

街路網における複数信号機の周期および スプリットの最適化

OPTIMIZATION OF CYCLE TIME AND SPLIT OF
TRAFFIC SIGNALS IN A NETWORK

奥 谷 巍*・霜 田 宜 久**

By Iwao OKUTANI and Yoshihisa SIMODA

1. まえがき

大都市の街路網においては、ほとんどの交差点に信号機が設置されており、そのため一連の交差点を対象とする信号制御の方法としては、いわゆる系統制御方式が導入されている場合が多いが、この制御方式で制御の対象となるパラメーターには、一般に周期、スプリットおよびオフセットの3つがある。

対象信号機群を1つのシステムとして、それらの相互関連を考慮しつつ制御するという系統制御の本質からすれば、上述の3つの制御パラメーターはある規準のもとに同時に設定されることが、本来の姿でありもっとも望ましいことであるともいえるが、現行的一般的方法では、まず周期とスプリットを与え、それを前提としてオフセットを決定するという手順を探っている。

この場合、オフセットの決定が1つの論理的な最適化の過程を経て行われるのに対し、周期およびスプリットの決定は、単独交差点に対するそれらの値の決定法を流用した便宜的な方法によってなされるのが普通である。

その方法は、計算時間が短いという特長を有しているが、信号機相互間の関係の導入がなされないということや対象街路網全体での制御目標が必ずしも明確でないということなど、好ましからざる反面を有しているとともに、交通需要量がある限度を超えて多くなると、式的な周期およびスプリットの決定が原理的には不可能になるという致命的の欠陥を内包していた。

しかるに、複数信号機を対象とした制御理論の研究分野では、オフセットのみが論議の対象となり、周期およびスプリットは意図せずして等閑に付されてきた観がある。

以上のことから、本稿では系統制御の対象となる一

連の信号機の周期およびスプリットの決定に関し、信号機相互間の関連を考慮し、明確な制御目標を有した新しい方法について、基礎的な立場から考察を加えるものである。

2. 制約条件式の設定

対象街路網を定式化の便宜のために、図-1に示したような格子状街路網とし、各交差点にマトリックス形式の番号を付す。そして以下のようない記号を定義する。なお、本稿での理論展開は、街路網の形状が格子状でない場合に対しても、まったく同様にして適用されうることを付言しておく。

T: 共通周期

$hG_1^{m,n}$, $hR_1^{m,n}$: それぞれ交差点 (m, n) の水平方向西側流入部に対する青信号時間および赤信号時間

$hG_2^{m,n}$, $hR_2^{m,n}$: 交差点 (m, n) の水平方向東側流入

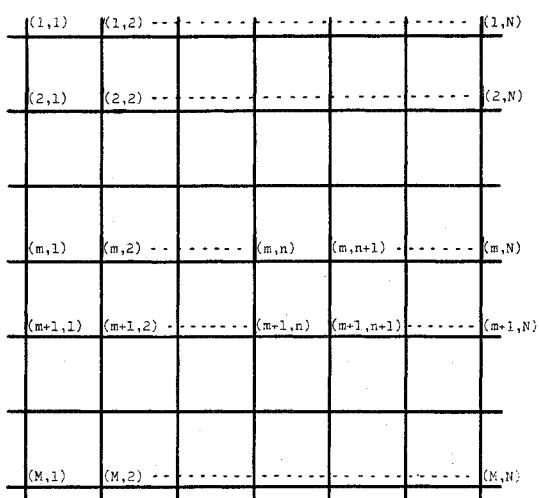


図-1 対象格子状街路網

* 正会員 工博 信州大学助教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 東京都庁首都整備局

部に対する青信号時間および赤信号時間
 $vG_1^{m,n}$, $vR_1^{m,n}$: 交差点 (m, n) の垂直方向北側流入部に対する青信号時間および赤信号時間
 $vG_2^{m,n}$, $vR_2^{m,n}$: 交差点 (m, n) の垂直方向南側流入部に対する青信号時間および赤信号時間
 $L^{m,n}$: 交差点 (m, n) の 1 周期あたりのロス時間
 $hC_v^{m,n}$: $hG_v^{m,n}$ の単位時間あたりの交通容量 ($v=1, 2$)
 $vC_v^{m,n}$: $vG_v^{m,n}$ の単位時間あたりの交通容量 ($v=1, 2$)
 $hI_v^{m,n}$, $hR_v^{m,n}$, $hS_v^{m,n}$: $hG_v^{m,n}$ の間に当該流入部から流入した交通の左折率, 右折率および直進率 ($v=1, 2$)
 $vI_v^{m,n}$, $vR_v^{m,n}$, $vS_v^{m,n}$: $vG_v^{m,n}$ の間に当該流入部から流入した交通の左折率, 右折率および直進率 ($v=1, 2$)
(以上, $m=1, 2, \dots, M$; $n=1, 2, \dots, N$)
 $hQ_1^{m,n}$: 交差点 (m, n) から交差点 $(m, n+1)$ に向かう交通の当該街路区間途中における発生吸収交通量 (発生が吸収より大のとき正, 逆の場合は負とする)
 $hQ_2^{m,n}$: $hQ_1^{m,n}$ の対向方向の発生吸収交通量 (以上, $m=1, 2, \dots, M$; $n=1, 2, \dots, N-1$)
 $vQ_1^{m,n}$: 交差点 (m, n) から交差点 $(m+1, n)$ に向かう交通の当該街路区間途中における発生吸収交通量
 $vQ_2^{m,n}$: $vQ_1^{m,n}$ の対向方向の発生吸収交通量 (以上, $m=1, 2, \dots, M-1$; $n=1, 2, \dots, N$)
 $hQ_1^{m,0}$: 街路網の最西端交差点 $(m, 1)$ より, 水平方向路線を通行して街路網内に流入しようとする交通需要量 ($m=1, 2, \dots, M$)
 $hQ_2^{m,N}$: 街路網の最東端交差点 (m, N) より, 水平方向路線を通行して街路網内に流入しようとする交通需要量 ($m=1, 2, \dots, M$)
 $vQ_1^{0,n}$: 街路網の最北端交差点 $(1, n)$ より, 垂直方向路線を通行して街路網内に流入しようとする交通需要量 ($n=1, 2, \dots, N$)
 $vQ_2^{M,n}$: 街路網の最南端交差点 (M, n) より, 垂直方向路線を通行して街路網内に流入しようとする交通需要量 ($n=1, 2, \dots, N$)
以上の定義において、まず T' を共通周期としたのは、街路網を対象とする複数信号機の制御においては、オフセットを設定する系統制御方式がきわめて有効であることがわかつており、そのための前提として各交差点の信号機の周期を等しくしておかなければならぬといふ事実があるためである。

また、交差点の各流入部ごとに青信号時間と赤信号時

間を定義しているのは、4 現示制御を前提としているからであり、流入部ごとに交通量が異なることを考えれば、そのほうがより合理的であると判断されるからである¹⁾。

さて、街路網内部における交通渋滞の発生原因を考えてみると、究極は隣接交差点相互間の交通容量の不均衡にあると思われる。すなわち、下流側交差点でさばきうる交通量以上の交通量が上流側交差点から流出してくる結果、それら 2 つの交差点にはさまれる街路区間内に自動車の残留台数が累積してゆき、それがいわゆる交通渋滞につながると思われるるのである。

こうした交通渋滞を防ぐために、まず次のような制約条件式を、交差点 (m, n) から交差点 $(m, n+1)$ に向かう交通に関して設定する。

$$\begin{aligned} hC_1^{m,n} \cdot hG_1^{m,n} \cdot hS_1^{m,n} + vC_1^{m,n} \cdot vG_1^{m,n} \cdot vI_1^{m,n} \\ + vC_2^{m,n} \cdot vG_2^{m,n} \cdot vR_2^{m,n} + hQ_1^{m,n} \cdot T \\ \leq hC_1^{m,n+1} \cdot hG_1^{m,n+1} \\ (m=1, 2, \dots, M; n=1, 2, \dots, N-1) \end{aligned} \quad (1)$$

式 (1) の左辺第 1 項は、交差点 (m, n) の水平方向西侧流入部に対する青信号時間に、容量一杯に流入してきたと考えた交通量のうち、直進して交差点 $(m, n+1)$ に向かう交通量である。同様に、第 2 項は交差点 (m, n) の垂直方向北側流入部から流入し、左折して交差点 $(m, n+1)$ に向かう交通量、第 3 項は垂直方向南側流入部から流入し、右折して交差点 $(m, n+1)$ に向かう交通量である。最後の第 4 項は、交差点 (m, n) と交差点 $(m, n+1)$ の間の街路区間で 1 周期の間に発生吸収した合計の交通量である。

すなわち、左辺全体としては、交差点 (m, n) から交差点 $(m, n+1)$ へ向かう交通量の総計を表わすことになるが、交差点 (m, n) の青信号時間に容量一杯の交通量が流入することを前提としていることからすれば、交差点 (m, n) から交差点 $(m, n+1)$ へ向かう最大限の交通量を示していると解することもできる。

これに対して、右辺は交差点 $(m, n+1)$ の水平方向西侧流入部に対する青信号時間にさばきうる交通量を表わしていることから、結局、式 (1) は交差点 $(m, n+1)$ の水平方向西侧流入部に流入しようとする交通量が、当該流入部でさばきうる交通量を超えないという関係を表わすことになり、周期およびスプリットの制御政策として、当該街路区間では交通渋滞は発生しないことを保証しようとするものである。

同様にして、交差点 $(m, n+1)$ から交差点 (m, n) に向かう交通に関して

$$\begin{aligned} hC_2^{m,n+1} \cdot hG_2^{m,n+1} \cdot hS_2^{m,n+1} \\ + vC_1^{m,n+1} \cdot vG_1^{m,n+1} \cdot vR_1^{m,n+1} \\ + vC_2^{m,n+1} \cdot vG_2^{m,n+1} \cdot vI_2^{m,n+1} + hQ_2^{m,n} \cdot T \end{aligned}$$

$$\leq {}^hC_2^{m,n} \cdot {}^hG_2^{m,n} \\ (m=1, 2, \dots, M; n=1, 2, \dots, N-1) \dots (2)$$

なる条件式が、交差点 (m, n) から交差点 $(m+1, n)$ に向かう交通に関して

$${}^vC_1^{m,n} \cdot {}^vG_1^{m,n} \cdot {}^vS_1^{m,n} + {}^hC_1^{m,n} \cdot {}^hG_1^{m,n} \cdot {}^hT_1^{m,n} \\ + {}^hC_2^{m,n} \cdot {}^hG_2^{m,n} \cdot {}^hT_2^{m,n} + {}^vQ_1^{m,n} \cdot T \\ \leq {}^vC_1^{m+1,n} \cdot {}^vG_1^{m+1,n} \\ (m=1, 2, \dots, M-1; n=1, 2, \dots, N) \dots (3)$$

なる条件式が、さらに交差点 $(m+1, n)$ から交差点 (m, n) に向かう交通に関して

$${}^vC_2^{m+1,n} \cdot {}^vG_2^{m+1,n} \cdot {}^vS_2^{m+1,n} \\ + {}^hC_1^{m+1,n} \cdot {}^hG_1^{m+1,n} \cdot {}^hT_1^{m+1,n} \\ + {}^hC_2^{m+1,n} \cdot {}^hG_2^{m+1,n} \cdot {}^hT_2^{m+1,n} + {}^vQ_2^{m,n} \cdot T \\ \leq {}^vC_2^{m,n} \cdot {}^vG_2^{m,n} \\ (m=1, 2, \dots, M-1; n=1, 2, \dots, N) \dots (4)$$

なる条件式がそれぞれ成立しなければならない。

以上の制約条件式は、容量の整合性の条件式ともよびうるものであるが、各交差点の信号現示を最初から2現示とした場合には、これらの条件式の中に相矛盾するものがでてくることがあり注意が必要である^{2),3)}。

一方、街路網の外部から街路網内に流入しようとする交通に関しては、次のような条件式を設定する。すなわち、まず街路網の最西端交差点 $(m, 1)$ の水平方向西側流入部に対して

$${}^hQ_1^{m,0} \cdot T \geq {}^hC_1^{m,1} \cdot {}^hG_1^{m,1} \\ (m=1, 2, \dots, M) \dots (5)$$

なる制約条件式を設けるのである。この式の左辺は1周期の間に当該流入部から街路網内に流入しようとする交通量で、これが右辺の当該流入部に対する青信号時間にさばきうる交通量に等しいか大きくなるというのが本式の示すところであり、外部からの交通量に関しては、最大限それをさばき切るだけの青信号時間を表示すれば十分で、街路網内部の交差点容量の相互関係いかんによっては、交通需要量をそのまま街路網内に流入させないとすることもありうることを意味している。これは、街路網外部での交通渋滞は内部に比べて線的に拡大してゆくことが多いことから、無理に交通需要量をそのまま街路網内に流し込んだ結果発生する網内部での交通渋滞に比較して、波及効果が少なくしたがって被害の程度もそれほど深刻ではないと判断されることに基づいている。

同様に、最東端交差点 (m, N) の水平方向東側流入部に対しては

$${}^hQ_2^{m,N} \cdot T \geq {}^hC_2^{m,N} \cdot {}^hG_2^{m,N} \\ (m=1, 2, \dots, M) \dots (6)$$

なる条件式が、最北端交差点 $(1, n)$ の垂直方向北側流入部に対しては

$${}^vQ_1^{0,n} \cdot T \geq {}^vC_1^{1,n} \cdot {}^vG_1^{1,n}$$

$$(n=1, 2, \dots, N) \dots (7)$$

なる条件式が、そして最南端交差点 (M, n) の垂直方向南側流入部に対しては

$${}^vC_2^{M,n} \cdot T \geq {}^vC_2^{M,n} \cdot {}^vG_2^{M,n} (n=1, 2, \dots, N) \\ \dots (8)$$

なる条件式がそれぞれ設定される。

以上の式(5)～(8)の制約条件式は、ここでは特に街路網の外部から街路網内への流入部に対して設定されているが、街路網の内部でも大駐車場と直結する細街路の主街路への流入部などに対しては、その著しい交通発生が主街路の交通渋滞を惹起するおそれがあると判断される場合には、同様の条件式を設定することが必要になってくることもある。

また、各交差点において水平方向と垂直方向の青信号が同時に表示されることは許されないことから

$${}^hG_1^{m,n} + {}^vG_1^{m,n} \leq T - L^{m,n} \dots (9)$$

$${}^hG_1^{m,n} + {}^vG_2^{m,n} \leq T - L^{m,n} \dots (10)$$

$${}^hG_2^{m,n} + {}^vG_1^{m,n} \leq T - L^{m,n} \dots (11)$$

$${}^hG_2^{m,n} + {}^vG_2^{m,n} \leq T - L^{m,n} \dots (12)$$

$$(m=1, 2, \dots, M; n=1, 2, \dots, N)$$

なる制約条件の設定が必要である。

さらに、いずれの青信号時間も負の値はとりえないので

$${}^hG_v^{m,n} \geq 0 \dots (13)$$

$${}^vG_v^{m,n} \geq 0 \dots (14)$$

$$(\nu=1, 2; m=1, 2, \dots, M; n=1, 2, \dots, N)$$

のような非負の条件式が設定されなければならない。

式(9)～(14)より、周期 T は

$$T \geq \max_{m,n} \{L^{m,n}\} \dots (15)$$

のような制限を受けることになる。

以上、式(1)～(15)の制約条件のもとにある目的関数を導入し、その最大化あるいは最小化を図ることによって、周期およびスプリットを決定しようとするわけであるが、目的関数をいかなる構造とするかは制御目標をどのように採るかということを意味しているので、十分な考慮を必要としよう。

3. 目的関数の設定と最適化の方法

まず最初に考えられる評価規準としては、待ち時間はじめとする交通のこうむる損失があげられるが、これは同一周期、同一スプリットという条件下にあっても、オフセットのいかんによって大きく変化するという性質があることから、周期およびスプリットの2つの制御パラメーターの最適化に関しては有効な規準とはならない。

すなわち、街路網の信号制御においては、周期およびスプリットの主要な機能はむしろ交差点に流入しようとする交通をさばくということにあると思われ、その意味においては交通損失を小ならしめる機能をもつオフセットと、制御上の役割をある程度分担していると解されるのである。

このようなことから、ここでは単位時間あたりに各交差点流入部でさばきうる交通量の総和を周期およびスプリットの最適化の規準とすることにし、次のような目的関数 F を設定する。

$$F = \frac{1}{T} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{v=1}^2 (\hbar C_v^{m,n} \cdot \hbar G_v^{m,n} + v C_v^{m,n} \cdot v G_v^{m,n}) \quad (16)$$

式(1)～(15)の制約条件のもとに、式(16)で与えられる目的関数を最大にするような周期および各交差点流入部の青信号時間を見い出すことが、とりもなおさず街路網の複数信号機を対象とした周期およびスプリットの最適化ということになる。

なお、制約条件の中にも目的関数の中にも赤信号時間を表わす変数が含まれていないが、それらの値は周期および青信号時間が決定された時点で自動的に求められるので、そのことはなんら問題にはならないのである。たとえば、交差点 (m, n) の水平方向西側流入部に対する赤信号時間 $\hbar R_1^{m,n}$ は

$$\hbar R_1^{m,n} = T - \hbar G_1^{m,n} - L^{m,n}$$

として簡単に計算されるであろう。

ところで、式(1)～(4)の制約条件式を見ればわかるように、街路網の外部から街路網内への流入部における青信号時間を除いて、すべての交差点における青信号時間には、むだな青信号時間の存在が許される構造になっている。したがって、式(16)で与えられる目的関数の最大化の過程においては、当然のことながらむだな青信号時間も目的関数の増加に寄与することになってくる。

このようにして決定された周期および各交差点流入部の青信号時間は、街路網の交通処理能力を最大限に高めるという意味において、交通の円滑化に一定程度貢献するであろうが、一方では実際にはあまり交通需要がない交差点流入部でも、交通容量が大きければそこにおける青信号時間が大きな値に設定されるという可能性をもっていて、現実にそぐわない信号制御を行うおそれがあるという好ましくない一面を有している。

したがって、むだな青信号時間の存在を許さないという条件で、式(16)の目的関数を最大にする方法をも考えておく必要があるわけであるが、このことは実はきわめて容易なことなのである。すなわち、式(1)～(4)の制約条件をすべて等式にすればよいということであ

る。なぜならば、式(5)～(8)をみればわかるように、街路網の外部から街路網内への交差点流入部に対する青信号時間には、むだ時間が含まれない構造になっているため、街路網内における隣接交差点相互間の交通のさばけ量が等式で結ばれていれば、すべての交差点流入部において原理的にはむだな青信号時間は表示されないはずであるからである。

こうすることによって、式(16)の目的関数は街路網の交通処理能力を最大にするということから、実際に街路網でさばく交通量を最大にするということに、その意味を転換することになるであろう。

式(1)～(4)の制約条件式を不等式にするか等式にするかは、前者は不必要にむだな青信号時間を多くするおそれがある反面、交通需要量あるいは交通容量の変動をある程度余裕の青信号時間の中に吸収できるという利点を持っており、これに対し後者はむだな青信号時間を表示しないという合理性を有してはいるが、それはとりもなおさず青信号時間に余裕のないことを意味し、交通需要量や交通容量の変動が交通渋滞を誘発する危険性をはらんでいるというように、それぞれ一長一短があることから、対象街路網の道路および交通条件に応じ、より適切と判断されるものを選択するようにすればよいと思われる。

たとえば、街路網全体にわたって交通需要が一様に多い場合には前者を採用し、各街路の交通需要に著しい不均衡がある場合には後者を採用するという考え方もできるであろうし、1つの街路網の中で両者を混合して使うことにもよいであろう。

あるいは、等式の制約条件を採用する場合にも、明確な形で青信号時間に余裕時間を確保したいときには、たとえば式(1)を等式に直した式について考えた場合、次のようにそれを修正しておくという方法もある。すなわち、

$$\begin{aligned} & \hbar C_1^{m,n} \cdot \hbar G_1^{m,n} \cdot \hbar S_1^{m,n} + v C_1^{m,n} \cdot v G_1^{m,n} \cdot v l_1^{m,n} \\ & + v C_2^{m,n} \cdot v G_2^{m,n} \cdot v r_2^{m,n} + \hbar Q_1^{m,n} \cdot T \\ & = \hbar C_1^{m,n+1} \cdot (\hbar G_1^{m,n+1} - \Delta \hbar G_1^{m,n+1}) \end{aligned}$$

である。ただし、 $\Delta \hbar G_1^{m,n+1}$ は技術的判断から与えられる $\hbar G_1^{m,n+1}$ の余裕時間である。このようにすれば、街路網の交通状態のいかんにかかわらず、すべて等式制約条件に統一して問題を取扱ってもそれほど支障をきたさないかもしれない。

結論としては、やはり式(1)～(4)をすべて等式としたものが、むだな青信号時間が生じないという点からいっても、目的関数 F が実際に街路網全体でさばく交通量を意味するようになるという点からいって最も合理性があるといえる。したがって、以下ではこのことを前提として議論を進めることにする。

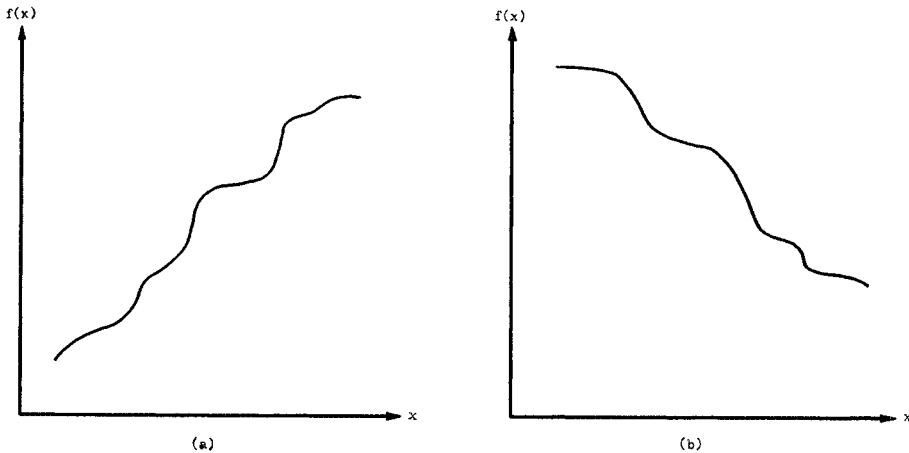


図-2 擬似凸関数かつ擬似凹関数の例

さて、いずれにしてもここに与えられた最適化問題は、制約条件式はすべて線形であるが、目的関数が線形とはなっていないため、いわゆる非線形最適化問題に属することになる。したがって、目的関数の性質を調べておく必要があるわけであるが、幸いにも式(16)で与えられる目的関数は分母、分子ともに決定変数の線形結合であり、制約条件式はすべて線形であって、解の集合は凸集合となっていることから、 F は擬似凸関数であり、かつ擬似凹関数であることが容易にわかる。

この性質を n 次元空間で具体的に説明することは困難であるので、変数が 1 つの場合についてその概念を説明すると次のようになる。すなわち、いま $F=f(x)$ としたとき、目的関数を表わす曲線は、図-2 (a) に示したように、変曲点の存在と一定値になることを許して右上がりの曲線になるか、図-2 (b) のように右下がりの曲線になるかのいずれかであるということである。

式(16)で与えられる目的関数の場合は、決定変数が多いいため、図-2 (a) に対応する性質を有するのか、図-2 (b) に対応する性質を有するのかを判定することは容易ではないが、1 周期あたりのロス時間の占める割合が、周期を増加させ、それに対応して各交差点流入部の青信号時間を適当に増加させたとき、減少してゆくことを考えると、一般には図-2 (a) のような性質をもっていると予想される。

したがって、最適化の計算を実行するまでもなく、周期も各青信号時間とともに無限大という決定変数の組は、必ず F の最大値に対応するということになるわけであるが、このことは明らかに現実的ではないし、また交通条件のいかんによっては、必ずしも無限大なる決定変数の組のみが F の最大値を与えるものでもないのである。すなわち、いま T の 1 つの値に対する F の最大値（これを以下 $F(T)$ と書くことにする）を考えたとき、一般にその値は T の増加とともに大きくなっ

てゆくわけであるが（この関係を具体的にグラフの形で示したものは後の計算例のところにある）、式(5)～(8)の制約条件がある T の値に対しすべて等号で成立した場合には、それ以上の T の値に対しては $F(T)$ は停留値をとるのである。つまり、式(5)～(8)の制約条件式に対応する交差点流入部でさばけ残りの交通量が完全になくなれば、そのときの $F(T)$ の値が目的関数 F の最大値を与えるということであり、それ以上に T あるいは各青信号時間を増加させても、単位時間あたりに実際にさばく交通量という意味における F の値の増加を期待することはできないということである。逆にいえば、周期および各青信号時間がいずれも無限大という決定変数の組のみが F の最大値を与えるということは、式(5)～(8)が同時には等号で成立しえない場合に限定されることである。

一方、現実的な T には経験的に最大限度値がある。すなわち、いまその最大限度値を T_u としたとき、 $T \leq T_u$ の範囲にある T が、実際に用いることができる周期であるということである。

以上のようなことから、ここでは現実的でより望ましい周期と青信号時間の決定方法として次のような方法を提案する。

まず、 $T \leq T_u$ の範囲で $F(T)$ が停留値をとるならば、その停留値である F の最大値を与える最も小さい周期を最適周期とし（同じ F の最大値を与えるならば、 T は小さいほうが大局的には待ち時間等の交通損失を小さくする），そのときの青信号時間を最適な青信号時間とする。

$T \leq T_u$ で $F(T)$ が停留値をとらず、 T の増加とともに漸増傾向にある場合には、 F を可及的に最大化するという意味においては、 $T=T_u$ を最適周期とし、 $F(T_u)$ に対応する青信号時間を最適な青信号時間とするのがよい。

しかしながら、このような方法によると $F(T)$ が $T \leq T_u$ で増加関数になる場合には、交通条件のいかんにかかわらず最適周期は T_u となり、現実にそぐわなくなるおそれもあるので、代替案として次のような決定方法も 1 つの方法として考えておいたほうがよいであろう。

いま、 $T \rightarrow \infty$ としたときの F の最大値（これを F_{\max} と表わすことにする）がなんらかの方法で求められたとし、たとえば $F(T_u) = 0.98 F_{\max}$ であったときに、 $F(T) = 0.97 F_{\max}$ なる関係を満たす T が T_u よりかなり小さい値ならば、この T を最適周期とし、 $F(T)$ に対応する青信号時間を最適な青信号時間とするという方法である。すなわち、単位時間あたりのさばけ量の、最大値 F_{\max} に対する割合を若干低下させる（上述の例では 1%）だけで、周期を T_u よりかなり大幅に小さくできるならば、そのほうが大局的な意味での交通損失の減少に寄与するという観点からは望ましい場合もありうるであろうという判断である。

ところで、このような方法を用いるにあたっては、あらかじめ決定基準を設定しておいたほうが便利であるが、ここでは次のような基準を考えた。

いま、一般的に

$$F(T_u) = \frac{r}{\tau} \cdot F_{\max} \quad (0 < r < 1),$$

$$F(T) = r \cdot F_{\max} \quad (0 < r < \frac{\tau}{\tau})$$

としたとき

a) $\frac{\tau}{\tau}$ がある値 α （たとえば $\alpha=0.95$ ）より小さいならば、最適周期を T_u とし、 $F(T_u)$ に対応する青信号時間を最適青信号時間とする。

b) $\frac{\tau}{\tau}$ が α より大きい場合、いま $r = \frac{\tau}{\tau} - \beta$ ($0 < \beta < \frac{\tau}{\tau}$ 、たとえば $\beta=0.01$) としたとき、 T_u と $F(T) = r \cdot F_{\max}$ を満たす T との差 ($T_u - T$) があらかじめ定められた値 τ （たとえば 50 秒）より小さいならば、最適周期を T_u とし対応する青信号時間を最適青信号時間とする。 $(T_u - T)$ が τ より大きいならば、最適周期を T とし $F(T)$ に対応する青信号時間を最適な青信号時間とする。

上記のような決定基準において、 α 、 β および τ の具体的な値をいかにして与えるかが実際面では問題となってくるが、それらは理論的に決めるというよりも、制御対象となる街路網の交通事情に精通した交通技術者が、経験的あるいは戦略的に与えるようにしたほうがより実際的であろうと思われる。

このような方法を採用したとき、 α 、 β 、 τ の値いかんにもよるが、一般的にはたとえば式(5)～(8)の制約条件に対応する交差点流入部すべてに過大な交通需要があるような場合には、上記の a) または b) の前半の基準により最適周期は T_u として決定されることになるで

あろうし、数個所の流入部においてのみ過大な交通需要がある場合には、b) の後半の基準により $F(T) = r \cdot F_{\max}$ を満たす T が最適周期として決定されることになるであろう。このことは、 $F(T)$ が $T \leq T_u$ の範囲で単調増加となる場合には、一律に最適周期を T_u とする方法に比べ、この方法がより現実に即しうる柔軟性を有していることを示すものである。

さて、上では周期と青信号時間の決定方法に関して基本的な考え方を述べただけであり、実際にこうした方法を適用する場合の具体的な計算方法についてはふれていない。上記方法全般にわたり、計算方法として考えておかねばならないものを列挙すると次のようになる。

- 1) F_{\max} を求める方法
- 2) F_{\max} を与える最小の周期 T （ただし、 $T \leq T_u$ の範囲において）とそのときの青信号時間を求める方法
- 3) $F(T_u)$ とそれに対応する青信号時間を求める方法
- 4) $F(T) = r \cdot F_{\max}$ を満たす T と青信号時間を求める方法

まず 1) について、十分に大きいと思われる周期 T_∞ （たとえば 1000 秒）を与え、先に定式化した問題を解く。解く方法は、目的関数が T を与えたことから線形となるので線形計画法によればよい。この結果求められた目的関数の値は、 $T \leq T_\infty$ の範囲で式(5)～(8)の制約条件がすべて等式で成立する場合には厳密な意味において、そうでない場合には近似的な意味において、式(16)で与えられる目的関数 F の最大値を与える。したがって、このようにして得られた目的関数値を F_{\max} として採用すればよい。

2) については、まず式(16)の目的関数の値が F_{\max} に等しいという関係から

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \cdot \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{v=1}^2 (^h C_v^{m,n} \cdot {}^h G_v^{m,n} \\ + {}^v C_v^{m,n} \cdot {}^v G_v^{m,n}) = F_{\max} \end{aligned}$$

が成立する。これを変形して

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{v=1}^2 (^h C_v^{m,n} \cdot {}^h G_v^{m,n} + {}^v C_v^{m,n} \cdot {}^v G_v^{m,n}) \\ = F_{\max} \cdot T \end{aligned} \quad (17)$$

を得る。また

$$T \leq T_u \quad (18)$$

である。

式(1)～(15)および式(17)、(18)を制約条件として、次のような目的関数 H を最小にするのである。

$$H = T \quad (19)$$

これは明らかに線形計画法の問題であり、解が存在した場合にはそれが最適周期および最適青信号時間を与え

る。解が存在しない場合には少なくとも $T \leq T_u$ の範囲では $F(T)$ は単調に増加するということを意味している。

3) については、1) と同様に T_u を与え線形計画法を用いて計算すればよい。

4) については、2) と同じように目的関数の値が $r \cdot F_{\max}$ に等しいという関係から、式(17)に対応して次式が成立する。

$$\sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^N \sum_{v=1}^2 ({}^h C_v^{m,n} \cdot {}^h G_v^{m,n} + {}^v C_v^{m,n} \cdot {}^v G_v^{m,n}) = r \cdot F_{\max} \cdot T \quad \dots \dots \dots (20)$$

式(1)～(15)および式(20)を制約条件として、式(19)と同じ目的関数 H を最小にすることによって、求める周期と青信号時間が計算されるのである。すなわち、最小化された T のもとでは、式(16)の目的関数は自動的に最大化されているということである。なぜならば、 $F(T)$ が少なくとも $T \leq T_u$ のもとでは単調増加関数であることから、目的関数が $r \cdot F_{\max}$ という値をとるのは $F(T) = r \cdot F_{\max}$ を満たす T 以上の周期について可能ではあるが、そのような周期のもとにおいては $r \cdot F_{\max}$ は式(16)の目的関数の最大値とはならず、結局 $r \cdot F_{\max}$ を目的関数值とする周期のうちで最小のもののみが $F(T) = r \cdot F_{\max}$ を満たす T に等しくなるからである。このことについては、後の計算例においても再度具体的に説明されるであろう。

このようにして、1)～4)の計算はすべて可能となつたわけであるが、実は2)～4)については、厳密さを問わなければ、 T を適当な間隔（たとえば5秒間隔）で与えながら線形計画法を利用して $F(T)$ を求め、それをグラフ化したものを利用しても可能である。これについても、後の計算例のところで具体的に述べることにする。

4. 計算例

図-3に示したような9交差点を含む格子状街路網を対象とした計算例によって、上述のことと具体的に検討してみる。図中、矢印とともに記した数字は、街路網の外部から街路網内へ向かう車線・1時間あたりの交通量である。各交差点流入部における右左折、直進率および右左折率による容量低下を考慮した1車線・青信号1時間あたりの交通容量は、各交差点ごとに等しいものとし、それらの値を表-1のように与えた。また、各街路区間途

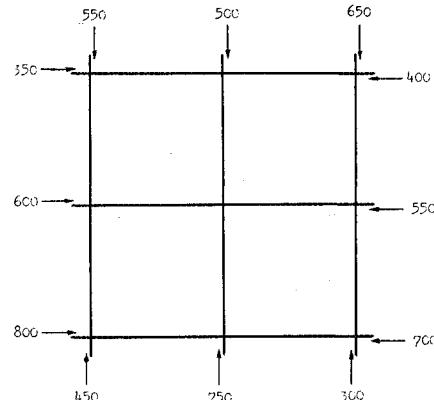


図-3 計算例の対象街路網

表-1 屈折率と交通容量

交差点名	右折率 (%)	左折率 (%)	直進率 (%)	容量 (台/時)
(1, 1)	5	10	85	1 458
(1, 2)	10	10	80	1 397
(1, 3)	10	15	75	1 357
(2, 1)	5	5	90	1 498
(2, 2)	10	10	80	1 397
(2, 3)	5	10	85	1 458
(3, 1)	10	15	75	1 357
(3, 2)	10	5	85	1 436
(3, 3)	5	15	80	1 418

中における発生および吸収交通量は、それらをすべて相等しいとし、その合計としての発生吸収交通量を0とした。1周期あたりのロス時間は、これも各交差点ですべて等しく10秒を与えた。

まず、式(16)で与えられる目的関数の性質を確かめるべく、 T を10秒ごとに変化させて与え、そのつど線形計画法によって F を最大化して、求められた $F(T)$

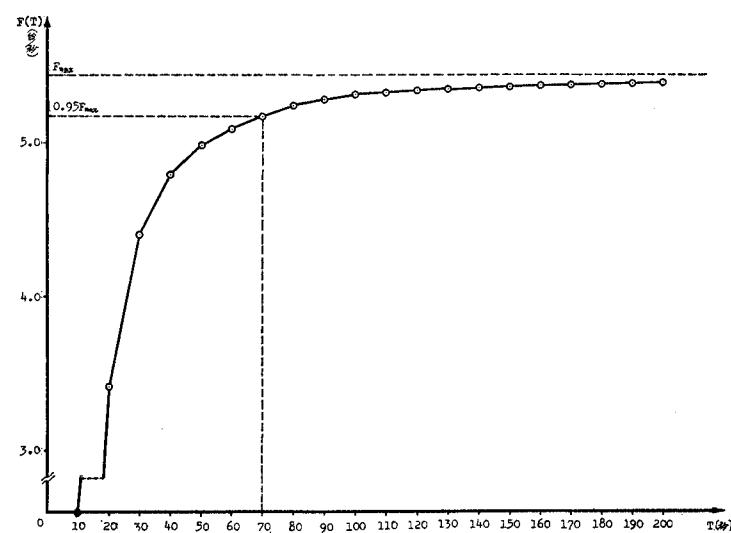


図-4 各周期ごとの F の最大値

と T との関係を調べてみた。なお、この場合式(1)～(4)に対応する制約条件式は、いうまでもなく等式を採用している。結果は図-4に示したように、右上がりの曲線となり、青信号時間も T の増加とともに大きくなっていることが確認されたので、目的関数は1変数の場合の図-2(a)に示した曲線に対応する性質を有していることが確かめられたといえる。

次に、 $T_{\infty}=1000$ (秒)とおき F の最大値 F_{\max} を求めてみると、 $F_{\max} \approx 5.445$ (台/秒)となった。また $T_u=200$ (秒)とすると、図-4からも明らかであるが、 $T \leq T_u$ の範囲では F_{\max} を目的関数の値とする決定変数の組は存在しない。したがって、3. でも述べたように、目的関数 F を可及的に大きくするという立場からは 200 秒が最適周期となり、対応する青信号時間が最適青信号時間となる。

一方、3. の a), b) の項に示した基準によると次のようになる。まず、 $F(T_u) \approx 5.387 \approx 0.99 F_{\max}$ より $\beta = 0.99$ となるので、 $\alpha = 0.95$ とすると明らかに $\beta > \alpha$ であるから、決定は b) の基準によることになる。そこで $\beta = 0.02$ すなわち $r = 0.97$ とし、式(1)～(15)および式(20)を制約条件(ただし、式(1)～(4)はすべて等式として変更したもの)として、式(19)の目的関数を最小とする線形計画の計算を実行してみると $T = 90$ (秒)が得られた。したがって、 τ をかりに 100 秒としても $200 - 90 > 100$ であるから、 $T = 90$ (秒)がこの場合の最適周期となり、対応する青信号時間が最適青信号時間となるわけである。また、 $\beta = 0.04$ として同様の計算を行ってみると $T = 70$ (秒)が得られた。いま、ここではこの $r = 0.95$ に対応する周期 70 秒を最適周期として採用するものとし、この場合の青信号時間を示すと表-2 のようになる。

ところで、3.において述べたように、上と同じ結果は図-4のグラフを利用して得られるのである。すなわち、まず $F(T)$ が $T \leq 200$ の範囲において停留値をとらないことはグラフから明らかである。また、 $F(T) = r \cdot F_{\max}$ を満たす周期の求め方としては、いま $\beta = 0.04$ 、すなわち $r = 0.95$ とした場合について説明すると

表-2 計算による各交差点青信号時間

交差点名	流入部別青信号時間(秒)			
	$hG_1^{m,n}$	$hG_2^{m,n}$	$vG_1^{m,n}$	$vG_2^{m,n}$
(1, 1)	17	22	26	24
(1, 2)	19	21	25	31
(1, 3)	21	21	34	20
(2, 1)	27	25	25	23
(2, 2)	29	27	24	31
(2, 3)	27	26	28	17
(3, 1)	33	30	27	23
(3, 2)	29	28	24	31
(3, 3)	29	31	29	15

次のようになる。まず、 $0.95 F_{\max}$ の値を $F(T)$ 軸にとり、これを右に伸ばして曲線と交わる点をみつけ、この点に対応する T の値を見い出せば、それが求める最適周期となり、その $F(T)$ に対応する青信号時間が最適な青信号時間になるということである。その場合、グラフから求められた T が、 $F(T)$ を計算してある離散的な T の値の中間にくることは十分に考えられるわけであるが(このような場合には、求められた T は厳密には近似的な意味での解となる)、かかる場合には求められた T を与えて再度線形計画の計算を行い、対応する青信号時間を求めなければならないであろう。

ところで、図-4より明らかのように、目的関数の値として $0.95 F_{\max}$ なる値をとりうる T の範囲は $T \geq 70$ (秒)であって、 $T < 70$ (秒)の範囲ではいかなる周期および青信号時間を与えてても $0.95 F_{\max}$ という目的関数の値をとり得ない。すなわち、 $T = 70$ (秒)は $0.95 F_{\max}$ を保証する T の最小値であるということである。このように、式(1)～(15)および式(20)を制約条件として(ただし、式(1)～(4)は等式に変更)、周期 T を最小化することは、図-4の曲線上の1点に対応する周期と青信号時間求めることに等しいわけであるから、求められた T の最小値のもとでは式(16)の目的関数は最大化されていることがわかるであろう。

図-4のようなグラフを利用して、 $r \cdot F_{\max}$ を与える最適周期 T を求める方法に対する、線形計画法によって周期を最小化して最適値を求める方法の利点は、後者が前者に比べ厳密であり、かつ最適値とは直接関係のない $F(T)$ の計算をしなくてよいことから、一般には後者のほうが計算時間が短くなるということである。ここで取扱った計算例の場合、東京大学大型計算機センターの HITAC 8800/8700 で、前者が約 45 秒、後者が約 30 秒の計算時間を要した。しかしながら、図-4のようなグラフを得ておけば、 $F(T)$ が $T \leq T_u$ で停留値をとるか否かは明らかであるし、 $F(T)$ の増加傾向も容易に把握でき、 β あるいは τ の値を試行錯誤的に設定することができるので、そうした意味における便利さの点では前者のほうが優れているともいえる。

ところで、表-2をみるとわかるように、交差点(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 3)においては、水平方向の青信号時間の最大値と垂直方向の青信号時間の最大値との和が周期からロス時間を差し引いた値である 60(秒)に等しくなっていない。すなわち、それぞれの交差点にはいわゆる全赤時間が何秒間か存在するということである。

各交差点流入部で交通需要をさばききるという観点からすれば、問題の定式化の過程からも明らかのように、こうした全赤時間の存在は差しつかえないわけである。

が、現実問題において交差する両方向の交通を、ともに何秒間か停止させることは、運転者の心理状態から察して好ましくない。

したがって、計算の結果得られた青信号時間に関して、全赤時間が存在するような交差点に対しては、なんらかの方法によってそのような全赤時間をなくすように、各青信号時間を修正しておくことが望ましいといえる。

修正方法は、街路網の外部から街路網内への交差点流入部で、式(5)～(8)の制約条件が不等号で成立している（このことは、それらの制約条件式に対応するスラック変数の値によって容易に確かめられるであろう）交差点流入部に対する青信号時間については修正を加えないという条件（これを条件1とする）と、それ以外の青信号時間についても計算値より小さくなるようには変更しないという条件（これを条件2とする）の2つの条件が守られれば交通をさばくという立場からは任意でよい。

上述の2つの条件の説明は次のようにしてなされる。まず条件1であるが、決定されたTのもとでは目的関数は最大化されているわけであるから、式(5)～(8)に対応する制約条件が不等号で成立しているということは、当該交差点流入部の青信号時間を決定された値以上に大きくすると、街路網内部で必ず交通渋滞を引き起こすということである。また、逆に決定された値より小さくした場合には、内部での渋滞の心配はないが、目的関数の値がそれだけ小さくなるという不都合が生ずる。したがって、そのような交差点流入部の青信号時間は修正がまったく許されないことがわかるであろう。

次に条件2であるが、この条件の対象となる交差点流入部においては、いずれも式(1)～(8)に対応する制約条件は等号で成立しており（式(1)～(4)はもとより等式を採用している）、当該交差点流入部の青信号時間は、むだな青信号時間なしに交通需要を完全にさばききるという形になっている。したがって、まず街路網の外部から街路網内への交差点流入部の青信号時間については、決定された値より小さくすると、当該流入部からの流入交通量はそれだけ減少し、目的関数の値が低下することになるし、また街路網内部の交差点流入部における青信号時間については、決定された値より小さくすると、目的関数の値が低下するばかりでなく、その交差点流入部において交通渋滞が発生することになる。よっていずれの交差点流入部においても、計算値より小さくなるように修正することは好ましくないことがわかる。

一方、それならば計算値より大きくなるように修正することは許されるであろうか。すなわち、そのような方向で修正した場合、目的関数の値が変わるものではないかという問題と、式(1)～(4)を等式とした制約条件が修正によって破られ、街路網内部で交通渋滞が発生する

ようになるのではないかという問題である。

まず最初の問題点であるが、上にも述べたように条件2の対象となる交差点流入部では、計算された青信号時間によって交通需要量を完全にさばききっていることから、青信号時間をかりにその値より大きくしても、青信号時間の間に流れる車の台数は不变であって、単位時間あたりに街路網全体で実際にさばく交通量の総計という意味で解釈した目的関数の値はしたがってやはり変わらないということである。

第2の問題点についても、青信号時間の間に流れる車の台数が不变という事実から、修正によって街路網内部で渋滞が発生するというおそれはまったくなく、式(1)～(4)に対応する制約条件の意味は、修正後もそのまま生きているということである。

さて、本稿における計算例の場合、具体的に次のような方法によって修正することを考えてみた。

なお、式(5)～(8)の制約条件に対応するスラック変数の値より、 ${}^hG_1^{2,1}$ 、 ${}^hG_1^{3,1}$ 、 ${}^vG_2^{3,2}$ および ${}^hG_2^{3,3}$ の4つは修正してはいけないことがわかったので、以下ではそれ以外の青信号時間について検討することにする。

まず、交差点(1, 1)については、水平方向の青信号時間の最大値と垂直方向の青信号時間の最大値を加えたものが

$${}^hG_2^{1,1} + {}^vG_1^{1,1} = 22 + 26 = 48 \text{ (秒)}$$

となり、全赤時間は $60 - 48 = 12$ (秒) であることがわかる。この12秒をそれら2つの交差点流入部に対する交通需要量の比率で分け、それをおのの ${}^hG_2^{1,1}$ と ${}^vG_1^{1,1}$ に加えることによって全赤時間を消化しようというのがここでの修正方法の基本的な考え方であって、具体的には次のようなになる。すなわち、対象となる2つの流入部の交通需要量が、式(1)～(4)を等式としたことから、それぞれの方向の青信号時間に交通容量をかけたものに等しくなるので、 ${}^hG_2^{1,1}$ の修正量を $\delta{}^hG_2^{1,1}$ とし、 ${}^vG_1^{1,1}$ の修正量を $\delta{}^vG_1^{1,1}$ とすると、それらは

$$\delta{}^hG_2^{1,1} = \frac{{}^hC_2^{1,1} \cdot {}^hG_2^{1,1}}{({}^hC_2^{1,1} + {}^hG_2^{1,1}) + ({}^vC_1^{1,1} + {}^vG_1^{1,1})} \times 12 \dots \dots (21)$$

$$\delta{}^vG_1^{1,1} = \frac{{}^vC_1^{1,1} \cdot {}^vG_1^{1,1}}{({}^hC_2^{1,1} + {}^hG_2^{1,1}) + ({}^vC_1^{1,1} + {}^vG_1^{1,1})} \times 12 \dots \dots (22)$$

のように表わされることになる。ところが、この計算例では、特に各交差点ごとに4つの流入部の容量を等しくしているので、式(21)および式(22)の分数部分は分母、分子が容量で約分され、結局青信号時間のみの比率として表わされてしまう。すなわち、求める修正量は

$$\begin{aligned} \delta{}^hG_2^{1,1} &= \frac{{}^hG_2^{1,1}}{({}^hG_2^{1,1} + {}^vG_1^{1,1})} \times 12 \\ &= \frac{22}{22 + 26} \times 12 = 5 \text{ (秒)} \end{aligned}$$

$$\delta^v G_{1^{1,1}} = \frac{^v G_{1^{1,1}}}{^h G_{2^{1,1}} + ^v G_{1^{1,1}}} \times 12 \\ = \frac{26}{22+26} \times 12 = 7 \text{ (秒)}$$

となり、したがって修正された ${}^h G_{2^{1,1}}$ は 27 (秒), ${}^v G_{1^{1,1}}$ は 33 (秒) となるのである。 ${}^h G_{1^{1,1}}$ および ${}^v G_{2^{1,1}}$ については、それぞれ ${}^h G_{2^{1,1}}$, ${}^v G_{1^{1,1}}$ に大きさを合わせるという観点から, ${}^h G_{1^{1,1}}=27$ (秒), ${}^v G_{2^{1,1}}=33$ (秒) のように修正する。

交差点 (1, 2), (1, 3) についても、まったく同様の方法で修正すると, ${}^h G_{1^{1,2}}={}^h G_{2^{1,2}}=24$ (秒), ${}^v G_{1^{1,2}}={}^v G_{2^{1,2}}=36$ (秒), ${}^h G_{1^{1,3}}={}^h G_{2^{1,3}}=23$ (秒), ${}^v G_{1^{1,3}}={}^v G_{2^{1,3}}=37$ (秒) を得る。

次に交差点 (2, 1) については、変更可能な青信号時間は水平方向の ${}^h G_{2^{2,1}}$ と垂直方向の ${}^v G_{1^{2,1}}$, ${}^v G_{2^{2,1}}$ の 3 つであるが、いま垂直方向を代表する青信号時間としてより大きい ${}^v G_{1^{2,1}}$ をとるものとすると

$${}^h G_{2^{2,1}} + {}^v G_{1^{2,1}} = 25 + 25 = 50 \text{ (秒)}$$

となり, $60 - 50 = 10$ (秒) の調整可能な時間（これは全赤時間に必ずしも一致しない）があることがわかる。したがって、この 10 秒を交差点 (1, 1) の場合と同じ方法で水平方向と垂直方向に配分し、修正された ${}^h G_{2^{2,1}}$ および ${}^v G_{1^{2,1}}$ を求めるとともに 30 (秒) となる。 ${}^v G_{2^{2,1}}$ は ${}^v G_{1^{2,1}}$ の値に合わせ 30 (秒) とする。

最後に、交差点 (2, 3) については、交差点 (1, 1) の場合の修正方法をそのまま適用して、 ${}^h G_{1^{2,3}}={}^h G_{2^{2,3}}=29$ (秒), ${}^v G_{1^{2,3}}={}^v G_{2^{2,3}}=31$ (秒) なる修正値を得る。

交差点 (2, 2), (3, 1), (3, 2), (3, 3) の 4 交差点については、全赤時間の消化という意味における修正作業は必要ではないが、同一交差点同一方向（水平方向あるいは垂直方向）で青信号時間の大きさの異なるものについては、より大きいほうの青信号時間に合わせるという方向で修正を行うことにする（ただし、最初に述べたように、 ${}^h G_{1^{3,1}}$, ${}^v G_{2^{3,2}}$, ${}^h G_{2^{3,3}}$ については修正を加えない）。

以上のようにして求められた各交差点青信号時間の修正値を表-3 にまとめて示した。

ここに示した青信号時間の修正方法はあくまでも 1 つの例であって、このほかにもたとえばより交通需要の多

表-3 修正された各交差点青信号時間

交差点名	流入部別青信号時間(秒)			
	${}^h G_{1^{m,n}}$	${}^h G_{2^{m,n}}$	${}^v G_{1^{m,n}}$	${}^v G_{2^{m,n}}$
(1, 1)	27	27	33	33
(1, 2)	24	24	36	36
(1, 3)	23	23	37	37
(2, 1)	27	30	30	30
(2, 2)	29	29	31	31
(2, 3)	29	29	31	31
(3, 1)	33	33	27	27
(3, 2)	29	29	31	31
(3, 3)	31	31	29	29

い方向にすべての全赤時間を青信号時間として配分してしまう方法や、オフセットの効率を考慮した配分方法などいろいろな方法が考えられるであろう。

5. む す び

以上、本稿では現在まであまり研究がなされていない複数信号機を対象とした周期およびスプリットの決定法に關し、数理計画法を用いた 1 つの新しい方法について述べた。ここに示した方法の特徴としては、隣接交差点相互間における容量の整合性の条件式の設定により、街路網内部での交通渋滞を防止する構造を有していることおよび從来の方法では周期の値が負となるような場合を含むあらゆる交通条件に対して解が求められることの 2 つがその主要なものとしてあげられる。

ここでは交通の流れ方を各交差点の右左折率、直進率によって規定したが、対象街路網の OD 交通量と通行経路が与えられている場合には、それを用いた定式化也可能である。その場合には、式 (1)～(4) に対応する制約条件の左辺には、式 (5)～(8) の条件式を設定する交差点流入部の青信号時間が変数として入ってくることになる。いずれにせよ、こうした方向での理論構成は、OD 交通量と通行経路が現実とよく符合した形で与えられていることを前提とするわけであるから、それらが不正確な場合には得られた結果が実際的でなくなるおそれがある。その意味では、本稿に示したような方法がより簡便で、現実性を持っている可能性もあるう。

本研究においては、信号現示を 4 現示として理論展開を図ったが、右折現示あるいは左折現示を分離した 5 現示以上の場合についても、同様な方法で定式化を行い最適化することができる。ただし、その場合には決定変数が多くなり、計算量の増大も不可避となってくるので、特に右折率あるいは左折率が大であるような交差点に対してのみ、そのような現示を考えるようにするのが望しいものと思われる。

今後の課題としては、実際の街路網に対し、そこにおける調査資料をもとに最適化の計算を行い、得られた周期およびスプリットの現実性について検討することがあげられる。

参 考 文 献

- 1) 奥谷 巍・霜田宜久：容量の整合性を考慮した信号現示の決定法、土木学会中部支部研究発表会講演概要集、昭和 49 年 2 月。
- 2) 奥谷 巍・霜田宜久：街路網信号周期とスプリットの一決定手法、土木学会中部支部研究発表会講演概要集、昭和 48 年 2 月。
- 3) 奥谷 巍：信号機群の周期およびスプリットの決定方法について、第 11 回日本道路会議一般論文集、pp. 677～678、昭和 48 年 11 月。（1974. 5. 9・受付）