、式(8)を用いて回帰分析を行うと、結果はかなり改善された。この結果を示すものが図-12(b)である。また、この場合の回帰係数 b_{ij} をまとめたものが表-4である。

式(8)の周期回帰式に他の有義な説明変数、例えば月降雨量や今後の研究にまたねばならないが月気圧・気温等を加えれば予測の精度を高めることができよう。

図-11の因子分析の過剰条件性を利用する方法は、やや tricky ともいえそうな方法であり、これに対し図-12の周期回帰式は orthodox な方法である。両法による結果を比べると、ほぼ同程度か、やや因子分析を応用する方法が良い。両者とも低流量に対する予測性の方は良好であるが、高流量の予測はむずかしい。

3. ダム流入量の短期予測 —洪水流出予測—

洪水流出予測の場合には、流出機構のモデルとして単位流出法とか貯留関数法などの方法が確立しており、また、システムへの入力である降雨も時々刻々と得られるので、流出予測の条件および現象の因果関係は長期予測より明確である。しかし、従来の洪水予測法では、単位関なり貯留関数のパラメータなりを過去の洪水データから統計的に求め、それに現時点での入力を加えて流出量を予測する方法をとっている。この場合、流出の予測と実測との現時点での誤差という最も信頼しうる情報は利用されていない。そこで本論文においては、流出系

に関する簡単な構造モデルを想定し、時々刻々とえられる降雨と流出量の情報から、モデル中に含まれる各パラメータのその時刻における最確値を、制御理論におけるカルマンフィルター理論により推定し、これを用いて数時間先までの流出量の予測を行う方式を試みた^{4),5)}。

さて、図-13はこの解析の対象である相模川上流流域図である。この相模川上流流域には、全流域面積1016km²に対して、テレメータにより城山ダム管理事務所と直結された降雨観測局が8か所に設置されている。また、ここで用いる資料は以下の4ケースの洪水データである。

- (1) 昭和40年9月17~18日 台風24号
- (2) 昭和41年6月28~29日 台風4号
- (3) 昭和41年9月24~25日 台風24号
- (4) 昭和47年9月15~17日 台風20号

システム同定による予測方法を実際の流出系に適用する場合、以下の点を考慮する必要がある。

① 相模川上流流域には8か所の降雨観測局があり、これらで観測される降雨量を個別に扱うとすると、シス



図-13 相模川上流域図

テム同定において推定すべきパラメータの数が増大する。それゆえ、これら8個の降雨観測値に対し適切な代表表示法を考慮し、パラメータの増大を防ぐ必要がある。

② 流出系の表現として単位図法を採用する場合、単位図の継続時間を40~50時間程度まで考える必要があり、その結果推定すべきパラメータの個数が増大する。

一方、シミュレーション計算により以下のことがわかった。

(i) カルマンフィルター理論をシステム同定に適用する場合、個々のパラメータについてその最確値を求めることより、系全体をブラックボックスとしてとらえ、入出力の関連において推定すべきパラメータの値が全体として最適となるようにする傾向が強い。(ii) 一つの情報に対して決定すべき量が多くなると、システム同定がむずかしくなる。(iii) オンライン処理をする必要上、計算量をなるべく少なくすることが望ましい。(iv) 以上のことから、システム同定において推定すべきパラメータの数が増大することは不利であり、可能なかぎり避ける必要がある。

ここでは、以下の方針によりパラメータの数の縮小をはかった。

まず、流出系への入力である降雨量に関して、8か所の降雨観測局における時間降雨量の観測値から、ティーセン分割による各観測局の支配面積比を用いて加重平均を行い、流域平均降雨量を求める。さらに、流域内における貯留効果を考慮し、流域平均降雨量の6時間移動平均を求め、これを流出系に対する入力とする。

一方、流出系の表現法に関して拡張貯留関数法を用いる。すなわち、流出系への入力である降雨量 $r(t)$ と出力である流出量 $q(t)$ との間に、以下の m 階線型常微分方程式が成り立つと想定する⁷⁾。

$$\begin{aligned} \alpha_m \frac{d^m q}{dt^m} + \alpha_{m-1} \frac{d^{m-1} q}{dt^{m-1}} + \dots + \alpha_1 \frac{dq}{dt} + \alpha_0 q \\ = \beta_n \frac{d^n r}{dt^n} + \beta_{n-1} \frac{d^{n-1} r}{dt^{n-1}} + \dots + \beta_1 \frac{dr}{dt} + \beta_0 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(9)$$

また、上式を定差方程式に書き換えると、一般に

$$\begin{aligned} q_k + a_1 q_{k-1} + a_2 q_{k-2} + \dots + a_m q_{k-m} \\ = b_1 r_{k-1} + b_2 r_{k-2} + \dots + b_n r_{k-n} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(10)$$

となる。ただし、 k はステップ数を表わし $t = k \cdot \Delta T$ である。

さて、実際の洪水流出量の子測は二つの段階に分けて行う⁸⁾。すなわち、実際の洪水流出量 q を平均量 \bar{q} と平均量からのずれ \tilde{q} とに分割する。

$$q = \bar{q} + \tilde{q} \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 \bar{q} : 回帰分析を用いて予測する {静的予測}

\tilde{q} : カルマンフィルター理論によるシステム同定を用いて予測する {動的予測}

a) 平均量 \bar{q} の予測

時間ステップ k における流出量および降雨入力量をおのおの q_k (m^3/sec) および r_k ($\times 10^{-2} mm/h$) とし、式(10)における3次の定義式として以下の回帰式を想定する。

$$\begin{aligned} q_k = a_1 q_{k-1} + a_2 q_{k-2} + a_3 q_{k-3} + b_1 r_{k-1} \\ + b_2 r_{k-2} + b_3 r_{k-3} \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

前記4ケースの洪水資料を用い最小自乗法により上式の中に含まれる6個の係数の最確値を求めると、以下の諸値が得られる。

$$\begin{aligned} \hat{a}_1 = 1.12 \quad \hat{a}_2 = -0.0334 \quad \hat{a}_3 = -0.124 \\ \hat{b}_1 = 0.406 \quad \hat{b}_2 = -0.300 \quad \hat{b}_3 = -0.0490 \end{aligned}$$

これら回帰係数の最確値から求められる流出量 q_k の推定値を \bar{q}_k とする。この \bar{q} を図示したものが図-14である。

b) 平均量からのずれ $\tilde{q}(=q-\bar{q})$ の予測

\tilde{q} に関し以下のシステム状態方程式

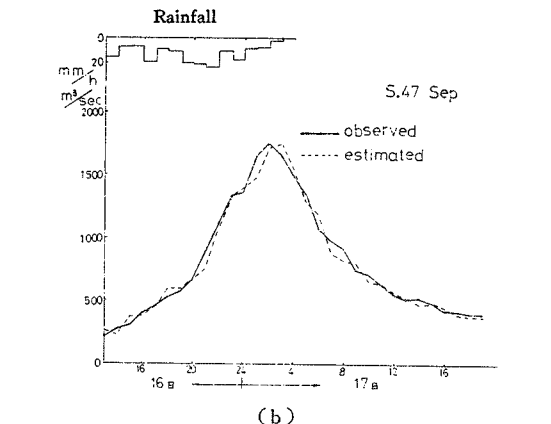
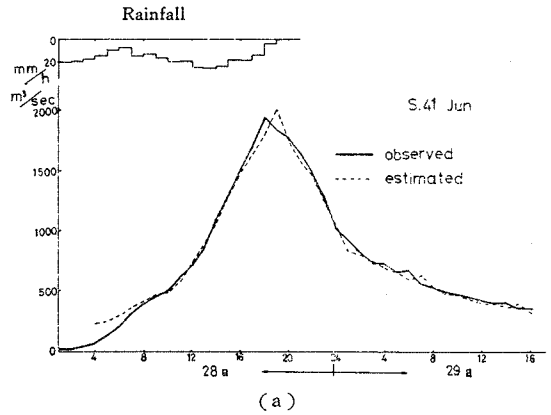


図-14 流出量の回帰推定

$$\begin{aligned} \bar{q}_k = & \alpha_1 \bar{q}_{k-1} + \alpha_2 \bar{q}_{k-1} + \alpha_3 \bar{q}_{k-3} + \beta_1 r_{k-1} \\ & + \beta_2 r_{k-2} + \beta_3 r_{k-3} + v_k \dots\dots\dots(13) \end{aligned}$$

を想定し、これについてカルマンフィルター理論によるシステム同定を行う⁵⁾。この場合、カルマンフィルター理論における状態ベクトル $x(k)$ 、観測ベクトル $z(k)$ 、状態遷移行列 $\Phi(k)$ および観測行列 $M(k)$ は、観測ベクトルの次数 m を計算上5としたとき、以下のようになる。

$$x(k) = [\alpha_{1,k} \alpha_{2,k} \alpha_{3,k} \beta_{1,k} \beta_{2,k} \beta_{3,k}]^T \dots\dots(14)$$

$$z(k) = [\hat{q}_k \hat{q}_{k-1} \hat{q}_{k-2} \hat{q}_{k-3} \hat{q}_{k-4}]^T \dots\dots(15)$$

$$\Phi(k) = I \text{ (6次元単位行列)} \dots\dots\dots(16)$$

$$M(k) = \begin{pmatrix} \hat{q}_{k-1} & \hat{q}_{k-2} & \hat{q}_{k-3} & r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} \\ \hat{q}_{k-2} & \hat{q}_{k-3} & \hat{q}_{k-4} & r_{k-2} & r_{k-3} & r_{k-4} \\ \hat{q}_{k-3} & \hat{q}_{k-4} & \hat{q}_{k-5} & r_{k-3} & r_{k-4} & r_{k-5} \\ \hat{q}_{k-4} & \hat{q}_{k-5} & \hat{q}_{k-6} & r_{k-4} & r_{k-5} & r_{k-6} \\ \hat{q}_{k-5} & \hat{q}_{k-6} & \hat{q}_{k-7} & r_{k-5} & r_{k-6} & r_{k-7} \end{pmatrix} \dots\dots(17)$$

回帰分析による静的予測とカルマンフィルター理論による動的予測とを組み合わせた洪水流出量予測は、以下の手順により行う。

- (1) 各観測局における時間降雨量の k ステップでの観測値が入手される。
- (2) これら観測値の加重平均として流域平均降雨量を求める。
- (3) 流域平均降雨量の6時間移動平均として k ステップでの降雨入力量 r_k を求める。
- (4) 式(12)より k ステップでの静的推定値 \bar{q}_k を求める。
- (5) k ステップでの流量観測値 q_k が入手される。
- (6) 静的推定値からのずれ $\bar{q}_k (=q_k - \bar{q}_k)$ を求める。
- (7) カルマンフィルター理論によるシステム同定から、式(13)中に含まれる各係数の k ステップでの最確推定値 $(\hat{\alpha}_{i,k}, \hat{\beta}_{i,k})$ を求める。

以下流出量の予測計算に入る。

- (8) 式(12),(13)を k に関して1ステップ進め、 $k+1$ ステップにおける静的予測値 $\bar{q}(k+1|k)$ および静的予測からのずれに対する予測値 $\hat{q}(k+1|k)$ を求める。

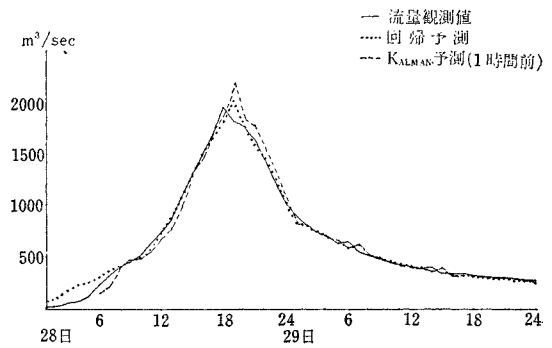
$$\begin{aligned} \bar{q}(k+1|k) = & \hat{\alpha}_{1,k} \bar{q}_k + \hat{\alpha}_{2,k} \bar{q}_{k-1} + \hat{\alpha}_{3,k} \bar{q}_{k-2} + \hat{\beta}_{1,k} r_k + \hat{\beta}_{2,k} r_{k-1} \\ & + \hat{\beta}_{3,k} r_{k-2} \dots\dots\dots(12)' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \hat{q}(k+1|k) = & \hat{\alpha}_{1,k} \hat{q}_k + \hat{\alpha}_{2,k} \hat{q}_{k-1} + \hat{\alpha}_{3,k} \hat{q}_{k-2} + \hat{\beta}_{1,k} r_k \\ & + \hat{\beta}_{2,k} r_{k-1} + \hat{\beta}_{3,k} r_{k-2} \dots\dots\dots(13)' \end{aligned}$$

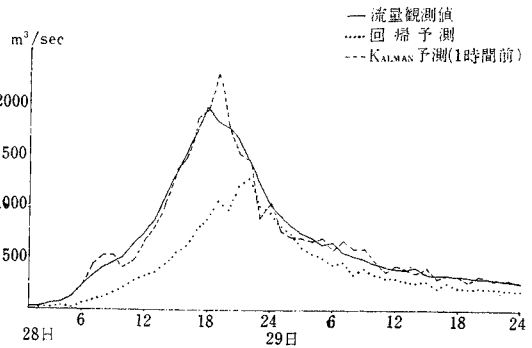
ここに、上式右辺はすべて既知量である。すなわち、 $k+1$ ステップの予測値はすべて既知量から求めることができる。

- (9) $k+1$ ステップの流出予測値 $q(k+1|k)$ を求める。

$$q(k+1|k) = \bar{q}(k+1|k) + \hat{q}(k+1|k)$$



(a) 降雨および流量情報による



(b) 降雨情報なし、流量情報のみ

図-15 流出量予測

- (10) $k+2$ ステップ以降の流出予測値 $q(k+i|k) (i=2, 3, \dots)$ を求める場合 $k+1$ ステップの場合と同様に式(12),(13)を k に関して1ステップずつ進めていけばよいわけであるが、ただしこの場合、 $k+i$ ステップの予測値を求める際に $k+i-1$ ステップまでの予測値を用いることになる。

以上述べた方法により、洪水予測を行った例が図-15である。図-15(a)は、回帰予測が十分な精度をもち、Kalman filteringによる補正予測分 \hat{q} が不要な場合である。これに対し、一つの極端な例として降雨データ r が得られない場合の予測計算例が、図-15(b)である。この場合、降雨量 r が零であっても、回帰式が流量 q が含むため回帰予測(…曲線)は零ではないが、予測と実測とは大きくずれてしまう。しかし、Kalman filteringを併用すれば、(---曲線)、予測は実測とほぼ一致する。

Kalman filteringは、システム方程式(9,10)に工夫をこらすことによりより効果的に応用しうる。これについては、文献9)にゆずる。

4. む す び

本研究においては、水資源システムへのインプットで

あるダム流入量の予測問題に対し、多変量解析および制御理論を適用し、以下の成果を得た。

- 1) 流量コンターマップを作成することにより、河川流量のもつ統計的特徴を総観的視点からの確に把握することができる。
- 2) 年間流量パターン解析において因子分析法はかなり有効な手法であり、流量変動に対し明確な因子的解釈を行うことができる。
- 3) 年間流量パターンを因子分析的にとらえることにより、河川流量の長期予測問題に対し有効な解析的方法が見い出されほぼ満足できる結果が得られた。
- 4) 洪水流出予測問題に対し、回帰分析と制御理論を組み合わせた予測方法の適用を試み、ほぼ満足できる結果が得られた。

謝辞：本論文は昭和47年度文部省科学研究費特定研究(1)-水資源「水資源の最適計画に関する基礎的研究」92314（代表者：日野幹雄）の補助により行った研究成果の一部である。ここに、記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 浅野長一郎：因子分析法通論，共立出版，1971.

- 2) 室田 明・江藤剛治・角湯正剛：広域的な月水水量の解析とシミュレーション，土木学会論文報告集，第203号，1972，7.
- 3) Hoshi, K.: A study on the analysis and simulation of precipitation by the multivariate statistical model, Proc. of JSCE, No. 213, 1973, 5.
- 4) Kalman, R.E.: A new approach to linear filtering and prediction problems, Trans. ASME, J. Basic Eng., Vol. 82, 1960.
- 5) 日野幹雄：水文流出系予測へのカルマンフィルター理論の適用，土木学会論文報告集，第221号，1974，1.
- 6) 相良節夫：同定問題，計測と制御，第8巻第4号，1969，4.
- 7) Quimpo R.G.: Kernels of stochastic linear hydrologic systems, Systems Approach to Hydrology, Proceedings of the First Bilateral U.S.-Japan Seminar in Hydrology, Water Resources Publications, 1971.
- 8) 日野幹雄：カルマンフィルターと多変量解析を組み合わせた確率過程の予測法，土木学会論文報告集，第228号，p. 45-54，8月（1974）.
- 9) 日野幹雄・石川和秀・宍戸達行：カルマンフィルターによる洪水予測の二、三の例，第19回水理講演会論文集，1975.

(1974. 4. 2・受付)