土木学会論文報告集
第 235 号・1975 年 3 月

線形計画法による都市公園の配置計画に関する基礎的研究

A LINEAR PROGRAMMING MODEL FOR THE OPTIMAL ALLOCATION OF RECREATION PARKS

青 山 吉 隆*・秋 友 寛**
By Yoshitaka AOYAMA and Hiroshi AKITOMO

1. 概 説

都市公園の主要な機能は，利用効果としてのレクレーション機能，存在効果としての居住環境を高める機能および防災的な機能であると考えられる。都市公園は都市の魅力を創造する貴重な都市空間であり，これを積極的に整備し，都市の豊かな環境を確保することは，今日の都市計画に課せられた重要な課題である。

本論は都市公園の配置計画を線形計画法の問題として表現することによって，公園政策の代替案を評価する手法を提案し，さらに公園配置の最適性に関する1つの立場を提案することを目的としている。

都市公園にはその機能，規模，内容などにおいて多種多様なものがあるので，ここでは児童公園を主な対象としてモデルを展開するが，その基本的な考え方の多くは他の公園にとっても適用できると考えられる。

2. 配置計画の立場

(1) 計画の目的

児童公園の主な機能はレクレーション機能であり，配置の目的はこのレクレーション機能を効果的に充実させることであるといえる。まず公園を利用するためには住居から公園までのアクセスコストが必要である。すなわち利用のために身体的疲労，交通費用あるいは交通に伴う危険性などといったコストが必要であり，公園配置によって生じる便益は，一般に公園までの距離の増加に伴って減少する[1]。したがって距離の減少関数として定義された利便性が目的として考慮される必要がある。一方公園の配置は，従来近くに公園がなかったために利用できなかった人に，新しく利用する機会あるいは可能性を提供する。日常生活の形態によって公園の利用頻度は異なってくるが，利用したいときに利用できるという可能性は最大化される必要がある。本論ではこれらの利便性と利用機会との最大化を計画の目的として位置づける。

(2) 配置に対する制約[2]

配置に対する制約としては予算，利用者1人当りの面積，1つの公園の規模，地域的な均衡などが考えられる。

まず第1に公園配置に必要な費用は用地費と整備費とに分類される。特に用地買収費は地価の高騰によって，全費用の9割以上を占める場合もある[3]。また市街化されている地域では既設構造物に対する移転費や補償費などが必要となる場合もある。これらを一括して用地費とよぶことにする。また対象者が多数居住している地区に配置されている公園であるにもかかわらず，公園面積に比較して利用者数が少ない場合，それが利用されない理由というものは一意的には判明しないが，本論ではなんらかの理由でその公園は魅力に乏しいと解釈し，質的に改善する必要があると仮定する。つまりそのような場合には公園を新設するのではなく，まず既存の公園を整備改良する必要があるとする。そして前者の用地費と後者の整備費との合計が配置の予算以下でなければならないという制約を設ける。

第2に1つの公園に多くの利用者が集中すると，混雑現象が発生し，公園のレクレーション機能が十分に果たされない。したがってすでに述べたように，各公園において利用者1人当りの面積がある水準以上に確保されなければならない。

第3に1つの公園はある規模以上でなければならない。公園には各種のレクレーション施設を整備すること

* 正会員 工博 徳島大学助教授 工学部建設工学科
** 正会員 工修 香川県庁

が必要であり，それらの施設が完備されるためには最低限度の大きさが確保されなければならない。本論では後に述べるように，この規模を利用可能な人数つまり定員によって定義する。この定員と第2の制約の利用者1人当りの面積とを乗ずると規模が面積の単位で与えられる。第4に都市全体として，公園の配置が地域的に不均衡を生じてはならない。そこで各地区の受ける公園サービスを示す指標として，公園充足率=(利用可能な人数)/(対象者数) を定義し，この充足率がすべての地区においてある水準以上でなければならないという制約を設ける。

(3) 計画の立場

都市全体の視点から公園政策を決定するためには，各政策に対するなんらかの評価基準に依存しなければならない。しかし代替的な政策相互間のトレードオフに関する評価基準を客観的なプロセスで明示することは困難である。したがって，最適な政策をここで一意的に提示することはできない。そこで本論では，まず公園政策が配置計画の上位にあるなんらかの最適化機構によって提示されているという立場をとる。すなわち予算，利用者1人当りの面積，1つの公園の規模，公園充足率などの公園政策を与件として，公園の都市内配置の問題を設定する。そしてこの問題を計画モデルとして表現し，ついでそのモデルに代替的な公園政策をインプットして，政策が配置計画の目的に及ぼす効果を分析する。そして最終的にはこの分析結果から公園政策の評価のための情報を得ることを目的とする。

3. 配置計画モデル[4]

すでに配置計画の立場を明らかにした。ここではその内容を具体化し，計画モデルとして定式化する。

(1) 外生変数

まず配置計画の上位計画から，予算 K (円)，利用者1人当たりの面積 α_0 (m²/人)，公園充足率 Q_0 (人/人)，1つの公園の規模 E_0 (人) などの公園政策が与えられているとする。次に公園の配置地区を表わす技術として，対象地域はメッシュに分割されているとする。メッシュの分割単位は対象とする公園の種類によって変える必要がある。公園の種類によって対象者の特徴が異なり，一般に対象者の年令が低くなるほど，公園利用のために移動する距離は短くなる。したがって各住区について1つ以上の公園が選択可能であるためには，メッシュの分割単位は移動距離の最大値以下でなければならない。

さて，対象地域が M 個のメッシュに分割されているとすると，この1つのメッシュを1地区として，M 個の地区についての現況調査から次の計画要素が外生的に与えられる。まず各地区の対象者数は公園の種類に応じて調査される。たとえば児童公園であれば各地区の児童数を調査することによって対象者数が求められる。i 地区の対象者数を m_i (人) とする。次に各地区の対象とする既存の公園の面積および公園配置に適している土地面積も外生的に与えられるとする。j 地区の既存の公園面積を S_j(m²)，公園適地を R_j(m²) とする。さらに現在 i 地区の対象者のうち，j 地区の公園を利用している人数を x_{ij} (人) とすると，これは現況の実態調査から外生的に求められる。

以上のように，公園政策 K, α_0, Q_0, E_0 および地区数 M，さらに現況資料 m_i $(i=1,2,\cdots\cdots,M)$, $S_j(j=1,2,\cdots\cdots,M)$, R_j $(j=1,2,\cdots\cdots,M)$, $x_{ij}(i=1,2\cdots\cdots,M;\ j=1,2,\cdots\cdots,M)$ は本モデルにとって外生変数である。

(2) 構造方程式

本モデルの公園配置の内容には次の3つの種類がある。まず第1に既存の公園の利用者1人当りの面積が α_0 より大きく，公園が十分に利用されていないと考えられる場合である。この場合には公園の魅力を高めるために，既存の公園を整備する。そして地区 j の公園の整備面積を A_j とおく。第2に既存の公園の利用者1人当りの面積が α_0 より小さく，公園に混雑現象が発生していると考えられる場合である。この場合には公園を増設する必要がある。そして地区 j の公園の増設面積を B_j とおく。第3に公園の利用機会をさらに高めるために公園を新設する場合である。地区 j への公園の新設面積を C_j とおく。

さて，公園配置によって各地区から公園を利用する機会が増加する。この利用機会の増分は A_j, B_j, C_j によって得られるものであり，利用機会の増分の合計は，公園配置による定員増加量に等しい。いま地区 i にとって，A_j, B_j C_j による利用機会の増分を Δx_{ij}, Δy_{ij}, Δz_{ij} とおくと，次式が成立する。

$$\alpha_0 L\sum_{i=1}^{M}\Delta x_{ij}=A_j,\ (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M)\cdots\cdots(1)$$

$$\alpha_0 L\sum_{i=1}^{M}\Delta y_{ij}=B_j,\ (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M)\cdots\cdots(2)$$

$$\alpha_0 L\sum_{i=1}^{M}\Delta z_{ij}=C_j,\ (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M)\cdots\cdots(3)$$

ここに L は同時最大利用率であり，$0\leq L\leq 1.0$ である。さらに公園の増設は既存の公園が混雑している場合に1人当りの面積を α_0 以上に高めるために行うのであるから，

$$B_j \geq \max\{0 \text{ or } (\alpha_0 L \sum_{i=1}^{M} x_{ij} - S_j)\},$$

$$(j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (4)$$

同様に，公園整備は十分に利用されていない場合に1人当りの面積を α_0 にまで減少させるために行うのであるから

$$A_j \leq \max\{0 \text{ or } (S_j - \alpha_0 \sum_{i=1}^{M} L x_{ij})\},$$

$$(j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

以上式 (1)～(5) は A_j, B_j, C_j に関する基本的な構造方程式である。次にこれらに対する計画上の制約を示す。

(3) 費用の制約

公園配置に必要な費用が予算 K 以下であるためには，式 (6) が満足されなくてはならない。

$$\sum_{j=1}^{M} \{\beta_{j1}(B_j + C_j) + \beta_{j2} A_j\} \leq K \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

ここに，β_{j1}：j 地区における公園の増設あるいは新設の単位費用（円/m²）

β_{j2}：j 地区における公園の整備の単位費用（円/m²）

(4) 土地利用の制約

各地区の公園面積はその地区において望ましいと考えられる公園適地以下でなければならない。そして適地の大きさは，たとえばその土地を公園に利用するか，それとも住宅を建設するのが良いかという土地利用相互間のトレードオフによって決まるものであり，土地利用計画などの公園配置計画の上位計画から与えられるものと考えられる。ここでは j 地区の公園適地 R_j が与えられたものとすると，

$$B_j + C_j \leq R_j,\ (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M) \cdots\cdots\cdots (7)$$

(5) 規模の制約

1つの公園はある大きさ E_0（人）以上の容量を備えていなければならないので，

$$S_j + B_j + C_j \geq E_0 \cdot \alpha_0,\ (j=1,2,\ \cdots\cdots,\ M) \cdots (8)$$

ただし式 (8) は1つの地区での既存公園，増設面積，新設面積の和を1つの公園として表現した。

(6) 地域的な均衡の制約

公園の面積が都市全体として対象者数に見合うだけ確保されたとしても，その配置が不適正であると公園サービスの供給が不均衡となる。そこで各地区において公園の利用機会が公園充足率を満足するためには式 (9) が満足されねばならない。

$$Q_0 \cdot m_i \leq \sum_{j=1}^{M} (x_{ij} + \Delta x_{ij} + \Delta y_{ij} + \Delta z_{ij}) \leq m_i,$$

$$(i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

(7) 非負の条件

公園の整備，増設，新設による利用機会の増分，Δx_{ij}, Δy_{ij}, Δz_{ij} は定義より明らかに非負であるから

$$\Delta x_{ij} \geq 0,\ \Delta y_{ij} \geq 0,\ \Delta z_{ij} \geq 0$$

$$(i=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M;\ j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M) \cdots (10)$$

そして式 (10) と式 (1)，(2)，(3) より明らかに式 (11) が成立する。

$$A_j \geq 0,\ B_j \geq 0,\ C_j \geq 0,\ (j=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ M) \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

(8) 目的関数

j 地区への新しい公園配置によって，i 地区の公園の利用機会は $\Delta x_{ij} + \Delta y_{ij} + \Delta z_{ij}$ だけ増加する。制約条件には距離の概念は含まれていないから，これは i 地区の対象者にとって，他の地区の対象者との面積的な競合の下で確保された利用可能な人数である。利用したいときに利用できるという機会の最大化を目的とするのであれば $\sum_{i \cdot j}\sum(\Delta x_{ij} + \Delta y_{ij} + \Delta z_{ij})$ が最大化されればよいことになる。しかし i 地区から j 地区までの距離 t_{ij} が大きいとき，利用機会が大きくても実際に利用する対象者数は減少する。したがって実際の利用形態を反映した距離の関数がウェイトとして目的関数に含まれる必要がある。そこで本論では距離 t_{ij} の関数として利便性 p_{ij} を式 (12) で仮定し，目的関数を式 (13) と仮定する。

$$p_{ij} = \begin{cases} \exp(-t_{ij}^{\gamma}/t_0), & 0 \leq t_{ij} < T_0 \\ 0, & t_{ij} \geq T_0 \end{cases} \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

$$I = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} p_{ij}(\Delta x_{ij} + \Delta y_{ij} + \Delta z_{ij}) \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

式 (12) はサンプル調査より経験的に得られたもので，p_{ij} は公園から t_{ij} の距離に居る対象者のうち，公園を利用したいと解答した者の比率である[5]。$t_{ij}=0$ のとき，対象者全員が利用したいと解答し，距離の増加とともに p_{ij} は減少する。また連続関数をあてはめたために $p_{ij} > 0$ であるが，調査ではある距離以上では $p_{ij}=0$ となった。さらに配置計画としても長い距離の移動を必要とするような利用形態は評価すべきでないと考えられるから，利用距離の最大値 T_0 を設け，$t_{ij} \geq T_0$ のとき $p_{ij}=0$ とする。さらにまた1つの公園について T_0 以上の距離にある地区をサービス圏内に含めないという措置は，本モデルの未知数を大幅に減少させることとなり，モデルの操作性を高めるという2次的な効果を与える。

こうして本論の目的関数 I とは，距離に対する心理的な利便性を考慮し，かつ利用したいときに利用できる

という可能性の最大化を計るものといえる。

(9) 定式化のまとめ

以上のモデル式をまとめると，次に示すような線形計画の問題となる。

構造方程式

$$\left\{\begin{array}{ll} \alpha_0 L \sum_{i=1}^{M} \Delta x_{ij} = A_i, \ (j=1, 2, \cdots\cdots, M) & \cdots(1) \\ \alpha_0 L \sum_{i=1}^{M} \Delta y_{ij} = B_j, \ (j=1, 2, \cdots\cdots, M) & \cdots(2) \\ \alpha_0 L \sum_{i=1}^{M} \Delta z_{ij} = C_j, \ (j=1, 2, \cdots\cdots, M) & \cdots(3) \\ p_{ij} = \begin{cases} \exp(-t_{ij}{}^{r}/t_0), & 0 \leq t_{ij} < T_0 \\ 0 & t_{ij} \geq T_0 \end{cases} & \cdots\cdots\cdots(12) \end{array}\right.$$

制約条件式

$$\left\{\begin{array}{l} B_j \geq \max\{0 \text{ or } (\alpha_0 L \sum_{i=1}^{M} x_{ij} - S_j)\}, \\ \qquad (j=1,2, \cdots\cdots, M) \cdots\cdots\cdots(4) \\ A_j \leq \max\{0 \text{ or } (S_j - \alpha_0 L \sum_{i=1}^{M} x_{ij})\}, \\ \qquad (j=1,2, \cdots\cdots, M) \cdots\cdots\cdots(5) \\ \sum_{j=1}^{M} \{\beta_{j1}(B_j + C_j) + \beta_{j2} A_j\} \leq K \cdots\cdots\cdots\cdots(6) \\ B_j + C_j \leq R_j, \ (j=1, 2, \cdots\cdots, M) \cdots\cdots(7) \\ S_j + B_j + C_j \geq E_0 \cdot \alpha_0, \ (j=1, 2, \cdots\cdots, M) \\ \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(8) \\ Q_0 \cdot m_i \leq \sum_{j=1}^{M} (x_{ij} + \Delta x_{ij} + \Delta y_{ij} + \Delta z_{ij}) \leq m_i, \\ \qquad (i=1,2, \cdots\cdots, M) \cdots\cdots\cdots(9) \\ \Delta x_{ij} \geq 0, \ \Delta y_{ij} \geq 0, \ \Delta z_{ij} \geq 0, \\ (i=1,2, \cdots\cdots, M; \ j=1,2, \cdots\cdots, M) \cdots(10) \end{array}\right.$$

目的関数式

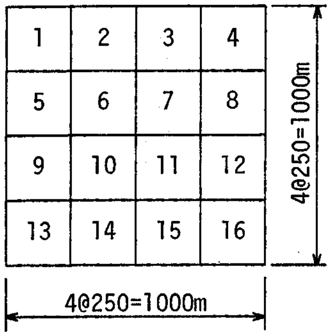
$$I = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} p_{ij}(\Delta x_{ij} + \Delta y_{ij} + \Delta z_{ij}) \rightarrow \max \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

4. 政策パラメータの評価

ここでは本モデルの外生変数のうち，政策パラメータ K, α_0, Q_0, E_0 が目的関数値 I に与える感応度を分析し，政策パラメータを評価する。まずモデル都市を設定し，計画要素を適当に定める。次にこのモデル都市を対象として政策パラメータを系統的に変化させながら，それぞれのケースについて線形計画問題を解く。そしてその結果から政策パラメータを評価する。

(1) モデル都市

図—1 に示すように正方形のメッシュに分割されたモデル都市を設定する。ここでは児童公園を対象としているので 250 m×250 m のメッシュに分割したが，公園の種類に応じてメッシュ分割の単位を変える必要がある。またモデル都市の計画要素を **表—1** のように仮定し，さらに公園の利用現況を **表—2** のように仮定する。これらはいずれも実際計画では現況調査から得られる資料



図—1 モデル都市

表—1 モデル都市の計画要素

地区	m_i (人)	S_j (m²)	R_j (m²)	β_{j1} (千円/m²)	β_{j2} (千円/m²)
1	300	2 000	500	15	1
2	500	0	0	25	1
3	200	0	3 000	20	1
4	100	0	1 500	15	1
5	200	0	3 000	15	1
6	400	1 000	0	20	1
7	400	0	1 000	30	1
8	350	500	0	25	1
9	150	0	0	15	1
10	350	3 800	1 500	30	1
11	300	0	3 000	25	1
12	100	500	2 000	15	1
13	50	2 000	1 000	15	1
14	300	0	0	5	1
15	50	0	3 000	15	1
16	100	0	0	20	1
計	3 850	9 800	19 500	—	—

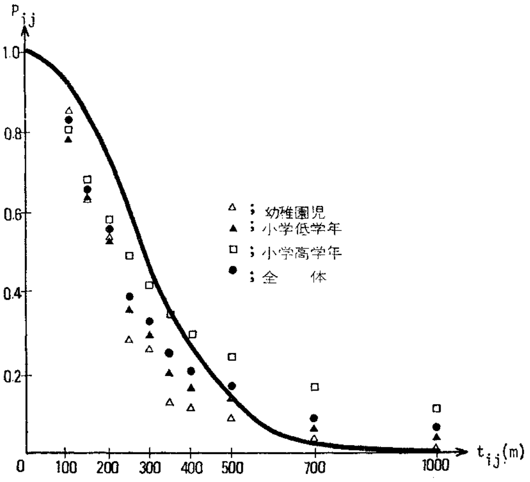
表—2 モデル都市の公園利用現状 x_{ij} (人/日)

i \ j	1	6	8	10	12	13	計
1	300	0	0	0	0	0	300
2	100	0	0	0	0	0	100
5	50	0	0	30	0	0	80
6	0	200	0	50	0	0	250
7	0	0	0	200	0	0	200
8	0	0	100	0	0	0	100
9	0	0	0	60	0	60	120
10	0	0	0	250	0	0	350
11	0	0	0	200	20	0	220
12	0	0	0	0	100	0	100
13	0	0	0	0	0	50	50
14	0	0	0	50	0	200	250
15	0	0	0	25	0	0	25
16	0	0	0	0	50	0	50
計	450	200	100	965	170	310	2 195

である。また距離に対する心理的な利便性については，児童公園に対するサンプル調査より得られた結果を用いる。推定された関数形は式 (14) である[6]。

$$p_{ij}=\begin{cases}\exp\ (-t_{ij}^2/125\,000), & 0\leq t_{ij}<500\ \mathrm{m}\\ 0 & t_{ij}\geq 500\ \mathrm{m}\end{cases} \quad \cdots\cdots(14)$$

ここで $T_0=500$ m とした。なお t_{ij} の単位は m である。図—2 に実績値と推定曲線を示す。



図—2　距離に対する心理的な利便性

(2) モデル都市の最適解

最適解の一例として，$K=2.0$ 億円，$\alpha_0=5.0\,\mathrm{m}^2$/人，$Q_0=0.6$ の場合を 表—3 に示す。なお E_0 については R_j との関係を考慮して地区 2, 8, 9, 14, 16 以外の地区について $E_0=200$ 人とした。このとき最大化された目的関数の値は $I^*=1\,340$ となった。すなわち，新しい公園配置によって期待される実質的な利用機会は 1 340 人分増加する。

表—3　最　適　解 (m²)

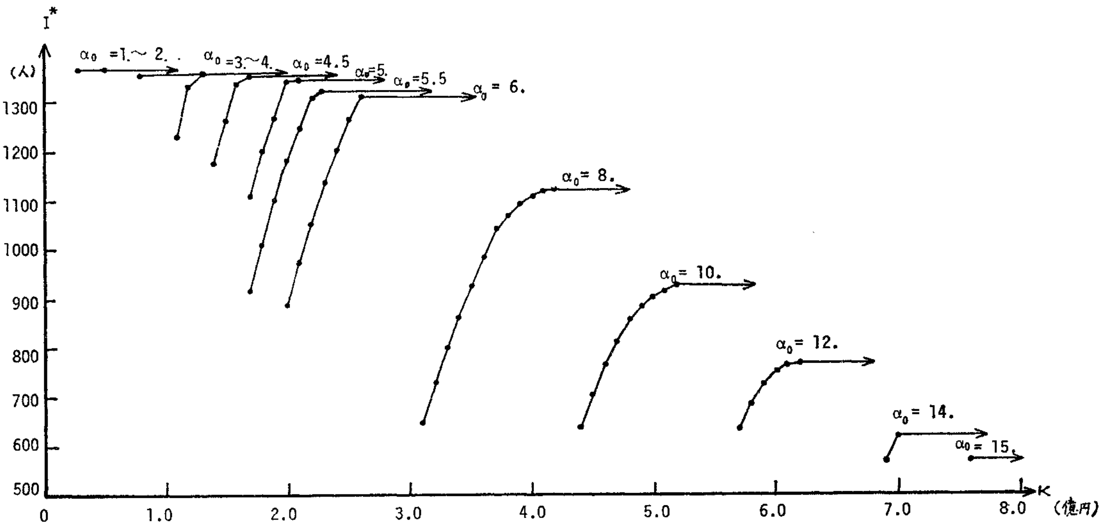
地区	S_j	B_j	C_j	A_j	$S_j+B_j+C_j$
1	2 000	250	250	0	2 500
2	0	0	0	0	0
3	0	0	2 704	0	2 704
4	0	0	1 000	0	1 000
5	0	0	1 000	0	1 000
6	1 000	0	0	0	1 000
7	0	0	1 000	0	1 000
8	500	0	0	0	500
9	0	0	0	0	0
10	3 800	1 025	0	0	4 825
11	0	0	1 000	0	1 000
12	1 000	350	150	0	1 500
13	2 000	0	0	34.2	2 000
14	0	0	0	0	0
15	0	0	1 000	0	1 000
16	0	0	0	0	0
計	10 300	1 625	8 104	34.2	20 029

(3) 政策パラメータの感応度

政策パラメータの組み合わせのそれぞれについて線形計画問題を解き，各ケースの I^* と政策パラメータとの関係を分析する。

a) α_0 をパラメータとした I^*-K 曲線

モデル都市においては，$0\leq R_j\leq 3\,000\,\mathrm{m}^2$ および $E_0=200$ 人であり，また実行可能解が存在するためには $R_j\geq\alpha_0\cdot E_0$ が成立することが必要である。したがって α_0 の有効な変動範囲は $0\leq\alpha_0\leq 15.0$ である。この範囲内で α_0 を変化させ，Q_0, E_0 を一定に保った場合の I^* と K の対応関係を 図—3 に示す。この図より明らかに，K



図—3　α_0 をパラメータとした I^*-K 曲線

を一定に保った場合には α_0 の増加とともに I^* は減少し，また α_0 を一定に保った場合には K の増加とともに I^* は増加する。またたとえば $\alpha_0=5.0$ と固定したとき，$K<1.62$ では実行可能解は存在せず，また $K>2.023$ では I^* はほとんど増加しない。したがって $\alpha_0=5.0$ のとき考慮すべき予算の範囲は $1.62\leq K\leq 2.023$ と考えてよいといえる。

b) Q_0 をパラメータとした I^*-K 曲線

$\alpha_0=5.0$, $E_0=200$ に固定したときの Q_0 の変化に対応する I^*-K 曲線を **図—4** に示す。K を一定に保つとき，Q_0 の減少とともに I^* が増加するが，K が 1.9 以上では Q_0 の違いによる I^* の変化は非常に少ない。つまり K が大きい場合にはほとんどの地区で公園充足率は 1.0 に達し，Q_0 を変化させても I^* に影響を与えないといえる。

c) E_0 をパラメータとした I^*-K 曲線

$\alpha_0=5.0$, $Q_0=0.6$ に固定した場合の，E_0 の変化に伴う I^* と K の対応関係を **図—5** に示す。この図より明らかに，K を一定に保つとき E_0 が大きくなるほど I^* は減少し，また E_0 を一定に保つとき K が大きくなるほど I^* は増加する。なおこのケースでは $E_0>300$ の場合には実行可能解は存在しなかった。

(4) α_0 と K の代替関係

利用者1人当りの面積の増加は公園のサービス水準を高めるが，**図—3** からも明らかなように，I^* を減少させないためにはより多くの費用が必要である。つまり一定の I^* を得るためには，α_0 の増加は同時に K の増加によって保障される必要がある。そこでこの α_0 と K との間の代替関係を知るために，**図—3** から経験的に式 (15) を仮定する。

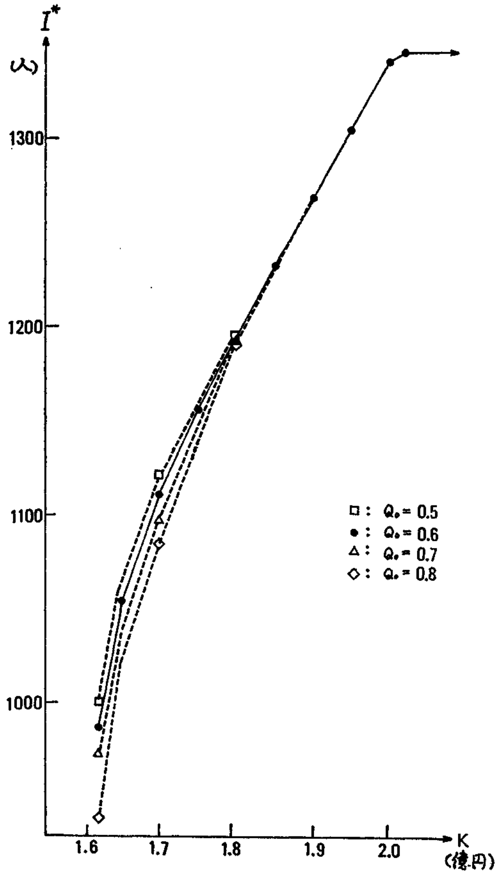
$$I^*=I_0(1-e^{a_0+a_1\alpha_0+a_2K}) \cdots\cdots(15)$$

ここで Q_0, E_0 は一定値に固定されている。また a_0, a_1, a_2 は定数である。さらに I_0 は計画時点で公園を利用していない対象者の総数である。モデル都市の I_0 は $\sum_i m_i-\sum_i\sum_j x_{ij}=1\,655$ である。**図—2** のデータに式(15)をあてはめて重回帰分析を行った結果は次のようである。

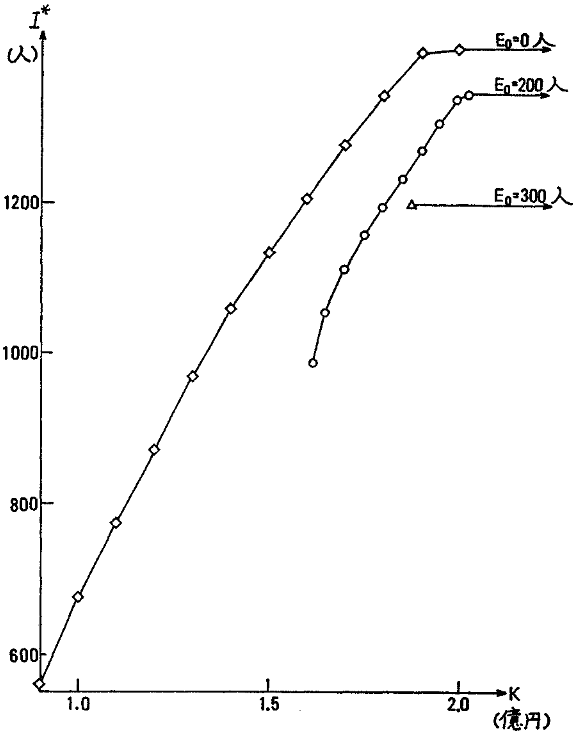
$$I^*=1\,655(1-e^{0.4238\,\alpha_0-0.5372\,K-2.4418}) \cdots\cdots(16)$$

このときの重相関係数は 0.9221 であった。また $Q_0=0.6$, $E_0=200$ に固定している。さて I^* を α_0, K で偏微分すると式 (17), (18) となる。

$$\frac{\partial I^*}{\partial\alpha_0}=-a_1I_0e^{a_0+a_1\alpha_0+a_2K}=$$
$$-0.4238\,I_0e^{a_0+a_1\alpha_0+a_2K}<0 \cdots\cdots(17)$$



図—4 Q_0 をパラメータとした I^*-K 曲線



図—5 E_0 をパラメータとした I^*-K 曲線

$$\frac{\partial I^*}{\partial K}=-a_2 I_0 e^{a_0+a_1\alpha_0+a_2K}$$

$$=0.5372\, I_0 e^{a_0+a_1\alpha_0+a_2K}>0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

ゆえに α_0 の増加は I^* を減少させ，K の増加は I^* を増加させる。さらに I^* を一定に保つとき式 (19) が成立する。

$$dI^*=\frac{\partial I^*}{\partial \alpha_0}d\alpha_0+\frac{\partial I^*}{\partial K}dK=0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

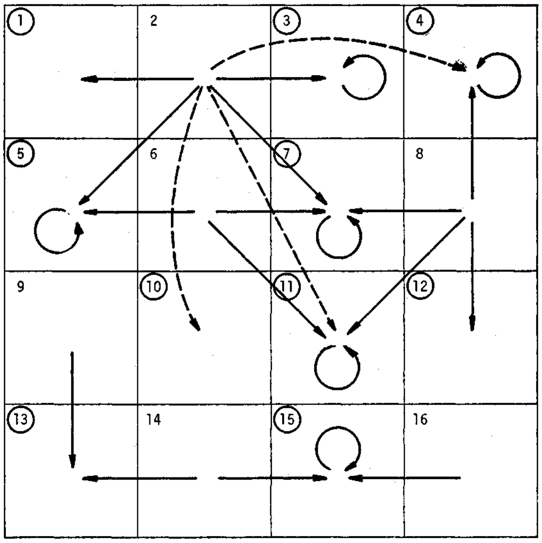
$$\therefore \frac{dK}{d\alpha_0}=-\left(\frac{\partial I^*}{\partial \alpha_0}\right)\Big/\left(\frac{\partial I^*}{\partial K}\right)=-\frac{a_1}{a_2}=0.7945 \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

すなわち，α_0 を 1 m² 増加させてサービス水準を高めたいとき，I^* を同じ値に保つためには K を 0.7945 億円増加しなければならないことになる。

5. 解の評価

線形計画問題の解を評価する手段としてオポチュニティコストとシャドウプライスとが考えられる[7]。ここではこれら 2 つの概念の本モデルにおける解釈を明らかにし，計算結果によって解を評価する。

まずモデル都市における最適解の一例として示した**表—3** に対応する $\Delta x_{ij}+\Delta y_{ij}+\Delta z_{ij}$ を **図—6** に示す。**図—6** において，$\Delta x_{ij}+\Delta y_{ij}+\Delta z_{ij}>0$ のとき地区 i から地区 j に実線の矢印が結ばれている。また地区 1, 10, 12, 13 においては，$m_i-\sum_{j=1}^{M} x_{ij}=0$ であるから，これらの地区に対しては新しく公園の利用機会を割り当てる必要はないので，この地区からは矢印はでていない。さらに **表—3** より新しく公園が供給された地区は $A_j+B_j+C_j>0$ となる地区 1, 3, 4, 5, 7, 10, 11, 12, 13, 15 であり，これらの地区には○印を付けて示した。



図—6　利用機会の最適配分

さて，$\Delta x_{ij}+\Delta y_{ij}+\Delta z_{ij}$ に対するオポチュニティコストの計算結果を **表—4** に示す。オポチュニティコストの性質上，$\Delta x_{ij}+\Delta y_{ij}+\Delta z_{ij}>0$ の場合にはオポチュニティコストは 0 であり，$\Delta x_{ij}+\Delta y_{ij}+\Delta z_{ij}=0$ の場合にはそれが正となっている。また $t_{ij}>T_0$ の場合には Δx_{ij}, Δy_{ij}, Δz_{ij} は未知数に含まれないので，当然オポチュニティコストは存在しない。いま地区 2 を例として，このオポチュニティコストの解釈を明らかにする。地区 2 の対象者にとっては，地区 1, 3, 5, 7 の公園に対する利用機会が増加する。これらの地区とは実線で結ばれており，オポチュニティコストはいずれも 0 である。一方地区 2 から T_0 以内の距離には，地区 4, 10, 11 に公園が配置される。そしてもしなんらかの理由で，地区 2 の対象者が後者の地区の公園を利用したとすると，その時，利用者 1 人について，そのオポチュニティコストに相当する値だけ I^* が減少する。たとえば地区 2 の対象者がなんらかの理由で地区 10 の公園を利用した場合には，その利用者 1 人について I^* は 0.805 だけ減少する。このように現実の利用現象と最適に配分された利用機会とのかい離は常にオポチュニティコストに相当する値だけ I^* を減少させる。このかい離を生じさせる原因について本論はまだ明らかにできないが，たとえば交通路の危険性，習慣など本モデルに含まれていない要因の存在に

表—4　オポチュニティコスト

i \ j	1	3	4	5	7	10	11	12	13	15
2	0.	0.	0.24	0.	0.	0.805	0.12	—	—	—
3	0.71	0.	0.07	0.59	0.07	1.155	0.31	0.59	—	—
4	—	0.47	0.	—	0.47	—	0.59	0.71	—	—
5	0.47	0.99	—	0.	0.71	1.035	0.59	—	0.2166	—
6	0.40	0.40	0.52	0.	0.	0.565	0.	0.52	0.0265	0.0265
7	0.99	0.47	0.47	0.71	0.	1.035	0.01	0.47	—	0.2165
8	—	0.4	0.	—	0.	1.085	0.	0.	—	0.0265
9	1.1335	—	—	0.4935	1.0135	1.0585	0.7335	—	0.	0.739
11	—	1.1335	1.0135	1.0135	0.4935	1.0585	0.	0.4935	0.52	—
14	—	—	—	1.0135	1.0135	1.0585	0.4935	1.0135	0.	0.
15	—	—	—	—	1.2035	1.5285	0.5635	0.9635	0.71	0.
16	—	—	—	—	1.0135	1.5785	0.4935	0.4935	—	0.

表—5 シャドウプライス

制約＼地区	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
R_j	0.1825	—	0.	0.	0.	—	0.	—	—	0.	0.	0.	0.	—	0.	—
E_0	0.	—	0.	−0.0175	−0.0175	—	−0.565	—	—	0.	−0.5825	0.	0.	—	−0.511	—
m_i	—	0.	0.27	0.47	0.47	0.20	0.47	0.20	0.6935	—	0.6935	—	—	0.6935	0.6935	0.6935
Q_0	—	0.	0.	0.	0.	0.	0.	0	0.	—	0.	—	—	0.	0.	0.
K	0.0315															

よるものである。

次に各制約条件に対するシャドウプライスを**表—5**に示す。これらのシャドウプライスは各制約条件を1単位増加（減少）したときに期待される I^* の増加（減少）量である。まず K については，予算が1単位増加することにより，I^* は 0.0315 だけ増加する。また R_j については地区1の公園適地が1単位増加すると，I^* は 0.1825 だけ増加するが，他の地区ではいずれも公園適地が残存しており，適地の増加は I^* の増加に寄与しない。E_0 については，E_0 以上の規模の公園が配置されている地区のシャドウプライスは0であるが，E_0 に等しい規模の公園が配置されている地区のそれはいずれも負である。すなわち，たとえば地区 11 では $E_0 \times \alpha_0 =$ 1 000 m² に等しい公園が配置されているが，もし E_0 の制約が1単位増加すれば制約はその分だけ厳しくなり I^* は 0.5825 だけ減少し，逆に E_0 の制約を1単位小さくすれば制約が緩和され I^* は 0.5825 だけ増加する。m_i については，地区2を除いて他の地区ではシャドウプライスはいずれも正である。地区2では対象者全員に利用機会が供給されていないために0となっているが，他の地区では対象者数1単位の増加は I^* を増加させることがわかる。Q_0 については，すべての地区でシャドウプライスは0となっており，すべての地区で公園充足率は Q_0 を超過しており，このケースでは Q_0 を大きくしても I^* は減少しないことがわかる。

さて，各地区の公園適地 R_j と予算 K との間の代替関係を I^* を固定することによって明らかにする。R_j のシャドウプライスを w_{Rj}，K のシャドウプライスを w_K とするとき，R_j，K 以外の制約が変化しないとすると

$$dI = \sum_{j=1}^{M} w_{Rj} dR_j + w_K dK = 0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

さらに $dR_j = 0$, $(j \neq 1)$ とすると，次式が得られる。

$$dK = -(w_{R1}/w_K) dR_1 = -5.0\, dR_1 \quad \cdots\cdots\cdots(22)$$

本モデルの K の単位は千円，R_j の単位は m² であるから，式（22）より次のことがわかる。すなわち，地区1の公園適地が 1 m² 増加するとき，予算を5千円減少しても同一の I^* を得ることができる。したがって地区1の公園適地の拡張が単価5千円/m² 以下で可能であれば，その拡張は本モデルの目的にとって有利であり，5千円/m² 以上のとき不利であるといえる。つまり地区1の公園適地の限界価格は5千円/m² と評価される。そして他の地区では $w_{Rj} = 0$ であるから，当然限界価格は0である。

以上の考察は制約条件の微小な変化に対するものであり，制約条件が大幅に変化する場合には適用できないことはいうまでもない。

6. 結　び

本論によって明らかになった成果および問題をまとめると次のようである。

（1） まず公園配置計画の立場について考察し，計画の目的と制約とを明確にした。さらにこの考察に基づき，外生変数を定義し，制約条件と目的関数とを定式化した。そして配置計画に線形計画の手法が適用できることを示した。

（2） 次にモデル都市を設定し，政策パラメータの組み合わせを変えて多数の LP の最適解を求めた。そして政策パラメータが目的関数に及ぼす感応度について分析する方法を明らかにし，また政策パラメータ相互間の代替関係を分析する方法を提案した。

（3） さらに1つのケースの最適解について，オポチュニティコストとシャドウプライスを求めた。そしてこれらに対する解釈を明らかにすることにより，解を評価し，制約相互間の代替関係を分析することができることを示した。

（4） 以上の結論として，本論のモデルは，第1に公園政策パラメータの評価にとって，必要と考えられる情報を提供する手法であり，第2に公園政策パラメータを与件とする場合に，1つの立場に基づく配置パターンを提案することのできる手法であると考えられる。

（5） 本論に残された重要な問題点の1つは，計画目的の内容を利便性と利用機会の最大化に限定したことである。公園計画によって期待される社会的な効果の中には，情操，健康，美観，防災といった質的内容のものが含まれる。これらの副次的な便益を本論のモデルは反映していない。したがって，線形計画問題の解としての配

置パターンはあくまで1つの立場に基づく提案であり，他の立場に基づく配置パターンとともに，代替案として位置づけられるべきである。

（6） モデル計算の段階では，公園の種類を児童公園としたが，他の種類の公園を対象とするとき，外生変数，制約条件，目的関数の変更がどれだけ必要になるかを明らかにしていない。

以上，本論の成果と問題とを述べた。残された問題については今後の課題としたい。最後に本論の完成までに終始適切なご指摘を賜わった徳島大学工学部　定井喜明教授に心から感謝の意を表わす次第である。またアンケート調査にご協力いただいた徳島市内の幼稚園，小学校の各位に感謝の意を表します。

参考文献

1) Baron, M. and M. Shechter: Simultaneous determination of visits to a system of outdoor recreation parks with capacity limitations, Regional and Urban Economics, Vol. 3, No. 4, pp. 327-360, 1973
2) Salkin, H. and W. Balinsky: Integer programming models and codes in the urban environment, Socio-Econ. Plan. Sci. Vol. 7, pp. 739-753, 1973.
3) 建設省：建設白書，大蔵省印刷局. pp. 60-61, 1971.
4) 青山吉隆・秋友　寛：都市公園の配置計画に関する基礎的研究，土木学会年次講演会講演概要集，pp. 71-72, 1973.
5) 青山吉隆・秋友　寛・山本俊夫：都市公園の配置計画に関する一考察，土木学会中四国支部年次講演会講演概要集，pp. 133-134, 1973.
6) 同上 4)
7) Dorfman, R. P. A. Samuelson and R.M. Solow: Linear Programming and Economic Analysis, McGraw-Hill LTD., London, 1958.

（1974. 3. 25・受付）