

# 飽和度の高い砂層における間隙水圧の伝ば

## PROPAGATION OF PORE WATER PRESSURE IN SAND LAYER OF HIGH DEGREE OF SATURATION

井上 令作\*

By Reisaku INOUE

### 1. まえがき

完全に飽和している砂層内における間隙水圧の伝ばは、主に砂層骨格の弾性的な伸縮によっておこると考えられる。しかし、不飽和状態の砂層における伝ばでは、砂層骨格の伸縮性のほかに間隙内に含まれている気泡の特性、すなわち、気泡の圧縮性、圧力変化によっておこる気泡の水に対する溶解、放出の現象、また気泡の表面張力の問題などを考慮しなければならず、その伝ばの様相も複雑になってくる。

本報告は、不飽和状態の砂層における間隙水圧の伝ばについて考察したものであるが、特に、飽和度の高い砂層において、周期的変動水圧が作用した場合、気泡のもつ圧縮性による間隙水圧の伝ばを中心に述べた。間隙水圧の伝ばに関する基本式を誘導するにあたっては、気泡がもっているこれらの特性を正確に式の中に組み入れるならば、式は複雑な非線型となるために、式の適用範囲を限定して、現象と大きくかけ離れない程度に線型化し簡明な式で表現するよう心がけた。

基本式を確かめるために実験を行ったが、実験装置として動的透水試験器（仮称）と加圧装置を製作した。この装置は間隙水圧を周期的に加圧するために、空気圧で正弦的に加圧できるようにし、広い範囲の周波数で実験できるようにした。間隙水圧の計測のために半導体ゲージを使用した微小水圧計を製作したが、この水圧計は増幅を必要としないために、多点での微小水圧の計測を簡単に行うことができた。この結果、計算値と実測値は、高い飽和度（実験では87~97%の範囲）の砂層ではよく一致し、式の妥当性を確かめることができた。

### 2. 間隙水圧の伝ばに関する要素

不飽和状態の砂層において間隙水圧の伝ばに関する

おもな要素として、砂層の飽和度、気泡および砂層骨格の圧縮率、透水係数などが考えられる。

いま、気泡、水、砂粒子で構成されている砂層内において、一定容積（ $V$ ）の中で、間隙水圧の変化に応じて変わる構成図を開いた系で図示すると Fig. 1 のように

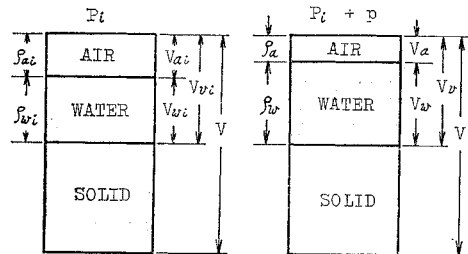


Fig. 1 Composition of Porous Media

なる。図の左側は初期間隙水圧  $P_i$ （絶対圧力）のもとにおける状態を示し、右側は初期間隙水圧  $P_i$  の上に  $p$ （ゲージ圧力）が作用し、間隙水圧が  $P_i + p$  になったときの状態を示す。この構成図にしたがって気泡量、有効間隙率、飽和度などを表わすと次のようにかける。

$$n_i = V_{vi}/V, n = V_v/V \text{ (間隙率)}$$

$$n_{ai} = V_{ai}/V, n_a = V_a/V \text{ (全容積に対する気泡含有率)}$$

$$a_{ci} = V_{ai}/V_{vi}, a_c = V_a/V_v \text{ (間隙量に対する気泡含有率)}$$

$$n_{wi} = V_{wi}/V, n_w = V_w/V \text{ (有効間隙率)}$$

$$S_{ri} = V_{wi}/V_{vi}, S_r = V_w/V_v \text{ (飽和度)}$$

上述の各要素を考察するにあたり、間隙内に含まれる水の質量の間隙水圧  $p$  による変化を調べてみる。いま、単位容積の砂層内の水の質量を  $M = \rho_w n_w$  で表わし、これを  $p$  で微分すると、

$$\begin{aligned} \frac{dM}{dp} &= \rho_w \frac{dn_w}{dp} + n_w \frac{d\rho_w}{dp} \\ &= \rho_w \left( \frac{dn}{dp} - \frac{dn_a}{dp} \right) + n_w \frac{d\rho_w}{dp} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (1)$$

\* 正会員 運輸省船舶技術研究所 海洋開発工学部

となる。上式で、 $dn/dp$  は砂層骨格の伸縮性によるもので、 $dn_a/dp$  および  $d\rho_w/dp$  はそれぞれ気泡と水の圧縮性によるものである。

ここで、気泡の圧縮率（一般に、圧縮率は  $-\frac{1}{V_a} \frac{dV_a}{dp}$  とすべきであるが、以下の式の誘導を簡単にするために、 $-\frac{1}{V_{ai}} \frac{dV_a}{dp}$  で表わし、以後この値を気泡の圧縮率と呼ぶ）を、

$$K_a = -\frac{1}{V_{ai}} \frac{dV_a}{dp} = -\frac{1}{n_{ai}} \frac{dn_a}{dp}$$

砂層骨格の圧縮率を、

$$K_s = \frac{1}{V} \frac{dV_v}{dp} = \frac{dn}{dp}$$

水の圧縮率を、

$$K_w = \frac{1}{\rho_w} \frac{d\rho_w}{dp}$$

とおくならば、式 (1) は次のようにかける。

$$\frac{dM}{dp} = \rho_w(K_s + n_{ai}K_a + n_wK_w) \dots\dots\dots(2)$$

(1) 気泡の圧縮率

a) 間隙水圧  $p$  が一定圧の場合

気泡の圧縮率を決定するさいには、ボイル・ゲールサックの法則、ヘンリーの法則、気泡の表面張力などを考慮しなければならない。いま、気泡の体積変化は等温変化と仮定し、気泡内の圧力と間隙水圧は等しい（表面張力を無視した場合）とする。また、気泡は砂粒子にしっかりと付着していて水の流動に応じて移動しないと仮定する（この仮定は 4. (2) b) に述べる実験結果からも推測できる）。以上の仮定をもとに、初期間隙水圧  $P_i$ （絶対圧力）のもとに、一定間隙水圧  $p$ （ゲージ圧力）が作用し、間隙水圧が  $P_i + p$  になった場合、間隙水圧と気泡量の関係は、ボイルの法則とヘンリーの法則を適用すると次のようにかける。

$$P_i(V_{ai} + HV_{wi}) = (P_i + p)(V_a + HV_w)$$

ここで、 $H$  はヘンリーの定数で、 $20^\circ\text{C}$  における値は 0.02 である。また、上式の右辺の  $V_w$  は閉じた系で考える場合には、間隙水圧の変化に応じて系内へ対する水の流入、流出がないために  $V_{wi}$  となるが、このように開いた系で考える場合には、系内へ対する水の流入、流出があるので、間隙水圧  $P_i + p$  のもとにおける水の容積  $V_w$  を用いた。上式で、 $V_{wi} = V_{vi} - V_{ai}$ 、 $V_w = V_v - V_a$  とかけるが、 $V_{vi}$  が  $V_v$  になる変化は開いた系で考える場合には、砂層骨格の伸縮性による変化であるから、その変化がヘンリーの法則におよぼす影響は非常に小さい。 $V_v \approx V_{vi}$  として上式をかきかえると、次の式 (3) のように書きなおすことができる。

$$P_i\{n_{ai} + H(n_i - n_{ai})\} = (P_i + p)\{n_a + H(n_i - n_a)\} \dots\dots\dots(3)$$

この式より、気泡含有率  $n_a$  と気泡の圧縮率  $K_a$  は次のようにかける。

$$\left. \begin{aligned} n_a &= \frac{1}{P_i + p} \left( n_{ai} P_i - \frac{H}{1-H} n_i p \right) \\ \frac{dn_a}{dp} &= -\frac{P_i}{(P_i + p)^2} \left( n_{ai} + \frac{H}{1-H} n_i \right) \\ K_a &= -\frac{1}{n_{ai}} \frac{dn_a}{dp} \end{aligned} \right\} \dots(4)$$

式 (4) は気泡の表面張力を無視した場合の式であるが、実際には、表面張力のために気泡内の圧力はまわりの間隙水圧よりも高くなっている。いま、気泡の形状を球形と仮定して、間隙水圧  $P_i$  のもとでの気泡の半径を  $r_i$ 、 $P_i + p$  のもとでの半径を  $r$  とすると、気泡内の圧力は、 $T_s$  を表面張力とすると、それぞれ、 $2T_s/r_i$ 、 $2T_s/r$  だけまわりの間隙水圧よりも高い（ $20^\circ\text{C}$  で  $T_s = 0.074 \text{ g/cm}$ ）。

次に表面張力の影響を調べるにあたり、最も簡単に考えて、一定容積の砂層の中に  $N$  個の同一径の気泡が含まれていると仮定すると、気泡量は次のようになる。

$$V_{ai} = \frac{4}{3} \pi r_i^3 N, \quad V_a = \frac{4}{3} \pi r^3 N$$

この2つの式より  $1/r = 1/r_i (n_{ai}/n_a)^{1/3}$  で、

$$\frac{2T_s}{r} = \frac{2T_s}{r_i} \left( \frac{n_{ai}}{n_a} \right)^{1/3}$$

となるから、表面張力を考慮した場合の間隙水圧と気泡量の関係は、式 (3) をもとにすると、

$$\begin{aligned} &\left( P_i + \frac{2T_s}{r_i} \right) \left\{ n_{ai} + H(n_i - n_{ai}) \right\} \\ &= \left\{ P_i + p + \frac{2T_s}{r_i} \left( \frac{n_{ai}}{n_a} \right)^{1/3} \right\} \left\{ n_a + H(n_i - n_a) \right\} \end{aligned}$$

となるから、気泡含有率と圧縮率は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (P_i + p) &= \frac{n_{ai} + H(n_i - n_{ai})}{n_a + H(n_i - n_a)} \left( P_i + \frac{2T_s}{r_i} \right) \\ &\quad - \frac{2T_s}{r_i} \left( \frac{n_{ai}}{n_a} \right)^{1/3} \\ \frac{dn_a}{dp} &= - \left[ \frac{(1-H)\{n_{ai} + H(n_i - n_{ai})\}}{\{n_a + H(n_i - n_a)\}^2} \right. \\ &\quad \left. \cdot \left( P_i + \frac{2T_s}{r_i} \right) - \frac{2T_s}{3r_i} \frac{1}{n_a} \left( \frac{n_{ai}}{n_a} \right)^{1/3} \right]^{-1} \\ K_a &= -\frac{1}{n_{ai}} \frac{dn_a}{dp} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

上式の第1の式と第2の式はともに右辺に  $n_a$  を含んだ形の式となっているが、第1の式から数値計算で  $n_a$  を求め、その値を第2、第3の式に代入して、 $dn_a/dp$ 、 $K_a$  を計算することができる。

b) 間隙水圧  $p$  が周期的に変動する場合

a) で述べたことは、間隙水圧  $p$  が時間により変動し

ない一定圧の場合の、気泡の圧縮率についてであり、気泡の水に対する溶解、放出による気泡量の時間的变化についていっさい考慮しなかった。しかし、 $p$  が時間的に変化する場合には、この現象について考察する必要がある。

さて、間隙内に存在する気泡が水中へ溶解する時間は、大水量中に存在する気泡の溶解時間に比較して、はるかに大きい<sup>2),3)</sup>。文献 3) には、砂層の間隙内の気泡が間隙水に溶解する時間に関してくわしく報告されている。この論文の実験式を用いて溶解時間を試算してみる。たとえば、初期飽和度  $S_{r,i}=80\%$  の砂層に一定間隙水圧  $p=1 \text{ kg/cm}^2$  が作用した場合、最初、ボイルの法則でほとんど瞬間的に  $S_r=90\%$  になる。その後、ヘンリーの法則でだんだんと水中に溶解していくが、この  $S_r=90\%$  が  $90.2\%$  になるのに 6.5 分、 $90.4\%$  で 241 分、 $91\%$  で  $2.9 \times 10^4$  分となる。このように飽和度を少し変化さすだけでも非常に多くの時間が必要である。一方、気泡の放出の場合にも同程度の時間が必要と考えると、変動間隙水圧  $p$  の周期が比較的短い場合には、ヘンリーの法則を考慮しないで、気泡量や圧縮率を算定してもさしつかえない。しかし周期が非常に長い場合には気泡の水に対する溶解、放出による気泡量の時間的变化を考慮して、圧縮率を定めなければならないと思われる。

以上の理由により、 $p$  が周期的に変動する間隙水圧で、その周期が比較的短かく、ヘンリーの法則を無視できる場合には、式 (5) で  $H=0$  とおいた式で、次のようにかくことができる。

$$\left. \begin{aligned} (P_i + p) &= \frac{n_{ai}}{n_a} \left( P_i + \frac{2T_s}{r_i} \right) - \frac{2T_s}{r_i} \left( \frac{n_{ai}}{n_a} \right)^{1/3} \\ \frac{dn_a}{dp} &= - \left\{ \frac{n_{ai}}{n_a^2} \left( P_i + \frac{2T_s}{r_i} \right) - \frac{2T_s}{3r_i} \frac{1}{n_a} \left( \frac{n_{ai}}{n_a} \right)^{1/3} \right\}^{-1} \\ K_a &= - \frac{1}{n_{ai}} \frac{dn_a}{dp} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

気泡の表面張力が圧縮率におよぼす影響は、気泡の径が大きくなるにしたがって小さくなるから、表面張力を無視できる場合には、式 (6) より次のようにかける。

$$\left. \begin{aligned} n_a &= \frac{P_i}{P_i + p} n_{ai} \\ K_a &= - \frac{1}{n_{ai}} \frac{dn_a}{dp} = \frac{P_i}{(P_i + p)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

Fig. 2 は、初期間隙水圧  $P_i$  のもとにおける気泡の直径  $D_i$  に対する気泡の圧縮率  $K_a$  の変化を、表面張力を考慮した場合と無視した場合、すなわち、式 (6) と式 (7) を比較し、 $p$  の値に応じて示したものである。一例として、 $P_i=1$  気圧の場合を図示した。特別な場合

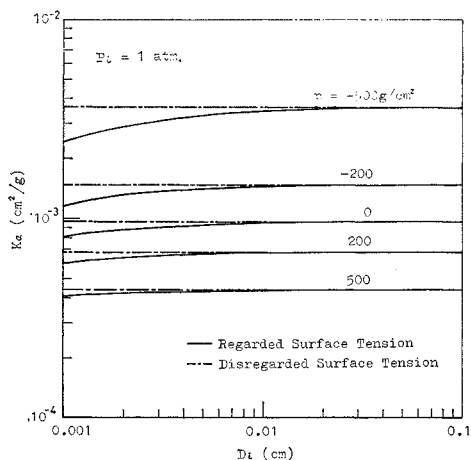


Fig. 2 Influence of Surface Tension for Compressibility of Air Bubbles

をのぞき、 $P_i$  を大気圧以上と考えるならば、 $P_i$  が大きいほど、同じ  $D_i$  に対する表面張力の影響は小さくなるから、 $P_i$  が大気圧の場合にその影響は最も大きい。そのために、気泡の表面張力の影響は、 $p$  がよほど大きくないかぎり、初期間隙水圧  $P_i$  のときの気泡の直径  $D_i$  が約 0.1 mm 以上では、ほとんどないと考えてよい。しかし、式 (6), (7) は、気泡は全部同一径と仮定し誘導したもので、実際の場合の気泡の分布状態とは異なるが、Fig. 2 は一応のめやすにはなるとと思われる。なお、表面張力は  $T_s=0.074 \text{ g/cm}$  とし計算した。

(2) 砂層骨格の圧縮率

砂層が弾性平衡の状態にあるならば、間隙水圧の増減にともない、その間隙量は弾性的に増減し間隙水圧は伝ばする。砂層骨格の圧縮率は前述のように  $K_s = dn/dp$  であらわすことができるが、一般に  $K_s$  は定数としてとりあつかわれている場合が多く、弾性透水層の理論を用いた海岸地下水の伝ばに関する研究でも、定数として計算しよい結果がえられている<sup>4),5)</sup>。本研究においては 5. (1) で詳述するように、実験砂の  $K_s$  を間隙水圧の伝ばの状態を観察することにより実験的に考察したが、定数として表わすことはできなかった。しかし、 $K_s$  を定数として、実測値とだいたい一致するような  $K_s$  を求めると、文献 4), 5) などに使用されている  $K_s$  と一致した (Fig. 11 参照)。

(3) 透水係数

間隙水圧の伝ばに関係する大きな要素として透水係数がある。間隙内に気泡が含まれていると、水が自由に流れうる有効間隙率が小さくなり透水係数は減少する。また間隙水圧の増減にともない、気泡量は変化するので、

有効間隙率は変化し、透水係数も間隙水圧の関数となり変化する。

一方、完全飽和状態における砂の透水係数は間隙率によって定まり  $n^3/(1-n)^2$  にだいたい比例することが知られている。不飽和状態の砂層においては、気泡により水の流通面積が減少するから、 $n$  のかわりに有効間隙率  $n_w$  を用い  $c$  を比例定数として透水係数を表わすと、

$$k = \frac{cn_w^3}{(1-n_w)^2} \dots\dots\dots(8)$$

となる。

Fig. 3 は式 (8) の関係を調べるために、大気圧中で行った実験であり、図面の記号には大気圧中の値として

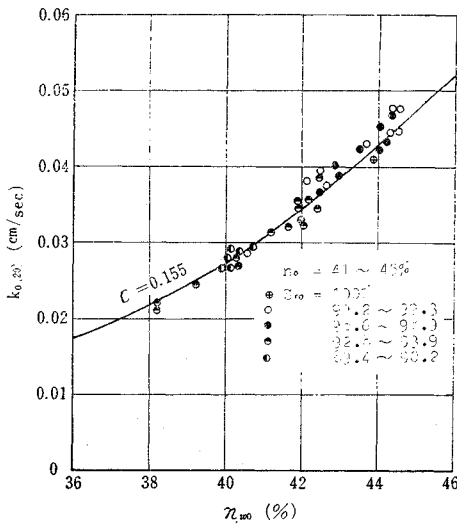


Fig. 3 Relationship between Permeability and Effective Porosity

Suffix に 0 をつけてある。実験は後述する方法により試料 I の砂を用いて、 $n_0, n_{a0}$  をかえて行った透水試験の結果である。横軸に  $n_{w0}$  を、たて軸に水温 20°C に補正した透水係数  $k_{0,20}$  をとりプロットすると、式 (8) の関係をほぼ満足している。しかしこの結果は、あくまでも飽和度が高い場合にだけ適用でき、飽和度が低くなると式 (8) は成立しなくなると考えられる。

式 (8) は大気圧中では成立することがわかったが、初期間隙水圧  $P_i$  のもとでも成立すると考えると、その場合の透水係数は、 $k_i = cn_{wi}^3/(1-n_{wi})^2$  とかける。この考えをもう一步進めて、周期的に間隙水圧が変化する場合に適用すると、 $k$  は周期的に変動する間隙水圧  $p$  に応じて時々刻々変化すると考える。この場合の気泡含有率  $n_a$  は式 (7) のようにかける。また、開いた系で考える場合の間隙率の変化は、砂層骨格の圧縮率だけに関係し、その変化は非常に小さいので、圧縮率が透水係数におよぼす影響を無視すると、 $n \approx n_i$  となり、有効間隙

率は  $n_w = n - n_a \approx n_i - n_a$  とかける。この式の  $n_a$  に式 (7) を代入すると、 $n_w$  は次のように表わすことができる。

$$n_w = \frac{P_i n_{wi} + p n_i}{P_i + p} \dots\dots\dots(9)$$

また、式 (9) を式 (8) に代入すると、透水係数は  $p$  の関数として、

$$k = \frac{c(P_i n_{wi} + p n_i)^3}{(P_i + p)\{P_i(1-n_{wi}) + p(1-n_i)\}^2} \dots\dots\dots(10)$$

とかける。上式で、飽和度が高い場合には、 $p$  に対する  $k$  の変化は小さく、 $p$  が大きい変動間隙水圧でなければ、近似的に初期間隙水圧  $P_i$  のもとにおける  $k_i$  を用いれば、透水係数は定数としてとりあつかうことができる。

### 3. 間隙水圧の伝ばの基本式

不飽和の状態にある砂層の単位体積要素をしめる水の質量は  $M = \rho_w n_w$  であり、 $M$  の間隙水圧  $p$  による変化率は式 (2) で示される。水の圧縮率は気泡や砂層の骨格の圧縮率に比べ非常に小さいので、これを無視し、比重は大気圧下における値  $\rho_{w0}$  を用いると式 (2) は、 $dM/dp = \rho_{w0}(K_s + n_{ai}K_a)$  となり、 $M$  の時間  $t$  による変化率は、

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \rho_{w0}(K_s + n_{ai}K_a) \frac{\partial p}{\partial t}$$

となり、連続の方程式は、 $x, y, z$  方向の流量流速を  $u, v, w$  とすると次のようにかける。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = - (K_s + n_{ai}K_a) \frac{\partial p}{\partial t} \dots\dots\dots(11)$$

一方、運動方程式は Navier-Stokes の式で速度の 2 乗の項を省略した式が、定常流の場合には Darcy の法則に帰するものとした誘導法<sup>6),7)</sup> を用い、間隙率  $n$  のかわりに有効間隙率  $n_w$  を用いて導くと、

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{n_w g} \frac{\partial u}{\partial t} &= - \frac{1}{\rho_{w0} g} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{u}{k} \\ \frac{1}{n_w g} \frac{\partial v}{\partial t} &= - \frac{1}{\rho_{w0} g} \frac{\partial p}{\partial y} - \frac{v}{k} \\ \frac{1}{n_w g} \frac{\partial w}{\partial t} &= - 1 - \frac{1}{\rho_{w0} g} \frac{\partial p}{\partial z} - \frac{w}{k} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

となる。式 (11) と式 (12) から基本式を誘導するにあたり、 $p$  が周期的に変動する間隙水圧である場合には、気泡の圧縮率  $K_a$  は、表面張力の影響を無視すると、式 (7) のようになり  $p$  の関数となる。しかし、 $p$  (ゲージ圧力) が  $P_i$  (絶対圧力) に比較して小さい場合には、 $K_a \approx 1/P_i$  とかけるから  $K_a$  を定数としてとりあつかうことができる。また、砂層骨格の圧縮率  $K_s$  は 5. (1)

で述べるように厳密には定数ではないが、平均値的に見ると定数で表わすことができる。一方、式(12)の  $n_w$  と  $k$  も式(9)、(10)のように  $p$  の関数となるが、飽和度が高く、しかも、 $p$  が  $P_i$  に比べ大きくない場合には、 $n_w$ 、 $k$  の変化量は小さいから、 $n_w$ 、 $k$  のかわりに初期間隙水圧  $P_i$  のもとにおける値  $n_{wi}$ 、 $k_i$  を用いることができる。以上のような操作を行い、式(11)と式(12)より間隙水圧の伝ばに関する線型の式を誘導すると次に示す式となる。

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} + 2\kappa \frac{\partial p}{\partial t} = C^2 \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \right) \dots\dots\dots(13)$$

ここで、

$$\kappa = \frac{n_{wi}g}{2k_i}$$

$$C = \sqrt{\frac{n_{wi}}{\rho_w(K_s + n_{ai}K_a)}}$$

この式(13)を条件に応じて解けば、所定の解を得ることができるが、次に、実測値と比較するために、4.で述べる実験状態に対する解を求めておく。

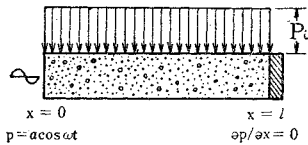


Fig. 4 Boundary Conditions in Experiments

実験の状態を模式的に表わすと、Fig. 4 のように示される。これは、長さ  $l$  の砂層の上流端  $x=0$  の点で間隙水圧を正弦的 ( $p=a \cos \omega t$ ) に変動させ、下流端  $x=l$  の点が閉鎖されていて  $\partial p/\partial x=0$  の条件のもとで、初期間隙水圧  $P_i$  が作用する砂層の中を、一次元的に間隙水圧  $p$  が伝ばする場合である。 $P_i$  は砂層の全断面を通じて一定であるから、 $n_{wi}$ 、 $n_{ai}$ 、 $k_i$  などはみな一定となり、 $p$  は均一層中を伝ばする。また、砂層中を伝ばする間隙水圧は、その減衰は大きい伝ば速度が速いためにほとんど瞬間的に定常の状態になるから、実験値と対比して式(13)の妥当性を調べるためには、定常状態における解を求め比較すれば十分である。以上の条件のもとにおける1次元での式(13)の周期的な解は、複素関数を用いて簡明に表わすと次のようになる。

$$p = A \cos(\omega t + r) \dots\dots\dots(14)$$

ここで、

$$A = \frac{a \sqrt{|U|^2 + |V|^2 + 2|UV| \cos(\arg V/U)}}{\cosh 2lm + \cos 2ln}$$

$$r = \tan^{-1} \left\{ \frac{|U| \sin(\arg U) + |V| \sin(\arg V)}{|U| \cos(\arg U) + |V| \cos(\arg V)} \right\}$$

$$U = \cos\{nx + im(2l-x)\}$$

$$V = \cos\{n(2l-x) + imx\}$$

$$m = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{-\omega^2 + \omega \sqrt{\omega^2 + 4\kappa^2}}{2}}$$

$$n = \frac{1}{C} \sqrt{\frac{\omega^2 + \omega \sqrt{\omega^2 + 4\kappa^2}}{2}}$$

$$\kappa = \frac{n_{wi}g}{2k_i}$$

$$C = \sqrt{\frac{n_{wi}}{\rho_w(K_s + n_{ai}K_a)}}$$

なお、式中、Suffix でない  $i$  は虚数単位を表わす。

#### 4. 実験装置および方法

##### (1) 実験装置

不飽和状態の砂層における間隙水圧の伝ばの様相を調べるために、Fig. 5 と Fig. 6 に示すような実験装置を製作した。Fig. 6 の装置はその中央に試料の砂をつめ、上流側を Fig. 5 の加圧装置により空気圧で正弦的に間隙水圧を加圧できるようになっている。砂層内の間隙水圧は微小水圧計を用いて計測し電磁オシロに記録した。これらの一連の装置である加圧装置、動的透水試験器、微小水圧計の概要を以下に示す。

##### a) 加圧装置と動的透水試験器

加圧装置は動的透水試験器の上流側に空気圧で正弦変動圧力を加えるための装置で Fig. 5 にその写真を示す。

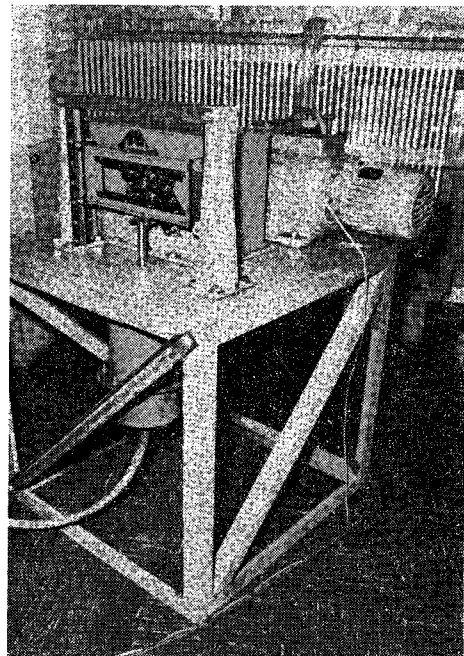


Fig. 5 Air Pressure Exciter

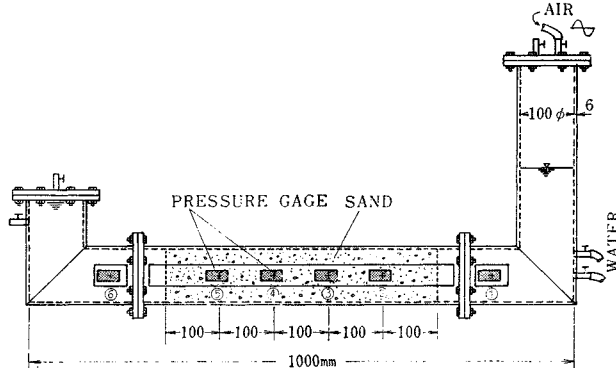


Fig. 6 Details of Dynamic Permeameter

空気圧はペロフラム式シリンダーを駆動して加えるが、無段変速機と変速ギヤの組合せにより 1/60 ~ 10 c/s の周波数で加圧できるようにし、正確な正弦波形を作るためにスコッチヨークを用いた。この装置で作った正弦波形は Fig. 10 において、 $x=0$  cm と記してある波形である (0.7 と 10 c/s)。

動的透水試験器は Fig. 6 に示すように、内径 100 mm、肉厚 6 mm の透明アクリル管で、砂をつめやすくするために分割できるようになっている。Fig. 6 は砂層の長さが 50 cm で実験する場合の図であるが、中央の水平管を継ぎたすことにより砂層の長さが 100 cm の実験もできる。管の側面には 10 cm 間隔に径 6 mm の水圧取り出し孔があり、その場所に微小水圧計を取り付け、間隙水圧が計測できるようになっている。

b) 微小水圧計

物体に作用する水圧分布を計測するような場合には、多数の水圧計を使用しなければならず、それが模型実験のときのように微小圧力を計測する場合には高感度の水圧計が要求される。現在高感度の水圧計のほとんどが取り出した圧力を電氣的に増幅し、記録させている。このような方式ではピックアップ1個に1台の増幅器が必要であり、測点が多くなると費用も高くなり、また計測も非常に煩雑になってくる。このような点を考慮して製作したのがここに述べる微小水圧計で、その外観と細部の構造を Fig. 7 と Fig. 8 に示す。この水圧計の特長は、取り出した水圧を増幅しないで直接電磁オシログラ

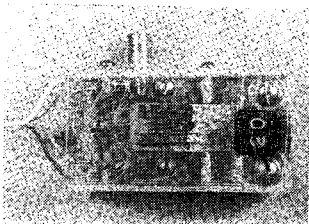


Fig. 7 Water Pressure Gage

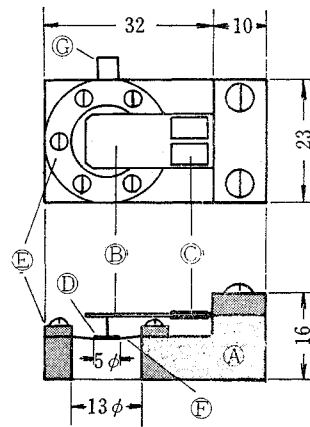


Fig. 8 Details of Water Pressure Gage

フに記録できることである。そのために受圧部の板ばねをカンチレバー ⑥ とし、その先端に受圧板 ④ をつけて、加わる力によって生じるたわみを半導体ストレインゲージ ③ で取り出す方式とした。使用した板ばねは長さ 20 mm、幅 10 mm、厚さ 0.4 mm のばね用りん青銅板で、その固有振動数は 240 c/s であった。半導体ゲージは板ばねの表に 2 枚、裏に 2 枚はり、4 ゲージ法を採用し、直流ブリッジを組み、その電源には直流安定化電源を用いた。受圧部の水密のためには、厚さ 0.02 mm のポリエチレン薄膜 ⑤ を使用し、受圧板の径 ( $d$ ) と受圧孔の径 ( $D$ ) との比  $D/d=13 \text{ mm}/5 \text{ mm}$  にして直線性のよい水圧計とした。水圧計の感度は、電磁オシログラフのガルバノメーターに 500 mm/1 mA の感度のもので使用して、水圧 2 g/cm<sup>2</sup> に対してスポットの振れ幅が約 1 cm を標準とした。この微小水圧計で記録した間隙水圧を Fig. 10 に示す。

(2) 実験方法

a) 実験砂

実験に用いた砂は 2 種類でそれらを試料 I と試料 II と

する。試料Iは利根川砂で2mm以上の粒子はふるい分けてのぞいた。試料IIは多摩川砂で3mm~0.4mmの粒径のものを使用した。両者の物理量をTable 1に、粒径加積曲線をFig. 9に示す。

Table 1 Characteristics of Experimental Sand-Grains

Specimens	Specific Gravity	Grain Size (mm)	Effective Size (mm)	Uniformity Coefficient
I	2.77	2~0.08	0.18	1.76
II	2.67	3~0.4	0.50	2.30

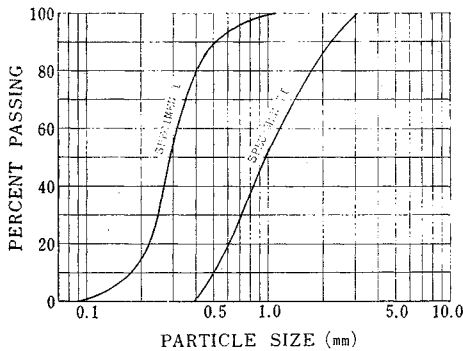


Fig. 9 Grain-Size-Accumulation Curves of Specimens

### b) 気泡の作り方

本実験は飽和度が高い場合を対象としているので、砂の詰め方を変えて間隙内にできる気泡量を変化させたが、砂の詰め方は次の2種類であった。

A法: 試験器を鉛直に立て、乾燥砂を沈降させて詰め、砂の粒子に付着して一緒に沈降した気泡で不飽和砂にする方法。

B法: 試験器を鉛直に立て、乾燥砂を詰め、下より水を浸透させ気泡を作り不飽和砂にする方法。

以上の方法で砂をつめることにより、砂層内を均一に不飽和状態にすることができたと考えられる(c)で詳述)。

また、気泡量の計量は動的透水試験器に砂をつめた状態ではむずかしいので、実験に先だてて気泡量の計量のための検定を行った。検定には、動的透水試験器(Fig. 6参照)の水平部分のパイプを用い、実験時と同じ方法(A法とB法)で砂を詰め、その全体の重量を計量し、気泡を全然含まない場合の重量と、含む場合の重量の差から気泡量を算定した。検定時と実験時の砂の詰め方を同様に行えば、両者の気泡量は同じになる。Table 2は同じ砂の詰め方で検定を3回行ったときの $a_{co}$ 、 $S_{r0}$ 、 $k_{0(20)}$ (大気圧中での値であるためにSuffixに0をつけてある)の実測値と平均値を示した。この表が示すように検定値の間にはほとんどばらつきがなく一定の気泡量

Table 2 Measuring Quantity of Air Bubbles and Permeability

Specimens	Methods of Filling	$n_0$ (%)	$a_{co}$ (%)	$S_{r0}$ (%)	$k_0$ (20) (cm/sec)
I	A	44.5	6.25	93.8	0.032
		44.9	6.30	93.7	0.032
		44.7	6.13	93.8	0.034
	Means	44.7	6.23	93.8	0.033
	B	45.0	10.6	89.4	0.027
		44.6	9.8	90.2	0.029
44.9		10.0	90.0	0.028	
Means	44.8	10.1	89.9	0.028	
II	A	38.1	3.10	96.9	0.187
		37.5	3.49	96.5	0.216
		38.0	3.00	97.0	0.234
	Means	37.9	3.20	96.8	0.212
	B	37.9	12.6	87.4	0.173
		37.9	12.7	87.3	0.164
37.5		13.0	87.0	0.146	
Means	37.8	12.8	87.2	0.161	

で砂をつめることができるので、実験のときの気泡量としてはこの平均値をもとにした。また、実験において砂層内に水を流したり、変動圧力を加えたりすることにより、気泡が移動し気泡量が増えるのではないかとの疑問も生じる。しかし、これは次のような実験を行うことにより、気泡量の変化はないことがわかった。この実験は、第一回の実験で、砂層内に水を流したり、変動圧力を加えたりして所定の実験を終了した後、一昼夜放置して、まったく同じ状態で第二回の実験を行い、その実測値を比較した。その結果、両者の透水係数や変動間隙水圧の実測値は全然変化がなかった。以上のような実験の結果からも、2.(1)a)で述べたように、気泡は砂粒子にしっかりと付着していて、水の流動に応じて移動しないという仮定の正しいこともわかる。

一方、砂層内にできた気泡の大きさは、透明な試験器を通して砂層の表面を注意して見ると、肉眼で見える気泡が無数に観察できる。一定面積内でその気泡がしめる面積比と実測した気泡含有率とを対比すると、砂層内の気泡はほとんど肉眼で見える程度の気泡で構成されていることがわかるので、Fig. 2の結果から考えても、この実験における気泡に対しては、表面張力の影響は無視できるものと考えられる。

### c) 実験方法

動的透水試験器に砂をつめる方法は、試験器の上流側の鉛直部分のパイプ(Fig. 6の右側)を取りはずし、下流側を下にして固定棒ごと鉛直に立て、その上端に漏斗をすえ、所定の間隙率になるように、試験器に振動をあたえながら連続して砂を投入した。砂層骨格の圧縮率を調べるために行った完全飽和状態の実験では、煮沸し

Table 3 Data Pertaining to Tests of Saturated Sand

Specimens	Test No.	$T$ (°C)	$n_i$ (%)	$S_{ri}$ (%)	$k_i$ (cm/sec)	$l$ (cm)	$f$ (c/s)	$2a$ (g/cm <sup>2</sup> )
I	79	13	44.0	100	0.035	50	1~11	10
	80	12	42.0	100	0.027	50	1~11	10
II	81	13	37.8	100	0.294	50	1~11	10
	82	10	35.6	100	0.198	50	1~11	10

Table 4 Data Pertaining to Tests of Unsaturated Sand

Specimens	Methods of Filling	Test No.	$T$ (°C)	$n_i$ (%)	$n_{ai}$ (%)	$n_{wi}$ (%)	$a_{ci}$ (%)	$S_{ri}$ (%)	$k_i$ (cm/sec)	$l$ (cm)	$f$ (c/s)	$2a$ (g/cm <sup>2</sup> )	
I	A	55	22	41.0	2.95	38.05	7.21	92.8	0.022	50	0.1~10	10	
		57	22	42.0	2.88	39.12	6.87	93.1	0.026	50	0.1~10	10	
		53	23	43.0	2.82	40.18	6.55	93.5	0.030	50	0.1~10	10	
		59	23	43.9	2.76	41.14	6.29	93.7	0.034	50	0.1~10	10	
		61	22	44.9	2.70	42.20	6.10	93.9	0.038	50	0.1~10	10	
	35	22	45.2	2.68	42.52	5.93	94.1	0.041	100	0.03~5	15		
	B	63	23	44.9	4.42	40.48	9.84	90.2	0.029	50	0.1~10	10	
		37	21	45.3	4.42	40.88	9.76	90.2	0.029	100	0.03~2	15	
	II	A	49	22	37.0	1.20	35.80	3.24	96.8	0.306	100	1~10	15
			51	22	37.6	1.18	36.42	3.14	96.9	0.334	100	1~10	15
B		43	22	38.1	4.73	33.37	12.4	87.6	0.219	100	0.1~8	15	
		47	23	37.8	4.73	33.07	12.5	87.5	0.190	100	0.1~7	15	

$T$  : Temperature of Water  
 $l$  : Length of Sample

$f$  : Frequency of Forced Oscillating Pressure  
 $a$  : Amplitude of Forced Oscillating Pressure

て気泡をとりのぞいた砂を外気にふれないようにし、水と一緒に沈降させてつめた。不飽和状態の実験で、A法においては砂の沈降水深を一定に保ちながら乾燥砂を投入した。またB法では、先に試験器内に乾燥砂を所定の間隙率でつめておき、その後、試験器の下方より一定の水圧で水を浸透させた。

以上の方法で試験器に砂をつめた後、試験器の上流側の鉛直パイプを取り付け、砂が外気にふれないように試験器を水平にし、実験を行った。

実験の手順は、まず、上流側の水位を水圧計の位置より約 20 cm に保ち、その水面を加圧装置により空気圧で正弦的に加圧し、砂層内の間隙水圧の変動を微小水圧計で計測した。実験の終了後には、試験器の下流側のふたをはずし、透水試験を行い透水係数を実測した。

Table 3 には完全飽和状態における実験の種類を示し、Table 4 に不飽和状態における実験の種類を示した。不飽和状態の実験の気泡量は、前述の気泡量検定ときの平均値をもとにした。砂の詰め方がA法の場合には気泡は砂の粒子に付着して沈降しているため、間隙率によって気泡量は異なるために、実験時の気泡含有率は、 $n_{ai} = n_{a0} \times n_0 / n_i$  ( $n_{a0}$  と  $n_0$  は検定時の気泡含有率と間隙率、 $n_i$  は実験時の間隙率) として算定した。砂の詰め方がB法の場合には、検定時、実験時いずれの場合も、試料Iでは間隙率が 45%、試料IIでは 38% につめたので間隙率による補正は行わなかった。また、実験時には、試験器上流側の水位を水圧計の位置より約

20 cm 高くした状態で変動圧力を加えたので、初期間隙水圧  $P_i$  は  $1033.6 + 20 = 1053.6 \text{ g/cm}^2$  となり、大気圧中で行った検定時よりも実験時には  $20 \text{ g/cm}^2$  だけ圧力が高くなっているため、ヘンリーの法則を用い、わずかな量ではあるがA法、B法いずれの場合も補正を行い実験時の気泡量とした。

また、透水係数  $k_i$  は飽和、不飽和いずれの場合も動の実験と同じ状態で、実験の直後に計測した値であり、前述の気泡量と同様に、式(14)を用いて計算する場合には Table 3, 4 の値を用いた。 $l$  は砂層の長さであるが、 $l=50 \text{ cm}$  の実験のときには、加える正弦変動圧力の全振幅  $2a$  を  $10 \text{ g/cm}^2$  とし、 $l=100 \text{ cm}$  のときには  $15 \text{ g/cm}^2$  とした。また周波数は最低  $f=0.03 \text{ c/s}$  から最高  $10 \text{ c/s}$  の範囲で実験を行った。

Fig. 10 は間隙水圧を微小水圧計で計測した記録例である。 $x=0 \text{ cm}$  とするしてある波形は加圧力で、Fig. 6 の①の水圧計で計測したものである。 $x=10 \sim 40 \text{ cm}$  は砂層内の間隙水圧で②~⑤の水圧計で、 $x=50 \text{ cm}$  は砂層の下流端の間隙水圧として⑥の水圧計でそれぞれ計測した波形を示す。

## 5. 実験値と計算値の比較および考察

### (1) 完全飽和状態の場合

式(14)を用い間隙水圧を計算するにあたり、砂層骨



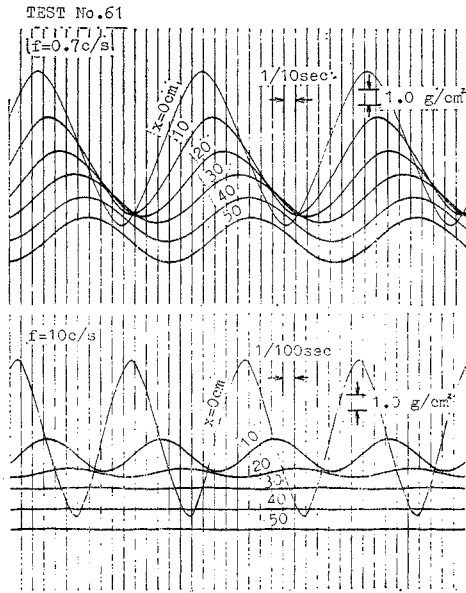


Fig. 10 Oscillograms of Pore Water Pressure

格の圧縮率  $K_s$  を知る必要がある。完全飽和状態での間隙水圧は、式 (14) の C の式を  $C = \sqrt{n_i / \rho_w K_s}$  とおき計算できるから、もし、 $K_s$  が定数であるならば実験値をもとに  $K_s$  を逆算することができる。Fig. 11 は完全飽和の状態で、上記の実験方法により砂層の上流端を正弦的に加圧した場合、その加圧力に対する砂層内の各点における間隙水圧の減衰率を周波数に応じて図示したもので、 $x$  は砂層の上流端からの距離 (cm) であ

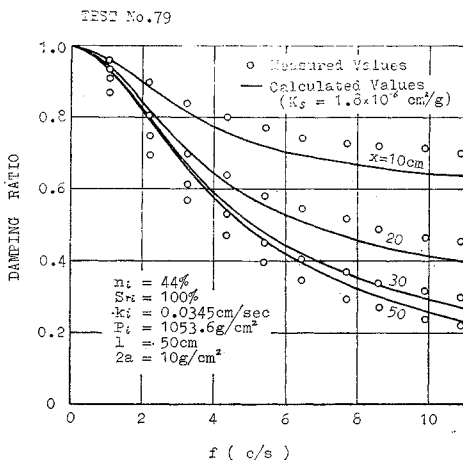


Fig. 11 Damping Ratio of Pore Water Pressure in Saturated Sand (Test No. 79)

る。式 (14) で減衰率を計算する場合には、 $a=1$  とおいた A の式を計算すればよいが、Fig. 11 の実線は実測値 (丸印) の平均値となるような  $K_s$  で計算した減衰率である。

この図でわかるように、 $K_s$  を定数とした計算値は実測値と一致せず、正確には  $K_s$  を定数としてとりあつかうことはできない。しかし、実測値の平均値となる  $K_s$  の値は  $1.8 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$  で、この値は砂層骨格の圧縮率として一般に用いられている値とだいたい一致している。

この研究は、間隙内に存在する気泡の圧縮性による間隙水圧の伝ばを中心とするものであり、砂層骨格の圧縮率による非線型の間隙水圧の伝ばについては考察しない。しかし、 $K_s$  を定数とした式 (14) の C の式で、 $K_s = 1.8 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$  を用いた場合、 $n_{ai} K_a$  と  $K_s$  の比、すなわち  $n_{ai} K_a / K_s$  の値は、試料 I の砂で気泡量が最も少ない場合でも 14 倍となる。そのために、不飽和状態における実測値に対して、砂層骨格の圧縮率によっておこる非線型性は、ほとんど影響をおよぼさない。

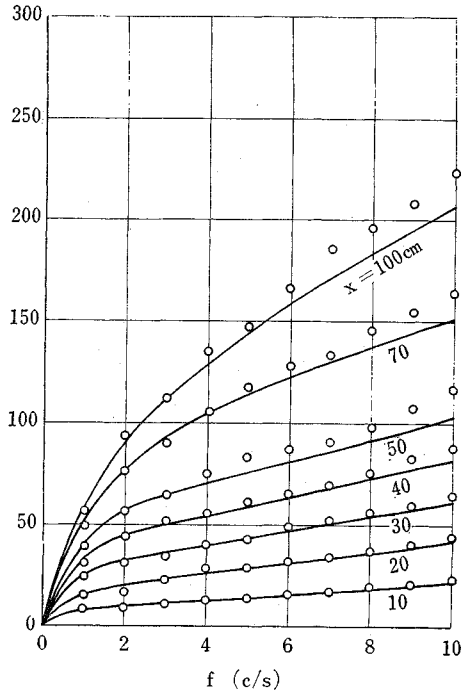
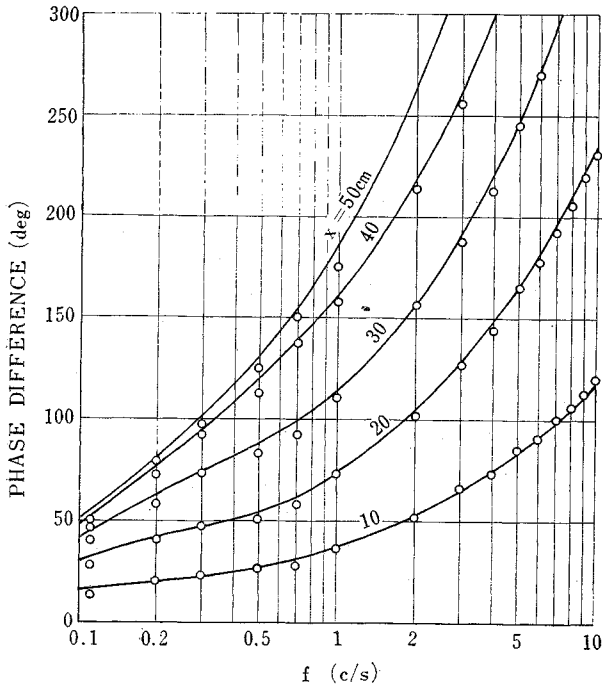
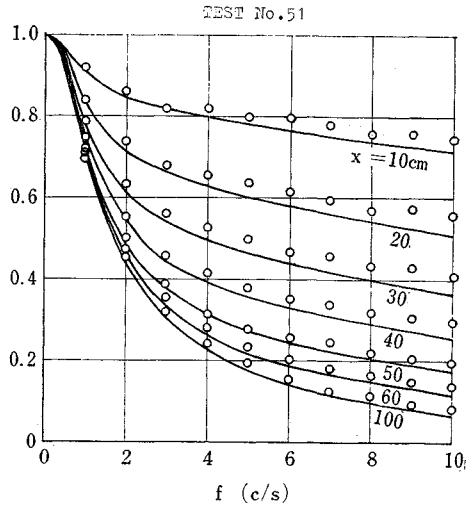
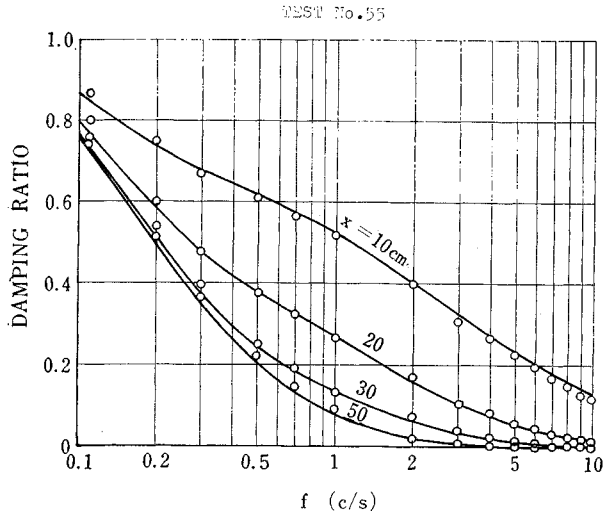
以上のような理由で、不飽和状態の計算で、試料 I の砂では砂層骨格の圧縮率として  $K_s = 1.8 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$  の値を用いた。また、試料 II の砂についても同様に実験を行った結果、 $K_s = 2.0 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$  となった。

(2) 不飽和状態の場合

Fig. 12 から Fig. 15 に不飽和状態における実験値と計算値を比較して数例を示した。図には Test No. を示してあるので、実験の状態は Table 4 を見れば一目瞭然である。計算値は式 (14) を計算して求めたが、式に入る気泡含有率  $n_{ai}$  や透水係数  $k_i$  は実験のさいに求めた値 (Table 4 参照) を用いた。また、 $K_s$  は試料 I の砂では  $1.8 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$ 、試料 II の砂では  $2.0 \times 10^{-6} \text{ cm}^2/\text{g}$  (5. (1) 参照) とし、気泡の圧縮率は  $K_a = 1/P_i = 1/(1033.6 + 20) = 1/1053.6 \text{ cm}^2/\text{g}$  (3. および 4. (2) c) 参照) とし計算した。

Fig. 12 は試料 I の砂で、減衰率と位相差を加圧力の周波数に応じて示したもので、丸印は実測値、実線は計算値である。 $x$  は砂層上流端からの距離を示す。減衰率は正弦的加圧力の振幅と、加圧力に応じて砂層内で変動する間隙水圧の振幅との比であり、計算値は、式(14)で  $a=1$  とおいた A の式を計算したものである。位相差は加圧力に対する砂層内の各点の位相のずれを示すもので、計算値は式 (14) の r の式を計算したものである。Fig. 12 は周波数の小さい範囲を明確にするために半対数グラフにプロットした。

Fig. 13 は試料 II の砂における減衰率と位相差で、



— ; CALCULATED VALUES

o ; MEASURED VALUES

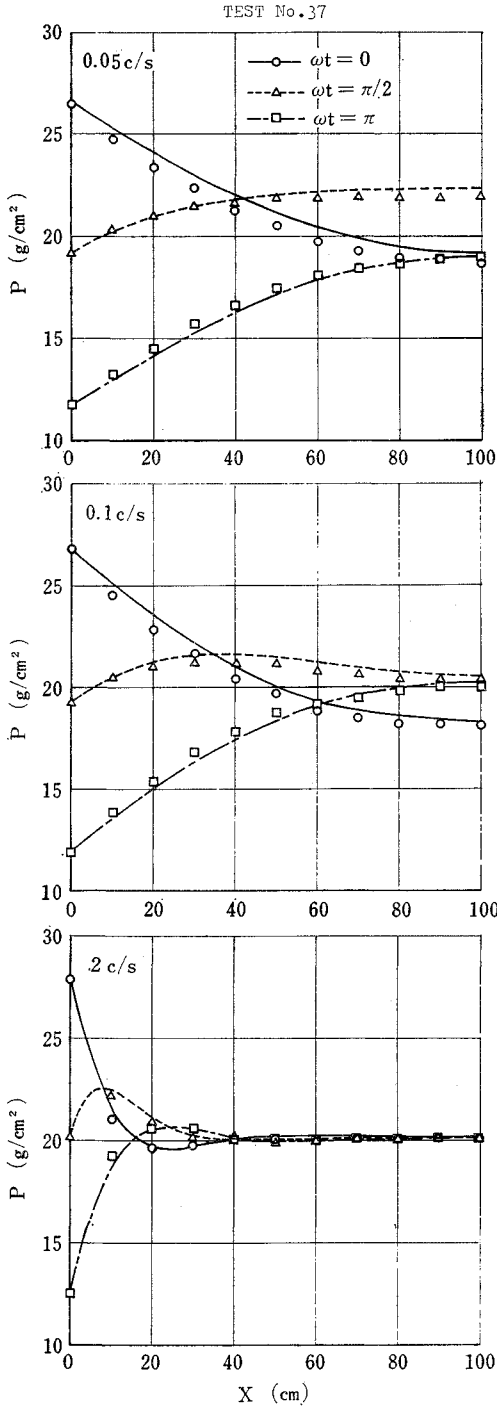
Fig. 12 Damping Ratio and Phase Difference of Pore Water Pressure in Unsaturated Sand (Test No. 55)

Fig. 13 Damping Ratio and Phase Difference of Pore Water Pressure in Unsaturated Sand (Test No. 51)

砂層の長さ  $l=100$  cm である。この例では、 $n_a K_a / K_s$  の値は約6倍であるから、 $K_s$  による非線型性の影響が幾分でていように思われる。

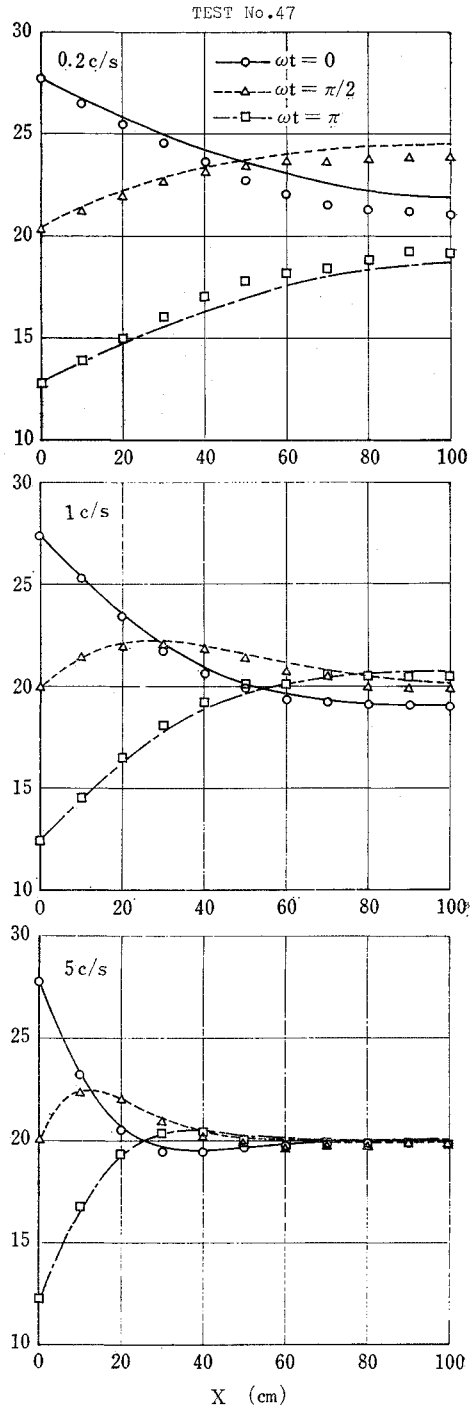
Fig. 14, 15 は加圧中における砂層内の間隙水圧の分布を示したものである。 $P$  は水圧計に作用する水圧で、

初期水圧  $p_0$  ( $20 \text{ g/cm}^2$ ) と変動間隙水圧  $p$  との和 ( $P = p_0 + p$ ) である。丸印, 三角印および四角印は実測値で、実線, 鎖線および一点鎖線は計算値である。丸印および実線は加圧力 ( $p = a \cos \omega t$ ) が最大値 ( $\omega t = 0$ ) になった瞬間における砂層内の間隙水圧の分布を示し、三角印



----- ; CALCULATED VALUES

Fig. 14 Distribution of Pore Water Pressure (Test No. 37)



○ △ □ ; MEASURED VALUES

Fig. 15 Distribution of Pore Water Pressure (Test No. 47)

と鎖線および四角印と一点鎖線はそれぞれ  $\omega t = \pi/2, \pi$  (最小値) になった瞬間の分布である。また、これらの図で  $x=0$  における丸印と四角印の間隔は加圧力の全振幅 ( $2a$ ) を示している。計算値は、式 (14) の  $p$  を各  $\omega t$  に応じて計算し、 $p_0$  に加えた値であるが、計算に必要な  $n_{ai}, k_i$  などの値は実験時における Table 4 の値を用いた。Fig. 14 は試料 I の砂で、Fig. 15 は試料 II の砂であり、両者の気泡量はほぼ同じであるが、I の透水係数は II のそれと比較して 1/10 程度であるために、II にくらべ間隙水圧の減衰の度合いは大きい。

以上の図で、実測値と計算値がよく一致することから、飽和度が 90% 前後の砂層において、変動間隙水圧  $p$  (ゲージ圧力) が初期間隙水圧  $P_i$  (絶対圧力) に比べ小さい場合には、間隙水圧の伝ばに関する式は、式 (13) で示される線型方程式で十分であるといえる。しかし、気泡量が非常に少なくなってくると、間隙水圧の挙動は気泡の圧縮性よりも砂層骨格の圧縮性からの影響が大きくなり、式 (13) で示したような線型方程式で正確にあらわすことができなくなる。一方、気泡量が多くなると有効間隙率や透水係数は間隙水圧の変動に対して変化が大きくなり、これらを  $p$  の関数とした非線型方程式でないと現象を適確にあらわすことができない。また、 $p$  が大きく変動する間隙水圧の場合には、気泡の圧縮率は式 (7) で示されるように  $p$  の関数となり、当然非線型の現象となる。しかし、これらはあくまでも精度上の問題で、ある程度の誤差を許すならば、式 (13) の線型方程式はかなりの範囲に適用できるものと思われる。

## 6. むすび

以上述べてきたように、この論文では飽和度が高い砂層に、初期間隙水圧 (絶対圧力) に比較して小さい周期的変動水圧 (ゲージ圧力) が作用した場合の間隙水圧の伝ばについて考察を行い、式 (13) で示す線型方程式で十分に現象を表現することができた。しかし、この式で正確に表わすことができるのは上述のように限られた範囲であり、不飽和砂層における間隙水圧の挙動に対して、より広い範囲に適用できる式は複雑な式となるであろう。これらについては本文中で一応考察を行ったが、

ここでまとめてみると、次のような状態について考慮し、式をたてなければならない。① 大きい変動水圧が作用した場合—気泡の圧縮率や透水係数は最も単純に考えても、式 (7) や式 (10) で示すように変動間隙水圧の関数としてあらわさなければならない。② 飽和度が低い場合—透水係数に対する変動間隙水圧の影響がより強くなると同時に、式 (8) で示すような飽和状態に準じた考え方も適用できなくなってくる。③ 飽和度が非常に高い場合—飽和状態に近くなると 5. (1) で述べたように砂層骨格の圧縮率による非線型性を考慮しなければならない。④ 変動間隙水圧の周期が長い場合—間隙水圧の変動に応じて、水中に対する気泡の溶解、放出による気泡量の時間的変化を考える必要がある。⑤ 気泡の径が非常に小さい場合—表面張力の影響を無視できなくなる。

このような状態を考慮し式をたてるならば、より広い範囲の不飽和砂層に適用できるであろう。しかし実際の地層の不均一性などを考えると、いたずらに複雑な式を求めるよりも、許される精度で簡明な式を用い現象を表現することが先決だと思われる。

最後にこの研究を指導して下さいました船舶技術研究所の故丹羽室長と貴重なご助言をいただいた名古屋大学の市原教授に感謝いたします。

なお、本報告における計算は船舶技術研究所共用電子計算機 FACOM 270-20 を用いて行った。

## 参考文献

- 1) Schuurman, I.R.E.: The Compressibility of an Air/Water Mixture and a Theoretical Relation between the Air and Water Pressures, *Geotechnique*, Vol. 16, No. 4, pp. 269~281, 1966.
- 2) Kenneth L. Lee and David K. Black: Time to Dissolve Air Bubble in Drain Line, *Proc. of ASCE*, Vol. 98, No. SM 2, pp. 181~194, 1972.
- 3) David K. Black and Kenneth L. Lee: Saturating Laboratory Samples by Back Pressure, *Proc. of ASCE*, Vol. 99, No. SM 1, pp. 75~93, 1973.
- 4) 大草重康: 海岸における地下水運動の特異な例, 第 13 回土質工学シンポジウム発表論文集, pp. 17~23, 1968.
- 5) 石原藤次郎・本間 仁編: 応用水理学 中 II, pp. 309~337, 丸善, 1968.
- 6) 本間 仁・安芸皎一編: 水理学, pp. 534~535, 岩波書店, 1962.
- 7) 土木学会編: 土木工学ハンドブック, pp. 299, 技報堂, 1964.

(1973. 4. 14・受付)