

吊構造の横断面変形を考慮した吊橋の立体解析

THREE DIMENSIONAL ANALYSIS OF SUSPENSION BRIDGES UNDER
THE CONSIDERATION OF CROSS-SECTIONAL DISTORTION
IN SUSPENDED STRUCTURE

小松定夫*・西村宣男**

By Sadao KOMATSU and Nabuo NISHIMURA

1. ま え が き

吊橋が偏心載荷活荷重によって、ねじれを伴う立体的な変形を生じた場合の変形や応力は、従来の吊橋設計では、あまり重要視されなかった。既往の長大吊橋はほとんどが道路橋であり、自動車荷重の偏心載荷による変形や応力が部材の設計において支配的な荷重となることがまれであった。ところで、道路鉄道併用吊橋では列車荷重の偏心載荷によるねじりモーメントが大きく、偏心載荷による応力が、道路用吊橋の断面決定に対して支配的であるような荷重状態での応力を上まわる可能性がある。また列車の走行性および乗心地に関連して橋面の傾斜についても制限が設けられるので、厳密な吊橋の立体解析法の確立が望まれている。

吊橋の立体解析に関する研究には、鉛直たわみ、横たわみおよびねじれの連成を考慮した理論として Moppert¹⁾、島田静雄²⁾ などがある。補剛トラスを有する吊橋のねじり理論として Bleich³⁾ はねじり振動を対象として連続体換算剛性を与えており、また Sih⁴⁾ は2次のせん断変形を考慮したトラスの微分方程式を吊橋に適用している。

補剛トラスを有する吊橋の偏心荷重による変形や応力を算定する方法としては、現在のところ、偏心荷重を鉛直荷重とねじり荷重に分離して独立に解いて重ね合わせる方法（以下では慣用法とよぶ）と、1-0法と称し、補剛トラスのねじり剛性を無視して、両側のハンガー面で単純支持された横繫材によって荷重を両主構面に分配して平面解析を行う方法とが用いられている。慣用法におけるねじれ解析には一般に Bleich の換算剛性が用いられている。Bleich 理論は断面内に一様に分布するせん断流のみを対象とした Wagner 流の曲げねじり理論に

属し、曲げねじり剛性、部材力計算式に厳密性が欠けている。吊橋の低次ねじり振動の解析では大きな誤差を生じないが、静力学解析に応用するには問題があるように思われる。一方、1-0法は主構弦材に関しては確かに安全側の計算値を与えるが、ねじりによる横構斜材応力を無視することになり合理的でない。これらの計算法と筆者らの解法との差異を本文中で数値計算によって示す。

ところで道路鉄道併用吊橋ではダブルデッキを有する吊構造の内部に複線または複々線鉄道が設けられ、厳しい建築限界のために吊構造の断面形状を保持するに十分剛な合理的な対傾構骨組を組むことが困難な場合がある。そのような場合対傾構の剛性をどれぐらいとれば不利な応力や変形を回避できるか、また変形による付加的応力が生ずるとすればどの程度であるかを知ることも重要である。

本研究では、補剛トラス対傾構の弾性変形、すなわち吊構造の断面変形を考慮し、吊構造を等価な各種剛性を有する連続体に置き換えて、偏心荷重に対する吊橋の弾性方程式を誘導する。その際吊構造の鉛直たわみ、ねじれ、断面変形(ずれ)、およびその4自由度を与え、それらの連成関係を考慮する。吊橋の形式としては3径間2ヒンジ補剛トラス吊橋および3径間連続補剛トラス吊橋（以下ではそれぞれ2ヒンジ吊橋、連続吊橋と略称する）を対象とし、それぞれの形式に対して境界条件を満足する級数解を採用して、Galerkin法による解法を示す。さらに数値計算結果を用いて、対傾構剛性が変形および応力に及ぼす影響、偏心荷重に対して設計上配慮すべき事項などについて述べる。

本研究においては基礎方程式の解法に Galerkin 法を適用したが、岡村・片岡は Laplace 変換法を利用し、著者が誘導した基礎方程式、考案した計算手順および対傾構剛性値 r を基準とした構造特性に関する考察の仕方、ずれせん断流を含めた部材力の算定法¹²⁾などを使用

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学教室

** 正会員 大阪大学講師 工学部土木工学教室

して論文報告集 No. 231 に発表している。

2. 基礎方程式の誘導

(1) 仮定

基礎方程式の誘導に際して、吊材がスパン方向に密に配置されており一種の膜と仮定するいわゆる膜理論による一般的な撓度式の誘導に用いられる仮定を採用する。そのほか、

- a. 吊構造は2軸対称断面とする
- b. 曲げに伴う補剛トラスのせん断変形は無視する
- c. 塔の曲げ剛性、ねじり剛性の影響を無視するなどの仮定を設ける。

(2) 変形とハンガー力の関係

鉛直偏心荷重を受ける吊橋では、図-2 に示すように吊構造の鉛直たわみ v 、断面の単位そり w 、ねじれ角 φ およびずれ角 θ を生ずる。そのとき左右のケーブルには相異なる付加張力が生じており、それらの水平成分を H_{p1} 、 H_{p2} と表わす。左右のケーブルの鉛直たわみ v_1 、

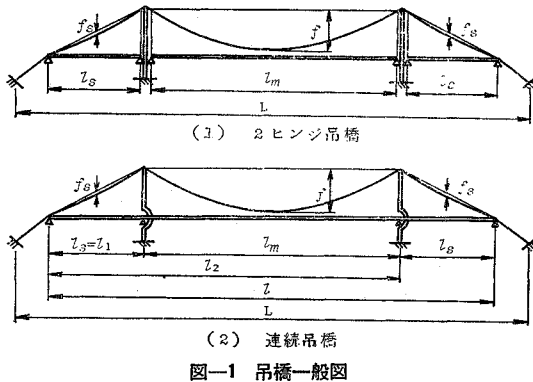


図-1 吊橋一般図

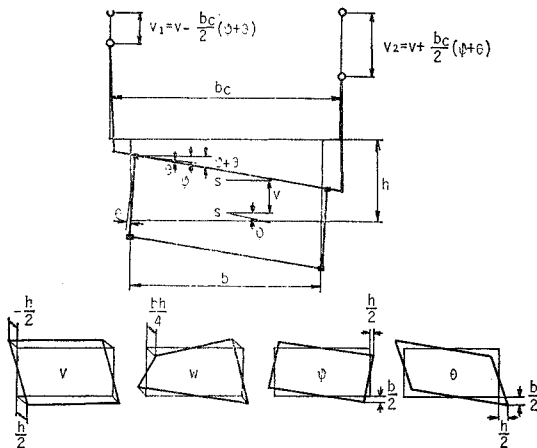


図-2 吊橋断面の骨組寸法と変形

v_2 は

$$v_1 = v - \frac{bc}{2}(\varphi + \theta), \quad v_2 = v + \frac{bc}{2}(\varphi + \theta) \dots\dots\dots(1)$$

と表わされる。そのとき左右のハンガー力 S_1 、 S_2 は

$$\left. \begin{aligned} S_1 &= -(H_d + H_{p1}) \left[v'' - \frac{bc}{2}(\varphi'' + \theta'') \right. \\ &\quad \left. + y'' \right] - m_c \\ S_2 &= -(H_d + H_{p2}) \left[v'' + \frac{bc}{2}(\varphi'' + \theta'') \right. \\ &\quad \left. + y'' \right] - m_c \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ここに m_c はケーブルの自重である。

吊構造に作用するハンガー力の鉛直成分 \bar{p}_v は

$$\begin{aligned} \bar{p}_v &= -(S_1 + S_2) = (2H_d + H_{p1} + H_{p2})v'' \\ &\quad + (H_{p2} - H_{p1})\frac{bc}{2}(\varphi'' + \theta'') \\ &\quad + (H_{p1} + H_{p2})y'' - m_s \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

ここに m_s は吊構造の自重である。

またハンガー力によって吊構造に与えられるねじりモーメント \bar{m}_t は

$$\begin{aligned} \bar{m}_t &= -\frac{bc}{2}(S_2 - S_1) = \left\{ \frac{bc^2}{2}H_d \right. \\ &\quad \left. + \frac{bc^2}{4}(H_{p1} + H_{p2}) \right\}(\varphi'' + \theta'') \\ &\quad + (H_{p2} - H_{p1})\frac{bc}{2}(v'' + y'') \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

ねじりモーメント \bar{m}_t と同じ大きさのずれモーメント \bar{m}_θ が同時に作用する。すなわち

$$\bar{m}_\theta = \bar{m}_t \dots\dots\dots(5)$$

(3) 吊構造の弾性方程式

吊構造の鉛直曲げに関する弾性方程式は

$$EI_x v'''' = p_v + \bar{p}_v + m_s \dots\dots\dots(6)$$

図-5 に示す x 軸まわりの曲げ剛性は $EI_x = EA_c h^2$

また2軸対称箱型断面について Vlasov の一般化座標法に基づいて、著者がすでに誘導した平行弦トラスの基礎方程式をそのままねじれ荷重と同時にずれ荷重を受ける吊構造の変形の弾性方程式に応用できる。すなわち

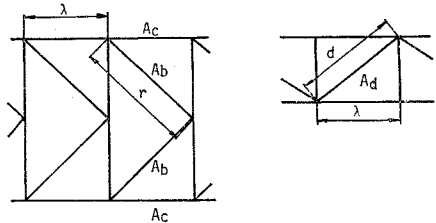


図-3 トラス構面の形式

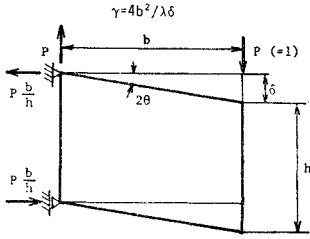


図-4 対傾構の変形

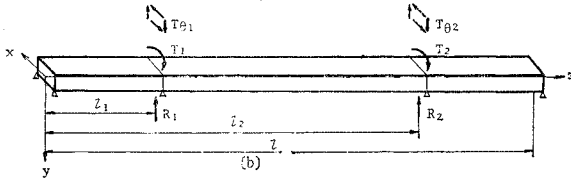
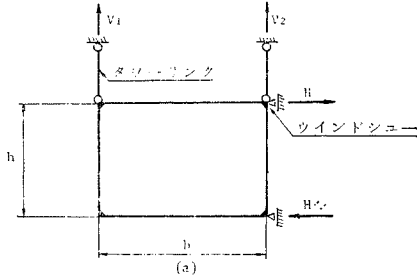


図-5 中間支点における反力の状態

$$aw'' - b_1w - b_2\phi' - b_1\theta' = 0 \dots\dots\dots (7)$$

$$b_1\phi'' + b_2w' + b_2\theta'' + p_v e + \bar{m}_1 = 0 \dots\dots\dots (8)$$

$$b_2\phi'' + b_1w' + b_1\theta'' - r\theta + p_v e + \bar{m}_\theta = 0 \dots\dots\dots (9)$$

ここに $a = EA_c b^2 h^2 / 4$

$$b_1 = G(t_1 b + t_2 h) b h / 2, \quad b_2 = G(t_1 b - t_2 h) b h / 2$$

t_1, t_2 は補剛トラスおよび横構の換算板厚である。また r は格間で平均化した対傾構せん断剛性である。

(4) 吊橋の基礎方程式

偏心荷重を受ける吊橋の変形に関する基礎方程式は式(6)~(9)にハンガー方程式(3)~(4)および(5)を代入して

$$EI_x v^{IV} - (2H_d + H_{p1} + H_{p2})v'' - (H_{p2} - H_{p1})\frac{b_c}{2}\phi'' - (H_{p2} - H_{p1})\frac{b_c}{2}\theta'' = p_v + (H_{p1} + H_{p2})y'' \dots\dots\dots (10)$$

$$aw'' - b_1w - b_2\phi' - b_1\theta' = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$-\left\{b_1 + \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p1} + H_{p2})\right\}\phi''$$

$$-b_2w' - \left\{b_2 + \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p1} + H_{p2})\right\}\theta''$$

$$-(H_{p2} - H_{p1})\frac{b_c}{2}v'' = p_v e + (H_{p2} - H_{p1})\frac{b_c}{2}y'' \dots\dots\dots (12)$$

$$-\left\{b_2 + \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p1} + H_{p2})\right\}\phi'' - b_1w'$$

$$-\left\{b_1 + \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p1} + H_{p2})\right\}\theta'' + r\theta$$

$$-(H_{p2} - H_{p1})\frac{b_c}{2}v'' = p_v e + (H_{p2} - H_{p1})\frac{b_c}{2}y'' \dots\dots\dots (13)$$

さらにケーブル付加水平張力に関して次の適合条件式が与えられる。

$$H_{p1} = -\frac{E_c F}{L_c} y'' \int_L \left\{v - \frac{b_c}{2}(\phi + \theta)\right\} dz,$$

$$H_{p2} = -\frac{E_c F}{L_c} y'' \int_L \left\{v + \frac{b_c}{2}(\phi + \theta)\right\} dz \dots\dots\dots (14.1, 2)$$

ここに $L_c = \int_L \sec^3 \psi dz$

3. 基礎方程式の解法

(1) Galerkin法の適用

基礎方程式(10),(11),(12)および(13)に対して各吊橋形式についてそれぞれ境界条件を満足するように v, w, ϕ および θ に関する後述するような級数解を近似解として選んだ。そしてそれに Galerkin 法を適用する。すなわち $\bar{v}_m, \bar{w}_m, \bar{\phi}_m$ および $\bar{\theta}_m$ をその際の座標関数とすれば次式が与えられる。

$$\int_l EI_x v^{IV} \bar{v}_m dz - (2H_d + H_{p1} + H_{p2}) \int_l v'' \bar{v}_m dz - (H_{p2} - H_{p1}) \frac{b_c}{2} \int_l \phi'' \bar{v}_m dz - (H_{p2} - H_{p1}) \frac{b_c}{2} \int_l \theta'' \bar{v}_m dz = \int_l p_v \bar{v}_m dz + (H_{p1} + H_{p2}) y'' \int_l \bar{v}_m dz \dots\dots\dots (15)$$

$$\int_l a w'' \bar{w}_m dz - \int_l b_1 w \bar{w}_m dz - \int_l b_2 \phi' \bar{w}_m dz - \int_l b_1 \theta' \bar{w}_m dz = 0 \dots\dots\dots (16)$$

$$-\int_l \left\{b_1 + \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p1} + H_{p2})\right\} \phi'' \bar{\phi}_m dz - \int_l b_2 w' \bar{\phi}_m dz - (H_{p2} - H_{p1}) \frac{b_c}{2} \int_l v'' \bar{\phi}_m dz - \int_l \left\{b_2 + \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p1} + H_{p2})\right\} \theta'' \bar{\phi}_m dz = \int_l p_v e \bar{\phi}_m dz + (H_{p2} - H_{p1}) \frac{b_c}{2} y'' \int_l \bar{\phi}_m dz \dots\dots\dots (17)$$

$$-\int_l \left\{b_2 + \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p1} + H_{p2})\right\} \phi'' \bar{\theta}_m dz - \int_l b_1 w' \bar{\theta}_m dz - (H_{p2} - H_{p1}) \frac{b_c}{2} \int_l v'' \bar{\theta}_m dz$$

$$-\int_l \left\{ b_1 + \frac{b_c^2}{2} H_d + \frac{b_c^2}{4} (H_{p_1} + H_{p_2}) \right\} \theta'' \bar{\theta}_m dz + r \int_l \theta \bar{\theta}_m dz = \int_l p_v e \bar{\theta}_m dz + (H_{p_2} - H_{p_1}) \frac{b_c}{2} y'' \int_l \bar{\theta}_m dz$$

(m=1, 2, \dots, N) \dots\dots\dots(18)

(2) 2 ヒンジ吊橋の解

各径間ごとに各種剛性が一定な 図-1 (1) に示すような 2 ヒンジ吊橋では、次のような境界条件を満足しなければならない。

中央径間： $v(0) = v''(0) = 0, v(l_m) = v''(l_m) = 0, w'(0) = 0, w'(l_m) = 0, \varphi(0) = 0, \varphi(l_m) = 0, \theta(0) = 0, \theta(l_m) = 0$

側径間： $v(0) = v''(0) = 0, v(l_s) = v''(l_s) = 0, w'(0) = 0, w'(l_s) = 0, \varphi(0) = 0, \varphi(l_s) = 0, \theta(0) = 0, \theta(l_s) = 0$

これらの境界条件を満足する級数解として次式を選んだ。

<p>主径間</p> $v = \sum_{n=1}^N d_n \sin \frac{n\pi z}{l_m}$ $w = \sum_{n=1}^N e_n \cos \frac{n\pi z}{l_m}$ $\varphi = \sum_{n=1}^N f_n \sin \frac{n\pi z}{l_m}$ $\theta = \sum_{n=1}^N g_n \sin \frac{n\pi z}{l_m}$	<p>側径間</p> $v = \sum_{n=1}^N \bar{d}_n \sin \frac{n\pi z}{l_s}$ $w = \sum_{n=1}^N \bar{e}_n \cos \frac{n\pi z}{l_s}$ $\varphi = \sum_{n=1}^N \bar{f}_n \sin \frac{n\pi z}{l_s}$ $\theta = \sum_{n=1}^N \bar{g}_n \sin \frac{n\pi z}{l_s}$
---	---

\dots\dots\dots(19)

座標関数としては

<p>主径間</p> $\bar{v}_m = \sin \frac{m\pi z}{l_m}$ $\bar{w}_m = \cos \frac{m\pi z}{l_m}$ $\bar{\varphi}_m = \sin \frac{m\pi z}{l_m}$ $\bar{\theta}_m = \sin \frac{m\pi z}{l_m}$	<p>側径間</p> $\bar{v}_m = \sin \frac{m\pi z}{l_s}$ $\bar{w}_m = \cos \frac{m\pi z}{l_s}$ $\bar{\varphi}_m = \sin \frac{m\pi z}{l_s}$ $\bar{\theta}_m = \sin \frac{m\pi z}{l_s}$
---	---

\dots\dots\dots(20)

以上の級数と座標関数を Galerkin 公式 (15), (16), (17) および (18) に代入すると未定係数 C_n に関する次の行列方程式をうる。

$$A_n C_n = P_n \dots\dots\dots(21)$$

ここに

$$A_n = \begin{pmatrix} a_{11} & 0 & (H_{p_2} - H_{p_1}) b_c \alpha_n^2 / 2 & (H_{p_2} - H_{p_1}) b_c \alpha_n^2 / 2 \\ 0 & a \alpha_n^2 + b_1 & b_2 \alpha_n & b_1 \alpha_n \\ (H_{p_2} - H_{p_1}) b_c \alpha_n^2 / 2 & b_2 \alpha_n & a_{33} & a_{34} \\ (H_{p_2} - H_{p_1}) b_c \alpha_n^2 / 2 & b_1 \alpha_n & a_{34} & a_{33} + r \end{pmatrix} \dots\dots\dots(22)$$

$$P_n = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{2}{l_0} \int_0^{l_0} p_v \sin \alpha_n z dz + \frac{2}{l_0} (H_{p_1} + H_{p_2}) y'' \int_0^{l_0} \sin \alpha_n z dz \\ 0 \\ \frac{2}{l_0} \int_0^{l_0} p_v e \sin \alpha_n z dz + \frac{2}{l_0} (H_{p_2} - H_{p_1}) \frac{b_c}{2} y'' \int_0^{l_0} \sin \alpha_n z dz \\ \frac{2}{l_0} \int_0^{l_0} p_v e \sin \alpha_n z dz + \frac{2}{l_0} (H_{p_2} - H_{p_1}) \frac{b_c}{2} y'' \int_0^{l_0} \sin \alpha_n z dz \end{pmatrix} \dots\dots\dots(23)$$

$\alpha_n = n\pi/l_0$
 $l_0 = l_m$ のとき $C_n = \{d_n; e_n; f_n; g_n\}$
 $l_0 = l_s$ のとき $C_n = \{\bar{d}_n; \bar{e}_n; \bar{f}_n; \bar{g}_n\}$

(3) 連続吊橋の解

連続吊橋では 図-5 (b) に示すように z 軸原点を左端支点にとる。境界条件および連続条件は次に示すとおりで

ある。

$$\begin{aligned}
 & \text{支点A: } v(0)=0, \quad v''(0)=0, \quad w'(0)=0, \quad \varphi(0)=0, \quad \theta(0)=0 \\
 & \text{支点B: } \underline{v(l_1)=0, \quad \varphi(l_1)=0, \quad \theta(l_1)=0} \\
 & \quad \quad v'(l_1-0)=v'(l_1+0), \quad v''(l_1-0)=v''(l_1+0) \\
 & \quad \quad w(l_1-0)=w(l_1+0), \quad w'(l_1-0)=w'(l_1+0) \\
 & \text{支点C: } \underline{v(l_2)=0, \quad \varphi(l_2)=0, \quad \theta(l_2)=0} \\
 & \quad \quad v'(l_2-0)=v'(l_2+0), \quad v''(l_2-0)=v''(l_2+0) \\
 & \quad \quad w(l_2-0)=w(l_2+0), \quad w'(l_2-0)=w'(l_2+0) \\
 & \text{支点D: } v(l)=0, \quad v''(l)=0, \quad w'(l)=0, \quad \varphi(l)=0, \quad \theta(l)=0
 \end{aligned}
 \tag{24}$$

以上の境界条件に対して次の級数解を用いると下線を施したものを以外は満足される。

$$\begin{aligned}
 v &= \sum_{n=1}^N d_n \sin \frac{n\pi z}{l}, & w &= \sum_{n=1}^N e_n \cos \frac{n\pi z}{l} \\
 \varphi &= \sum_{n=1}^N f_n \sin \frac{n\pi z}{l}, & \theta &= \sum_{n=1}^N g_n \sin \frac{n\pi z}{l}
 \end{aligned}
 \tag{25}$$

中間支点におけるタワーリンクおよびウインドシュー反力の作用状態は 図-5 (a) のとおりで、これらの反力によって吊構造に作用する鉛直反力 R_1, R_2 , ねじりモーメント反力 T_1, T_2 およびずれモーメント $T_{\theta 1}, T_{\theta 2}$ は

$$R_i = V_{1i} + V_{2i}, \quad T_i = (V_{1i} - V_{2i}) \frac{b}{2} + H_i h, \quad T_{\theta i} = (V_{1i} - V_{2i}) \frac{b}{2} - H_i h \quad (i=1, 2)$$

これらの未知反力が中間支点BおよびCで外力として吊構造に作用するものと考えられる。6個の未知反力に対応して境界条件式 (24) において残されていた中間支点変位に関する適合条件式を導入する。

$$\begin{aligned}
 \sum_{n=1}^N d_n \sin \frac{n\pi l_1}{l} = 0; \quad \sum_{n=1}^N f_n \sin \frac{n\pi l_1}{l} = 0; \quad \sum_{n=1}^N g_n \sin \frac{n\pi l_1}{l} = 0 \\
 \sum_{n=1}^N d_n \sin \frac{n\pi l_2}{l} = 0; \quad \sum_{n=1}^N f_n \sin \frac{n\pi l_2}{l} = 0; \quad \sum_{n=1}^N g_n \sin \frac{n\pi l_2}{l} = 0
 \end{aligned}
 \tag{26}$$

いま級数の項数を N とすると未定係数 d_n, e_n, f_n, g_n の総数は $4N$, また未知の中間支点反力 6, 未知ケーブル付加張力 2 と併せて総計 $4N+8$ の未知量が存在する。これに対してケーブルの付加張力に関する適合条件式 (14.1), (14.2), 未定係数に関する Galerkin 公式 (15)~(18) が $4N$, および中間支点適合条件式 (26) が 6個与えられており条件式の総数もまた $4N+8$ である。そこで中間支点反力も外力とみなして Galerkin 公式の荷重項に代入すると係数ベクトル C_n は

$$C_n = A_n^{-1} B_n \bar{R} = K_n \bar{R} \quad (n=1, 2, \dots, N) \tag{27}$$

により係数 $K_n = [k_{nij}]$ と $R = \{R_1; R_2; T_1; T_2; T_{\theta 1}; T_{\theta 2}; 1\}$ の積として与えられる。ここに行列 A_n は式 (22) において $\alpha_n = n\pi/l$ と置いたものである。

$$B_n = \begin{pmatrix}
 -\frac{2}{l} \sin \alpha_n l_1 & -\frac{2}{l} \sin \alpha_n l_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -\frac{2}{l} \sin \alpha_n l_1 & -\frac{2}{l} \sin \alpha_n l_2 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{2}{l} \sin \alpha_n l_1 & -\frac{2}{l} \sin \alpha_n l_2 \\
 \frac{2}{l} \int_0^l p_v \sin \alpha_n z \, dz + \frac{2}{l} (H_{p1} + H_{p2}) y'' \int_0^l \sin \alpha_n z \, dz & & & & & \\
 0 & & & & & \\
 \frac{2}{l} \int_0^l p_v e \sin \alpha_n z \, dz + \frac{2}{l} (H_{p2} - H_{p1}) \frac{b_c}{2} y'' \int_0^l \sin \alpha_n z \, dz & & & & & \\
 \frac{2}{l} \int_0^l p_v e \sin \alpha_n z \, dz + \frac{2}{l} (H_{p2} - H_{p1}) \frac{b_c}{2} y'' \int_0^l \sin \alpha_n z \, dz & & & & &
 \end{pmatrix}
 \tag{28}$$

また式 (26) より中間支点反力ベクトル $R = \{R_1; R_2; T_1; T_2; T_{\theta 1}; T_{\theta 2}\}$ は

$$R = -D^{-1} F \tag{29}$$

$$D = \begin{pmatrix} \sum_{n=1}^N k_{n,11} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,12} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,13} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,14} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,15} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,16} S_{n1} \\ \sum_{n=1}^N k_{n,11} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,12} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,13} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,14} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,15} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,16} S_{n2} \\ \sum_{n=1}^N k_{n,31} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,32} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,33} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,34} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,35} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,36} S_{n1} \\ \sum_{n=1}^N k_{n,31} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,32} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,33} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,34} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,35} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,36} S_{n2} \\ \sum_{n=1}^N k_{n,41} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,42} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,43} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,44} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,45} S_{n1} & \sum_{n=1}^N k_{n,46} S_{n1} \\ \sum_{n=1}^N k_{n,41} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,42} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,43} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,44} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,45} S_{n2} & \sum_{n=1}^N k_{n,46} S_{n2} \end{pmatrix} \dots (30)$$

ここに $S_{n1} = \sin \frac{n\pi l_1}{l}$, $S_{n2} = \sin \frac{n\pi l_2}{l}$

$$F = \left\{ \sum_{n=1}^N k_{n17} S_{n1}; \sum_{n=1}^N k_{n17} S_{n2}; \sum_{n=1}^N k_{n37} S_{n1}; \sum_{n=1}^N k_{n37} S_{n2}; \sum_{n=1}^N k_{n47} S_{n1}; \sum_{n=1}^N k_{n47} S_{n2} \right\} \dots (31)$$

式 (29) より中間支点反力が求まると、再度式 (27) に代入して係数ベクトルを決定できる。

(4) 断面力および部材力

吊構造の断面力は級数解として次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{曲げモーメント} &: M_x = -EI_x v'' = EI_x \left(\frac{\pi}{l_0}\right)^2 \sum_{n=1}^N n^2 d_n \sin \frac{n\pi z}{l_0} \\ \text{せん断力} &: Q_y = -EI_x v''' = EI_x \left(\frac{\pi}{l_0}\right)^3 \sum_{n=1}^N n^3 d_n \cos \frac{n\pi z}{l_0} \\ \text{バイモーメント} &: M_w = \alpha w' = -\alpha \left(\frac{\pi}{l_0}\right) \sum_{n=1}^N n e_n \sin \frac{n\pi z}{l_0} \\ \text{ねじりモーメント} &: T = b_2 w + b_1 \varphi' + b_2 \theta' \\ &= \sum_{n=1}^N \left[b_2 e_n + \frac{n\pi}{l_0} (b_1 f_n + b_2 g_n) \right] \cos \frac{n\pi z}{l_0} \\ \text{ずれモーメント} &: T_\theta = b_1 w + b_2 \varphi' + b_1 \theta' \\ &= \sum_{n=1}^N \left[b_1 e_n + \frac{n\pi}{l_0} (b_2 f_n + b_1 g_n) \right] \cos \frac{n\pi z}{l_0} \end{aligned} \dots (32)$$

ところで連続吊橋中間支点付近の断面力を式 (32) の級数解を用いて求めると次のような不都合を生ずる。中間支点上ではせん断力、ねじりモーメントおよびずれモーメントは支点反力の大きさだけ不連続を生ずるが級数解を用いて有限項数のみをとると連続してしまう。また中間支点上で鋭角的にとがる曲げモーメント、バイモーメント分布を精度良く近似するには級数の項数をきわめて多くとらねばならない。そこで外力、ハンガー力および支点反力のつり合いより断面力を求める方法を採用する。本法の計算過程で求まる中間支点反力はきわめて精度が良いのでつり合いより求めた断面力は実用上十分な精度を有し、かつ級数の項数の削減、ひいては計算時間の短縮が可能となる。連続ばりの曲げ問題にこの方法を適用した場合に、中間支点上の曲げモーメントの誤差は $N=50$ に対して 0.001% 以下である。これに対して式 (32) によると 4% 程度の誤差が残っている。

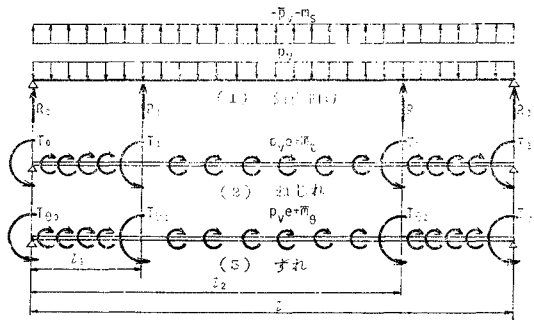


図-6 吊構造に作用する外力、ハンガー力および反力

つり合いによる断面力は 図-6 のように両端支点で単純支持されたはりに外力、ハンガー力および中間支点反力が作用した状態について初等はり理論を用いて計算すればよい。活荷重によるハンガー力は式 (3), (4) から初期ハンガー力を差し引いた値となり次式で表わされる。すなわち

$$\begin{aligned} \bar{p}_v^* &= (2H_d + H_{p_1} + H_{p_2})v'' + (H_{p_2} - H_{p_1})\frac{b_c}{2}(\varphi'' + \theta'') + (H_{p_1} + H_{p_2})y'' \\ &= -(2H_d + H_{p_1} + H_{p_2})\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sum_{n=1}^N n^2 d_n \sin \frac{n\pi z}{l} - (H_{p_2} - H_{p_1})\frac{b_c}{2}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sum_{n=1}^N n^2 (f_n + g_n) \sin \frac{n\pi z}{l} \\ &\quad + (H_{p_1} + H_{p_2})y'' \dots\dots\dots (33.1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{m}_t^* = \bar{m}_\theta^* &= \left\{ \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p_1} + H_{p_2}) \right\} (\varphi'' - \theta'') + (H_{p_2} - H_{p_1})\frac{b_c}{2}(v'' + y'') \\ &= -\left\{ \frac{b_c^2}{2}H_d + \frac{b_c^2}{4}(H_{p_1} + H_{p_2}) \right\} \left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sum_{n=1}^N n^2 (f_n + g_n) \sin \frac{n\pi z}{l} \\ &\quad - (H_{p_2} - H_{p_1})\frac{b_c}{2}\left(\frac{\pi}{l}\right)^2 \sum_{n=1}^N n^2 d_n \sin \frac{n\pi z}{l} + (H_{p_2} - H_{p_1})\frac{b_c}{2}y'' \dots\dots\dots (33.2) \end{aligned}$$

左支点反力は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= -R_1 \frac{l-l_1}{l} - R_2 \frac{l-l_2}{l} + \int_0^l (p_v + \bar{p}_v^*) \frac{l-z}{l} dz \\ T_0 &= -T_1 \frac{l-l_1}{l} - T_2 \frac{l-l_2}{l} + \int_0^l (m_t + \bar{m}_t^*) \frac{l-z}{l} dz \\ T_{\theta 0} &= -T_{\theta 1} \frac{l-l_1}{l} - T_{\theta 2} \frac{l-l_2}{l} + \int_0^l (m_\theta + \bar{m}_\theta^*) \frac{l-z}{l} dz - \int_0^l r\theta \frac{l-z}{l} dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

任意点の断面力は

$$\left. \begin{aligned} \text{曲げモーメント} \quad M_x &= R_0 z + R_1(z-l_1)U(z-l_1) + R_2(z-l_2)U(z-l_2) \\ &\quad - \int_0^z (p_v + \bar{p}_v^*)(z-\xi)d\xi \\ \text{せん断力} \quad Q_y &= R_0 + R_1 U(z-l_1) + R_2 U(z-l_2) - \int_0^z (p_v + \bar{p}_v^*)d\xi \\ \text{バイモーメント} \quad M_w &= T_{\theta 0} z + T_{\theta 1}(z-l_1)U(z-l_1) + T_{\theta 2}(z-l_2)U(z-l_2) \\ &\quad - \int_0^z (m_\theta + \bar{m}_\theta^*)(z-\xi)d\xi + \int_0^z r\theta(z-\xi)d\xi \\ \text{ねじれモーメント} \quad T &= T_0 + T_1 U(z-l_1) + T_2 U(z-l_2) - \int_0^z (m_t + \bar{m}_t^*)d\xi \\ \text{ずれモーメント} \quad T_\theta &= T_{\theta 0} + T_{\theta 1} U(z-l_1) + T_{\theta 2} U(z-l_2) - \int_0^z (m_\theta + \bar{m}_\theta^*)d\xi + \int_0^z r\theta d\xi \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (35)$$

ここに $U(z-l_1)$, $U(z-l_2)$ は unit step function である。

部材力は断面力から次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \text{弦材力} \quad : \quad N_c &= \pm \frac{M_x}{2h} \pm \frac{M_w}{bh} \left(\pm \frac{T - T_\theta}{2bh} \lambda \right) \\ \text{主構斜材力} \quad : \quad N_d &= \pm \left(Q_y \pm \frac{T + T_\theta}{b} \right) \frac{d}{2h} \\ \text{横構斜材力} \quad : \quad N_b &= \pm \frac{T - T_\theta}{h} \frac{r}{2b} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

ここに d , r はそれぞれ主構斜材長および横構斜材長を表す。弦材力の第3項は吊橋の立体骨組の組み方によって現われる場合もあり現われない場合もある。くわしくは文献 9) を参照されたい。

(5) 計算過程

図-7 に3径間2ヒンジ吊橋および連続吊橋の数値計算過程を示す。活荷重によるケーブル付加水平張力 H_{p_1} , H_{p_2} の初期値としては、等分布荷重 $p_v(i)$ の載

荷長を $s(i)$, 偏心量を $e(i)$ とすると

$$\left. \begin{aligned} H_{p_1} &= \frac{1}{2} \sum_i \frac{p_v(i)l_m^2}{8f} \frac{s(i)}{l} \left\{ 1 - \frac{e(i)}{b_c} \right\} \\ H_{p_2} &= \frac{1}{2} \sum_i \frac{p_v(i)l_m^2}{8f} \frac{s(i)}{l} \left\{ 1 + \frac{e(i)}{b_c} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (37)$$

ここに \sum_i は各荷重種類について積算することを意味している。また繰返し計算途中における付加張力 H_{p_1} , H_{p_2} の3つずつの近似値 (X_1, X_2, X_3) および ($Y_1,$

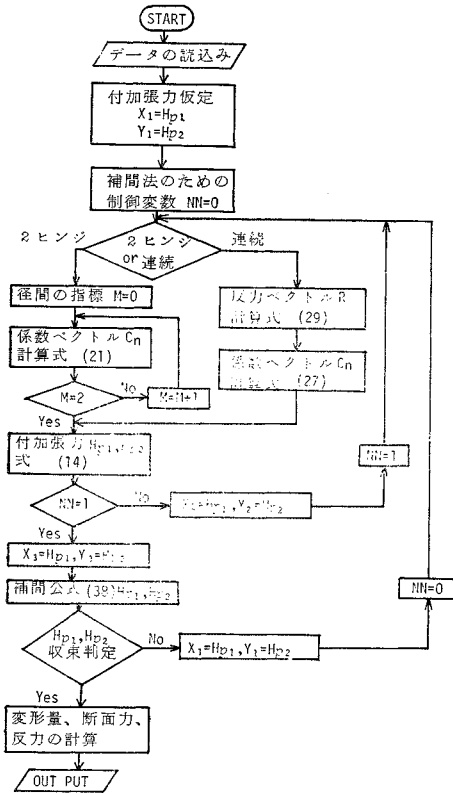


図-7 計算過程

Y_2, Y_3) より、精度の向上と反復回数低減のため Lagrange の補間公式を用いる。

$$H_{p1} = \frac{X_2^2 - X_1 \cdot X_3}{2X_2 - X_1 - X_3}, \quad H_{p2} = \frac{Y_2^2 - Y_1 \cdot Y_3}{2Y_2 - Y_1 - Y_3} \quad \dots \dots \dots (38)$$

収束判定条件は

$$\frac{H_{p1} - X_1}{H_{p1}} \leq \epsilon_1 = 0.001, \quad \frac{H_{p2} - Y_1}{H_{p2}} \leq \epsilon_2 = 0.001 \quad \dots \dots \dots (39)$$

とした。つり合いによる断面力式を用いた場合、変形および断面力の精度は級数の項数を 40 項とれば十分である。1 荷重ケースの計算所要時間は $N=40$ として、2 ヒンジ吊橋、連続吊橋とも約 9 秒程度である。(使用計算機、大阪大学大型計算機センター NEAC 2200-700)

4. 数値計算による考察

(1) 諸元

図-8 に示す吊橋(複々線鉄道と 6 車線道路の併用橋)を対象として各種の計算を行った。図中に記入した以外の主要諸元は次のとおりである。

トラス格間長 $\lambda=13$ m, ケーブル剛性 $E_c F=1.541 \times$

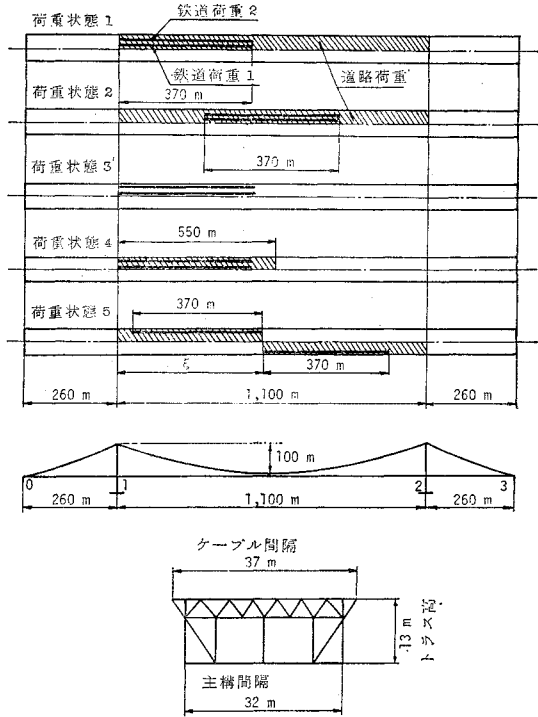


図-8 荷重状態平面図および吊橋諸元

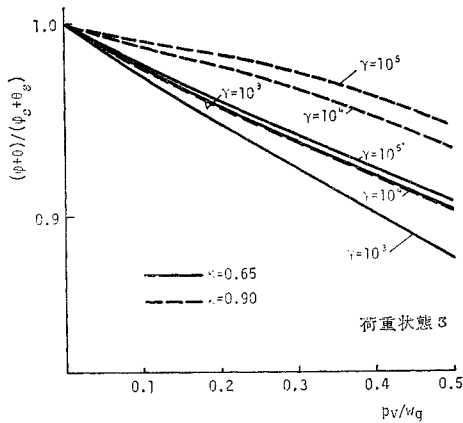
10⁷ ton/cable

- 吊構造死荷重 $m_s=14.35$ ton/m (片側ケーブル当り)
- ケーブル死荷重 $m_c=6.62$ ton/m (片側ケーブル当り)
- 弦材断面積 $A_c=0.122$ m²
- 補剛トラス斜材断面積 $A_d=0.0668$ m²
- 横構斜材断面積 $A_b=0.0373$ m²
- 荷重偏心距離 自動車荷重 $e_1=7$ m
- 鉄道荷重 1 $e_2=3.2$ m
- 鉄道荷重 2 $e_3=7.5$ m

代表的な荷重状態を 図-8 に示す。

(2) 鉛直たわみとねじれの連成について

本解法の特長の 1 つは偏心荷重によって生ずる吊橋の鉛直たわみ w とねじれ角 φ およびずれ角 θ の連成関係を考慮している点にある。これらの変形の連成は荷重とケーブルの鉛直たわみの間の非線形性に起因するものである。ここでは 図-8 の荷重状態 3 について、本解法による連成解と、鉛直荷重成分とねじり荷重成分を別個に与えた非連成解との比較を行った。吊橋の主要諸元は上記のとおりであるが、連成度を調べるパラメーターとして活荷重と死荷重の比 p_0/w_0 , および吊構造のねじり剛性と吊橋系としてのねじり剛性の比 $K=GJ/(GJ+\frac{b_c^2}{2}H_0)$ を変化させるために、活荷重 p_0 と補剛トラス間隔 b を Variable とした。各種力学量の中より橋面傾斜角の連成解 $\varphi+\theta$ と非連成解 $\varphi_s+\theta_s$ の最大値の比を 図-9 に



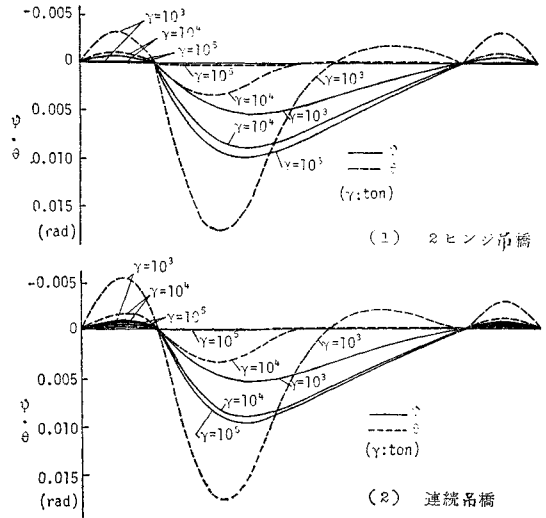
図—9 連成解と非連成解の比較
(2ヒンジ吊橋の橋面傾斜角, 荷重状態3)

示す。連成解は非連成解より小さくなるがその程度は p_v/w_g が大きいほど K 値が小さいほど、また対傾構剛性が小さいほど顕著になる。前記の基本諸元では $K=0.9$, $r=1.5 \times 10^5$ ton, $p_v/w_g=2$ であるから、連成解は非連成解より 2% 程度小さくなるにすぎない。実橋の K 値は 0.6~0.95 に分布しており、かつ p_v/w_g も 0.5 程度の場合も存在するから、最大 10% 程度連成解が小さくなる場合も考えられる。ねじれに関連した部材力についても同様の傾向がみられる。鉛直たわみ、曲げモーメントおよびせん断力については連成効果はねじれに関する諸量ほどは強く現われない。最大で 1% 非連成解を下まわることはない。もちろん p_v/w_g の増加に伴い無次元量 $v_{max}EI_x/p_v l^4$ は減少している。

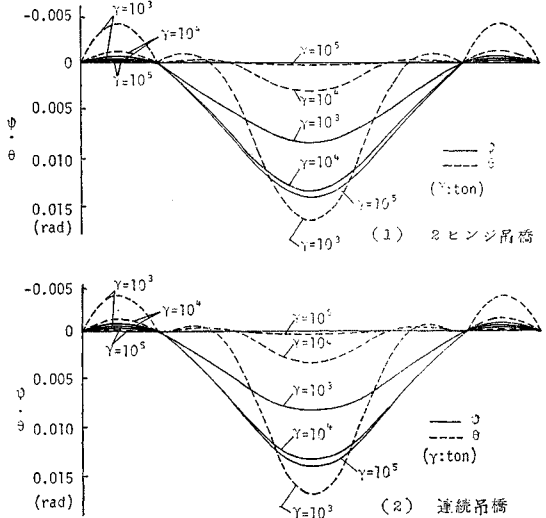
(3) 変形量および断面力と対傾構剛性の関係

鉛直たわみ w や曲げモーメント M_x などはほとんど対傾構剛性の影響を受けないから、ここではねじれとずれに関係する事項について考察する。

図—8 の荷重状態 1 および荷重状態 2 における吊構造のねじれ角およびずれ角のスパン方向分布を対傾構剛性 r が 10^3 , 10^4 および 10^5 ton について 図—10, 11 に示す。対傾構剛性を $r \geq 10^5$ ton となるように留意して設計すれば、偏心荷重を載荷している部分においてねじれ角に比して数パーセントのずれ角が生ずるのみで全体としてずれ角は小さい。 r 値が 10^5 ton より減少するにつれずれ角は急増し、逆にねじれ角は減少する。特にずれ角が大きくなる部分は大きな偏心荷重載荷部およびスパンの短い側径間である。文献 9) ですでに述べたようにずれ角の増大を測る尺度としてのパラメーター $rl = \sqrt{r/2GJ}l$ を計算すると上記の各 r 値に対応して中央径間および側径間においてそれぞれ次のような値になっている。



図—10 ねじれ角およびずれ角の分布 (荷重状態 1)



図—11 ねじれ角およびずれ角の分布 (荷重状態 2)

r	中央径間 rl_m	側径間 rl_s
10^3 ton	1.90	0.45
10^4 ton	6.01	1.42
10^5 ton	19.00	4.49

橋面傾斜角に含まれるずれ角の割合は $rl=10$ に対して 5%, $rl=5$ に対して 20% 以上になる。ねじれ角 ϕ , ずれ角 θ および橋面傾斜角 $\phi+\theta$ の最大値と r 値の関係を 図—12 に示す。

偏心荷重によって生ずる変形について問題となるのは橋面の傾斜とこれに伴う軌道の鉛直たわみ増加、たわみ角増加である。荷重状態 1 および荷重状態 2 について r 値に対するこれらの変形量最大値を表—1 に示す。カント量は新幹線ゲージを使用した場合である。列車が高速直線走行する場合に軌道の傾斜やカント変化が走行安定

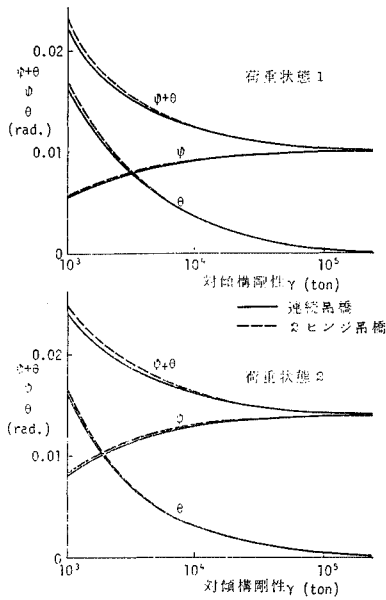


図-12 変形量最大値と対傾構剛性の関係
表-1 変形量最大値と対傾構剛性 r の関係

		r (ton)	φ_{max} (rad.)	θ_{max} (rad.)	カント (mm)	v_{max} (m)	$v+e$ ($\varphi+\theta$) (m)
2 ヒンジ 吊橋	荷重状態 1	10^3	0.00537	0.01703	32.1	2.207	2.448
		10^4	0.00917	0.00317	17.7	2.212	2.345
		1.5×10^5	0.00992	0.00024	14.6	2.212	2.322
連統 吊橋	荷重状態 2	10^3	0.00834	0.01645	35.6	2.074	2.341
		10^4	0.01325	0.00303	23.4	2.074	2.250
		1.5×10^5	0.01392	0.00021	20.3	2.074	2.226
連統 吊橋	荷重状態 1	10^3	0.00533	0.01642	31.2	1.978	2.212
		10^4	0.00911	0.00320	17.7	1.981	2.114
		1.5×10^5	0.00987	0.00024	14.5	1.981	2.090
連統 吊橋	荷重状態 2	10^3	0.00809	0.01606	34.7	1.956	2.216
		10^4	0.01328	0.00303	23.4	1.954	2.130
		1.5×10^5	0.01403	0.00021	20.4	1.953	2.106

カント量は新幹線ゲージ 1, 435 に対するもの

性や乗心地に及ぼす影響についてはほとんど資料がないが表-1 程度のカント量では列車走行には支障がないものと思われる。曲線区間のカント不足量について乗心地の面で 30 mm がひとつの基準となるとの報告 10) があり、これに準ずれば r 値が 10^3 ton では制限を越えることになる。また軌道中心線の鉛直たわみもねじれ変形、ずれ変形によって増加する。いずれにせよ橋面傾斜などは小さい方が望ましいから対傾構剛性を極端に小さくすることは避けねばならない。

吊構造のねじれモーメントおよびずれモーメントの最大値と r 値の関係を 図-13 に示す。 r 値の減少は吊構造のねじれ抵抗の低下を引き起こすので、ねじり荷重のケーブル分担率が増す。したがって吊構造のねじりモーメントが減少する。いっぽうずれモーメントは r 値の減少につれて増加するから、補剛トラス斜材力には r 値の

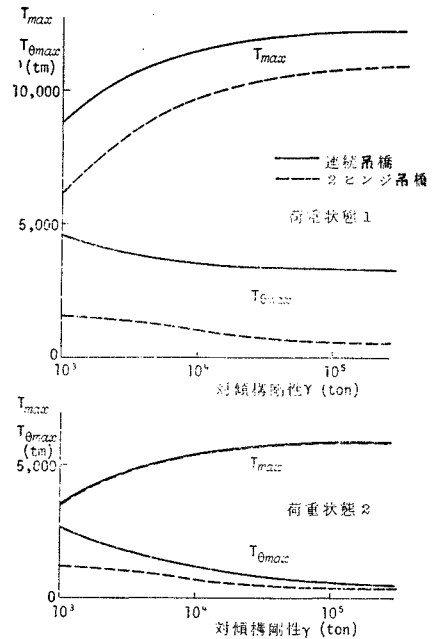


図-13 断面力最大値と対傾構剛性の関係

変化は強くは影響しないけれども、横構斜材力は r 値の減少とともに減少する。

$r \geq 10^5$ ton になるように留意して設計すれば各力学量の変化は僅少である。

(4) 吊構造の強度設計上の問題点

(3) 項の計算結果からわかるように、道路・鉄道併用吊橋のように偏心荷重が大きい場合には補剛トラス、横構を設計する際に平面解析だけでなく立体解析を併用して最大部材力を算定する必要がある。実際鉛直荷重偏載時に最大応力が生ずる 2, 3 の具体例を示すことにする。

本州四国連絡橋上部構造設計基準(案)によると列車荷重は在来線・新幹線を複線にのみ載荷、また疲労を考慮するときは列車荷重として在来線か新幹線を単線載荷することになっている。以上の載荷方法を考慮すると 1 構面のケーブルおよび補剛トラス部材に対しては偏心載

表-2 各種載荷状態における補剛トラス部材力

case	荷重状態 1			荷重状態 2		
	上弦材	下弦材	斜材	上弦材	下弦材	斜材
1	1894 (272)	-1753 (-131)	-1034 (-328)	2758 (354)	-2636 (-132)	-1344 (-235)
2	1623 (0)	-1523 (0)	-745 (0)	2534 (0)	-2504 (0)	-1059 (0)
3	2035 (398)	-1840 (-169)	-1081 (-336)	2465 (342)	-2395 (-121)	-1294 (-391)

() ねじり成分 ton

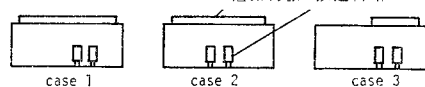


図-14 主構部材力の比較(連統吊橋, 中間支点 1)

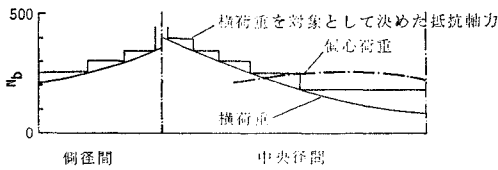


図-15 偏心荷重と横荷重による横構斜材力の比較

荷状態が断面算定に対して支配的になる。r 値は実際の対傾構を想定して 1.5×10^5 ton とおき、荷重状態 1 および荷重状態 4 のスパン方向荷重分布で、横断面内には図-14 の 3 種類の荷重配置につき、連続吊橋の中間支点 1 における主構部材力を比較して表-2 に示す。荷重状態 1 に対しては Case 3 のように道路、鉄道ともに偏心載荷状態、荷重状態 4 に対しては Case 1 のように道路満載鉄道偏心載荷状態が最大となる。いずれにせよ Case 2 のような対称載荷が断面設計に対して支配的となることはない。

次に荷重状態 5 のように列車荷重、道路荷重ともに対向したねじり荷重状態の対向点を中央径間内で移動させて横構斜材力の最大値を求め、これと横荷重によって決定された横構斜材の抵抗軸力と比較し図-15 に示す。中央径間のほぼ $l_m/4 \sim 3l_m/4$ の間では偏心荷重によって生じた横構斜材力が、風荷重によるものを上回っている。

(5) 本解法と 1-0 分配法の比較

偏心荷重に対する吊橋の変形や応力の計算値を求める際に、吊構造のねじり剛性を無視して荷重の両構面への分配を 1-0 の三角形状影響線を用いて与え、分配された荷重に対して平面解析を行う方法が従来から一般に用いられてきた。しかしながら本論文の立体解析法と比較すると 1-0 分配法の欠陥が次のように明らかになる。

荷重状態 3 ($r = 1.5 \times 10^5$ ton) に対して 2 ヒンジ吊橋および連続吊橋の断面力および変形の代表値をそれぞれ表-3 および表-4 に示す。弦材力およびケーブルのたわみは荷重載荷側において 1-0 分配法が本解法に比べて、20~34%大きくなる。1-0 分配法は吊構造のねじり

表-3 本解法と 1-0 分配法との比較 (2 ヒンジ吊橋)

項目	着目点	1-0 法A	本解法B	A/B
主構弦材力	載荷側	1 748 ton	1 371 ton	1.27
	非載荷側	925	1 205	
主構斜材力	載荷側	428 ton	584 ton	0.73
	非載荷側	226	70	
横構斜材力	z = 0 m	0 ton	249 ton	0
ケーブル	載荷側	2.889 m	2.402 m	1.20
	たわみ 非載荷側	1.530	2.023	
橋面傾斜角	z = 250 m	0.0367 rad.	0.0103 rad.	3.58

表-4 本解法と 1-0 分配法との比較 (連続吊橋)

項目	着目点	1-0 法A	本解法B	A/B
主構弦材力	載荷側	2 191 ton	1 960 ton	1.12
	非載荷側	1 159	1 390	
主構斜材力	載荷側	976 ton	1 093 ton	0.89
	非載荷側	516	399	
横構斜材力	z = 260 m	0 ton	233 ton	0
ケーブル	載荷側	2.592 m	2.168 m	1.20
	たわみ 非載荷側	1.371	1.794	
橋面傾斜角	z = 510 m	0.0330 rad.	0.0101 rad.	3.26

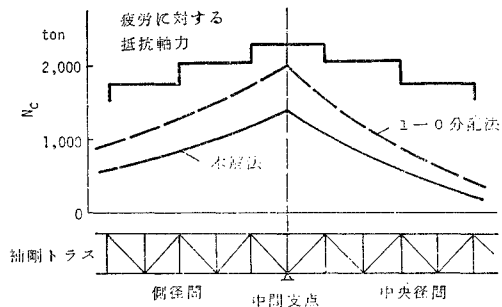


図-16 1 列車通過時の補剛トラス上弦材最大力 (連続吊橋)

り剛性を無視しているので変形が過大評価される。弦材力はほとんどが曲げモーメントによるもので、1-0 分配法では構面への分配荷重にほぼ比例して大きくなるが、立体解析を行うとねじり荷重成分によって生ずる弦材力は小さいので両主構斜材力の差はあまり大きくなり、ところが主構斜材力は 1-0 分配法が危険側になり 11~27%低くなる。これは吊橋全体としてのねじり抵抗に占める吊構造自身のねじり剛性が大きく、ねじり荷重成分によって生ずる主構の構面せん断力が 1-0 分配による構面の曲げ変形に伴うせん断力に比べてかなり大きいためである。

また 1-0 分配法では横構斜材力を計算できない。さらに軌道の cant を求める際に必要な橋面傾斜角を比べると 1-0 分配法は本解法の実に 3 倍以上となり、実用的でないことが明らかである。

図-16 は列車を複々線外側軌道のみ単線載荷したときの連続吊橋の中間支点付近における上弦材力の最大値を比較したものである。疲労設計を対象とした載荷状態によるものであるが、ここでも 1-0 分配法による計算値は本法の約 3 割増になっておりあまりに安全側に過ぎて不経済であることがわかる。

(6) 本解法と慣用法との比較

ここで慣用法とは文献 11) に述べられているように偏心荷重を鉛直荷重成分とねじり荷重成分とに分離し、前者に対して 2 次元たわみ理論を、後者に対して断面形

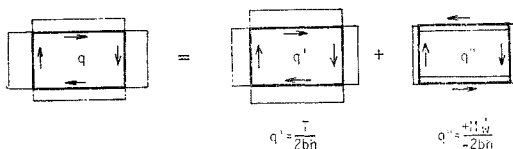
表—5 本解法と慣用法との比較 (2 ヒンジ吊橋, 荷重状態 1)

着目点	φ (‰) $\varphi+\theta$		T (tm)		N_c (ton)		N_d (ton)		N_b (ton)		
	慣用法	本理論	慣用法	本理論	慣用法	本理論	慣用法	本理論	慣用法	本理論	
側径間	0	0.0	0.0	-1567	-1586	0.0	0.0	-34.6	-44.2	-38.8	-31.3
	$0.5 l_s$	-0.527	-0.675	0	0	11.0	12.2	0.0	0.0	0.0	0.0
	l_s	0.0	0.0	1567	1586	0.0	0.0	34.6	44.2	38.8	31.3
中央径間	0	0.0	0.0	12489	11137	0.0	0.0	275.9	263.5	309.3	256.4
	$0.25 l_m$	11.754	10.545	1694	1364	-44.8	-35.2	37.4	30.9	42.0	32.9
	$0.5 l_m$	9.275	7.869	-2397	-2199	-1.8	-0.5	-53.0	-48.6	-59.4	-54.5
	$0.75 l_m$	4.989	4.104	-2827	-2403	-1.8	-0.7	-62.5	-53.1	-70.2	-59.6
側径間	0	0.0	0.0	-1567	-1586	0.0	0.0	-34.6	-44.2	-38.8	-31.3
	$0.5 l_s$	-0.527	-0.675	0	0	11.0	12.2	0.0	0.0	0.0	0.0
	l_s	0.0	0.0	1567	1586	0.0	0.0	34.6	44.2	38.8	31.3

表—6 本解法と慣用法との比較 (連続吊橋, 荷重状態 1)

着目点	φ (‰) $\varphi+\theta$		T (tm)		N_c (ton)		N_d (ton)		N_b (ton)		
	慣用法	本理論	慣用法	本理論	慣用法	本理論	慣用法	本理論	慣用法	本理論	
側径間	0	0.0	0.0	-1859	-1807	0.0	0.0	-41.1	-50.3	-46.0	-33.2
	$0.5 l_s$	-0.860	-0.864	-354	-126	13.5	36.1	-7.8	-3.8	-8.8	-2.0
	l_s	0.0	0.0	729	842	365.9	180.4	16.1	-12.5	18.1	55.7
中央径間	0	0.0	0.0	13160	12681	366.2	180.4	290.8	350.1	326.0	235.8
	$0.25 l_m$	11.550	10.291	1855	1551	-45.2	-148.6	41.0	34.4	45.9	38.3
	$0.5 l_m$	9.261	7.690	-2328	-2131	-2.1	-25.7	-51.4	-50.0	-57.7	-49.6
	$0.75 l_m$	5.009	3.985	-2853	-2214	-2.1	19.9	-63.0	-49.0	-70.7	-54.7
側径間	0	0.0	0.0	-1364	-1426	66.5	12.3	-30.1	-37.4	-33.8	-28.7
	$0.5 l_s$	-0.637	-0.705	64	185	13.4	21.5	1.4	3.9	1.6	4.7
	l_s	0.0	0.0	1570	1860	0.0	0.0	34.7	49.8	38.9	36.3

状不変のもとに Bleich の換算剛性を用いた曲げねじり解析を行って重ね合わせる方法をいう。鉛直荷重に対する理論は本解法でねじれとずれに関する項を省いたものと本質的に差がないので、ここではねじり荷重 $m_t (=m_\theta)$ のみ受ける場合について比較する。なお実橋においては断面変形の影響が少ない方が好ましいので $r=1.5 \times 10^5$ ton になるように設計された対傾構を有する場合について本解法を適用して数値計算した。そこで両解法による変形と応力を主要点について対比して表—5, 表—6 に示す。両解法の差は補剛トラス斜材力および横構斜材力に最も強く現われる。これは Bleich 理論では断面の周辺に沿うせん断流が一樣であると仮定しているのに対し、本解法ではずれモーメントを構成するせん断流 (主構と横構では周辺に沿い逆向きに流れねじりモーメントに関与しない) を考慮していることに起因している (図—17 参照)。Appendix 2 に両理論の相違点を対比した。



図—17 吊橋の外周に沿うせん断流

さらに微小振動問題を対象とした Bleich 理論においては吊橋の横断面変形を考慮していない吊橋のねじり振動理論である。そのため対傾構の剛性が小さくなるほど近似度が低下するので注意を要する。

5. あとがき

以上偏心荷重を受ける吊橋の、吊橋の横断面変形を考慮した解析法を示し、いくつかの数値計算例について考察を加えたが、結果を要約すれば次のようになる。

1) 吊橋の対傾構せん断剛性は大きな断面変形の悪影響を避けるために $r \geq 10^5$ ton であることが望ましい。

2) 鉛直たわみとねじれあるいはずれ変形の連成関係は一般に小さく、非連成と考へて鉛直荷重成分とねじり荷重成分に分離して解き、結果を重ね合わせても、やや安全側の解が得られる。吊橋によっては連成解がねじれに関して 10% 程度小さくなることもある。それゆえに 2つのパラメーター p/w_θ , および K を考慮して連成度をあらかじめ判定しておくことが大切である。

3) 吊橋の級数解を用いた解析法において断面力を求める際にハンガー力のみを級数表示してつり合い条件より各点の断面力を求める方法を用いると、級数の項数は少なく精度の良い解が与えられる。計算機容量、計算

時間とも大幅に節約できる。

4) 偏心荷重が大きい併用吊橋ではケーブルおよび吊構造の断面決定に偏心荷重状態が支配的となる場合が多いので、設計の際にこの種の荷重状態を必ず考慮しなければならない。

5) 偏心荷重を受ける吊橋に関して、1-0 分配法および Bleich の換算剛性を準用する曲げねじり解析法と比較すると、本文で提案した立体解析法は吊橋の3次元力学性状をより正確に把握できる。

本研究では静的な偏心荷重を受ける吊橋の力学性状について考察したが、対傾構のせん断剛性はねじり振動性状や、横荷重を受ける場合の上下横構への応力分配に対しても影響を与える。これらについては別の機会に述べる予定である。

なお、本研究の遂行にあたり、貴重な資料を提供いただいた本州四国連絡橋公団、(株)長大橋設計センターおよび新日本技研(株)の関係各位に深甚なる感謝の意を表する次第である。

記号

骨組寸法に関するもの

- L : ケーブルアンカー間の水平距離
- l_m : 中央径間スパン
- l_{s1} : 左側径間スパン
- l_{s2} : 右側径間スパン
- l : 左右側径間アンカー側支点間距離
- l_1 : 左側径間アンカー側支点より左中間支点に至る距離
- l_2 : 左側径間アンカー側支点より右中間支点に至る距離
- f_m : 中央径間ケーブルサグ
- f_{s1} : 左側径間ケーブルサグ
- f_{s2} : 右側径間ケーブルサグ
- b : 補剛トラス間隔
- h : 補剛トラス高
- λ : 補剛トラス格間長
- d : 補剛トラス斜材長
- r : 横構斜材長
- b_c : ケーブル中心間隔

部材断面、剛性に関するもの

- F : ケーブル断面積(片側)
- A_c : 補剛トラス弦材断面積
- A_d : 補剛トラス斜材断面積
- A_b : 横構斜材断面積
- t_1 : 補剛トラスの換算板厚

- t_2 : 横構の換算板厚
- r : 格間で平均化した対傾構のせん断剛性
- I_x : 補剛トラスの断面2次モーメント
- a, b_1, b_2 : 吊構造の各種断面剛性を表わす量

変形に関するもの

- v : 吊構造せん断中心の鉛直たわみ
- v_1, v_2 : 左右ケーブルの鉛直たわみ
- w : 吊構造横断面のそり
- φ : ねじれ角
- θ : ずれ角
- $\varphi + \theta$: 橋面の横方向傾斜角

断面力、部材力に関するもの

- S_1, S_2 : 左右のハンガー力
- $M_x(z)$: 補剛トラスの x 軸まわり曲げモーメント
- $Q_y(z)$: 補剛トラス鉛直方向せん断力
- H_d : 死荷重によるケーブル水平張力
- H_{p1} : 活荷重による左ケーブルの付加水平張力
- H_{p2} : 活荷重による右ケーブルの付加水平張力
- $T(z)$: 吊構造のねじりモーメント
- $T_\theta(z)$: 吊構造のずれモーメント
- $M_w(z)$: バイモーメント
- N_c : 弦材軸力
- N_d : 補剛トラスの斜材軸力
- N_b : 横構の斜材軸力

荷重に関するもの

- p_v : 等分布鉛直活荷重(1橋あたり)
- m_t : 等分布ねじり荷重
- m_θ : 等分布ずれ荷重
- e : 鉛直荷重の偏心距離

材料特性に関するもの

- E : 鋼のヤング係数
- G : 鋼のせん断弾性係数
- E_c : ケーブルのヤング係数

参考文献

- 1) Bleich, F. et al: The mathematical theory of vibration in suspension bridge; Bureau of Public Roads, 1950.
- 2) Nan sze Sih: Torsion analysis for suspension bridges, Proc. of ASCE, Vol. 83, St 6, 1957.
- 3) Hawranek, A. und O. Steinhardt, 橋 善雄・小松定夫訳; 鋼橋の理論と計算, 山海堂, 1965.
- 4) Moppert, H: Statische und dynamische Berechnung erdverankerter Hängebrücken mit Hilfe von Greenschen Functionen und Integralgleichungen, Veröffentlichungen des Deutschen Stahlbau-Verbandes, Heft. 9, 1955.

- 5) Shimada, S.: Programming for digital computation of suspension bridges under vertical, horizontal and torsional loads, Proc. of JSCE, No. 81, 1961.
- 6) Vlasov, V.Z., 奥村敏恵ほか訳: 薄肉弾性ばりの理論, 技報堂, 1967.
- 7) 小松定夫・西村宣男・平山健一: 補剛トラス対傾構の変形を考慮した吊橋の3次元解析, 土木学会関西支部年次学術講演会概要集 I-23, 1972.
- 8) 小松定夫・西村宣男: 吊橋補剛トラスの強度設計上の問題点について, 土木学会年次学術講演会概要集 I-184, 1973.
- 9) 小松定夫・西村宣男: 薄肉弾性ばり理論によるトラスの立体解析, 土木学会論文報告集, No. 238 予定
- 10) 松原健太郎: 速度 210 km/h に適した軌道設計上の主要な問題点とその対策, 鉄道技術研究報告 No. 638, 1968.
- 11) 本州四国連絡橋公団, 日本鉄道建設公団: 本州四国連絡鉄道吊橋技術調査委員会中間報告書, 軌道専門部会報告, 橋りょう専門部会報告, 1970.
- 12) 小松定夫: 構造工学—長大橋梁の諸問題, 土木学会関西支部講習会テキスト, 1973.

Appendix 1

Sih 理論との対応

基礎方程式 (10)~(13) において鉛直たわみとねじれ角およびずれ角の連成関係を省略し, ねじれのみに関する微分方程式に改める。すなわち $H_p = -H_{p1} = H_{p2}$ とすれば

$$\alpha w'' - b_1 w - b_2 \varphi' - b_1 \theta' = 0 \dots\dots\dots(A.1)$$

$$-\left(b_1 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) \varphi'' - b_2 w' - \left(b_2 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) \theta'' = m_t + H_p b_c y'' \dots\dots\dots(A.2)$$

$$-\left(b_2 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) \varphi'' - b_1 w' - \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) \theta'' + r \theta = m_\theta + H_p b_c y'' \dots\dots\dots(A.3)$$

さらに対傾構せん断剛性が十分大きいものと考えて θ の項を省略すると

$$\alpha w'' - b_1 w - b_2 \varphi' = 0 \dots\dots\dots(A.4)$$

$$-\left(b_1 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right) \varphi'' - b_2 w' = m_t + H_p b_c y'' \dots\dots\dots(A.5)$$

両式よりねじり角 φ に関する項を消去すると $b_2 \neq 0$ であれば

$$-w'' + \bar{\lambda}^2 w' = \frac{m_t - H_p b_c y''}{E\Gamma} \dots\dots\dots(A.6)$$

ここに

$$\bar{\lambda}^2 = \frac{\frac{b_1^2 - b_2^2}{b_2} + \frac{b_1}{b_2} \frac{b_c^2}{2} H_d}{\frac{\alpha}{b_2} \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right)}$$

$$E\Gamma = \frac{\alpha}{b_2} \left(b_1 + \frac{b_c^2}{2} H_d\right)$$

なる線形方程式を得る。

式 (A.6) は Sih²⁾ の与えた吊橋のねじり基礎方程式と本質的には同一である。ただ Sih はトラスのねじりに関するつり合い式にハンガー力を導入する際, ケーブル付加張力の評価を誤っており, そのために式 (A.6) の左辺第 2 項の係数の中に H_p が含まれた非線形方程式となっている。

式 (A.6) に関数 $f = \int w dz$ を導入すると

$$f^{IV} - \bar{\lambda}^2 f'' = -\frac{m_t + H_p b_c y''}{E\Gamma} \dots\dots\dots(A.7)$$

一般解は

$$f = c_1 + c_2 z + c_3 \sinh \bar{\lambda} z + c_4 \cosh \bar{\lambda} z + \frac{m_t + H_p b_c y''}{2 E\Gamma \bar{\lambda}^2} z^2 \dots\dots\dots(A.8)$$

f に対して適当な境界条件を与えて閉じた特解を与えることができる。

Appendix 2

Bleich 理論との比較

本理論において吊構造の横断面変形を無視した特別の場合と Bleich 理論とを比較する。断面変形を無視した場合, 本解法では式 (7) および式 (8) よりずれ角に関する項を省略すると

$$\alpha w'' - b_1 w - b_2 \varphi' = 0 \dots\dots\dots(A.9)$$

$$-b_2 w' - b_1 \varphi'' = m_t \dots\dots\dots(A.10)$$

両式より w に関する項を消去すると, $b_2 \neq 0$ の場合ねじれ角に関する微分方程式は

$$\alpha \varphi^{IV} - \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_1} \varphi'' = m_t - \frac{\alpha}{b_1} m_t'' \dots\dots\dots(A.11)$$

式 (A.9), (A.10) を変形してそりをねじれ角 φ で表わすと

$$w = -\frac{\alpha}{b_2} \varphi''' - \frac{b_2}{b_1} \varphi' - \frac{\alpha}{b_1 b_2} m_t' \dots\dots\dots(A.12)$$

同様に断面力もねじれ角で表わすと

$$T = b_1 \varphi' + b_2 w = \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_1} \varphi' - \alpha \varphi''' - \frac{\alpha}{b_1} m_t' \dots\dots\dots(A.13)$$

$$T_\theta = b_2 \varphi' + b_1 w = -\alpha \frac{b_1}{b_2} \varphi''' - \frac{\alpha}{b_2} m_t' \dots\dots\dots(A.14)$$

となる。一方, Bleich 理論では弾性方程式は

$$EC_w \varphi^{IV} - GJ^* \varphi'' = m_t \dots\dots\dots(A.15)$$

ここに $EC_w = E(I_r \varepsilon_v^2 + I_h \varepsilon_h^2)$, $GJ^* = 2 E \beta b h$

$$I_v = \frac{h^2}{2} A_c, \quad I_h = \frac{b^2}{2} A_c, \quad \beta = \frac{b h}{\mu_v \frac{h^2}{A_h} + \mu_h \frac{b^2}{A_v}}$$

$$\varepsilon_v = \frac{b}{2} - \frac{\mu_v}{A_d} \beta h, \quad \varepsilon_h = \frac{h}{2} - \frac{\mu_h}{A_b} \beta b$$

$$\mu_v = \frac{1}{\sin^2 \alpha \cos \alpha}, \quad \mu_h = \frac{1}{2 \sin^2 r \cos r}$$

断面力はねじれ角に対して

$$T = GJ^* \varphi' - EC_w \varphi''', \quad M_w = EC_w \varphi'' \dots (A.16)$$

Bleich 理論における弾性方程式の係数を本解法における換算板厚などを用いて表わすと

$$GJ^* = 2 E \beta b h = \frac{2 E b^2 h^2}{\mu_v \frac{h^2}{A_d} + \mu_h \frac{b^2}{A_b}} = \frac{2 G b^2 h^2 t_1 t_2}{t_1 b + t_2 h}$$

$$= \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_1} = GJ \dots \dots \dots (A.17)$$

$$EC_w = E(I_v \varepsilon_v^2 + I_h \varepsilon_h^2) = \frac{EA_c}{2} (h^2 \varepsilon_v^2 + b^2 \varepsilon_h^2)$$

$$= EA_c \frac{b^2 h^2}{4} \left(\frac{t_1 b - t_2 h}{t_1 b + t_2 h} \right)^2 = a \left(\frac{b_2}{b_1} \right)^2$$

\dots \dots \dots (A.18)

以上の両理論における力学量を比較して表-7に示す。ねじり剛性は一致しているが、そのほかの力学量は本文中で述べた構面のせん断流の評価の差に起因して、相違

表-7 本理論と Bleich 理論の比較

項目	本理論	Bleich理論
ねじりモーメント	$GJ\varphi' - a\varphi'''$	$GJ\varphi' - EC_w\varphi'''$
バイモーメント	$-a \frac{b_1}{b_2} \varphi''$	$EC_w\varphi''$
主橋せん断流	$\frac{GJ}{2bh} \varphi' - \frac{a}{2bh} \varphi''' - \frac{a}{2bh} \frac{b_1}{b_2} \varphi'''$	$\frac{GJ}{2bh} \varphi' - \frac{EC_w}{2bh} \varphi'''$
横橋せん断流	$\frac{GJ}{2bh} \varphi' - \frac{a}{2bh} \varphi''' + \frac{a}{2bh} \frac{b_1}{b_2} \varphi'''$	$\frac{GJ}{2bh} \varphi' - \frac{EC_w}{2bh} \varphi'''$
ねじり剛性	$GJ = \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_1}$	$GJ = \frac{b_1^2 - b_2^2}{b_1}$
曲げねじり剛性	a	$EC_w = a(b_2/b_1)^2$

ただし $m_1' = 0$

している。なお式 (A.11) は薄肉閉断面ばりの曲げねじりに関する Bencoter の基礎式に一致している。

(1974. 8. 30・受付)