

## 開水路の内部境界層に関する研究

ON THE GROWTH OF THE INTERNAL BOUNDARY  
LAYER IN OPEN CHANNELS吉川 秀夫\* ・ 石川 忠晴\*\* ・ 吉川 勝秀\*\*  
By Hideo KIKKAWA, Tadaharu ISHIKAWA and Katsuhide YOSHIKAWA

## 1. 序

境界層の十分発達した流れが粗度の異なる領域に流入すると、底面からの渦の伝播に伴って新しい境界層が発達してくる。この境界層を内部境界層とよぶ。本論文は開水路の内部境界層を理論的に取扱っている。

乱流境界層を取扱う場合、時間平均された諸量についての運動量式を断面にわたって積分し、全体のつり合い条件から解を得る方法が一般的に用いられている。開水路の乱流境界層についても同様の方法を用いる場合が多い。しかしながら開水路の内部境界層にこの方法を用いることには若干の問題がある。そこで本論文では、その問題点を指摘するとともに、乱れの拡散という観点から開水路内部境界層の発達について論じた。得られた理論式は実験結果と良い一致をみた。また、主流厚を無限大にすると空気流中の内部境界層の発達をあらわす式となるが、これも実測と一致した。さらに、主流がポテンシャル流の場合は通常の乱流境界層をあらわすが、Bauerの実験結果とほぼ一致する。このことから、この式は乱流の境界層の一般的発達特性をあらわしていると考えられる。

## 2. 運動量式を基礎式とする方法を用いる場合の問題点

乱流境界層の取扱いは一般に次の手順を踏んでいる。

- ① 主流の流速分布形を仮定する。
- ② 境界層内の流速分布形を仮定する（たとえば 1/7 乗則、対数則等）。
- ③ 摩擦抵抗則を与える（対数則では  $\tau_0 = \rho U_*^2$  注）、1/7 乗則では Blasius の実験結果等）。

- ④ 時間平均された諸量についての運動量式を断面にわたって積分し、全体のつり合い条件から解を得る。

この方法は層流境界層の近似解法と類似しており、境界層内の運動量輸送メカニズムを考慮しなくとも解を得ることができることに特徴がある。

内部境界層について、上記の手順に従って式化を行う。座標軸を 図-1 のようにとる。

①, ②; 内部境界層の発達に伴う速度分布の変化の実測例を 図-2 に示す。

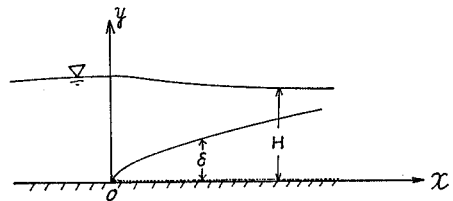


図-1

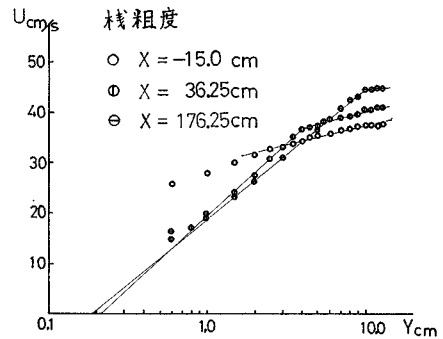


図-2

注) この場合の  $U_*$  は速度勾配から求められるもので次式で定義される。

$$U = \frac{U_*}{\kappa} \ln \frac{30y}{k_s}$$

\* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科  
\*\* 学生会員 東京工業大学大学院学生

これより、速度分布を次式のように置くことにする<sup>9),10)</sup>。

$$U = \begin{cases} 0 & (0 < y \leq z_0) \\ \frac{U_*'}{\kappa} \ln \frac{y}{z_0} & (z_0 < y \leq H) \\ 0 & (0 < y \leq y_0) \\ \frac{U_*}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0} & (y_0 < y \leq \delta) \\ \frac{U_*'}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0'} & (\delta < y \leq H) \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

ここに  $\kappa$  はカルマン定数で 0.4 とする。 $U_*'$  は上流側の摩擦速度であるが、図-2 からわかるように、主流の速度分布を片対数紙にプロットするとその傾きは上流側の流速分布のそれとほぼ同じであるから、主流についても同じ表示を用いる。 $U_*$  は境界層内の速度分布を片対数紙にプロットした時の傾きから決まる。 $z_0, y_0$  はそれぞれ  $k_1/30, k_2/30$ 。ここに  $k_1, k_2$  は上流および下流の相当粗度高さである。 $y_0'$  は  $y = \delta$  で速度が連続である条件から消去される。したがって  $U_*, H, \delta$  が  $x$  についての未知変数である。

③ 底面の近くでは速度分布形と乱れとの間に平衡状態が成り立っていると仮定し、底面せん断力と底面付近の平均速度分布には等流における関係式が成立するとする。すなわち、

$$\tau_0 = \rho U_*'^2 \dots\dots\dots(2)$$

ただし、ここでの  $U_*$  は式 (1) の速度分布形から規定されるものである。したがって式 (2) は、いわゆる摩擦速度の定義式ではない。

④ 連続式および全断面運動量式は次のようになる。

$$\int_{y_0}^H U dy = \left[ \int_{z_0}^H U dy \right]_{x=0} = Q_0 \dots\dots\dots(3)$$

$$\int_{y_0}^H \rho U^2 dy + \frac{\rho g}{2} H^2 + \int_0^x \tau_0 dx - \int_0^x \rho g H I dx = \left[ \int_{z_0}^H \rho U^2 dy + \frac{\rho g}{2} H^2 \right]_{x=0} = F_0 \dots\dots(4)$$

式 (1), (2) を式 (3), (4) に代入し整理すると式 (5), (6) が得られる。

$$V_* = \frac{Q_* + (H_* - \delta_*) - H_* (\ln H_* - \ln \delta_*)}{1 - \delta_* + H_* \ln \delta_*} \dots\dots\dots(5)$$

$$\begin{aligned} V_*^2 [\delta_* \{ (\ln \delta_* - 1)^2 + 1 \} - 2] + H_* [ \{ \ln H_* \\ + (U_* - 1) \ln \delta_* - 1 \}^2 + 1] \\ - \delta_* \{ (V_* \ln \delta_* - 1)^2 + 1 \} + \frac{\kappa^2}{2} B H_*^2 \\ + \int_0^{x_*} \kappa^2 V_*'^2 dx_* - \int_0^{x_*} \kappa^2 B I H_* dx_* = F_* \end{aligned} \dots\dots\dots(6)$$

ただし、長さの次元をもつものについては  $y_0$  で、速度

の次元をもつものについては  $U_*'$  で無次元化した。すなわち

$$\begin{aligned} x_* &= \frac{x}{y_0} & \delta_* &= \frac{\delta}{y_0} & H_* &= \frac{H}{y_0} & V_* &= \frac{U_*'}{U_*'} \\ Q_* &= Q_* \left( \frac{\kappa}{y_0 U_*'} \right) & F_* &= F_* \left( \frac{\kappa^2}{\rho U_*'^2 y_0} \right) \\ B &= \frac{g y_0}{U_*'^2} \end{aligned}$$

開水路では水深  $H$  が未知変数として加わるので式 (5), (6) だけでは式の数が足りず、このままでは解を得ることができない。すなわち独立な関係式をもうひとつ持ち込む必要がある。まず考えられるのは主流の運動方程式である。岩佐<sup>9)</sup>, Delleur<sup>1)</sup> は余水吐上の乱流境界層を解析する際に、主流をポテンシャル流とみなしベルヌーイの式を用いて解を得た。しかし主流がポテンシャル流とみなし得ない場合、すなわち内部境界層の場合は、適切な運動方程式をたてることは難しい。この方法では、全体の運動量と主流の運動量の差から境界層厚を計算することになるので、主流の運動方程式がかなり厳密でなければならないからである。このことは次のように説明される。境界層内の速度分布はほぼ相似形であるから、境界層内の運動量  $P_i$  と境界層厚  $\delta$  は比例する。主流の運動方程式から求められた主流の運動量  $P_0$  が  $dP$  だけ誤差を含むとすると、その分は境界層内の運動量に押し込められるから

$$\frac{d\delta}{\delta} = \frac{dP}{P_i} \gg \frac{dP}{P_0}$$

したがって主流の運動量の誤差が  $\delta$  の計算値に与える影響は大きい。以上のように、主流の運動方程式を連立させることは計算上好ましくないことがわかる。しかしさらに考えてみると、これは単なる計算上の問題ではなく、この方法の本質的な部分に関係しているように思われる。乱流境界層の発達には乱れの運動量輸送によるのだが、平均化された諸量についての運動量式は全体のバランスについての式だから、各点各点の運動量輸送については何も表わしてはいない。乱れと速度分布形とが密接な関係にあることから、速度分布形の仮定によって間接的に持ち込まれてはいるが、解に直接影響を与えるような形では入っていない。つまり境界層発達のメカニズムについてはほとんど考慮されていないわけである。むしろそれがこの方法の便利な点であって、境界層発達に伴う運動量変化のパターンが単純な場合には有力な手段になった理由である。しかし開水路内部境界層では、境界層厚の変化だけでなく、水深や主流速の変化が運動量を変えるから、それらが持ち込む他の問題のためにかえて複雑になるわけである。

以上のように、運動量関係から間接的に境界層厚を求める方法を開水路内部境界層に適用することには問題が

あることがわかった。そこで境界層発達メカニズムを考察することにより、直接的に境界層厚を求めることが必要となってくる。

### 3. 乱れの拡散から求めた境界層の発達式

乱流境界層は底面からの乱れの伝播した領域であるから、乱れの拡散という観点から境界層発達を論ずることができる。接地層付近の大気乱流拡散について Monin<sup>5)</sup> に始まる一連の研究があるが、拡散域の上限  $Z$  について次式を基礎式としている。

$$\frac{dZ}{dX} = \frac{W_*}{U(Z)} \dots\dots\dots (7)$$

ここに  $W_*$  は粒子が上方へ輸送される最大速度であり、高さ  $Z$  における鉛直方向の乱れ強度  $\sqrt{v'^2}$  に比例すると考えられた。Miyake<sup>6) 注)</sup> は運動量の輸送についても同様の関係が成り立つとして、大気中の内部境界層の発達を示す式を求めた。 $U(Z)$  を対数分布則とし、境界層外縁の乱れ強度を底面付近の乱れ強度に等しいとし  $1.05 U_*$  と取れば、式 (8) が得られる。

$$x_* = \frac{1}{1.05 A \kappa} \cdot \delta_* (\ln \delta_* - 1) \dots\dots\dots (8)$$

式中の  $A$  は未定パラメーターである。Panofsky & Townsend<sup>6)</sup> は  $A=2.4$  としているが、理論的根拠はない。

本論文も式 (7) から出発することにする。

$W_*$  は乱れが上方へ伝播する速度であるが、乱れが鉛直方向の混合によって輸送されると考えれば、 $W_*$  は境界層外縁の鉛直方向の速度変動に比例するとおくことができるであろう。

$$W_* = [A \sqrt{v'^2}]_{y=\delta} \dots\dots\dots (9)$$

$A$  は比例係数である。さて、Miyake は境界層外縁の速度変動を底面付近の速度変動に置き換えているが、乱れ強度が鉛直方向に連続的に変化することを考えれば、主流の速度変動と底面付近の速度変動の中間の値を取るのが妥当である。そこで、次のようにおく。

$$[\sqrt{v'^2}]_{y=\delta} = \alpha' [\sqrt{v'^2}]_{y>\delta} + \beta' [\sqrt{v'^2}]_{y\neq 0} \\ \alpha' + \beta' = 1 \dots\dots\dots (10)$$

$\alpha', \beta'$  の性質はよくわからないが、ここでは定数と考えることにする。

開水路流では  $\sqrt{v'^2}$  は  $y$  についての減少関数であるが、この関数形は求められていない。ここでは実測データに基づき次の形に仮定する<sup>11) 14)</sup>。

$$\frac{\sqrt{v'^2}}{U_*} = 1 - \frac{y}{2H} \dots\dots\dots (11)$$

したがって主流および底面付近の乱れは次のようにな

る。

$$[\sqrt{v'^2}]_{y>\delta} = U_*' \left(1 - \frac{\delta}{2H}\right) \dots\dots\dots (12)$$

$$[\sqrt{v'^2}]_{y\neq 0} = U_* \dots\dots\dots (13)$$

ただし主流の乱れ強度としては境界層のすぐ外側の乱れ強度をとった。式 (7), (9), (10), (12), (13) から式 (14) が求まる。

$$\frac{d\delta}{dx} = \frac{\alpha U_*' \left(1 - \frac{\delta}{2H}\right) + \beta V_*}{\frac{U_*}{\kappa} \ln \frac{\delta}{y_0}} \dots\dots\dots (14)$$

$$\alpha = A\alpha' \\ \beta = A\beta'$$

無次元化して積分すれば、

$$x_* = \int_{\delta_{0*}}^{\delta_*} \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{V_* \ln \delta_* d\delta_*}{\alpha \left(1 - \frac{\delta_*}{2H_*}\right) + \beta V_*} \dots\dots\dots (15)$$

$\delta_{0*}$  は  $x_*=0$  における  $\delta_*$  の値である。粗度の高さ  $h$  よりも薄い境界層は考えられないから、 $\delta_{0*} = h/y_0$  とするのが妥当である。そこで  $\delta_{0*} = h_*$  とする。式 (5) を式 (15) に代入すると

$$x_* = \frac{1}{\kappa} \int_{h_*}^{\delta_*} \frac{\left(1 - \delta_* + H_* \ln \delta_* + H_* \ln m + \frac{1}{m} - 1\right) \cdot \ln \delta_* d\delta_*}{\alpha (1 - \delta_* + H_* \ln \delta_*) \cdot \left(1 - \frac{\delta_*}{2H_*}\right) + \beta \left(1 - \delta_* + H_* \ln \delta_* + H_* \ln m + \frac{1}{m} - 1\right)} \\ m = \frac{y_0}{z_0} = \frac{k_2}{k_1} \dots\dots\dots (16)$$

$H_*$  を無限大にすると、大気中の内部境界層の発達を表わす式が得られる。

$$x_* = \frac{1}{\kappa} \int_{h_*}^{\delta_*} \frac{(\ln \delta_* + \ln m) \cdot \ln \delta_* \cdot d\delta_*}{(\alpha + \beta) \ln \delta_* + \beta \ln m} \dots\dots\dots (17)$$

式中の  $\alpha$  と  $\beta$  が未定であるので、次にこの値を定めよう。式 (16), (17) は  $\alpha$  と  $\beta$  の他に  $H_*$  と  $m$  がパラメーターとして入っているの、一般的な場合について論じるのは容易なことではない。そこで特殊な場合について式を簡略化して  $\alpha$  と  $\beta$  を決定し、一般の場合に対する適合性を実験によってチェックすることにする。

$m=1$  とすれば粗度が変化しないことになるから、流れは等流である。この場合には内部境界層は存在しないのであるが、 $\delta$  を底面から放出された粒子の拡散幅と考えればよい。この時の  $\delta \sim x$  曲線は、運動量式を用いて厳密に求めることができる。Elliott<sup>1)</sup> は大気流中の内部境界層を運動量のつり合い条件から求めているが、この解で  $m \rightarrow 1$  の極限をとると次式となる。

$$x_* = \frac{1}{2\kappa^2} \left\{ \delta_* \ln \delta_* - 4 \delta_* - \ln \delta_* + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\ln \delta_*}{n \cdot n!} + 4 \right) \right\} \dots\dots\dots (18)$$

注) Master's Thesis Univ. of Washington

$m=1$  では流れが等流であるなら、前章の ①, ②, ③ の仮定を正しく行うことができるので、式 (17) は厳密に成り立つと考えられる。一方、式 (17) で  $m \rightarrow 1$  とすれば式 (19) となる。

$$x_* = \frac{1}{\kappa(\alpha + \beta)} \{ \delta_* (\ln \delta_* - 1) + 1 \} \dots\dots\dots(19)$$

式 (19) 中の  $(\alpha + \beta)$  を 1.3 にとると、ほぼ式 (17) と同じ曲線となる (図-3)。ゆえに

$$\alpha + \beta = 1.3 \dots\dots\dots(20)$$

$m \rightarrow \infty$  とすると主流がポテンシャル流となり、普通の乱流境界層である。Bauer<sup>2)</sup> は急勾配水路上の乱流境界層の実験を行い、その結果、粗面上の乱流境界層の発達は流量や勾配の影響をほとんど受けず相当粗度高さ  $k$  によって整理される、と結論した。Bauer の実験結果は次式で近似される<sup>16)</sup>。

$$\frac{\delta}{x} = \frac{0.024}{(x/k)^{0.13}} \dots\dots\dots(21)$$

$k=30y_0$  の関係を用いて変形すると式 (22) となる。

$$\delta_* = 0.037 \cdot x_*^{0.87} \dots\dots\dots(22)$$

一方式 (16) で  $m$  を無限大にすると次式となる。

$$x_* = \frac{1}{\kappa\beta} \{ \delta_* (\ln \delta_* - 1) + 1 \} \dots\dots\dots(23)$$

式 (23) の  $\beta$  を 0.1 にとると、ほぼ式 (22) と同じ曲線になる (図-3)。したがって式 (20) から

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 1.2 \\ \alpha &= 0.1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(24)$$

したがって式 (16), (17) は次のようになる。

$$x_* = \frac{1}{\kappa} \int_{h_*}^{\delta_*} \frac{(1 - \delta_* + H_* \ln \delta_* + H_* \ln m + \frac{1}{m})}{h_* 1.2(1 - \delta_* + H_* \ln \delta_*) \cdot \left(1 - \frac{\delta_*}{2H_*}\right) + 0.1 - 1) \cdot \ln \delta_* d\delta_*} \cdot \left(1 - \delta_* + H_* \ln \delta_* + H_* \ln m + \frac{1}{m} - 1\right) \dots\dots\dots(25)$$

$$x_* = \frac{1}{\kappa} \int_{h_*}^{\delta_*} \frac{(\ln \delta_* + \ln m) \cdot \ln \delta_* d\delta_*}{1.3 \cdot \ln \delta_* + 0.1 \cdot \ln m} \dots\dots\dots(26)$$

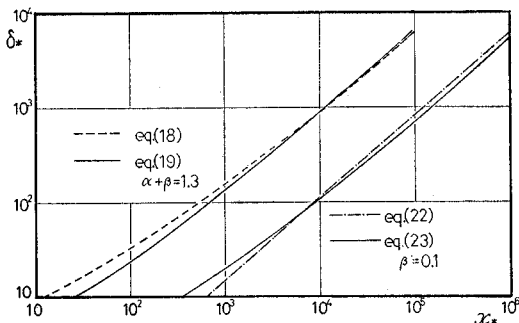


図-3

### 4. 実験結果と理論式の比較

#### (1) 開水路内部境界層

図-4 に実験装置を示す。水路幅 40 cm, 全長 15 m の環流式水路を使い、粗度として砂粒 ( $\phi=1$  mm), 小砂利 ( $\phi=5$  mm), 棧 ( $h=5$  mm,  $b=5$  cm) の 3 種を用いた。また、東工大卒業研究として行われた「河川護岸ブロックの研究」の実験データを引用したが、これらには粗度として 2 ton 型テトラポッドの 1/25 模型が用いられている。速度測定にはピトー管とマンメーターを使い、水路中央断面で行った。

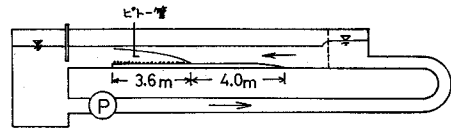


図-4

速度分布を片対数紙にプロットすると図-2 のように折点があられる。この点を境界層外縁と考えた。 $y_0$  は境界層内速度分布を延長して  $U=0$  となる点であるが、多少のばらつきがあるので各ケースごとに平均値を求めた。図-5 に実験結果を示す。図中の実線は式 (25) である。ただし水深の変化はごくわずかであるので、 $x=0$

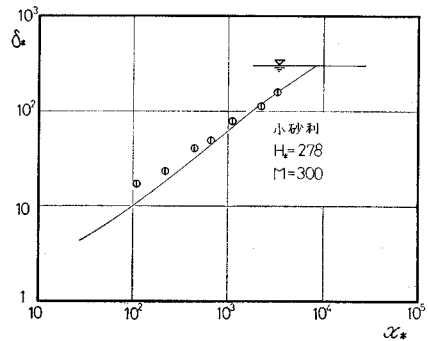


図-5.1

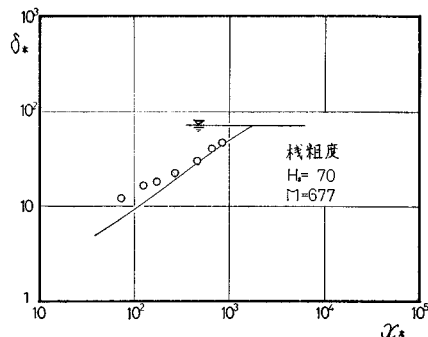


図-5.2

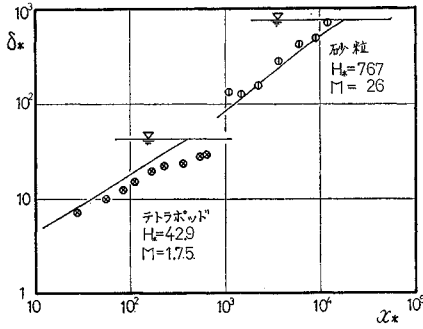


図-5.3

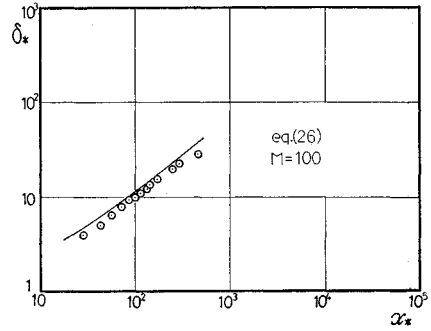


図-6

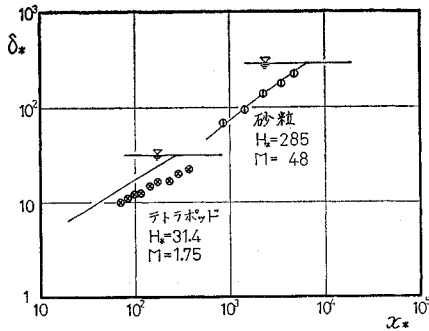


図-5.4

のところの値を用いた。また  $\delta_{0*}$  を 1 として計算を行った。式 (14) をみてわかるように、 $\delta$  が小さいところでは  $d\delta/dx$  が非常に大きいため、 $\delta_{0*}$  を 1 ととっても  $h_*$  ととっても、 $x_*$  の値はほとんど変わらない。

テトラポッドを粗度として用いた場合のみが理論式と一致しない。テトラポッドは高さが 5.8 cm で、これを 2 段に積み基準面から 1.8 cm 突き出るように置かれているが、水深が 11.6 cm および 15 cm なので、粗度急変点で流れが曲げられたり、基準面下に浸透する流れが起こるので、相当粗度という指標だけを使って取扱うことに無理があったためであろう。

(2) 大気中の内部境界層

Antonia & Luxton<sup>7)</sup> は風洞中での内部境界層の発達を測定している。風洞は幅 38.1 cm、高さ 22.9 cm、底面は上流側が滑面、下流側が高さ 0.318 cm 間隔 1.27 cm の棧粗度である。速度分布形から  $m=100$  が求められている。 $\delta$  が風洞高さに比べて小さい範囲(2.54 cm 以下)で測定が行われているので、大気流中の内部境界層とみなしてよいと思われる。式 (26) と Antonia & Luxton の測定結果を図-6 に示す。

以上のように、式 (25)、(26) は実験結果とよく一致する。このことから、特殊な条件下で求めた  $\alpha$  と  $\beta$  の値がかなり普遍的なものであると推察される。

5. 水面形と底面せん断力の算定

式 (5)、(6) と式 (25) を連立させれば、水面形、底面せん断力および境界層厚を同時に求めることができる。

まず常流の場合を考えよう。下流側に支配断面が与えられるから、境界層が水面に達する点から上流に向かって計算せねばならない。しかし境界層が水面に達する点は未知である。また、境界層厚を計算するには主流の摩擦速度が必要であるが、これを得るには上流側の水深を仮定せねばならない。したがって繰返し計算をする必要がある。計算手順は次のようになる。

- ① 境界層を無視して不等流計算を行う。
- ② 境界層が水面に達する位置 ( $x_H$ ) および上流の水深を仮定する。
- ③ 式 (5)、(6)、(25) を解く。
- ④ ② の仮定があうまで ③、③ を繰返す。

計算例

図-7 のような条件を設定する。

これより

$$z_0 = \frac{k_1}{30} = 0.001 \text{ cm}$$

$$y_0 = \frac{k_2}{30} = 0.1 \text{ cm}$$

$$m = 100$$

境界層の存在を無視して不等流計算を行うと表-1 の

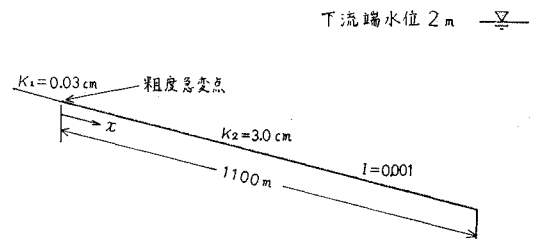


図-7

表-1

$x$	$H$	$x$	$H$
1100	2.000	500	1.430
1000	1.903	400	1.340
900	1.807	300	1.253
800	1.711	200	1.169
700	1.616	100	1.089
600	1.522	0	1.016

(単位: m)

ようになる。次に式(25)で  $H$  を 105 cm とし  
て境界層厚を計算すると、図-8 の破線の  
ようになる。そこで、下流の境界条件として  
 $x_H=27.0$  m,  $H=103.5$  cm で境界層が水面  
に達するとする。また  $x=0$  での水深を  
103.5 cm とする。繰返し計算の後、図-9  
に示す結果が得られる。

粗度急変点は特異点なので、その前で計算  
を打ち切らねばならないが、前にも述べたよ  
うに、境界層厚が粗度の高さに等しくなっ  
たところで打ち切るのが妥当である。ここ  
では  $\delta_* = 5$  の点で打ち切った。これは相  
当粗度と粗度の高さの比が6の場合に相当  
する。

射流の場合は上流に支配断面があるので、  
粗度急変点から下流に向かって計算を行え  
ばよい。この場合、境界条件はすべて上流  
側から与えられるから繰返し計算をする必  
要がなく、常流の場合に比べて容易である。

### 6. 結 論

平均化された諸量についての運動量のつ  
り合い条件から境界層の発達を計算する方  
法は、主流の運動量が精度良く求められる  
ことを必要とする。開水路内部境界層の  
場合には、主流についての適切な運動方  
程式をたてるのが難しいので、この方法  
を用いることには問題がある。

乱流境界層は底面からの乱れの伝播した  
領域であるが、乱れの輸送は乱れ自体に  
よって行われるから、乱流境界層の発達  
は局所的な乱れの強さによって規定され  
ると考えられる。このことは、粗面上の  
乱流境界層の発達が粗度係数のみによっ  
て決定されるという Bauer の実験結果  
からも推察される。

本研究はこの点に着目し、乱れの拡散  
という観点から解析を行った。最終的に  
得られた式((25), (26))は、開水路  
および大気中の内部境界層の実験と良  
い一致をみた。また相当粗度比  $m$  を無  
限大にすると普通の乱流境界層をあらわ  
し、 $m$  を 0 にすると、等流の場合の  
底面から放出された乱れの影響の及ぶ  
範囲を示す。実験

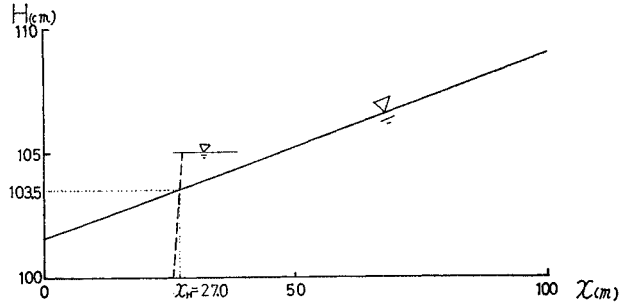


図-8

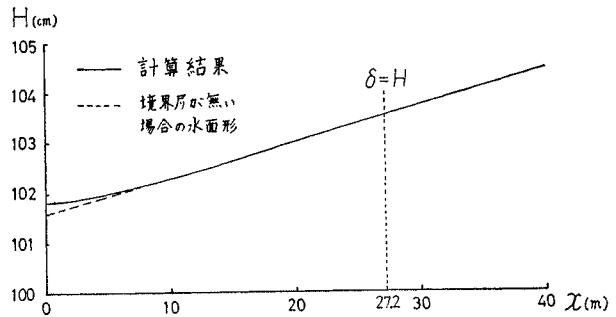


図-9.1

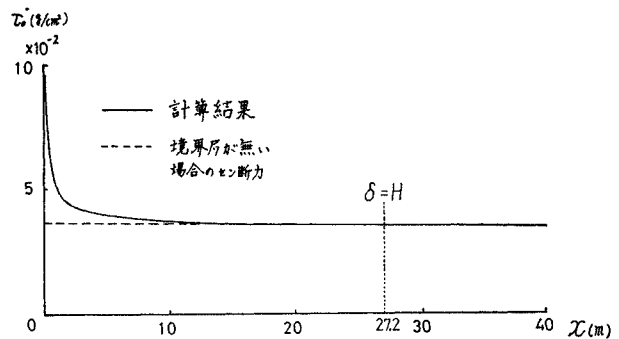


図-9.2

結果および Elliott, Bauer の式との比較から、 $\alpha(1.2)$ ,  
 $\beta(0.1)$  はかなり普遍的な定数であろうと考えられる。

### 参 考 文 献

- 1) Elliott, W.P.: The Growth of the Atmospheric Internal Boundary Layer, Transactions, American Geophysical Union, Vol.39, No. 6, Dec. 1958, pp. 1048~1054
- 2) Bauer, W.J.: Turbulent Boundary Layer on Steep Slopes, Transactions, A.S.C.E., Vol.119, pp 1212~1233 1954
- 3) Iwasa, Y.: Boundary Layer Growth of Open Channel Flows on a Smooth Bed and its Contribution to Practical Application to Channel Design, Memoirs of the Faculty of Engineering, Kyoto Univ., Vol. 18~19, 1956~57, pp. 229~254

- 4) Delleur, J.W. : Boundary Layer Development in Open Channels, J. of the Engineering Mechanics Division, A.S.C.E. Proc. Paper 1138, Jan. 1957
- 5) Monin, A.S. : Smoke Propagation in the Surface Layer of the Atmosphere, Advances in Geophysics, 6, 1959, p. 331~343, Academic Press, New York
- 6) Panofsky, H.A., Townsend, A.A. : Change of Terrain Roughness and the Wind Profile, Quart. J. Roy. Met. Soc., 90, 1964, pp. 147~155
- 7) Antonia, R.A., Luxton, R.E. : The Response of a Turbulent Boundary Layer to a Step Change in Surface Roughness, Part 1, Smooth to Rough, J.F.M., 1971, Vol. 48, part 4, pp. 721~761
- 8) 林 泰造・滝 和夫 : 開水路における底面境界層の研究, 第24回年講, 1969
- 9) 吉川秀夫・福岡捷二・前田 建・湊隆二郎 : 開水路における内部境界層の発達機構, 第26回年講, 1971
- 10) 吉川秀夫・鶴谷広一・尾作悦男 : 内部境界層に関する研究, 第28回年講, 1973
- 11) 渡辺訓甫・小松利光・古屋慶一 : 開水路における特性量について, 第29回年講, 1974
- 12) 板倉忠興・岸 力・中山 隆 : 開水路における乱れの測定, 第29回年講, 1974
- 13) 中川博次・瀬津家久・上田 寛 : 粗, 滑面水路の上の乱れ特性について (2), 第29回年講, 1974
- 14) McQuivey, R.S., Richardson, E.V. : Some Turbulence Measurements in Open-Channel Flow, J. Hy. Div., A.S.C.E., Jan. 1964
- 15) 竹内清秀・伊藤昭三 : 大気乱流研究の展望, 天気, Vol. 13, No. 9, 1966
- 16) Chaw, V.T. : Open Channel Hydraulics, McGraw-Hill Company, Inc.
- 17) 石原藤次郎・本間 仁編 : 応用水理学 中II, 丸善
- 18) 石原藤次郎編 : 水工水理学, 丸善
- 19) 日野幹雄 : 流体力学, 朝倉書店

(1974. 6. 24・受付)