土木学会論文報告集
第 236 号・1975 年 4 月

不確定条件下における建設工事工程計画管理

CONSTRUCTION SCHEDULING AND CONTROL UNDER UNDETERMINISTIC CONDITIONS

荒　井　克　彦*
By Katsuhiko ARAI

1. まえがき

先に筆者は，機械化土工工事を主対象とする工程計画管理最適化問題の定式化を試みた[2]。この定式化を通じて，建設工事の工程計画における多面的な意志決定問題が「与えられた条件のもとで最も経済的な施工段取（工程上における施工機械や作業員などの操作方法）に裏づけられた工程計画案の選定」として，より現実的な形で統一的に表現された。次に，定式化された工程計画最適化問題に対して，こう配法，共役こう配法を用いた数値解析を行い，現実的に妥当な解が得られることを示した[3),4)]。これらの一連の報告における基本的な目標は，施工計画や管理業務の担当者が大規模かつ複雑な建設工事に対しても正しい意志決定を行うために必要な判断資料を，最適性の定量的な評価に基づいて提供する手法体系を得ることであった。しかし，筆者の一連の報告においては，建設工事工程上の不確定現象が平均値により表わされており，実質的には確定条件下における工程計画最適化問題について検討するにとどめられていた。本報では，工程上の不確定現象を考慮した工程管理の最適化問題について検討する。上述の工程計画最適化問題の定式化は明らかに最適制御理論の適用を意識したものである。このような定式化は工程計画最適化問題の定式化を，不確定条件下における工程管理の最適化問題にそのまま対応的（Analogous）に拡張することを意図したからに他ならない。

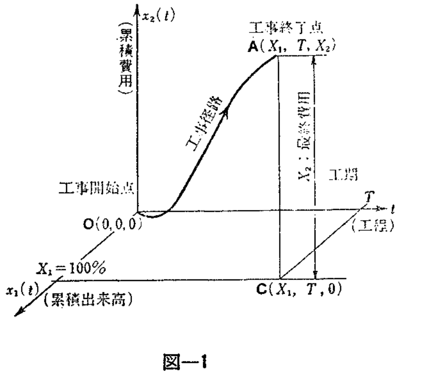
この方針のもとに本報では，より明確に最適制御の考え方に基づく工程管理の厳密な意義づけを試みる。

2. 問題の説明

(1) 工程計画最適化問題の定式化に関する要約[2),3)]

はじめに述べたように，本報で述べる工程管理の考え方は，筆者がすでに報告した工程計画手法をそのまま工程管理に拡張しょうとするものである。そこで，本報における工程管理の意味をより明確にするために，筆者が先に提案した工程計画手法をきわめて簡単に要約しておく。この工程計画手法に関する詳細な説明や具体例などについては，参考文献 2)，3)，4) を参照されたい。

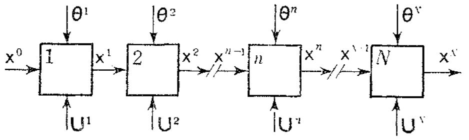
図—1 に示すように，工程 t，累積出来高 $x_1(t)$，累積費用 $x_2(t)$ の 3 次元状態空間において施工現象を表現する。施工計画と管理を一応分離することにより，施工計画の最適化問題を「与えられた条件のもとで最も経済的な施工段取に裏づけられた工法—工期—費用間の関係を求める問題」として把握する。ここで施工段取とは，工程上における施工機械や作業員などの操作方法のことである。また，上述のように，与えられた条件のもとで最も経済的な施工段取を選定する問題を工程計画最適化問題と称する。すなわち，図—1 における最終累積費用（全体費用）$X_2=x_2(T)$ を最小にするように図中の工事径路（Construction Trajectory）を決定する問題として，工事・工期全体にわたる評価に基づいて工程計画を決定することを提案した。より具体的には，工程計画最適化問題を多段決定過程（Multi-Stage Decision Pro-



図—1

* 正会員　工修　鹿島建設技術研究所企画調査室

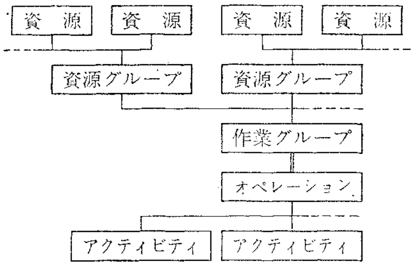
cess）として次のように定式化した。



図—2

まず図—2 に示す多段決定過程モデルを工程計画最適化問題に適用するために，適当な工期単位 ΔT（日）を選び，全体工期 T を N 段階のステージ（Stage）に分割する。

$$T=\Delta T \cdot N \cdots\cdots(1)$$



図—3

次に，定式化の便宜のために図—3 に示すような要素を導入する。工事（Project）を，見積りにおける「作業」に相当するオペレーション（Work Operation）の集合として表わす。また，作業工程上の技術的順序関係の制約を表わせるようにオペレーションを適当なアクティビティ（Activity）に分割する。つまりアクティビティは工程計画における「作業」である。各オペレーションを遂行するために必要な施工機械や作業員などの資源（Resource）を列挙し，これらの各資源ごとに資源費用成分などのデータを与える。1 つのクルー（Crew）として稼動する資源の集合として資源グループ（Resource Group）を定義する。各オペレーションと 1 対 1 に対応するものとして，資源グループの集合である作業グループ（Operation Group）を設定する。各オペレーションは各オペレーションに対応する作業グループ（施工機械や作業員などの組合せ）により遂行される。以上の要素の関係は 図—3 に示したとおりである。

さて，図—2 において，自由に操作しうる操作変数（Control Variable : $\boldsymbol{\theta}^n$）として，u_i^n : 第 n ステージにおける資源 i の搬入出数量，v_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における作業グループの投入数量，の 2 つを選ぶ。

$$\boldsymbol{\theta}^n=(u_1{}^n, u_2{}^n, \cdots, v_1{}^n, v_2{}^n, \cdots)^T \text{注}^1 \cdots\cdots(2)$$

これらの変数が解を求められるべき変数（決定変数）であり，これらの変数の数値が求められることにより，施工段取が決定されると考えられる。

図—2 において，操作変数 $\boldsymbol{\theta}^n$ を通じてのみ操作しうる状態変数（State Variable : $\boldsymbol{x}^n$）として，q_i^n : 第 n ステージにおける資源 i の存置数量，r_j^n : 第 n ステージにおけるアクティビティ j の累積出来高，x_2^n : 第 n ステージにおける全累積費用，の 3 つを選ぶ。

$$\boldsymbol{x}^n=(q_1{}^n, q_2{}^n, \cdots, r_1{}^n, r_2{}^n, \cdots, x_2{}^n)^T \cdots\cdots(3)$$

図—2 において，全く操作しえない外乱（Disturbance : $\boldsymbol{U}^n$）に相当する施工作業条件として，作業グループの時間当り作業能力および最大投入数量，1 日当り実稼働時間，月当り稼働日数率，のそれぞれの推定値を定数として与える。

これらの変数は次のような状態方程式により関連づけられている。

$$\boldsymbol{x}^n=\boldsymbol{f}^n(\boldsymbol{x}^{n-1}, \boldsymbol{\theta}^n, \boldsymbol{U}^n) \cdots\cdots(4)$$

また，資源（施工機械など）の操作方法に基づいて，操作変数・状態変数に関するいくつかの制約条件式が存在する[2)]。前述のように全体費用を最小にする施工段取を求めることが目的であるから，以上に述べた条件のもとで，次式のような形で表わされる目的関数（全体費用）の極値を与える操作変数 $\boldsymbol{\theta}^n (n=1, \cdots, N)$ を求めればよいことになる。

$$J=\phi(\boldsymbol{x}^N) \rightarrow \min \cdots\cdots(5)$$

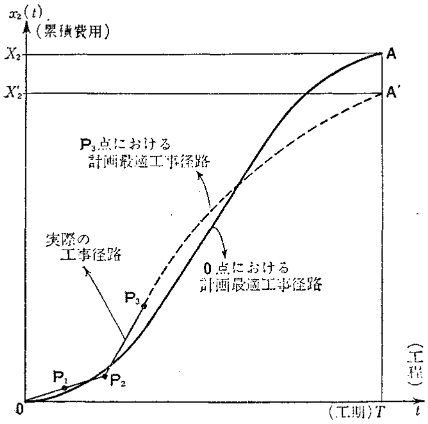
以上のように多段決定過程として定式化された工程計画最適化問題を離散型最適制御問題とみなして，最適制御理論におけるこう配法，共役こう配法，SUMT（Sequential Unconstrained Minimization Technique）・外点法を適用することにより，操作変数 $\boldsymbol{\theta}^n$ の数値解が求められる[3),4)]。前述のように，操作変数 $\boldsymbol{\theta}^n$ としては施工段取（工程上における施工機械や作業員などの操作方法）が選ばれているから，このようにして与えられた施工段取案に基づいて実際の施工を行うことができる。上述のように，与えられた条件のもとで全体費用を最小にするという合理的な根拠に基づいた施工段取案を組織的な手順に従って作成することが，先に筆者が提案した工程計画手法における主な目的である。さらに，各条件のもとで最も経済的な施工段取に裏づけられた工法—工期—費用の関係を求めることにより施工計画を選定することを提案している。これらの詳細については参考文献 2)～4) に譲ることにする。

（2）　工程管理の意義について

建設工事の施工が長期にわたる場合が多いので，工程上の不確実性が施工計画・管理に大きな影響を及ぼすことが容易に想像される。したがって，実際の工程の推移につれての工程管理が要求される。また，工程計画と管

注¹ $(\ )^T$: 転置行列を表わす。

理の関係が明確にされる必要がある[2)]。先に要約した工程計画最適化問題の定式化においては，実際の不確定な作業環境のもとで，与えられた目標である工程計画にしたがって施工作業を進めていくという制御(Control)の意味での工程管理を，工程計画の決定に際して考慮に入れていないので，いわゆる定常的最適化と称すべき段階に過ぎない。つまり，図—2 の外乱 U^n に相当する作業条件が，工程計画作成時点においては不確定な変数であるにもかかわらず，(前述の定式化においては) その平均的な推定値で与えられることにより，工程計画最適化問題が確定条件下の最適化問題として表わされている。このことは工事開始点すなわち 図—1 における点 O において利用できる，図—2 の外乱 ($U^1, U^2, \cdots, U^N$) に関する情報に基づいて最適な決定を行ったに過ぎない。前述のように，外乱 U^n に相当する時間当り作業能力や稼働日数率などの作業条件は，計画作成時点においては本来不確定な変数である。また，これらの作業条件を確率変数とみなすにしても，その確率分布に関する情報もまた工事開始点においては完全でなく，工程の進行に応じて逐次的に修正されるべき性格のものである。さらにこの他にも事故などのようにほとんど予測しえない不確定現象も存在する。したがって，外乱 U^n に相当するこれらの作業条件を確率変数で表わして工程計画最適化問題の定式化を行ったとしても，それはあくまでも工事開始点で得られる情報に基づいて，工事の全工程に対する最適な決定を行ったに過ぎない。より具体的に述べると，前述の工程計画最適化問題の定式化に基づいて 図—4 に示すような最適工事径路 $\overrightarrow{OA}$ が得られたと仮定しよう。この $\overrightarrow{OA}$ は繰り返し強調してきたように，O 点 (工程計画作成時点) における情報に基づく最適性の評価により得られた計画最適工事径路である。$\overrightarrow{OA}$ を工程管理の目標として，$\overrightarrow{OA}$ に付随する施工段取にしたがって施工作業を行った結果，図—4 に示す $\overrightarrow{OP_1P_2P_3}$ のような実



図—4

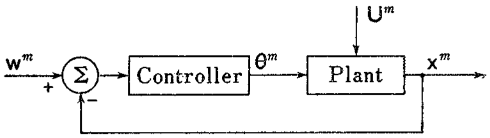
際の工事径路が得られたとする。たとえば $\overrightarrow{OA}$ から大きく外れた P_3 点で，P_3 点における物理的状態 (状態変数 x^n の値，すなわち各資源の現場存置数量や各アクティビティの累積出来高) と，P_3 点までに蓄積された外乱 U^n (作業条件) に関する情報に基づいて，前述の工程計画最適化問題の定式化に従って，P_3 点以後の全工程に対する最適化計算を行った結果，図—4 に示すような P_3 点以後の計画最適工事径路 $\overrightarrow{P_3A'}$ が得られたとしよう。P_3 点における実際の物理的状態，および P_3 点における外乱 U^n に関する予測は，O 点において推定されたものとは異なるであろうから，$\overrightarrow{P_3A'}$ は $\overrightarrow{OA}$ と異なる可能性が強い。したがって P_3 点以後も $\overrightarrow{OA}$ を管理の目標とする意味が不明確になる。上述のことを考慮に入れて，実際の建設工事の工程上では，第1に工事の進行に応じて目標のとおりに，または目標と外れて変化していく実際の物理的状態と，第2に不確定な施工作業条件に関する情報の蓄積に基づく予測の修正 (学習) という2つの点に対する配慮を加えた逐次的な意志決定を行う必要のあることが明らかであろう。この建設工事工程上の逐次的意志決定を合理的な根拠に基づいて行うことが工程管理の意義と考えられる。また，何らかの最適性の評価基準のもとに，このような工程上の逐次的意志決定方式を設計することが工程管理の最適化と称されるであろう。

3. 最適制御の考え方

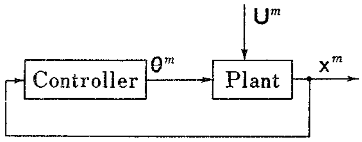
(1) 概　　要

工程管理最適化問題の性格を明確にするには現代制御理論の考え方を利用するのが便利であると判断される。前述のように，工程計画最適化問題の定式化は工程管理最適化問題に対応的になされている。そして，工程計画最適化問題が，図—2 に示した多段決定過程モデルを用いて，離散型最適制御問題として定式化されたから，工程管理最適化問題もまた離散型システムにより表現される。ここでは工程管理最適化問題に関する検討を行うための準備として，離散型システムに限定して，現代制御理論における最適制御の基本的考え方の一部を簡単に紹介する[6)~35),37)~44)]。

従来の自動制御理論においては，図—5 に示すようなブロック線図で表わされる，いわゆるフィードバック制御 (Feedback Control) が中心とされてきた[5)~7)]。このフィードバック制御においては，図—5 に示すような目標値 w^m をあらかじめ設定しておき，出力 x^m と目標値 w^m との誤差 ($w^m - x^m$) に基づいて操作変数 θ^m を決定する。現代制御理論においては，図—6 に示すよう



図—5



図—6

に目標値をはじめから設定することはせずに，何らかの評価基準のもとに，$(m-1)$ 時点以前の操作変数，状態変数，および外乱に基づいて m 時点における操作変数 $\boldsymbol{\theta}^m$ を決定することを試みている[14),15),22),32)]。すなわち，操作変数 $\boldsymbol{\theta}^m$ がこれらの変数の関数として次式で与えられる。

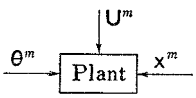
$$\boldsymbol{\theta}^m=\boldsymbol{F}^m(\bar{\boldsymbol{x}}^{m-1},\ \bar{\boldsymbol{\theta}}^{m-1},\ \bar{\boldsymbol{U}}^{m-1}) \qquad (6)$$

ここで，$\boldsymbol{x}^m$, $\boldsymbol{U}^m$ をそれぞれ m 時点における状態変数，外乱とし，また一般に

$$\bar{\boldsymbol{x}}^m \triangleq (\boldsymbol{x}^1,\ \boldsymbol{x}^2,\ \cdots,\ \boldsymbol{x}^m) \qquad (7)$$

とする。ここで，操作変数，状態変数，外乱の意味は実際の時点 m において各変数が実際にとる値を表わしていることを除いて，多段決定過程におけるものと同じとする。また上添字 m は実際にそのシステムが置かれている時点を示すものとし，多段決定過程におけるステージ n と区別するために以下では，時点 m と称することを注意しておく。このような制御系が広義のフィードバック制御系または単に閉ループ制御系 (Closed Loop Control System) と称される。そして問題は，ある評価基準のもとに式 (6) の関数形を明らかにすること，すなわち最適制御方策を求めることである。

これに対して，図—7 に示すように出力のフィードバックが存在しない制御系が開ループ制御系 (Open Loop Control System) と称される。図—2 に示した多段決定過程はフィードバックが存在しない点からは開ループ制御系に属する。しかし，図—6 に示す閉ループ制御系のフィードバック・ループを切り離して，すべての時点について直列に書き並べたものとみなすこともできる。確定条件下においては，多段決定過程としての開ループ制御も，前述の閉ループ制御も結果的には同じ操作を行うことになる。つまり，先に定式化された工程計画最適化問題におけるように，図—2 の外乱 $\boldsymbol{U}^n$ を推定値（平均値）のみにより表わして確定変数として扱う場合には，多段決定過程に対する



図—7

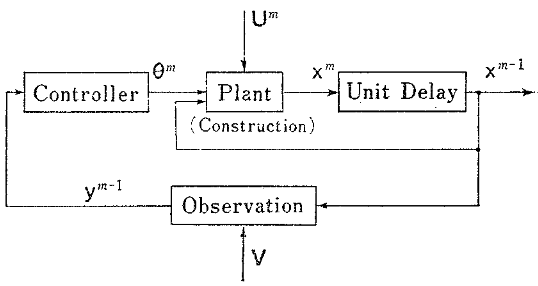
最適化計算を行って操作変数 $\boldsymbol{\theta}^n$ の数値解を求め，その数値に基づいて制御を行う方法（開ループ制御）と，n ステージの操作変数を $(n-1)$ ステージ以前の操作変数，状態変数，外乱の関数で表わすことにより最適制御方策を求めて閉ループ制御系を構成する方法は，結局同一の制御操作を行うことになる。しかし，不確定条件下では，開ループ制御と閉ループ制御による操作がまったく異なることが明らかである。すなわち，不確定条件下における制御では，外乱と状態変数が確定変数として与えられず，これらの変数が各時点において実際にとる値は，その時点以前には正確には把握できない。そして開ループ制御に頼る場合には，各時点における実際の物理的状態と，その時点までに蓄積された外乱に関する情報のフィードバックが得られないために，現実の状態に裏づけられた質の高い制御を期待できないことが容易に推察される。この問題は工程計画と管理の関係について前述したことと相似の問題であることを指摘しておく。

(2) 確率的最適制御理論について

不確定条件下における最適制御問題に対しては，閉ループ制御系を主な対象として種々の検討が行われている。連続型の確率的最適制御問題に対しては，主に確率過程論に基づく確率制御過程論 (Stochastic Control Theory) が展開されている[18),20),34)]。離散型については数学的に連続型の場合より容易であるとされており，いくつかの結果が得られている。適用される手法としては確率系に拡張された最大原理[17),30)]，ダイナミック・プログラミング (Dynamic Programming; DP)[7),22),32)] などがあるが，現時点では DP による定式化および解法が，より簡明のようである。ここでは工程管理最適化に即して，現在得られている最も一般的な結果とされている，青木による DP を用いた離散型最適制御問題の定式化と解法を以下に要約する[32),39)]。

対象とする制御系は図—8 に示すものである。状態方程式は多段決定過程におけるのと全く同様に次式で与えられる。

$$\boldsymbol{x}^m=\boldsymbol{f}^m(\boldsymbol{x}^{m-1},\ \boldsymbol{\theta}^m,\ \boldsymbol{U}^m) \qquad (8)$$



図—8

ここで，x^m, θ^m, U^m の意味は，そのシステムが置かれている時点 m で実際にとる値を表わす点を除いて，それぞれ多段決定過程における意味と同じである。ただし，外乱 U^m は時点 $(m-1)$ 以前においては不確定な変数であり，したがって状態変数 x^m もまた時点 $(m-1)$ 以前では不確定変数である。また，現実には状態変数 x^m がそのまま観測される場合は少なく，一般的には図—8 に示すように誤差などを含む観測信号ベクトル y^m により観測されるとしなければならない。

$$y^m = g^m(x^m, V) \quad \cdots\cdots(9)$$

ここで V は誤差ベクトルを表わすものとし，簡単のためすべての時点を通じて同じ確率変数により表わされるとする。この他に実際の制御システムでは，操作変数，状態変数に関する種々の制約条件式が存在するが，現段階の確率的制御理論では，これらの制約条件に関する検討が十分には行われていない。以上の条件のもとで，図—8 の閉ループ制御系を対象として，次式で与えられる目的関数の期待値の極値を与える最適制御方策（式 (6)）を求めることが確率的最適制御理論における基本的目標である。

$$E[J] = E[\phi(x^N)] \to \min \quad \cdots\cdots(10)$$

ここで，目的関数 J の直接の値の極値を求めることは数学的に妥当な意味を持たないので，一般に現実的な妥協として上式のように目的関数の期待値で置き換えられる[24]。

また Bellman による分類に従えば[6),22)]，以上に述べた問題において，外乱 U^m の確率分布に関する情報がはじめに完全に与えられ，かつ状態変数 x^m が完全に観測される ($y^m = x^m$) 場合が確率的制御過程 (Statistical Control Process)，それ以外の場合が適応制御過程 (Adaptive Control Process) と称される。たとえば，外乱 U^m の確率分布に関する情報が完全ではなく，制御時刻の進行に応じて逐次的に修正される必要のある場合などが上述の適応制御過程に属する。確率的制御過程においては不確定変数に関する情報の蓄積を行う必要がないので，ある時点 m における最適操作量（操作変数の値）が時点 $(m-1)$ における実際の状態のみのフィードバックにより決定される。しかし適応制御過程においては不確定変数に関する情報が各時点ごとに変化するであろうから，ある時点 m における最適操作量が，時点 $(m-1)$ 以前に観測された外乱 $\bar{U}^{m-1}$, 操作変数 $\bar{\theta}^{m-1}$, 観測信号 $\bar{y}^{m-1}$ の関数になる。すなわち適応制御過程においては，過去の制御経験に基づいて現時点以後の制御を行わなければならない[39]。したがって適応制御過程における最適操作量は，不確定変数に関する情報の蓄積と，対象とするシステムの制御という2つの目的を両立させるように決定される必要がある。Fel'dbaum はこの点に着目して2元制御理論 (Dual Control Theory) を展開している[19),35)]。以下に述べる青木の方法は，Fel'dbaum の方法を，より簡潔にかつ一般化したものである。先に示された問題に対して，青木は次のような解法を与えている[32),39)]。

まず，γ_m^* を「時点 $(m-1)$ までに操作変数 θ^{m-1} を加えた結果，$\bar{y}^{m-1}$ を観測したという条件のもとに，時点 m 以後最適な制御を行った場合の目的関数 J の期待値」と定義する。

$$\gamma_m^* = \min_{\theta^m, \cdots, \theta^N} E[\phi(x^N) | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1}] \quad \cdots\cdots(11)$$

ここで，$E[\cdot|\cdot]$ は条件付平均値をとる操作を，また $\min_{\theta^m,\cdots,\theta^N}$ は式 (11) の右辺において $\theta^m, \cdots, \theta^N$ に関して最小値をとる操作を表わす。すると DP における最適性の原理 (Principle of Optimality) により次式が成立する。

$$\begin{aligned}
\gamma_m^* &= \min \gamma_m = \min_{\theta^m} E[\gamma_{m+1}^* | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^m] \\
&= \min_{\theta^m} \int \gamma_{m+1}^* p(y^m | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^m) dy^m \\
&= \min_{\theta^m} \int \left\{ \left[\int \gamma_{m+1}^* p(y^m | x^{m-1}, \theta^m, U^m, V) \right.\right. \\
&\qquad \left.\left. \cdot dy^m \right] p(x^{m-1}, U^m, V | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1}) \right\} \\
&\qquad \cdot d(x^{m-1}, U^m, V) \quad \cdots\cdots(12)
\end{aligned}$$

$$\gamma_{N+1}^* = 0 \quad \cdots\cdots(13)$$

ここで，$p(\cdot|\cdot)$ は条件付確率を表わし，$d(x, y) = dx \cdot dy$ とする。また，式 (12) 中の $p(x^{m-1}, U^m, V | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1})$ は，たとえば外乱 U^m が Markov 過程にしたがうとし，その遷移確率が $p(U^{m+1}|U^m)$ と与えられた場合を例にとると，次のような反復関係式により求められる。

$$\begin{aligned}
&p(x^m, U^{m+1}, V | \bar{y}^m, \bar{\theta}^m) \\
&= \int p(x^{m-1}, U^m, V | \bar{y}^{m-1}, \bar{\theta}^{m-1}) \\
&\quad \cdot p(x^m | x^{m-1}, \theta^m, U^m) p(U^{m+1} | U^m) \\
&\quad \cdot \frac{p(y^m | x^m, V) d(x^{m-1}, U^m, V)}{\int [\text{分子}] \, d(x^m, U^{m+1}, V)} \quad \cdots(14)
\end{aligned}$$

式 (12)～(14) を解くことにより最適制御方策が原理的には求められるはずである。しかし，状態方程式がすべて線型式であり，かつ目的関数が2次形式であるといった特殊な場合を除いて，式 (12)～(14) を解析的に解くことは困難である。また，式 (12)～(14) を数値的に解く場合も，電子計算機の記憶容量や計算速度などの制約により，現実的な規模の最適制御問題をとり扱うことは多くの場合困難である。なおきわめて簡単な例として，状態変数 x^m が完全に観測され，かつ外乱 U^m の確率分布に関する情報が完全に与えられ，しかも外乱 U^m が相互に独立である場合には，先に定義した γ_m^* が次式

で与えられる。

$$r_m{}^* = \min_{\theta^m, \cdots, \theta^N} E[\phi(\boldsymbol{x}^N)|\bar{\boldsymbol{x}}^{m-1}] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

この場合も最適性の原理を適用して，次のような通常の関数方程式が得られる。

$$r_m{}^*(\boldsymbol{x}^{m-1}) = \min_{\theta^m} E[r_{m+1}{}^*(\boldsymbol{x}^m)|\boldsymbol{x}^{m-1}, \boldsymbol{\theta}^m] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

したがって，この場合には先にも述べたように，ある時点 m における最適操作量が時点 $(m-1)$ における状態のみのフィードバックにより決められる。

4. 計算機制御による工程管理

（1） 工程管理最適化問題の定式化について

先に概要を示した工程計画最適化問題の定式化から明らかなように，建設工事工程の推移が多段決定過程モデルを用いて離散型最適制御問題として表現されている。すなわち，式 (9) に示す状態観測に伴う誤差に対する配慮を除けば，不確定条件下での最適制御問題における状態方程式である式 (8) と同じ形で示される，式 (4) によってすべての施工現象が記述されている。このことから，工程計画最適化問題の定式化において用いられた変数を，そのまま対応的に用いて工程管理最適化問題を定式化することができる。ただし，ここで改めて注意しなければならない点は，工程計画最適化問題が工事開始点（図—1 における点 O）において推定された作業条件に基づいて構成されていることである。式 (4) における外乱 $\boldsymbol{U}^n$ はもとより，操作変数 $\boldsymbol{\theta}^n$，状態変数 $\boldsymbol{x}^n$ ともに，これらの変数が実際にとる値ではなく，工事開始点からみた推定値および計画値である。このことを強調するために，以下では計画作成時点において推定された変数 x を $e(x)$ と表わすことにする。このような表現を用いるならば，式 (4) は正確には次式のように表わされるべきである。

$$e(\boldsymbol{x}^m) = \boldsymbol{f}^m\{e(\boldsymbol{x}^{m-1}), e(\boldsymbol{\theta}^m), e(\boldsymbol{U}^m)\} \quad \cdots\cdots(17)$$

また，式 (5) の目的関数も正確には次のように表わされるべきである。

$$J = \phi\{e(\boldsymbol{x}^N)\} \to \min \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

ここで，$\boldsymbol{x}^m$, $\boldsymbol{U}^m$ はそれぞれ時点（工程）m において状態変数，外乱が実際にとる値を示すものとし，$\boldsymbol{\theta}^m$ は時点 m においてとられる実際の操作変数の値を表わす。以上のことから，1つ1つ定義しなおすことは省略するが，先に示された工程計画最適化問題における操作変数，状態変数，外乱にそれぞれ相当するすべての変数が，それらの変数の推定値ではなく，工程上のある時点 m において実際にとる値を表わす変数であると解釈して，状態方程式 (4)（すなわち式 (17)）を式 (8) で，目的関数式 (5)（すなわち式 (18)）を式 (10) で置き換えることにより，工程計画最適化問題が，そのまま対応的に工程管理最適化問題に置き換えられたたことになる注2。すなわち図—8 の閉ループ制御系で示されるように，式 (8) を状態方程式とし，式 (10) を目的関数とする制御系において最適制御方策を求めることが工程管理の最適化を意味する。ここで，式 (8)，(10) におけるすべての変数が推定値ではなく，時点 m において実際にとる値を表わしていることから，時間当り作業能力などに相当する外乱 $\boldsymbol{U}^m$ は工期開始点からみれば不確定な変数（確率変数）である。したがって，アクティビティの累積出来高などに相当する状態変数 $\boldsymbol{x}^m$ は式 (8) から，資源搬入出数量などに相当する操作変数 $\boldsymbol{\theta}^m$ も式 (6) から，時点 $(m-1)$ 以前ではすべて確率変数である。以上で，工程管理最適化問題が不確定条件下における最適制御問題として基本的に表わしうることが示された。実際の建設工事の施工においては，外乱 $\boldsymbol{U}^m$ に相当する時間当り作業能力，稼働日数率などの作業条件を確率変数として表わしたとしても，その確率分布に関する情報が完全に与えられる場合はむしろ少ないと考えられる。また，累積出来高などの状態変数観測に伴う誤差も当然存在するであろう。したがって，前述の定義に従うならば，工程管理最適化問題が適応制御過程に属することが明らかである。

（2） 工程管理最適化問題の解について

工程管理最適化問題が適応制御過程に属する確率的最適制御問題として基本的には定式化されうることを示したが，この問題を具体的に解くこと，すなわち式 (6) で表わされるような最適制御方策を求めるという点からは，以下に述べるような種々の問題がある。

第1の問題は，先に示された工程計画最適化問題の構成から明らかなように，施工段取に関連して操作変数や状態変数に関する等式および不等式制約条件式が存在することである[2]。これらの制約条件は施工段取における本質的なものであるが，操作変数や状態変数が確率変数である場合には，これらの制約条件式に対して数学的に妥当な意味を与えることが困難である。たとえば，制約条件式中の各変数を各変数の期待値で置き換えて確率系として解析を行うことが，式 (10) に示したように目的関数の期待値をとる場合と異なり，どの程度の現実的な意味をもつかは疑問である。前述のように，現段階の確率的最適制御理論においては，操作変数，状態変数の制約条件がある場合の検討がほとんどなされていない。し

注2 Bellman らは，このような対応を‘偶然の同値’とよんでいる[22]。

したがって，施工段取に裏づけられた工程計画や管理の最適化問題を確率系としてとり扱うことが現時点では基本的に困難であるといえる。

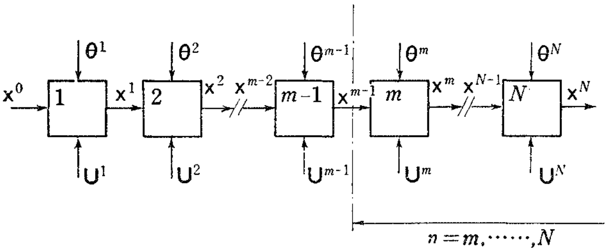
第2に，式（8）における外乱 U^m の確率分布に関する情報の蓄積方法の問題がある。一般に確率的制御理論においては，確率分布が完全に既知ではない不確定変数に関する情報蓄積方式として Bayes の方策がとられる[24),25),32)]。先験的に仮定された不確定変数の確率分布を，各時点で新たに観測された結果を用いて，Bayes の定理に基づいて修正してゆく方式である。工程管理最適化問題において外乱 U^m に相当するのは，時間当り作業能力，作業グループ最大投入数量，1日当り実稼働時間，月当り稼働日数率といった作業条件である。建設工事の工程管理に関する限り，作業条件を表わすこれらの変数の確率分布が，Bayes の定理により機械的に修正されるような性格のものとは考えにくく，むしろ，この修正が現場施工の十分な経験者の判断に依存する度合が高いと推察される。したがって不確定変数に対する情報蓄積を機械的に行うことが現実的には妥当でないと判断され，したがってまた，この情報蓄積様式を数式的に表現することが現時点では困難である。

第3の問題として，上述の2つの問題が何らかの方法により解決されたとしても，電子計算機の能力の限界から，現実的な規模の問題についての最適制御方策を具体的に求めることが困難なことが挙げられる。工程管理最適化問題における状態方程式が線型ではなく，目的関数も2次型式ではなく，さらに上述の多数の制約条件式が存在するために，式（12）～(14）を解析的に解くことは不可能である。式（12）～(14）を数値的に解くことも，現在の電子計算機の能力からみて不可能といえるであろう。したがって，工程管理最適化問題の数値解を得ることが現時点では困難である。

以上に述べたような主な理由により，確率的最適制御問題としての工程管理最適化問題が，現段階では厳密には解きえないことが明らかである。

（3） 近似的適応制御

確率的最適制御問題の厳密解を得ることが多くの場合困難なために，いくつかの近似的解法が検討されている[45)]。しかし，これらの解法は本報で述べた工程管理最適化問題に直接応用することが困難である。一方，適応制御問題において直感的に考えられる制御方式として次のような方式がある。ある実際の制御時点で，その時点までに蓄積された不確定変数に関する情報と，その時点における実際の物理的状態に基づいて，その時点以降の全体的最適化を行ってゆく方法である。時点 m における制御手順は次のようになる。



図—9

① 時点 $(m-1)$ 以前の不確定変数に関する観測および制御経験に基づいて，時点 m 以後の不確定変数（外乱 U^m）の推定値 $e(U^m), \cdots, e(U^N)$ を修正する。

② 時点 $(m-1)$ における実際の物理的状態（状態変数値）を初期条件として，① の結果を用いて，$n=m, \cdots, N$ を多段決定過程とみた工程計画最適化問題を解く（図—9 参照)。

③ ② の結果与えられた操作変数値 $e(\theta^n)$，$(n=m, \cdots, N)$ のうち，$\theta^m=e(\theta^m)$ を時点 m における実際の操作変数値として用いる。

④ $m \to m+1$ として ①～③ を繰り返す。

以上に述べた制御方式は直感的には合理的であり，全く不備な点が存在しないようにみえるが，この制御方式が最適制御方策である保証はない。この制御方式によると，時点 $(m-1)$ における物理的状態と，時点 $(m-1)$ 以前に蓄積された不確定変数に関する情報は正しくフィードバックされている。しかし，適応制御過程においては前述のように，不確定変数に関する情報の蓄積と，対象とするシステムの制御という2つの目的を満たすように最適操作量（操作変数の値）が決められなければならない。ところが，上述の直感的な制御方式によると，不確定変数に関する各時点までの受働的な情報蓄積が行われているにすぎず，適応制御過程における上述の2つの目的のうちの前者が，最適操作量の決定に際して評価されていない。先に示した DP を用いた適応制御過程の定式化によると，式（12）～(14）を解くことにより，各時点における不確定変数に関する情報の蓄積が，すべての時点における最適操作量の決定に際して評価される。しかし，上述の直感的な制御方式によると，式（12）～(14）に相当する操作を各時点ごとに，各時点以前だけの不確定変数に関する情報蓄積に基づいて行っているにすぎない。すなわち，時点 m における最適操作量の決定に際して，時点 m 以後における不確定変数に関する情報の蓄積（予測の修正）が評価されていないという点で，この直感的な制御方式が適応制御過程に対する最適制御を行っていることにはならないのである。ただし，不確定変数の確率分布に関する情報が完全に与えられている場

合（確率的制御過程）には，式（16）に示したように，各時点における最適操作量の決定に際して，各時点における物理的状態のフィードバックだけを得ればよいので，この直感的制御方式が最適制御方策と一致するはずである。

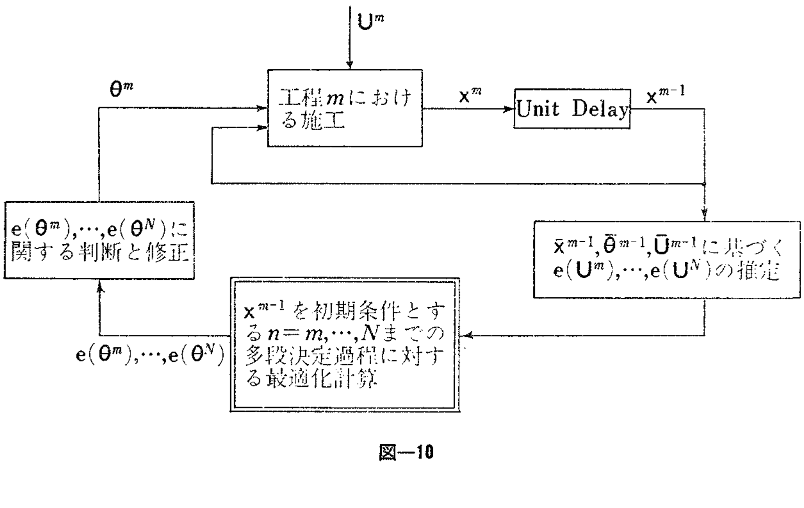
以上に述べた点が，2 元制御理論に基づく前述の DP による最適制御方策と異なる点である。したがって，前述の DP による解を厳密な意味での最適制御方策とすると，上述の直感的制御方式は，厳密な最適制御が行えない場合にわれわれがとりうるであろう最も現実的な制御方式であるにすぎない。ただし，このような制御方式は厳密な最適制御方策を与えないにしても，広義の適応制御には含まれるわけであり，以下では，この直感的制御方式を仮に‘近似的適応制御’と称することにしよう。

以上のことから明らかなように，この近似的適応制御を実行するためには，各時点以後の不確定変数の推定に対する十分な検討が必要である。そして，不確定変数の確率分布などの推定が実際のものに近くなったときはじめて，最適制御に近い制御を行うことができるであろう。

（4） 計算機制御による工程管理システム

一般の装置産業のオン・ライン制御（On Line Control）[11] において，前述の近似的適応制御を行うことは，短時間に多量の計算を必要とするので実質的には困難であろう。一方，建設工事の施工において，本報で述べてきた意味での工程管理を行う期間は，それほど短いものである必要はなく，せいぜい 1 か月間隔程度で十分と判断される。したがって，建設工事の工程管理においては，前述の近似的適応制御方式を採用することが現実的に可能である。また，従来の手作業による工程計画手法やネットワーク系手法と異なり，筆者が提案した工程計画最適化手法を適用するために必要なデータがきわめて基本的な性格のものだけであり，必要な作業量が少ないことも近似的適応制御方式を実行する際に有利な点であると判断される。

前述の近似的適応制御方式に基づく工程管理システムを図示すると 図—10 のようになるであろう。ただし，工程計画最適化問題には前述のように多数の制約条件式が存在するので，外乱などの不確定変数を確率変数として扱うことはできない。そこで，外乱に相当するすべての不確定変数の各時点での推定値を定数として与えることにより，各時点で工程管理最適化問題（確率系）を工程計画最適化問題（確定系）に置き換えなければならない。図—10 に示す工程管理システムにおいては，電子計算機による最適化計算が大きな役割を果しているので，いわゆる計算機制御システムと称することができるであろう[11),12)]。ただし，この工程管理システムにおいて電子計算機が担当する部分は，図—10 に示すように各時点での工程計画最適化計算のみであり，最適化計算に用いるデータの推定や得られた結果に対する総合的判断はすべて，経験ある技術者の能力に頼らなければならない。また逆に，現場施工管理担当者は不確定変数に対する，その現場での観測実績に基づいて，工程上の各時点で不確定変数に対する推定値をできるだけ正確に与えるだけで，その時点以後の施工に関する指針を合理的な根拠に基づいて得ることができる。前述の工程計画最適化問題の定式化に関する要約から明らかなように，上述の工程管理方式による解（操作変数 $\boldsymbol{\theta}^n$）は，工程上における各時点以後の施工機械や作業員などの操作方法（施工段取）により与えられる。どの資源をどれだけ現場に搬入出し，かつどの作業にどれだけ投入するかという施工段取案が，工程上における各時点以後の全工程にわたる費用を最小にするという基準で自動的に与えられる。したがって，この施工段取案に基づいて，工程上における各時点以後の施工を行ってゆけばよいわけである。上述のような工程管理方式は図—4 に関して述べたように，工程上の各時点で工程計画（計画最適工事径路）を修正しながら施工を進めてゆく操作に他ならない。上述の工程管理方式により，工程上の各時点で計画最適工事径路を修正する操作が，各時点以後の全体費用を最小にする施工段取に裏づけられた工程計画案の選定という合理的な根拠に基づいて，かつ組織的な手順にしたがって行われる。そして，



図—10

不確定な作業条件に対する推定が正確になればなるほど，前述のように厳密な意味での最適制御に近い工程管理を行うことができる。

このほか，最適制御に関する重要な問題として，制御システムの安定性の問題がある[30),32),36),46)]。すなわち，制御を行うことにより，かえって状態変数値が振動現象を起こしたりする恐れも存在する。前述の近似的適応制御方式の安定性については，その制御操作が数学的に記述されていないので，最適制御理論における安定論を直接応用することはできない。しかし，近似的適応制御における安定性の問題が，不確定変数に対する推定の問題に帰されるべきことは明らかであるから不確定変数に対する推定を行う際に，制御システムの安定性に関する配慮もまた付け加えられる必要がある。また，一般の適応制御過程においては，不確定変数に関する情報の収集および蓄積に伴う費用の評価が問題となる[25)]。つまり，これらの情報収集に伴う費用と，その結果として得られた情報に基づく制御対象システムにおける効果のバランスの問題がある。さらに，計算機制御による工程管理を行う際には，工程上の各時点で工程計画最適化計算を実行するために，電子計算機の利用に関する種々の費用が生じる。厳密な最適性を論じるならば，制御方策の決定に際して，このような費用などに関する配慮も当然必要であろう。以上のように，計算機制御による工程管理システムを実現するためには，検討が必要な様々の問題が残されている。本報では建設工事工程管理の意義および，その最適化の基本的概念を明確にすることを主な意図としたので，これらの現実的問題については今後の検討に待たなければならない。

5. 結　論

従来，比較的あいまいな意味で用いられてきた建設工事施工における工程管理の概念が，最適制御の考え方に基づいて明確に定義された。工程管理最適化問題の性格を明らかにするために，現代制御理論における最適制御の基本的考え方および確率的最適制御理論の一部が簡単に紹介された。そして，工程管理の最適化問題が，先に筆者が示した工程計画最適化問題と対応的に定式化されうることが明らかにされた。すなわち，工程管理最適化問題が，不確定条件に関する未知の要素を含む，いわゆる適応制御過程における最適制御方策を求める問題として基本的には定式化されることが示された。ただし，現段階では電子計算機の能力の限界などにより，適応制御問題としての工程管理最適化問題について厳密な最適制御方策を求めることが困難である。そこで現実的な１つの方法として，工程上の各時点で，その時点までの不確定条件に対する観測結果と，その時点の物理的状態をフィードバックさせて，その時点以後の工程計画最適化計算を繰り返すという近似的適応制御方式に基づく工程管理方式が提案された。この近似的適応制御方式の理論的妥当性などに関する検討が詳細に行われた結果，この制御方式が不確定条件に関する未知な要素を含まない確率的制御過程においてのみ厳密な最適制御方策と一致することが明らかにされた。したがって適応制御過程においては，この近似的適応制御方式は，厳密な最適制御方策が得られない場合に我々がとり得る最も現実的な方法であるにすぎない。また，この方式を適応制御問題に応用する際には，不確定条件に関する推定が十分正しく行われた場合にはじめて厳密な最適制御に近い制御を行うことができる。したがって，この近似的適応制御方式に基づいて工程管理を行う場合には，不確定条件の推定に関する十分な検討が必要であることが示された。最後に，この近似的適応制御方式に基づく計算機制御システムとしての工程管理システムの構想が示された。そして，先に定式化された工程計画最適化問題におけるデータ作成の簡便さが，このような工程管理システムを十分に実現可能にしていることが指摘された。また，このような工程管理システムを実現するためには，現実的な問題に関する種々の検討が必要であることが付言されるべきであろう。

6. あとがき

工程計画最適化問題の定式化に関する先の報告において，施工計画における費用の評価（見積り）と工程計画が本来不可分のものであることを強調した。そして，これらを有機的に結合させて，費用の評価に裏づけられた工程計画作成（動的見積り）作業を行うことを提案した。その際に，工程計画と工程管理もまた切り離されるべきではないことを指摘し，そのことを強調するために，筆者は常に「工程計画管理」という述語を用いてきた。本報では，この工程計画と工程管理の関係を詳細に検討した。すなわち，工程計画は，ある１つの時点において全工程に対する静的な目標値（計画値）を設定するものとしてとらえられている。工程管理は，工程計画によって与えられた目標値を全工程の各時点で修正してゆく動的な制御作用として把握されている。もし，本報で述べたような適応制御問題としての工程管理最適化問題が厳密に解かれるならば，その結果として得られる最適制御方策（工程管理）だけで実際の工事管理には十分なはずである。したがって将来においては，工程上での最適制御方式の設計すなわち工程管理システムの設計が工程計画であるというように解釈される段階も考えられるであろ

う。

建設工事施工の工程管理という多面的な問題に対して，本報では基本的な概念を明確にすることを主な意図としたので，現実的な種々の問題については，本報で得られた結果に基づく今後の検討が必要である。本報では，工程上の各時点で工程計画最適化問題を解いてゆく方式について述べているが，実際の工事に対する適用を通じて，このような工程管理方式の妥当性や必要性が検討されなければならない。

最後に，この研究の遂行に際して御指導と御助力をいただいた京都大学工学部土木工学教室 畠昭治郎教授，同太田秀樹助教授に感謝の意を表します。さらに，筆者に研究環境を与えて下さり，常に有益な御批判と御助言を与えて下さった鹿島建設（株）電子計算センター 庄子幹雄次長に感謝致します。また，本論文の作成に際して御助力をいただいた鹿島建設技術研究所 有泉昌室長をはじめとする同企画調査室の諸氏に感謝の意を表します。

参考文献

1) 畠・荒井：土工機械の待合せに関する基礎的考察，土木学会論文報告集，No. 194, pp. 127～140 (1971)
2) 庄子・荒井：機械化土工における工程計画管理最適化問題の定式化，土木学会論文報告集，No. 214, pp. 57～70 (1973)
3) 庄子・荒井：こう配法による機械化土工・工程計画管理の最適化，土木学会論文報告集，No. 215, pp. 61～74 (1973)
4) 子・荒井：共役こう配法による機械化土工・工程計画管理ノ最適化，土木学会論文報告集，No. 230, pp. 55～67 (1974)
5) 高橋：自動制 理論，岩波書店 (1954)
6) E. Mishkin & L. Braun ed. (磯部他訳)：適応制御系，コロナ社 (1963)
7) 増淵：最適制御入門，オーム社 (1964)
8) R. Bellman (渡辺訳)：適応制御プロセス，共立出版 (1966)
9) J.T. Tou (中村他訳)：現代制御理論，コロナ社 (1966)
10) 高橋：システムと制御，岩波書店 (1968)
11) E.S. Savas (菊池他訳)：プロセス工業における計算機制御，好学社 (1968)
12) 山下・保志：ディジタルプロセス制御，コロナ社 (1969)
13) 坂口：経済分析と動的計画，東洋経済新報社 (1970)
14) 市川：システム理論と最適制御，朝倉書店 (1970)
15) D.G. Schultz & L.L. Melsa (久村訳)：状態関数と線形制御系，学献社 (1970)
16) 高橋：ダイナミックシステム論，科学技術社 (1970)
17) 志水：システム制御と数理計画法，コロナ社 (1971)
18) 砂原：確率制御過程論，養賢堂 (1971)
19) A.A. Fel'dbaum (篠原他訳)：最適制御理論 (1, 2)，東京図書 (1972)
20) 坂和：最適システム制御論，養賢堂 (1971)
21) 北川編：適応制御過程 I，共立出版 (1972)
22) R. Bellman & R. Kalaba (野村訳)：ダイナミックプログラミングと現代制御理論，東京図書 (1972)
23) 有本：制御原理，共立出版 (1972)
24) H. Chernoff & L.E. Moses (宮澤訳)：決定理論入門，紀井国屋書店 (1960)
25) 宮沢：情報・決定理論序説，岩波書店 (1971)
26) Tou, J.T.: Optimum Design of Digital Control Systems, Academic Press (1963)
27) Murphy, R.E.: Adaptive Processes in Economic Systems, Academic Press (1965)
28) Sworder, D.: Optimal Adaptive Control Systems, Academic Press (1966)
29) Sawaragi, Y., Y. Sunahara & T. Nakamizo: Statistical Decision Theory in Adaptive Control Systems, Academic Press (1967)
30) Kushner, H.J.: Stochastic Stability and Control, Academic Press (1967)
31) Eveleigh, V.W.: Adaptive Control and Optimization Techniques, McGraw-Hill (1967)
32) Aoki, M.: Optimization of Stochastic Systems, Academic Press (1967)
33) Karreman, H.F. ed.: Stochastic Optimization and Control, John Wiley & Sons (1968)
34) Åstrom, K.J.: Introduction to Stochastic Control Theory, Academic Press (1970)
35) Tsypkin, Y.Z. & Z.J. Nikolic: Adaptation and Learning in Automatic Systems, Academic Press (1971)
36) 南雲：非線形制御系の安定論，日本機械学会誌，Vol. 69, pp. 60～66 (1966)
37) 三浦：適応制御系，計測と制御，Vol. 9, No. 5, pp. 43～53 (1970)
38) 宮沢：制御問題における 1 つの一般理論，経済学論集，Vol. 36, No. 1, pp. 2～16 (1970)
39) 吉川：離散時間型確率系の最適制御，システムと制御，Vol. 16, No. 1, pp. 12～24 (1972)
40) 藤井・田口：学習のアルゴリズムと制御系，システムと制御，Vol. 16, No. 1, pp. 25～33 (1972)
41) 中溝：確率的最適制御理論，システムと制御，Vol. 16, No. 7, pp. 527～539 (1972)
42) Box, G.E.P & G.M. Jenkings: Some Statistical Aspects of Adaptive Optimization and Control, J.R. Stat. Soc., B, Vol. 24, pp. 297-343 (1962)
43) Tou, J.T. & P.D. Joseph: Modern Synthesis of Computer Control Systems, IEEE Trans. Appl. Ind., Vol. 82, pp. 61-65 (1963)
44) Mendel, J.M.: A Survey of Learning Control Systems, ISA Trans., Vol. 5, No. 3, pp. 297-303 (1966)
45) Sawaragi, Y. & T. Yoshikawa: Performance Bounds for Discrete-time Stochastic Optimal Control Problems, Int. J. Control, Vol. 10, No. 5, pp. 481-500 (1969)
46) Kozin, F.: A Survey of Stability of Stochastic Systems, Automatica, Vol. 5, pp. 95-112 (1969)

(1975.9.18・受付)