

## プレーンコンクリートの付着ひびわれ発生機構

## に関する基礎的研究\*

CRACKING MECHANISM OF BOND MICROCRACKS  
IN PLAIN CONCRETE

加 藤 清 志\*\*

By Kiyoshi KATO

## 1. ま え が き

コンクリートの変形挙動に大きな影響を及ぼす微小ひびわれの性質については、すでに報告した<sup>1),2)</sup>。すなわち、プレーンコンクリートが単軸圧縮荷重されると、モルタルマトリクス中の空気泡にはいる微小ひびわれ、いわゆる気泡殻ひびわれが急激に増加し、また、比例限度よりも低い応力レベルからマトリクスと骨材粒子との界面に生じる付着ひびわれが顕微鏡的オーダーから視覚的オーダーへと成長する。これら微小ひびわれの累積効果がコンクリートの非弾性挙動の直接的要因であるが、さらに応力レベルの上昇によりコンクリートの体積変化が圧縮から見掛け上膨張へと移行する応力度、すなわち臨界応力度に達すると、気泡殻ひびわれや広義の骨材粒子（細骨材や未水和クリンカ粒子を含めて）界面などの構造欠陥を起点として漸増してきたモルタルひびわれが急増しはじめ、また、付着ひびわれの橋渡しが行なわれ、連続ひびわれが形成されて耐力低下へと進行する。

以上の一般的なひびわれ破壊過程を踏まえて、本研究報告では主として、付着ひびわれに及ぼす骨材粒径効果およびコンクリートの構成成分要素の物理常数との関係について、さらに、人工軽量骨材コンクリートのひびわれ機構についても考察した。

## 2. プレーンコンクリートの微小ひびわれ

## (1) 概 説

プレーンコンクリートの付着ひびわれの一部は載荷前

からすでに生じているものであるが<sup>2),3),4),5)</sup>、これはまだ固まらないコンクリートの塑性収縮 (Plastic shrinkage) ・不均一な沈降・マスコンクリート内部に生じるような自発性体積変化 (Autogenous volume change) ・養生に伴う膨張・乾燥収縮・炭酸化収縮 (Carbonation shrinkage) など<sup>6)</sup>に起因して生じるいわゆる体積変化によるものである。付着ひびわれはセメントが水和中に膨張すれば、モルタルひびわれが生じることなく発生し、また、収縮するとすればモルタルひびわれとともに発生するものであるが、いずれにしても、凝結・硬化中に骨材粒子とセメントペーストまたはモルタルマトリクス間の高い垂直応力とせん断応力のために付着ひびわれが生じるものと報告されている<sup>9),10)</sup>。また、実験的に初期材令の膨張量を測定し、特に自発性体積変化は 0.6% にも達することも確かめられており<sup>7)</sup>、セメントペーストと骨材の物理常数と構成量とからコンクリートの収縮量を推定する試みもある<sup>8)</sup>。

硬化後の付着強度は、骨材の鉱物学的な特性・マトリクスの水セメント比・骨材表面の粗度・材令・含水量・セメントの種類・骨材寸法・載荷速度などの広範多岐な諸要因に影響されるが<sup>9),10)</sup>、これらについて Hsu<sup>11)</sup>、Scholer<sup>12)</sup>らは貴重な結果を得ている。さて、応力レベルの上昇とともに付着ひびわれは増大するが、骨材とマトリクス間の界面に生じている最大引張応力が引張付着強度に達した場合にひびわれが生じるとする引張形付着ひびわれ<sup>11)</sup>と、界面に沿う最大せん断応力が界面のせん断強度に達した場合にひびわれが生じるとするせん断形付着ひびわれ<sup>10)</sup>とがある。しかし、後者には破壊仮説のひとつである内部摩擦説 (Coulomb 理論) でもそうであるが<sup>13)</sup>、内部摩擦という概念の物理的意味の明りょうさを欠く因子を含んでいる。さらに、球状介在物まわりの応力解析もあり、たとえば、Sezawa<sup>14)</sup>は 1928 年にすでにコンクリートの強度はおもに空げき (Cavity) や介在物に影響されることや、1933 年には Goodier<sup>15)</sup>はコ

\* 土木学会第 28 回年次学術講演会 (昭昭 48 年 10 月) および第 1 回関東支部年次研究発表会 (昭和 49 年 5 月) で一部発表

\*\* 正会員 工博 防衛大学校助教 土木工学教室

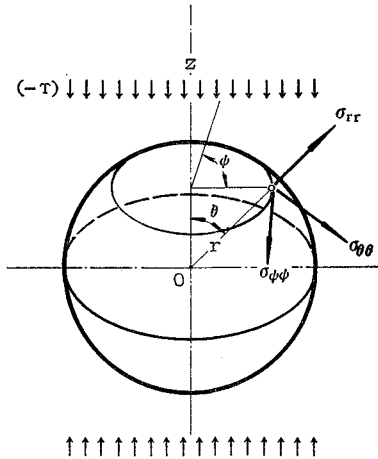


図-1 座標と応力成分

ンクリート中の鉄筋長手方向と直交する方向への影響度を強調しているが、いずれもコンクリート工学研究者でないだけにその提言はまことに興味深い。

(2) 骨材まわりの応力

粗骨材の粒形を球体と仮定し、これが無限マトリクス中で圧縮応力を受けた場合に生じる応力度のうち、半径方向応力度は座標を 図-1 のようにとると次式で表わされる<sup>15)</sup>。

$$\begin{aligned}
 (\sigma_{rr})_{\theta, r=d} / (-T) &= \frac{0.5(k-1)}{(7-5\nu_1)k + (8-10\nu_1)} \\
 &\times \frac{2(1-2\nu_2)(6-5\nu_1)k + (3+19\nu_2-20\nu_1\nu_2)}{2(1-2\nu_2)k + (1+\nu_2)} \\
 &- \frac{\left\{ (1-\nu_1) \frac{1+\nu_2}{1+\nu_1} - \nu_2 \right\} - (1-2\nu_2)k}{2(1-2\nu_2)k + (1+\nu_2)} \\
 &+ \frac{0.5(k-1) \{ (-6+5\nu_1) + (7-5\nu_1)\cos 2\theta \}}{(7-5\nu_1)k + (8-10\nu_1)} \\
 &\dots\dots\dots(1)
 \end{aligned}$$

ここに、 $(\sigma_{rr})_{\theta, r=d}$ ：半径  $r=d$  の球体上に作用する OZ から  $\theta$  の傾きをもつ点の半径方向応力度。

$(-T)$ ：マトリクスに作用する圧縮応力度。

$k$ ： $E_1/E_2$

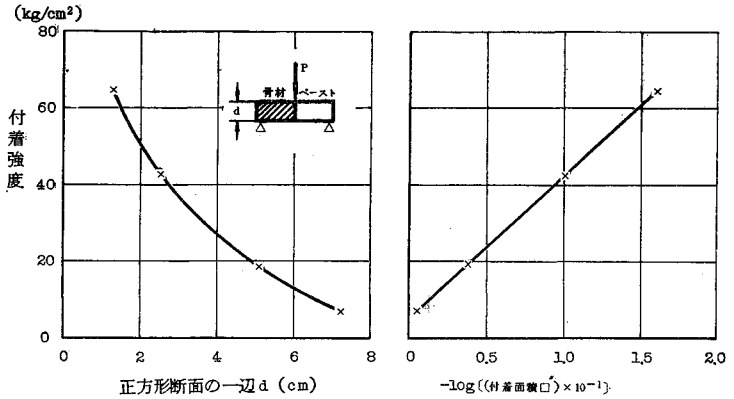
$E_1$ ：マトリクスの弾性係数。

$E_2$ ：球体介在物の弾性係数。

$\nu_1$ ：マトリクスのポアソン比。

$\nu_2$ ：球体介在物のポアソン比。

式(1)で明らかのように、界面に作用する引張応力は複合材料の構成成分要素の弾性係数の相対的な比率と、個々の要素のポアソン比に直接的に依存し、粒径の項は



(a) セメントペースト-骨材付着強度と骨材寸法との関係

(b) セメントペースト-骨材付着強度と付着面積の逆数の対数との関係

消失することがわかる。

また、Hansen<sup>16),\*)</sup> は Coutinho<sup>17)</sup> の研究に基づいて、“骨材とマトリクスとの弾性係数の比が2~3倍あれば、実際の介在物まわりの応力度は剛体球まわりの応力度とみなすことができる。”として、赤道線上の引張応力を式(2)で与えた。

$$\begin{aligned}
 (\sigma_{rr})_{\theta = \frac{\pi}{2}, r=d, k=0, \nu_2=0} / (-T) &\equiv \frac{1-\nu_1}{1+\nu_1} - \frac{5-5\nu_1}{8-10\nu_1} \\
 &\dots\dots\dots(2)
 \end{aligned}$$

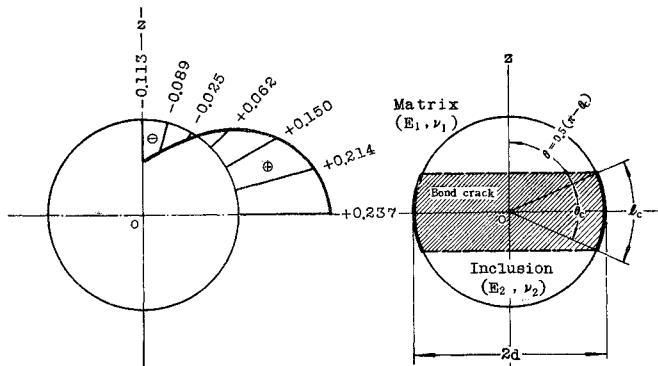
したがって、式(2)はマトリクスのポアソン比のみの関数となり、やはり 粒径の影響は受けないことになる。

(3) 付着ひびわれと粒径およびポアソン効果

Alexander<sup>18)</sup> および Gilkey<sup>19)</sup> は「不均質なコンクリートの初期破壊は、骨材の径や量が增大するにつれて顕著にかつ低い荷重状態で生じる。」と報告しているが、Hsu et al.<sup>2)</sup> もまた実験的にこの事実を確認した。また、Alexander et al.<sup>20)</sup> はセメントペースト-骨材付着強度と骨材寸法との関係を調べるために、1点中央荷法による曲げ試験を行ない、図-2の結果を示した(ここでは原図をわかりやすく書き直した)。すなわち、「骨材寸法の増大とともに付着強度は低下し(図-2(a))、特に、付着強度は付着面積の逆数の対数との間に、直線関係がある(図-2(b))。」ことを指摘している。同氏らは付着強度-寸法効果の理由として、セメントペーストの硬化の際に、骨材表面のペースト膜はかなりのひずみを伴うので大きな内部応力が生じるが、付着面積が大きくなるにしたがい応力も増大し、かくして付着強度はしだいに低下するものと論じた。

\*) 式(1)の右辺中  $20\nu_1\nu_2$  を  $2\nu_1\nu_2$  とミスタイプしているの注意を要する。

このようなマトリクスの界面変形は解析的<sup>9),10)</sup>にも、また、実験的<sup>11)</sup>にも確認されており、これが付着強度低下の一要因であることも事実である。しかしながら、本論文で強調するのはたとえ骨材粒子とセメントペーストとがその界面で一樣な付着強度をもつとしても、(2)で述べたように従来の方法では、赤道線上の最大引張応力が粒径の関数とはならないが、著者の次に示す付着ひびわれ長さを導入する手法によれば、粒径はうまく関数化され、実験的に観察されているように「粒径の大きな骨材粒子ほど、その荷重方向の界面には付着ひびわれが生じやすい。」という現象を現実 に 即して説明がつくことになる。



(a) 半径方向応力  $\sigma_{rr}/(-T)$  の分布の一例  
 (b) 付着ひびわれ長さ  $l_c$  と中心角  $\theta_c$

( $k=0.57, \nu_1=0.50, \nu_2=0.20$  の場合)

図-3

図-1 で両極点を含む平面で切断された  $r=d$  なる大円を 図-3 に示す。図-3 (a) は  $(-T)$  なる圧縮応力を受けた場合の球体介在物まわりの応力分布の一例( $k=0.57, \nu_1=0.5, \nu_2=0.2$  とし、式(1)より算出。)であるが、問題を単純化して半径方向の引張応力  $\sigma_{rr}$  が付着強度で平衡を保つものと仮定すると、図-3 (b) に示すように  $l_c$  まで付着ひびわれが成長することになる。付着ひびわれ長さ  $l_c$  の中心角  $\theta_c$  は

$$\theta_c = l_c/d \dots\dots\dots (3)$$

したがって、式(1)の  $\theta$  は

$$\theta = 0.5(\pi - \theta_c) \dots\dots\dots (4)$$

式(1), (3), (4) から

$$\begin{aligned} (\sigma_{rr})_{\theta_c, r=d}/(-T) \equiv K &= \frac{0.5(k-1)}{(7-5\nu_1)k+(8-10\nu_1)} \\ &\times \frac{2(1-2\nu_2)(6-5\nu_1)k+(3+19\nu_2-20\nu_1\nu_2)}{2(1-2\nu_2)k+(1+\nu_2)} \\ &- \frac{\left\{ (1-\nu_1) \frac{1+\nu_2}{1+\nu_1} - \nu_2 \right\} - (1-2\nu_2)k}{2(1-2\nu_2)k+(1+\nu_2)} \\ &+ \frac{0.5(k-1)\{(-6+5\nu_1)-(7-5\nu_1)\cos l_c/d\}}{(7-5\nu_1)k+(8-10\nu_1)} \end{aligned} \dots\dots\dots (5)$$

ゆえに、式(5)から“一定長さの付着ひびわれを発生させるための圧縮応力は、明らかに粒径の関数となる。”ことがわかる。

ここで、コンクリートをセメントペーストマトリクス(さらに、ペーストは光学顕微鏡で観察できる結晶、光学顕微鏡の分解能を越えた結晶、空気、自由水、毛管水、吸着水、水和に必要な水分などに細分化される複合材料ともなる<sup>21)</sup>、ここでは準巨視的に一層とみなす。)と骨材との2層材料で構成される複合体と考える<sup>22)</sup>。セメ

ントペーストと骨材との付着強度は、骨材の石質・表面粗度とか水セメント比などによっても異なるが、セメントペーストの引張強度の約 0.65 程度<sup>9),10)</sup>、また、セメントペーストの引張強度は圧縮強度の約 0.05 とすると<sup>9)</sup>、

$$(\sigma_{rr})_{\theta_c, r=d} = 0.03 \sigma_{cP} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\sigma_{cP}$ : コンクリートの相当セメントペーストの圧縮強度。

式(5), (6) より

$$(-T) = 0.03 \sigma_{cP}/K \dots\dots\dots (7)$$

また、コンクリートを巨視的にセメントモルタルと粗骨材との二層からなる複合体と考えると<sup>22)</sup>、モルタルと骨材との付着強度には骨材の石質や水セメント比、特にセメント砂比が大きな影響を与えるが、その付着強度はモルタルの引張強度の約 0.50 である<sup>9)</sup>。モルタルの引張強度は圧縮強度の約 0.10 程度であるので<sup>23)~25)</sup>、

$$(\sigma_{rr})_{\theta_c, r=d} = 0.05 \sigma_{cM} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $\sigma_{cM}$ : コンクリートの相当セメントモルタルの圧縮強度。

式(5), (8) より

$$(-T) = 0.05 \sigma_{cM}/K \dots\dots\dots (9)$$

または、一定水セメント比のコンクリート中の相当モルタルの圧縮強度は、コンクリートの圧縮強度の約 0.70 程度であるから<sup>26)~28)</sup>、式(9)はまた次のようにも表わせる。

$$(-T) = 0.035 \sigma_{cB}/K \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\sigma_{cB}$ : コンクリートの圧縮強度。

いま、一例として、セメントモルタルの弾性係数およびポアソン比を、それぞれ  $E_1=216 \text{ ton/cm}^2, \nu_1=0.50$  (このような大きなポアソン比の値の採用理由については後述する。)、また、粗骨材の諸元<sup>2と21(29)</sup>を  $E_2=380 \text{ ton/cm}^2$

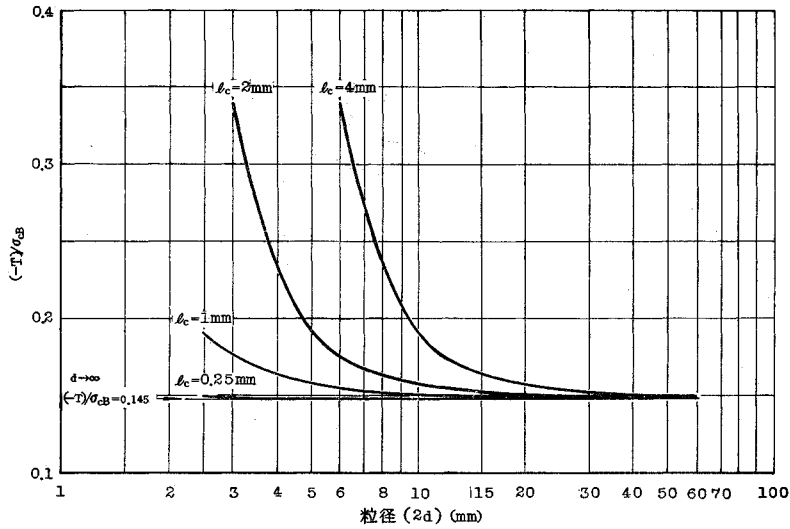


図-4 付着ひびわれ長さ  $l_c$  を生じさせるための応力レベルと粒径との関係の一例 ( $k=0.57, \nu_1=0.50, \nu_2=0.20$  の場合)

( $k=0.57, \nu_2=0.20$  の場合には、一定長さの付着ひびわれを生じさせるに要する応力レベル ( $(-T)/\sigma_{cB}$ ) と粒径との関係は図-4のようになる。すなわち、付着ひびわれ長さが大なるほど、また、粒径が小なるほど高い応力レベルを必要とすることがわかる。

式 (5) で  $d \rightarrow \infty$  とすると、 $K$  は  $K_c$  となり

$$K_c = \frac{0.5(k-1)}{(7-5\nu_1)k+(8-10\nu_1)} \times \frac{2(1-2\nu_2)(6-5\nu_1)k+(3+19\nu_2-20\nu_1\nu_2)}{2(1-2\nu_2)k+(1+\nu_2)} - \frac{\left\{ (1-\nu_1) \frac{1+\nu_2}{1+\nu_1} - \nu_2 \right\} - (1-2\nu_2)k}{2(1-2\nu_2)k+(1+\nu_2)} + \frac{0.5(k-1)(-13+10\nu_1)}{(7-5\nu_1)k+(8-10\nu_1)} \dots\dots\dots(11)$$

で与えられる。すなわち、粒径が十分大きい場合には  $K$  は  $\nu_1, \nu_2, k$  といったコンクリート構成成分要素の物理常数で与えられる一定値となる。たとえば、図-4 の例では  $(-T)/\sigma_{cB}=0.145$ 、終局強度の約 15% となる。

また、微小ひびわれ開始応力レベルは任意の粒径に対し、 $l_c \rightarrow 0$ 、または、付着ひびわれ長さと粒径との相対的な関係で  $l_c \ll d$  であれば、 $l_c/d \approx 0$ 。したがって、 $K$  は式 (11) で与えられることになる。図-4 に示すような普通コンクリートでは、粒径が 25~30 mm 以上の大きさになると付着ひびわれ発生応力レベルはほぼ一定となり、このことは付着ひびわれが発生する極限応力状態と等価である。付着ひびわれ発生開始の最小応力度  $T_c$  は、 $(-T) \equiv T_c$  とし式 (10), (11) より

$$T_c = 0.035 \sigma_{cB} / K_c \dots\dots\dots(12)$$

さらに、式 (11) で与えられる  $K_c$  は  $\nu_1$  の変化に伴

い大きく変化するが、その一例 ( $k=0.57, \nu_2=0.20$  の場合) を図-5に示す。 $K_c$  は  $\nu_{1,c}$  で 0 となるが、じつは式 (12) の  $T_c$  を  $\pm \infty$  にすることになる。図-6 は  $T_c/\sigma_{cB}$  と  $\nu_1$  との関係を示す一例であるが、 $\nu_1 > \nu_{1,c}$  では図-1の赤道線上に引張応力が生じ、ある応力レベルに達して付着ひびわれが発生する。 $\nu_1 < \nu_{1,c}$  では圧縮応力が生じ、付着ひびわれは生じない。 $K_c \rightarrow 0$  で  $T_c \rightarrow \pm \infty$  となるのは、式 (11) より

$$\nu_{1,c} = \frac{-(9k+1)\nu_2+(k-1)}{5\{(k-1)\nu_2-(k+1)\}} \dots\dots\dots(13)$$

図-6 の場合の  $\nu_{1,c}$  は、式 (13) によると 0.200 である。 $k$  と  $\nu_2$  の変化に伴う  $\nu_{1,c}$  の変動のようすを図-7 に示す ( $\nu_{1,c}$  の範囲については後述参照)。また、Hansen

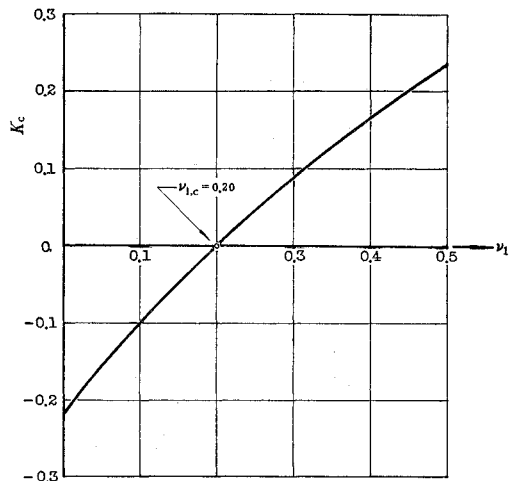


図-5  $K_c$  と  $\nu_1$  との関係の一例 ( $k=0.57, \nu_2=0.20$  の場合)

式によれば、式(2)より  $k$  に関係なくつねに  $\nu_{1,c} = 0.200$  となるが、これらのようすを 図-8 に示す。

図-5, 6 から、引張り側で  $\nu_1 \geq \nu_{1,c}^*$  であれば

$$T_c/\sigma_{cB} \leq 1 \dots\dots\dots (14)$$

となり、コンクリートの単軸圧縮により破壊が生じる応力レベル（終局強度）以下で、骨材粒子の赤道線上に引張応力が働き付着ひびわれが生じることになる。式(14)の等号を満足する  $\nu_1$  を  $\nu_{1,c}^*$  とすると、式(11), (12), (14) より

$$\nu_{1,c}^* = \frac{1}{5\{(k-1)\nu_2 - (k+1) + \alpha\}}$$

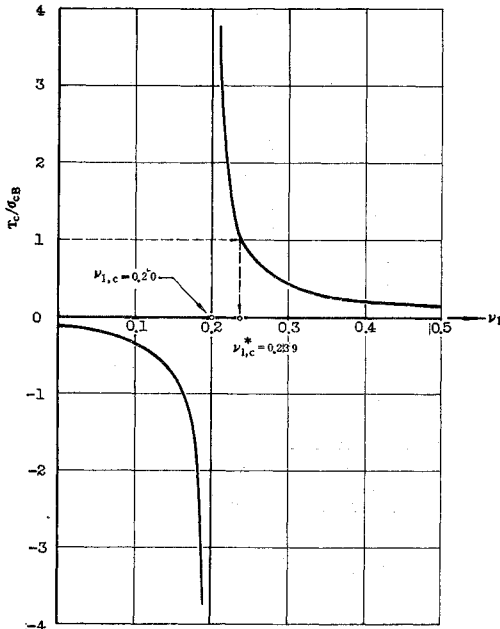


図-6  $T_c/\sigma_{cB} (= 0.035/K_c)$  と  $\nu_1$  との関係の一例 ( $k=0.57, \nu_2=0.20$  の場合)

$$\begin{aligned} & \cdot [\sqrt{\{(1+\nu_2)(2k+3)+\beta\}^2 - 5\{(k-1)\nu_2 \\ & - (k+1) + \alpha\}\{(k-1) - (9k+1)\nu_2 + \alpha\}} \\ & - \{(1+\nu_2)(2k+3)+\beta\}] \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

ここに、 $\alpha \equiv A(k+2)$

$$\beta \equiv -A(k-1)$$

$$r \equiv -A(7k+8)$$

$$A \equiv \frac{0.035}{3} \{2(1-2\nu_2)k + (1+\nu_2)\}$$

$k, \nu_2$  の変化に伴う  $\nu_{1,c}^*$  の変動のようすを 図-9 に示す。いま、コンクリートのポアソン比の急増をもたらす開

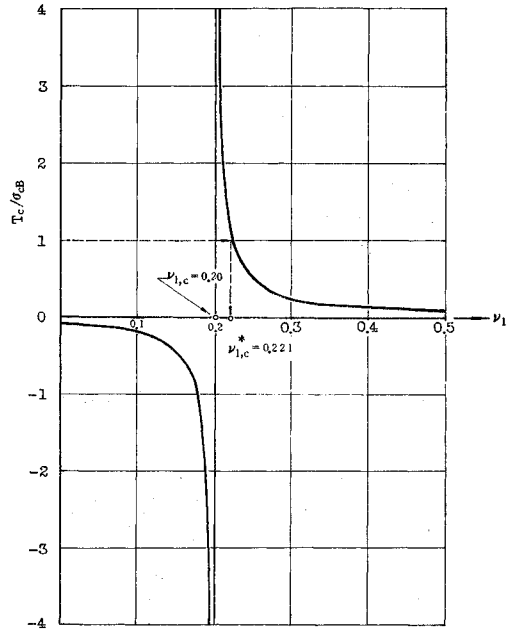


図-8 Hansen 式 (2) を用いた場合の応力レベルと  $\nu_1$  との関係

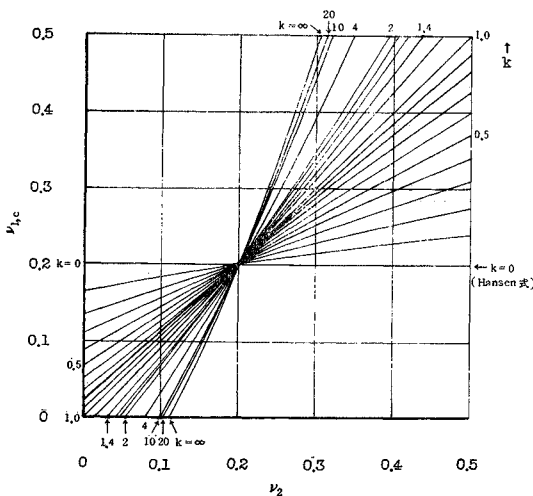


図-7  $k, \nu_2$  の変化に伴う  $\nu_{1,c}$  の値

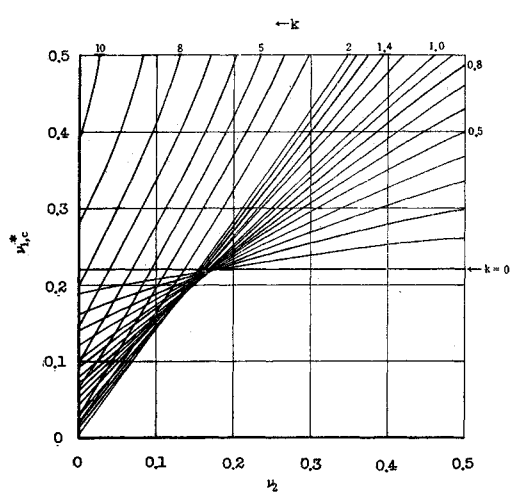


図-9  $k, \nu_2$  の変化に伴う  $\nu_{1,c}^*$  の値

始応力度 (Initiation stress)<sup>30)</sup> (平均強度範囲 580~142 kg/cm<sup>2</sup> に対し, 0.88~0.65 である<sup>31)</sup>。)以下の単軸圧縮荷重状態でのコンクリートのポアソン比は, セメントモルタルの場合でもそうであるが, 一般に 0.15~0.25 のオーダーであるから<sup>32)</sup>, 図-6 の例でこのような値のポアソン比が終局強度まで持続されるとすれば, 明らかにコンクリートの圧縮破壊の前に付着ひびわれが生じないか, 生じるとしてもきわめて高い応力レベルである。

本論で重要なことは, 応力レベルの上昇に伴い逐次増大するマトリクスのポアソン比を,  $\nu_1 > \nu_{1,c}^*$  の範囲で  $\nu_1$  値をどのように決めるかということである。圧縮荷重されたコンクリート供試体の見掛けのポアソン比は, 終局強度に近づくとも 0.5 以上にも達することが観察されている<sup>たえは33)</sup>。すなわち, 塑性変形が生じるとポアソン比は 0.5 に接近する<sup>34)</sup> ことを意味する。一方, 弾性体に対して理論的にはポアソン比の範囲は  $0.5 > \nu > -1$  である<sup>35), 36)</sup>。現象論的観察結果ではあるが, ある種の大理石 (Taconic marble) では単軸圧縮荷重の低応力状態で, 微小ひびわれの閉塞変形に基因するものと思われるが, 負のポアソン比を示す場合もある<sup>37)</sup>。しかし, 工学的にはポアソン比の範囲は<sup>38)</sup>  $0.5 \geq \nu > 0$  と考えてよいであろう。

さらに, 実験的にコンクリート内部の局所ひずみ分布を調べるために, 表-1 に示す配合をもつ普通コンクリ

ートを 10×10×42 cm の型わくで成型し, 28 日間標準養生した。なお, セメントは普通ポルトランドセメントで, 粗骨材は最大寸法 20 mm の川砂利を高活性洗剤で十分洗浄して使用した。養生のあと, ダイヤモンド・カッターで 10 cm 角の立方体に切断した。写真-1, 図-10 (a) に示すように, 有効長 2 mm のひずみゲージを骨材粒子界面にまたがる位置 (引張り状態のチェック用, No. 7 ゲージ) とほぼ同じ個所でのモルタルマトリクス (縦ひずみ度用, No. 9 ゲージ) にクロス形に 2 枚でん付した。供試体の終局強度近く (500 kg/cm<sup>2</sup>) までのそれらのひずみ分布, および見掛けのポアソン比分布を 図-10 (b) に示す。この場合, 骨材およびモルタルマトリクスの横ひずみ度 (それぞれゲージ No. 4, No. 2) は全般的にきわめて小さく, したがって, 両成分にまたがるゲージ No. 7 は局部的塑性領域の挙動ことに界面の状態を示し, 応力レベル約 30% で界面の見掛けのポアソン比は 0.5 となり, 測微鏡 (内蔵光源反射光式で, 30×) で付着ひびわれが観察された。

以上の理論的かつ実験的観点から, 微小ひびわれの生じる塑性領域<sup>たえは39)</sup>の局部的なマトリクスのポアソン比を 0.5 と考えるものとする。

かくして, 式 (11) の  $\nu_1$  に 0.5 を代入し,  $(K_c)\nu_1 = 0.5 \equiv K_c^*$  とすると

表-1 コンクリートの配合

粗骨材の最大寸法 (mm)	スラブ (cm)	空気量 (潜入) (%)	水セメント比 (%)	細骨材率 (%)	単位量 (kg/m <sup>3</sup> )			
					水	セメント	粗骨材	細骨材
20	15	1.0	59.0	33	182	309	618	1236

$$K_c^* = \frac{1}{3(3k+2)} \cdot \left[ \frac{(k-1)\{7(1-2\nu_2)k+(3+9\nu_2)\}}{2(1-2\nu_2)k+(1+\nu_2)} + (1-2\nu_2)(3k-1)(3k+2) - 8(k-1) \right]$$

.....(16)

したがって, 最終的には付着ひびわれ発生開始の局部塑性領域を考慮した下限応力レベル  $T_c^*$  は, 式 (12), (16) より次式で与えられることになる。

$$T_c^* = 0.035 \sigma_{cB} / K_c^* \quad \dots\dots\dots(17)$$

なお, 式 (17) は  $T_c^*/\sigma_{cB} \leq 1$ , また, 骨材のポアソン比は工学的に  $0.5 \geq \nu_2 \geq 0$  としてよいから, 2 条件を満足する  $\nu_2$  の領域は次式で与えられる。

$$0 \leq \nu_2 \leq \{ (7k+3) - 0.105(1+2k)(2+3k) \} / \{ (23k-3) + 0.105(1-4k)(2+3k) \} \quad \dots\dots\dots(18)$$

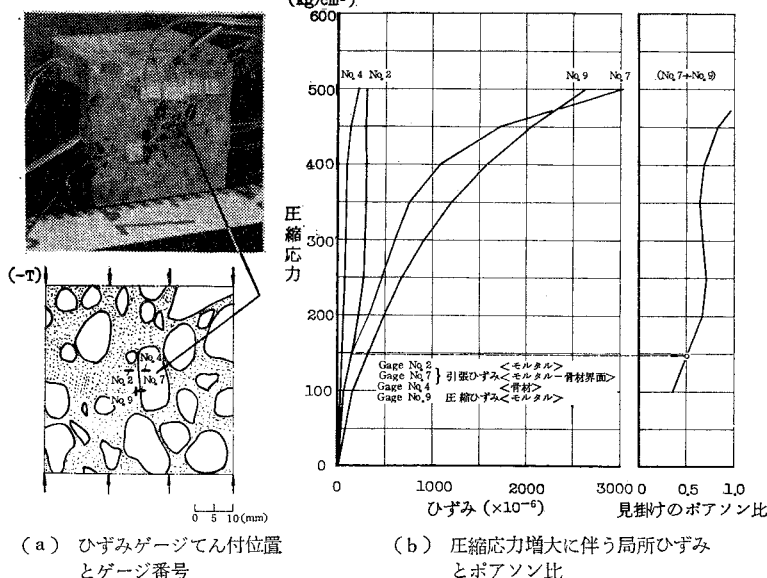


図-10

式(18)で与えられる  $k-\nu_2$  領域を 図-11 に示す。この領域で成り立つ付着ひびわれ下限応力レベル  $T_c^*/\sigma_{cB}$  と  $k, \nu_2$  との関係を 図-12 に示す。

また、 図-13 はマトリクスのポアソン比  $\nu_1$  の変化に伴う応力状態と付着ひびわれとの意味づけの要点であるが、コンクリート構成材料の物理常数が巧妙にかかわり合い、付着ひびわれ発生の重要な因子となっていることが理解できる。

図-12 からわかるように、理想化された球状骨材のポアソン比  $\nu_2$  の増大およびモルタルマトリクスと骨材の弾性係数の比  $k$  の増大は、ともに付着ひびわれ発生応力レベルを高くする。すなわち、付着ひびわれが生じ難くなることを意味する。たとえば、普通コンクリートの一例として前掲の諸元 ( $k=0.57, \nu_2=0.20$ ) を用いると、 図-12 より  $T_c^*/\sigma_{cB} \approx 0.15$  となり、したがって、このコンクリート強度の約 15% の応力レベルで付着ひびわれが開始することになる。

岩石の弾性係数は試験条件のほか岩質や供試体寸法などによっても左右されるが、普通の品質では約 250~900 ton/cm<sup>2</sup>、ポアソン比については 0.20 のオーダーであり<sup>たとえ(40), (41)</sup>、また、モルタルの弾性係数は 150~200 ton/cm<sup>2</sup> のオーダーである。したがって、 $k=0.15 \sim 0.80$  の範囲をとる。 図-12 より、 $T_c^*/\sigma_{cB}=0.09 \sim 0.18$  となり、この種の特性値で構成される普通コンクリートの付着ひびわれ発生応力度は、コンクリート強度の約 10~20% であることがわかる。

従来、多くの研究者によって実験的に検出された微小ひびわれの応力レベルは 25% 以上<sup>たとえ(42)</sup>であるが、これは付着ひびわれがある程度成長した形で捕そくされたものと考えられる。最近の高感度マイクロホン法によって検出された例<sup>たとえ(43)</sup>では、2% 程度の応力レベルであり、この段階のひびわれはおもに気泡殻ひびわれ<sup>たとえ(4)</sup>とみてよいことがわかる<sup>44)</sup>。

(4) 人工軽量骨材コンクリートのひびわれ

人工軽量骨材の物理常数については、皮膜外殻部や見掛け上の独立気泡を含む内殻部の質的要因や、石理のような構造的因子などの複雑な影響を受け、種種の問題点があることもありほとんど求められていない。

岡本ら<sup>45)</sup>は造粒型軽量粗骨材粒子を樹脂モルタルへ埋め込み、複合則 (Rule of mixture)<sup>46), 47)</sup>によらずに試行的に弾性係数を求め、約 145 ton/cm<sup>2</sup> であることを示した。

本研究では弾性係数のほかにポアソン比も必要であることから、粒径 30~40 mm の造粒型粗骨材粒から、一

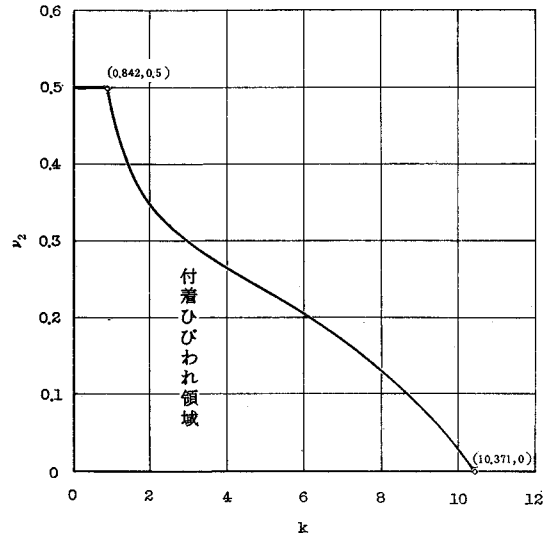


図-11  $\nu_1=0.5$  で付着ひびわれの生じる  $k, \nu_2$  の領域

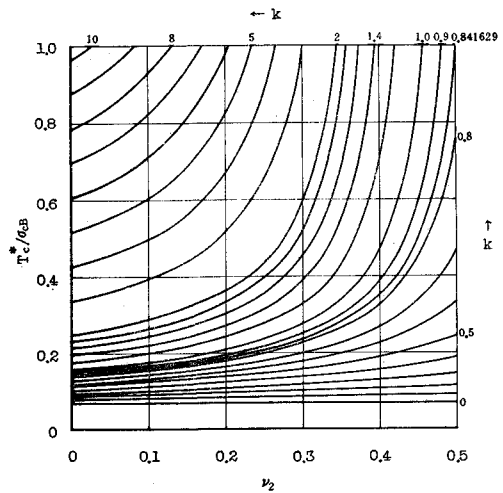


図-12  $k, \nu_2$  の変化に伴う付着ひびわれ発生応力レベル ( $\nu_1=0.5$ )

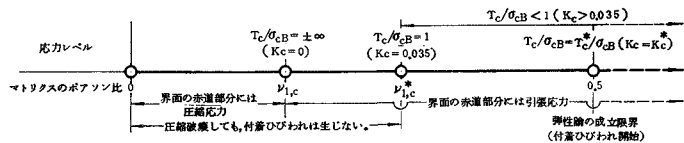


図-13  $\nu_1$  の変化に伴う応力状態とひびわれとの意味づけの要点

辺が 9.4~12.5 mm の立方形試料を切り出し、有効長 6 mm のひずみゲージをてん付して応力-ひずみ・ポアソン比曲線を求めたが、その一例を 図-14 に示す。軽量骨材はきわめてぜい性的な挙動を示し、また、その破壊の形状は荷重方向にひびわれする圧裂形であり、玄武岩

などに見られる Type I (Elastic)<sup>37)</sup> の応力-ひずみ曲線の特徴をもつ範ちゅうにはいる。造粒および膨張焼成過程などにより異なるので、4個の試料ではあるが圧縮強度は 250~450 kg/cm<sup>2</sup> と村田ら<sup>48)</sup>の報告と同程度の、また、弾性係数は 51~225 ton/cm<sup>2</sup> と、両者ともかなりの大きさの分散の範囲をもつ。いま、図-14 の場合では、軽量骨材の終局強度近くでの弾性係数とポアソン比は、それぞれ  $E_2=135 \text{ ton/cm}^2$ 、 $\nu_2=0.44$  となる。モルタルについては前例の諸元を用いるとすると、 $k=1.11\sim 1.48$  となり、 $\nu_2=0.44$  に対応する  $T_c^*/\sigma_{cB}$  は図-11 に示す付着ひびわれ領域外の応力レベルであり、したがって、このような物理常数に対しては、図-12 でも明らかなように軽量コンクリート自体が終局強度に達しても、付着ひびわれが生じないことになる。

以上の解析結果によると、付着ひびわれ発生応力レベルは、Hansen の示すように単一的要因として、普通コンクリートではマトリックスのポアソン比  $\nu_1$  のみに<sup>49)</sup>、また、軽量骨材コンクリートでは弾性係数の比  $k$  のみによる<sup>50)</sup>のではなく、 $k$  と骨材のポアソン比  $\nu_2$  の両者に直接的に影響されるのである。

軽量骨材のように弾性係数の低下すなわち  $k$  の増大と、さらに一方では、ポアソン比  $\nu_2$  の増大により付着ひびわれは普通コンクリートに比較し生じ難くなる。付着ひびわれの発生および存在はコンクリートの応力-ひずみ線図の非線形化すなわち塑性的挙動の主要な因子であることが、モデル実験<sup>たとえ(51), (52)</sup>や微小ひびわれ観察<sup>たとえ(53), (53)</sup>によっても確認されている。軽量骨材コンクリートがほぼ終局強度近くまで、同じ程度の強度をもつ普通コンクリートに比較するとより弾性的な性質を示し、その破壊はぜい性的に爆裂しがちであって、また、軽量骨材粒子は付着ひびわれよりも、むしろ圧倒的に粒子自体の荷重方向に走る圧裂破壊が多い<sup>たとえ(54)~(57)</sup>。

ここで、軽量骨材粒子の頂部および底部すなわち極点の応力について検討する。図-1 に示すように、 $(-T)$  なる圧縮応力場で球体介在物の極点に生じる応力度は、一般に式 (19) で示される<sup>15)</sup>。

$$(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=0, r=d/(-T)} = \frac{1}{4} \frac{k-1}{(7-5\nu_1)k + (8-10\nu_1)}$$

$$\times \frac{2(13+25\nu_1)(1-2\nu_2)k + (16+20\nu_1+40\nu_1\nu_2)}{2(1-2\nu_2)k + (1+\nu_2)}$$

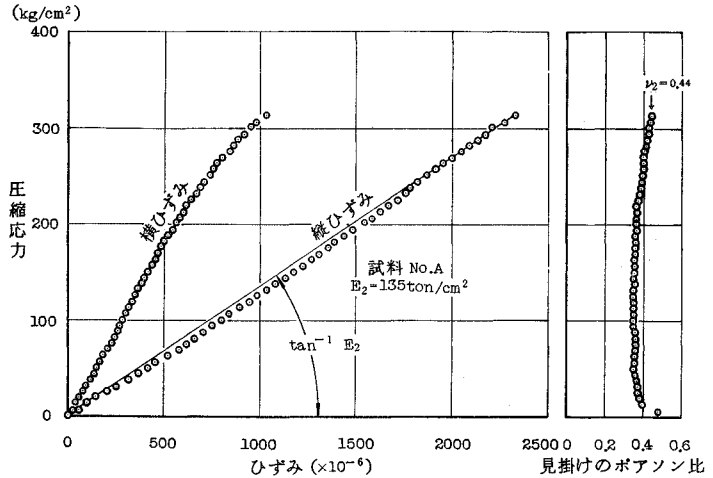


図-14 人工軽量骨材(造粒型)から切り出した立方体試料の応力-ひずみ・ポアソン比曲線

$$+ \frac{1}{2} \frac{\left[ (1-\nu_1) \frac{1+\nu_2}{1+\nu_1} - \nu_2 \right] - (1-2\nu_2)k}{2(1-2\nu_2)k + (1+\nu_2)} \dots \dots \dots (19)$$

いま、極点とその個所のマトリックスに同時に引張りひびわれが生じるものとする、微小ひびわれ個所の塑性領域では両成分ともポアソン比は  $\nu_1=\nu_2=0.5$  と考えてよいであろう。かくして、式 (19) から

$$(\sigma_{\theta\theta})_{\theta=0, r=d, \nu_1=\nu_2=0.5/(-T)} \equiv K_c^{**}$$

$$= \frac{4(k-1)}{3k+2} \dots \dots \dots (20)$$

モルタルマトリックスの場合には

$$T_c^{**} = 0.07 \sigma_{cB} / K_c^{**} \dots \dots \dots (21)$$

で与えられる応力度で、軽量骨材粒子の両極点に引張り

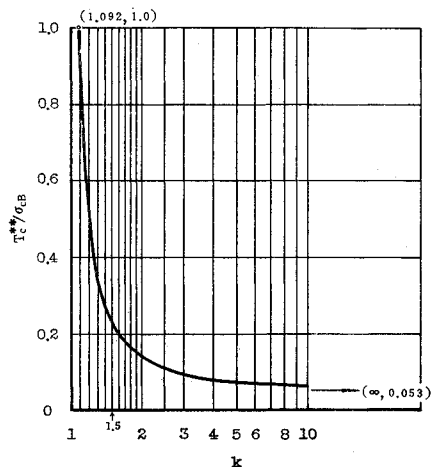


図-15 軽量骨材の極点に生じる引張りひびわれ発生応力レベル ( $k < 1.092$  では引張りひびわれは生じない)



微小ひびわれが生じることになる。引張りひびわれ発生応力レベル  $T_c^{**}/\sigma_{cB}$  と弾性係数の比  $k$  との関係を図-15に示す。 $k < 1.092$ であれば、軽量骨材粒子の極点には引張りひびわれは生じない。また、式(19)で  $k \rightarrow \infty$  (すなわち、 $E_1/E_2$  で  $E_2 \rightarrow 0$ ) とすれば空げきの極点引張応力度となり、極点引張りひびわれ応力レベルは 6.0%となる。

図-15から明らかのように、 $k$  が 1.092 を越え 2 程度までは、極点の引張りひびわれ応力レベルは急激に低下し、2 以上では空げきの応力状態に近づいていく。軽量骨材の場合には、前述のように  $k=1.11 \sim 1.48$  程度であるから、図-15より  $T_c^{**}/\sigma_{cB}=0.65 \sim 0.24$ 、すなわち、弾性係数の小さい軽量骨材ほど低応力レベルで引張りひびわれが発生し、そのオーダーは 25% 程度である。また、弾性係数の大きい軽量骨材ほど高い応力レベルで引張りひびわれが発生することになり、そのオーダーは高いもので 85% 程度にも達する。

一方、気泡殻ひびわれは載荷開始の低応力レベルから発生し、応力度の増大とともにその発生頻度は増大するがその微小ひびわれはただちに連続ひびわれに成長することはないことが実験的に確認されている<sup>たとえ(1), (58)~(60)</sup>。気泡殻の極点引張り微小ひびわれは、マトリクス内に局所降伏による塑性領域の広がりによって遅いひびわれ成長 (Slow crack growth) を示し、あたかも延性的であり、付着ひびわれやそれを橋渡しするモルタルひびわれのように、容易に大きく成長はしない。しかし、特にニートセメントペーストや軽量骨材コンクリートのような場合には、ある程度以上成長すると極点の引張りひびわれの進行はぜい性的となり、塑性的表面仕事量の減少により急激に破壊が完了するものと説明される<sup>61), (62)</sup>。

軽量コンクリートは、普通コンクリートのように低い応力レベルからの微小な付着ひびわれの発生・成長に伴う弾性ひずみエネルギーの解放と内部応力の再配分が行なわれることが少ないので、内部エネルギーは骨材粒子の縦ひびわれを発生させる。粒子の縦ひびわれは粒子自体の見掛け上のポアソン比を増大させることにもなり、さらに付着ひびわれ発生・成長抑制に連係する。このような循環のあとに、ある程度マトリクスに貫入している引張りひびわれは、蓄積された膨大な内部エネルギーによってマトリクスを急激に引き裂くことになる<sup>63)</sup>。

前述したように軽量コンクリートは弾性的挙動を示すとはいえ、骨材の物理常数がきわめて変化するので、より高い弾性係数・より低いポアソン比の粒子による低応力レベルからの付着ひびわれのためと、潜在ひびわれやマトリクスの化学的・物理的かつクリープ等の機構的諸要因<sup>たとえ(21), (63)</sup>のほか、より低応力レベルから発生する気泡殻ひびわれ<sup>たとえ(58)~(60)</sup>などにもよるので、その力学的挙

動にある程度の非直線性が現われることは当然である。

### 3. ま と め

プレーンコンクリートの付着ひびわれは、載荷前にもすでにその膨張・収縮によって、骨材粒子界面に作用する垂直応力とせん断応力とが生じ、これらに基因して発生することが解明されている。本論文では、単軸圧縮応力場にある硬化したコンクリート中の球状骨材粒子の赤道線上に生じる最大引張応力が、マトリクスと骨材との付着強度に達した場合に付着ひびわれが生じるものとして議論を進めた。

一般に球体介在物まわりの応力は、コンクリート構成材料の弾性係数の相対的な比率とポアソン比の関数であるが、Hansen は普通のコンクリートであれば、骨材を剛体球とみなすことができるとして、赤道線上の引張応力をマトリクスのポアソン比のみを変数とする応力式で与えた。しかし、この式より求まる付着ひびわれ発生応力レベルは、実験的観察値よりも 2~3 倍も高い値を示す欠点がある。また、付着ひびわれは粒径の大きなものほど生じやすいことが実験的に確認されているが、Hansen の応力式は粒径の関数とはならない。著者は骨材粒子の赤道部に生じる付着ひびわれ長さ<sup>と</sup>と粒径とを応力式に導入・関数化し、粒径が小さくなるほどまた付着ひびわれ長さが大きいほど対数的に載荷力を増大させなければならないことを証明した。

付着ひびわれ発生応力レベルは、コンクリートの構成成分要素の物理常数の相互のかかわり合いから、マトリクスのポアソン比  $\nu_{1,c}$  が  $\nu_{1,c}$  の値をとるとき、コンクリート自体が圧縮破壊しても付着ひびわれが生ぜず、特に、 $\nu_{1,c}^*$  であればコンクリートの破壊と同時に付着ひびわれが生じるという特異なケースが出現する。理論および実験的な局所ひずみ分布の観察から、マトリクスの塑性領域のポアソン比は 0.5 としてよく、普通コンクリートであれば 10~20%、約 15% の応力レベルで付着ひびわれが生じることになる。また、その条件のもとで、構成材料の弾性係数の比と粒子のポアソン比との相互関係で与えられる付着ひびわれ領域が存在することを解明した。

人工軽量骨材コンクリートの破壊の様相は、一般には、あたかもニートセメントペーストの場合のそれに類似しており、荷重方向の縦ひびわれがおもとなっている。

人工軽量骨材は製造方法などにより、材質もさることながら内部組織がかなり異なり、さらに、同一プラント製品でも強度的に大きくばらつくのが普通である。ここでは、切り出し法によって作製した試料の物理常数を求

めたが、これら特性値に対しては付着ひびわれ領域外となり、したがって、付着ひびわれは生じることなく、生じるとしても終局強度近くのきわめて高い応力レベルであることが判明した。付着ひびわれよりも先行破壊する箇所としては、骨材粒子の頂部および底部、すなわち、両極点の引張破壊が考えられるが、事実実験的にこの極点引張りひびわれに基因する軽量コンクリートの圧裂形破壊が観察される。この引張りひびわれ発生応力レベルは、軽量骨材の弾性係数の低いもので約25%、高いもので約85%程度である。

このような極点引張りひびわれは塑性領域で延性的な遅い成長を示し、蓄積された内部ひずみエネルギーがある程度まで成長したそのひびわれを、急激に進展させてマトリクスを引き裂き、軽量コンクリートの終局破壊を完了させる。

#### 4. あとがき

前述のような微小ひびわれの発生・成長に基因して、プレーンコンクリートの非線形挙動がかもし出されるが、とりまなおさず、コンクリート構成成分要素の複合素材の物理常数が相互にかかわり合った結果として現われ、まことに天工の妙を感じるのである。

本研究を行うに当たり、終始熱心なご助力をいただいた防衛大学校土木工学教室 荻野雪男技官、同鶴田久江非常勤職員らに深謝申しあげる。

#### 参 考 文 献

- 1) 加藤清志：プレーンコンクリート中のマイクロクラックと物性，土木学会論文報告集，No. 188，1971年4月，pp. 61-72.
- 2) 加藤清志：プレーンコンクリートの微小ひびわれと物性評価，土木学会論文報告集，No. 208，1972年12月，pp. 121-136.
- 3) Hsu, T.C.; Slate, F.O.; Sturman, G.M., and Winter, G.: Microcracking of Plain Concrete and the Shape of the Stress-Strain Curve, *ACI Journal*, Proc. V. 60, No. 2, Feb. 1963, pp. 209-224.
- 4) Neville, A.M.: Hardened Concrete, Physical and Mechanical Aspects (ACI, Iowa State, 1971), pp. 119-141.
- 5) Hsu, T.C.: Mathematical Analysis of Shrinkage Stresses in a Model of Hardened Concrete, *ACI Journal*, Proc. V. 60, No. 3, Mar. 1963, pp. 371-390.
- 6) Slate, F.O. and Olsefski, S.: X-Rays for Study of Internal Structure and Microcracking, *ACI Journal*, Proc. V. 60, No. 5, May 1963, pp. 575-588.
- 7) Slate, F.O. and Matheus, R.E.: Volume Changes on Setting and Curing of Cement Paste and Concrete from Zero to Seven Days, *ACI Journal*, Proc. V. 64, No. 1, Jan. 1967, pp. 34-39.
- 8) Hansen, T.C. and Nielsen, K.E.C.: Influence of Aggregate Properties on Concrete Shrinkage, *ACI Journal*, Proc. V. 62, No. 7, July 1965, pp. 783-794.
- 9) Hsu, T.C. and Slate, F.O.: Tensile Bond Strength Between Aggregate and Cement Paste or Mortar, *ACI Journal*, Proc. V. 60, No. 4, Apr. 1963, pp. 465-486.
- 10) Taylor, M.A. and Broms, B.B.: Shear Bond Strength Between Coarse Aggregate and Cement Paste or Mortar, *ACI Journal*, Proc. V. 61, No. 8, Aug. 1964, pp. 939-957.
- 11) Hsu, T.C.: Microcracks Between Coarse Aggregate and Paste-Mortar in Concrete, Ph D Thesis, Cornell University, June 1962.
- 12) Scholer, C.F.: An Investigation of the Bond Between Portland Cement Mortar and Coarse Aggregate, Ph D Thesis, Purdue University, Jan. 1965.
- 13) Cowan, H.J.: The Strength of Plain, Reinforced and Prestressed Concrete under the Action of Combined Stresses, with Particular Reference to the Combined Bending and Torsion of Rectangular Sections, *Magazine of Concrete Research*, Vol. 5, No. 14, Dec. 1953, pp. 75-86.
- 14) Sezawa, K. and Miyazaki, B.: Spherical Problems of Elasticity Solved in Polar Coordinates with Applications, *Journal of Soc. Mech. Eng.*, Tokyo, Vol. 31, No. 136, 1928, pp. 625-634.
- 15) Goodier, J.N.: Concentration of Stress Around Spherical and Cylindrical Inclusions and Flaws, *Journal of Appl. Mech.*, V. 55, 1933, pp. 39-44.
- 16) Hansen, T.C.: Cracking and Fracture of Concrete and Cement Paste, *ACI SP-20*, Paper No. 3, Detroit, Mich., 1968.
- 17) Coutinho, A.: Theory of an Experimental Method of Stress Distribution Requiring no Accurate Knowledge of the Modulus of Elasticity, *International Association of Bridge and Structural Engineering*, Proc. V. 9, pp. 83-103. Translated from the French, STS Order No. 7901, Oct. 1969.
- 18) Alexander, K.M.: Strength of the Cement-Aggregate Bond, *ACI Journal*, Proc. V. 56, No. 5, Nov. 1959, pp. 377-390.
- 19) Gilkey, H.J.: Water-Cement Ratio Versus Strength-Another Look, *ACI Journal*, Proc. V. 57, No. 10, Apr. 1961, pp. 1287-1312.
- 20) Alexander, K.M., and Wardlaw, J.: Dependence of Cement-Aggregate Bond-Strength on Size of Aggregate, *Nature*, Vol. 187, No. 4733, July 1960, pp. 230-231.
- 21) Slate, F.O. and Meyers, B.L.: Determination of Plain Concrete, Proc. Fifth Inter. Symp. on the Chemistry of Cement, Part III, Properties of Cement Paste and Concrete (Tokyo, 1968), pp. 142-151.
- 22) Newman, K.: Concrete Systems, *Composite Materials* (London, Elsevier, 1966), pp. 336-452.
- 23) Zelger, G.: Ein neues Verfahren zur Bestimmung der Betonzugfestigkeit, *Beton- und Stahlbetonbau*, 51 Jahrgang, Heft 6, Juni 1956, Seite 139-140.
- 24) Newman, K.: Concrete Control Tests as Measures of the Properties of Concrete, Proc. of a Symposium on Concrete Quality (London, Cement and Concrete Assoc., Nov. 1964), pp. 120-138.
- 25) Lea, F.M.: The Chemistry of Cement and Concrete (London, Arnold, 1970), p. 397.
- 26) Neville, A.M.: Properties of Concrete (London, Pitman, 1963), pp. 53-54.
- 27) Walker, S. and Bloem, D.L.: Variations in Portland

- Cement, Proc. ASTM, Vol. 58, 1958, pp. 1009-1043.
- 28) Jones, R. and Welch, G.B. : The Damping Properties of Plain Concrete, Effect of Composition and Relations with Elasticity and Strength, RRL Report, LR 111 (Crowthorne, RRL, 1967).
- 29) Kato, K. and Johoji, A. : Effects of Strength Ratio and Gravel Concentration on Modulus of Elasticity of Concrete, Memoirs of the Defense Academy, Vol. IV, No. 4, Mar. 1965, pp. 347-354.
- 30) Shah, S.P. and Chandra, S. : Critical Stress, Volume Change, and Microcracking of Concrete, ACI Journal, Proc. V. 65, No. 9, Sept. 1968, pp. 770-781.
- 31) 既出 2), p. 127.
- 32) Spooner, D.C. : A Dilatometer for Measuring the Volume Changes of Concrete under Load, Mag. of Concrete Research, Vol. 25, No. 84, Sept. 1973, pp. 173-176.
- 33) 既出 2) p. 123.
- 34) Talobre, J. : La Mécanique Des Roches (Paris, Dunod, 1957), p. 179.
- 35) Seely, F.B. and Smith, J.O. : Advanced Mechanics of Materials (New York, John Wiley, 1952), p. 69.
- 36) Gray, D.E. : American Institute of Physics Handbook (New York, McGraw-Hill, 1957), p. 2-10.
- 37) Hendron, A.J., Jr. : Mechanical Properties of Rock, Rock Mechanics in Engineering Practice (New York, John Wiley, 1968), pp. 24-25.
- 38) 大学自然科学教育会 : 物理学, 東京教育社, 昭和38年9月, p. 159.
- 39) Nawy, E. : Cracking and Non-Linear Behaviour of Reinforced Concrete, Study No. 8, Symp. on Inelasticity and Non-Linearity in Structural Concrete (Waterloo, Waterloo Press, 1973), pp. 95-109.
- 40) Sutherland, R.B. : Some Dynamic and Static Properties of Rock, Proc. Fifth Symp. Rock Mech. (London, Pergamon Press, 1963), pp. 473-491.
- 41) 既出 34), pp. 178-179.
- 42) Desayi, P. and Viswanatha, C.S. : True Ultimate Strength of Plain Concrete, Bulletin RILEM, No. 36, Sept. 1967, pp. 163-173.
- 43) 横道英雄 : コンクリート構造物設計における最近の問題点, コンクリート技術, 昭和45年1月, pp. 19-42.
- 44) 横道英雄 : 土木におけるコンクリートのひびわれ, コンクリート・ジャーナル, Vol. 11, No. 9, Sept. 1973, pp. 5-6.
- 45) 岡本寛昭・山本耕三 : 軽量コンクリートの内部ひびわれについて, セメント技術年報, XXV, 昭和46年12月, pp. 296-300.
- 46) 森田幹郎・吉田 宏 : 材料設計 (その1), 日本機械学会誌, 第76巻 第660号, 昭和48年11月, pp. 1351-1359.
- 47) 金丸 鏡 : 材料物性工学, 共立出版, 昭和45年11月, pp. 265-267.
- 48) 村田二郎・神山行男 : 軽量骨材粒の強度および耐久性, 第2回構造用人工軽量骨材シンポジウム, コンクリートライブラリー 第24号, 昭和44年10月, pp. 18-23.
- 49) 既出 16), p. 53.
- 50) 既出 16), p. 56.
- 51) Shah, S.P. and Winter, G. : Inelastic Behavior and Fracture of Concrete, ACI Journal, Proc. V. 63, No. 9, Sept. 1966, pp. 925-930.
- 52) Buyukozturk, O. ; Nilson, A.H. and Slate, F.O. : Stress-Strain Response and Fracture of a Concrete Model in Biaxial Loading, ACI Journal, Proc. V. 68, No. 8, Aug. 1971, pp. 590-599.
- 53) Liu, T.C.Y. Nilson, A. H. and Slate, F.O. : Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Uniaxial and Biaxial Compression, ACI Journal, Proc. V. 69, No. 5, May 1972, pp. 291-295.
- 54) 奥島正一・大井孝和 : 人工軽量骨材コンクリートの圧縮応力度ひずみ度曲線の特性に関する研究, 材料, 第18巻 第185号, 昭和44年2月, pp. 144-150.
- 55) 川上英男 : コンクリート強度に及ぼす粗骨材の影響, 京都大学学位論文, 昭和46年, pp. 119-200.
- 56) Atan, Y. and Slate, F.O. : Structural Lightweight Concrete Under Biaxial Compression, ACI Journal, Proc. V. 70, No. 3, Mar. 1973, pp. 182-186.
- 57) Kato, K. and Johoji, A. : Microcracks in Lightweight Aggregate Concrete, Memoirs of the Defense Academy, Vol. VIII, No. 1, Oct. 1968, pp. 379-392.
- 58) 加藤清志 : プレーンコンクリートのひびわれ発生機構について, コンクリート・ジャーナル, Vol. 6, No. 5, May 1968, pp. 11-17.
- 59) 加藤清志 : モルタル中の気泡のきれつと増加, コンクリート・ジャーナル, Vol. 7, No. 2, Feb. 1969, pp. 8-16.
- 60) 加藤清志 : 硬化したニートセメントペーストの微視的きれつ発生機構について, コンクリート・ジャーナル, Vol. 8, No. 2, Feb. 1970, pp. 24-34.
- 61) Tetelman, A.S. and McEvily, A.S. Jr., : Fracture of Structural Materials (New York, John Wiley, 1967), pp. 293-303.
- 62) 横堀武夫 : 材料強度学, 技報堂, 昭和44年7月, p. 102.
- 63) Popovics, S. : A Numerical Approach to the Complete Stress-Strain Curve of Concrete, Cement and Concrete Research, Vol. 3, No. 5, 1973, pp. 583-599. (1974.8.19・受付)