

渇水持続曲線の性質とその応用

CHARACTERISTICS OF DROUGHT DURATION CURVE AND ITS APPLICATION

吉川 秀夫*・竹内 邦良**

By Hideo KIKKAWA and Kuniyoshi TAKEUCHI

1. 序

本論文では渇水と水不足を異なった概念としてとらえる。水の利用者側から見れば、水供給量が需要量を下まわる場合はその原因のいかんにかかわらず水不足をこうむることとなる。これは常に社会現象である。一方水供給の側から見ると、水不足を招来する原因は渇水という自然現象による場合と水資源確保のための施設が不備であるという社会現象による場合の二つに分けられる。すなわち水不足は渇水ないしは設備不足によって招来されるものである。この語法にしたがえば水不足の対策として次のことを区別して考えねばならないことは明らかである。

すなわち慢性的な水不足、たとえば夏期には毎年起こるというような型の水不足は自然現象の異常性に原因を帰すべき問題ではなく、その対策には需要の調整およびその需要に見合う供給能力を設備することが必要である。一方渇水は確保流量が現存設備下での各時期の標準期待流量を著しく下まわる現象を意味し、本質的に自然現象のランダム性に原因するものである。したがってこれは自然現象の異常性にはっきりしたリミットがなく、またその規模も決定論的に予測できないものである限り、確率的に対処されねばならない。本論文はこの後者の主題を扱うものである。

ところでなんらかの形で確率的に定量化された異常現象に対しては、利用者はその発生を見込んだ行動をとる。たとえば、ある給水システムが今夏の渇水に対して 75% の安全率をもっていることがわかっていれば、利用者は 25% の危険率を見越して種々の行動決定を行う。ところがそれが数量的に未知であれば（といても経験的に全く未知ということはあり得ないが）、行動決定の

目安がなく、したがって予期せぬまた準備のない水不足に遭遇する結果となる。後者の場合の経済的・社会的被害が前者の場合に比べて量的にも質的にも比較にならないほど甚大であることはいうまでもない。それでは渇水という自然現象を確率的にとらえようという努力はいかに行われてきたであろうか。水文統計的解析が洪水に対してはきわめて熱心に行われているのに対し、渇水現象に関しては比較的限られた研究があるのみである。これは日本ばかりでなく諸外国においてもこれまでは治水が渇水対策より重要な場合が多かったということ、ならびに利水に関しても上記の語法でいって設備不足に対処することが先決であったことに起因すると考えられよう。

(1) 目 標

本論文の目標は渇水の統計的性質を明らかにし、またその先見的性質を貯水池操作による渇水対策に生かす道を開くことである。

この目標を達成するために本論文では一つの前提条件を課した。それは歴史的に観測された渇水資料の中から、最も厳しい状況を想定し、それを規準にして渇水の確率的把握と対策を行うということである。この条件は、気象予報の困難さを強く認識して、渇水現象全体としてはなんらかの統計的推論が可能であるとしても、数か月後等の降水量そのものに関してはほとんど何も有意なことはいえないという前提のもとに行動するという立場を意味する。言いかえれば渇水対策の判断の基準として mini-max 的なものを選んだということになる。

(2) これまでの手法

水文観測量をもとに渇水対策を行う手法は、安定した給水・水力発電のために必要な貯水容量の決定という問題に関連して進められてきた。すなわち渇水対策を直接の目的とするのではなく、ある需要水準に対してどれだけの貯水容量が必要かという問題に答えるための解析の

* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 Ph.D. 東京工業大学助手 工学部土木工学科

一部であった。いわゆる豊平低湯の流況曲線 (flow-duration curve) や累加流量曲線 (mass curve ないしは Rippl's diagram) がその代表的なものである。日本では普通過去 10 年間の既往湯水中、第二位または第三位を選んで基準湯水と定め (金子収事, 1962), その時期の累加流量曲線に対応できる貯水容量を計画決定の目安に利用している。この方法には湯水の確率的性質を考慮する態度が明らかでないこと、また湯水期のはじまる直前に観測された貯水量をもとに、今期特定の安全率で保証できる給水量は何 m^3/sec であるというように湯水対策のための dynamic な操作に応用していくことが難しい等の欠点がある。

一方対策ということをはなれ、確率的に湯水を把える手法に限っていえば多くの提案がある。たとえば Gumbel (1954) による湯水流量の極値分布への当てはめや、Yevjevich (1967) による月流量等の平均流量からのずれの crossing property をもとに客観的に湯水を定義するところみ、さらに流量データの模擬発生を用いてシミュレーションにより貯水池の操作・計画の補助としようとする努力、あるいはまた在庫モデルを用いて貯水量の確率分布をもとに湯水頻度を把えようという努力 (Moran, 1956; 長尾, 1968) 等があげられる。

(3) 本論文の構成

本論文は湯水およびその対策を確率的に把えることに主眼をおくものであるから、この方面の従来手法に対する適切な批判の上から新しい手法を開発していく。第一に湯水を移動平均降水量の年最小値という水文量として把える。これは Yevjevich による crossing property による湯水の把握のための不備を解決するものである。次にこの水文量の統計的性質を明らかにする。またこの水文量を用いて生起確率をパラメーターとした持続曲線を作製し、従来の flow-duration curve では把えられていない湯水の確率的性格を表現する。最後にこの curve を用いた dynamic な湯水対策の手法を提案する。これらはそれぞれ 2., 3., 4. に論じられる。なお本論文に提案される手法は真に実用的な応用への基本的解析方針を示すものにすぎず、さらに数々の問題点が残されている。この点を 4. に強調している。

2. 研究課題の設定と解析準備

1. に述べた目標を達成するために、次の 2 つの具体的課題を設定した。

(1) 湯水の統計的性質を、日降水量の移動平均の年最小値を対象に検討する。

(2) 湯水期の直前ないしはその期間中に、どれだけ

の貯水量が準備されていれば何年確率の湯水にまで耐えられるかを明らかにする。

(1) データの選択

湯水対策は必要とされる流量確保のために行われるものであり、直接流量に対して解析を行うのが本旨であることは論をまたない。しかしながら以下の理由により降水量を用いて解析を行った。

(a) 自然流量はきわめてまれにしか十分な観測値がなく、また直接・間接に人工的操作を加えられた流量を解析しても自然現象としての湯水の性質を知ることはできない。

(b) 一方降水量観測データは明治 10 年代からのものを含む長期にわたるものが多く蓄積されており容易に利用できる。

(c) 解析と応用の手法を開発するためには、降水量・流量いずれを用いるのも優劣がない。

(d) しかも降水量から流量に変換することは各種流出モデルを用いて比較的高い精度で可能であり、必要に応じて同じ手法を適用できる。

降水量観測地点は、利根川流域内において長期データを持つものの中から無作為に抽出した。この結果思川上流域の草久地点 (1928 年~1970 年) および神流川流域の万場地点 (1911 年~1960 年) のそれぞれ 43 年、50 年にわたる日降水量データが選ばれた^{注1)}。

(2) 移動平均降水量の算出方法

湯水が重要な問題となるのは長期にわたって降水がその季節の標準量を下まわる場合である。したがって、標準量を下まわる期間の長さおよびそのずれの積分値が湯水の厳しさを表わす重要な指標となる。Yevjevich はそれに注目して negative run length および negative run sum をとって湯水の厳しさの度合を示す統計量とした。この把え方は、相続く二つの湯水のスペルがあり、その間に標準レベル以上の降水の期間がはさまっているような場合の全体としての影響をとらえることがむずかしい。そこで筆者らは移動平均降水量がこのような現象の総合的な影響を的確に表現するものであると考えた。貯水池によってある程度の時間的 smoothing が可能である場合には、長期間の平均である水準以上の降水があればそのうち洪水の形で流入して貯水池では調節し得ない分を除けばすべて有効に利用され得る。したがってその間かなりの negative run sum があるとしても、実質的影響は平均降水量がどうかということにかかっているわけである。次に移動平均降水量およびその年

注 1) 資料の出典は利根川流域雨量資料 (3) および建設省雨量年表である。

最小値の定義を示す。

$$r_i^{(m)} = \frac{1}{m} \sum_{k=i-m+1}^i r_k \quad \text{ただし } i > m-1 \dots (1)$$

ここに、

$r_i^{(m)}$: i 日における m 日移動平均降水量。 i は全観測年に対し通し番号を付してある。

r_i : i 日目の降水量。

いま考慮されている流域内の貯水池ないしは貯水池群が、 s 日間で r_0 mm までの降水を貯溜できる能力であるとすれば、 i 日目の有効降水量としては、なまの r_i のかわりに、

$$\min \{r_i, r_0 - \sum_{k=i-s+1}^{i-1} r_k\} \dots \dots \dots (2)$$

を r_i として用いなくてはならない。 r_0 の意義をより具体的に述べれば、たとえば集水面積 500 km^2 をもつ 8000 万 m^3 の有効貯水量の貯水池があるとすれば、降水前に空であったとしても $8 \times 10^7 \text{ m}^3 / 5 \times 10^8 \text{ m}^2 = 160 \text{ mm}$ 以上の降水を貯めることはできない。このように r_0 は、平均降水量の名称どおり現実に平均して使うことのできる降水のみを考慮に入れるため、高い intensity の降水をカットする働きを課したパラメーターである。

式 (1) の $r_i^{(m)}$ を用いて j 年の m 日移動平均降水量の最小値 $x_j^{(m)}$ は、

$$x_j^{(m)} = \min_{365 \cdot (j-1) + 1 \leq i \leq 365 \cdot j} \{r_i^{(m)}\} \dots \dots \dots (3)$$

で定義される。

(3) 順序統計量および Plotting Position

まずおのおの m に対して $x_j^{(m)}$ の順序統計量をつくる。ここに小さいほうから k 番目のものを $y_k^{(m)}$ とあらわす。すなわち、

$$y_1^{(m)} \leq y_2^{(m)} \leq \dots \leq y_N^{(m)} \dots \dots \dots (4)$$

ただし、 N は観測年数である。得られた順序統計量から経験的に $y_k^{(m)}$ の非超過確率 P_k を推定する方法としては種々提案されているが、1938 年 Weibull によって提案・応用され Gumbel (1958 : p. 47) によって非超過確率の平均値を与えることが理論的に示されたものを用いる。これは Weibull の plotting position とよばれ注2)。

$$P_k = k / (N + 1) \dots \dots \dots (5)$$

で与えられる。

P_k が $y_k^{(m)}$ の非超過確率であるということは、 m 日移動平均降水量の年最小値は P_k の確率で $y_k^{(m)}$ 以下であるということを意味している。したがって、 m 日平均

注 2) 日本では通常 Thomas plot とよばれている。

で少なくとも $y_k^{(m)}$ の降水が期待できるとして計画した場合には P_k はそれ以下しか降水のない確率、つまり計画の失敗する確率(これを以下危険率とよぶこととする)を与えることになる。

3. 年最小移動平均降水量の統計的性質

年最小移動平均降水量 $x_j^{(m)}$ の統計的性質を調べる前に、まず月降水量の自己相関マトリックスを見てみよう。Table 1 は草久地点および万場地点の月降水量から各月の平均降水量を差し引いた、月別パターンからのずれについての自己相関係数のマトリックスである。一見してすぐ相隣る月の相関も数か月隔った月の間の相関もともに非常に小さく、ほとんど無相関とみなせることがわかる。これは過去の降水の履歴を将来の降水の予測に利用できないということの意味し、降水量に関する限り平均的季節パターンの上に乗っている部分の変動については次に何が起こるか全く予想できないという現実を示している。この統計的手法による予測の困難さは不可能と結論してしまうべき性質のものではなく、今後様々な方法でさらに検討されねばならないものではあるが、本論文では降水現象のランダム部分は予想できないものであるという立場を仮定して議論を進めることとする。

さてはじめに移動平均日降水量 $r_i^{(m)}$ の分布を調べてみよう。Fig. 1 は草久地点の 100 日移動平均降水量の

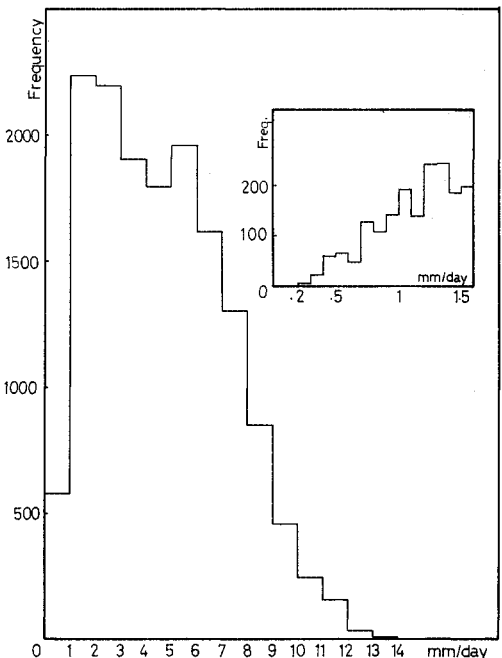


Fig. 1 Histogram of 100-day moving averaged daily precipitations at Kusakuyu station

Table 1 (a) Correlation matrix of standardized monthly precipitations at Kusakyu station (1928~1970)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	0.143	-0.086	0.084	0.264	0.085	-0.143	0.260	0.098	-0.096	0.214	0.040
2		1.000	0.383	0.115	0.010	0.161	0.075	0.179	0.281	0.165	0.089	-0.128
3			1.000	0.176	-0.138	0.234	-0.043	0.008	-0.171	-0.100	0.059	-0.116
4				1.000	-0.066	0.378	-0.100	0.143	-0.030	-0.059	0.267	0.058
5					1.000	0.002	-0.032	0.064	0.094	0.071	0.095	0.234
6						1.000	-0.052	0.323	-0.020	-0.049	0.166	0.172
7							1.000	0.073	0.220	-0.023	0.084	0.194
8								1.000	-0.008	-0.071	0.065	0.248
9									1.000	-0.010	-0.166	0.098
10										1.000	0.138	-0.074
11											1.000	0.011
12												1.000

Table 1 (b) Correlation matrix of standardized monthly precipitations at Mamba station (1911~1960)

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1.000	0.200	0.166	0.154	0.292	0.109	0.309	0.062	-0.040	0.059	0.062	0.013
2		1.000	0.289	-0.029	-0.064	0.241	0.171	-0.011	-0.044	0.040	0.029	-0.084
3			1.000	0.039	-0.093	0.049	0.213	-0.063	-0.097	-0.060	0.119	-0.103
4				1.000	0.024	-0.049	-0.071	0.225	-0.203	-0.033	0.130	-0.127
5					1.000	0.117	0.060	0.037	0.317	0.119	-0.072	0.141
6						1.000	0.218	0.105	0.005	-0.026	-0.165	-0.003
7							1.000	0.043	-0.093	0.202	0.071	0.170
8								1.000	-0.282	0.156	-0.082	-0.022
9									1.000	-0.187	-0.231	0.085
10										1.000	0.092	-0.012
11											1.000	0.207
12												1.000

全標本のヒストグラムである。クラス分けの個数 k は, Sturges (1926) の式

$$k = 1 + \log N / \log 2 \dots\dots\dots (6)$$

を一応の目安とした。

本論文の関心は移動平均降水量の中でも年最小のものであるから、曲線の左端近傍の分布形に注目するとほぼ原点よりのべき乗関数（これは直線も含む）の形になっていることがわかる。このことは累加分布曲線についても同様にべき乗関数の形、すなわち Gumbel (1958) のいう limited type $(x-\epsilon)^k$ の形になっていることを意味する。このことから年

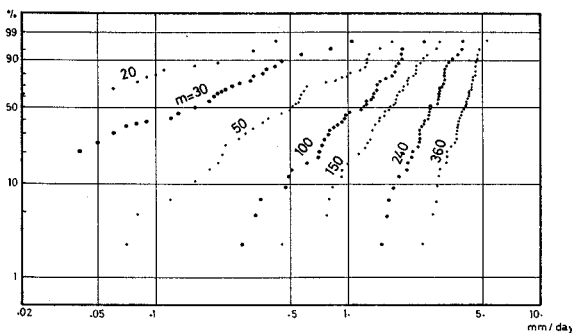


Fig. 2 (a) Distribution of the annual minima of m -day moving averaged precipitations at Kusakyu station (1929~1970) on the Weibull's probability paper...Increasing order

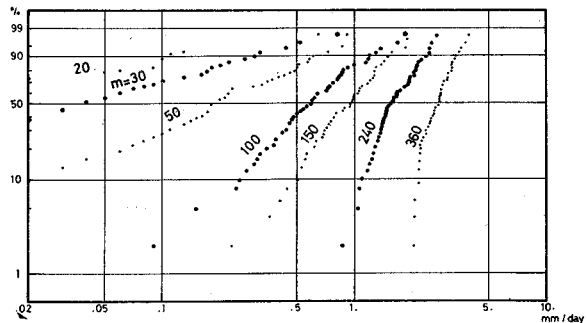


Fig. 2 (b) Distribution of the annual minima of m -day moving averaged precipitations at Mamba station (1912~1960) on the Weibull's probability paper...Increasing order

最小値分布は極値分布の第Ⅲ型式、いわゆる Weibull 分布に従うものと推定される。ここに Weibull 分布は

$$\text{Prob.}(X \leq x) = F(x) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{x - \epsilon}{u - \epsilon} \right)^k \right] \dots\dots\dots (7)$$

で表わされるものである。ただし、 ϵ , k , u はいずれも定数パラメーターである。なお Weibull 確率紙の上では二重の自然対数をとって

$$\ln \ln \frac{1}{1 - F(x)} = k \ln(x - \epsilon) - k \ln(u - \epsilon) \dots\dots\dots (8)$$

の形でプロットされるようになっていいる。**Fig. 2** は移動平均日数 m をパラメーターとして、年最小 m 日移動平均降水量を Weibull 確率紙にプロットしたものである。 $m \geq 30$ については m のいかにかわからず、また草久・万場いずれの地点のものもほぼ直線になっていることがわかる。**Fig. 3** では全観測年中の前半約 20 年間の草久地点のデータについて同じプロットを行ったものである。これによると全年を用いたものに比べやや直線性が低下しているが、それは標本数が少ないことによる誤差の範囲にあるものとみなしてさしつかえないと解釈される。このことは年最小 m 日移動平均降水量の分布が、40 年程度の資料からはかなり安定したものと推定され、20 年程度の資料であっても相当高い信頼度で推定できることを意味する。ところで Weibull 確率紙上で直線になるということは式 (9) より $\epsilon = 0$ であるということの意味しており、 ϵ は分布の下限を示すパラメーターであるから、この場合には年最小移動平均日降水量の下限に相当するから、この値が 0 であることは直感的事実と一致する。

水量への Weibull 分布の当てはめは、Gumbel (1954) によってアメリカの諸河川の年最小流量を対象

に試みられ成功しているが、彼は順序統計量として大きいほうから小さいほうへ並べる decreasing order を採用している。**Fig. 2** および **3** はいずれも increasing order によるものであるから果して decreasing order を用いた場合にはどうなるかを **Fig. 4** に調べてみた。この場合は上に凸の曲線となり、 $\epsilon \neq 0$ であることがわかる。パラメーターの推定に当っては Gumbel (1954 : pp. 11~12) によって与えられている表を用いて標本ひずみ度より算定できるが、そのようにして定まる曲線と観測値のつくる曲線とは **Fig. 4** に明らかのように必ずしも高い一致性を示さない。これは標本ひずみ度の精度に問題があるからと判断される。したがってパラメーターの推定のためには、increasing order にならべた順序統計量をプロットし、得られた点群に最小自乗法等を用いて直線を当てはめて算定するのが適切と考えられる。

同じ観測値を正規確率紙、対数正規確率紙上にもプロットして適合性を調べたが、いずれの場合も直線とはならず、したがって Weibull 確率への適合が最もすぐれていると結論された。草久・万場 2 地点のものから年最小移動平均日降水量一般の性質にふえんすることは早計のそしりをまぬがれないが、今後他の地点の資料の解析が望まれる。

Fig. 5 は各年ごとに、移動平均日数が変化する

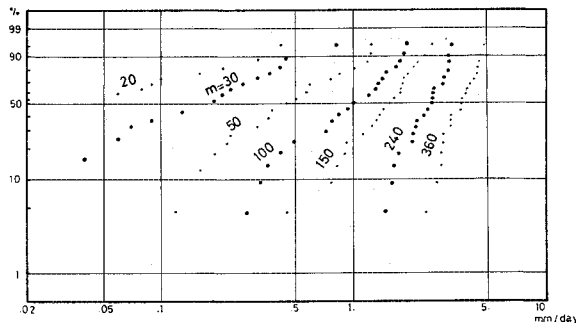


Fig. 3 Distribution of the annual minima of m -day moving averaged precipitations at Kusakyu station (1929~1949) on the Weibull's probability paper...Increasing order

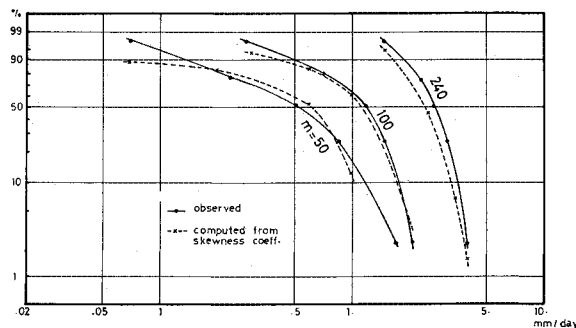


Fig. 4 Distribution of the annual minima of m -day moving averaged precipitations at Kusakyu station (1929~1970) on the Weibull's probability paper...Decreasing order

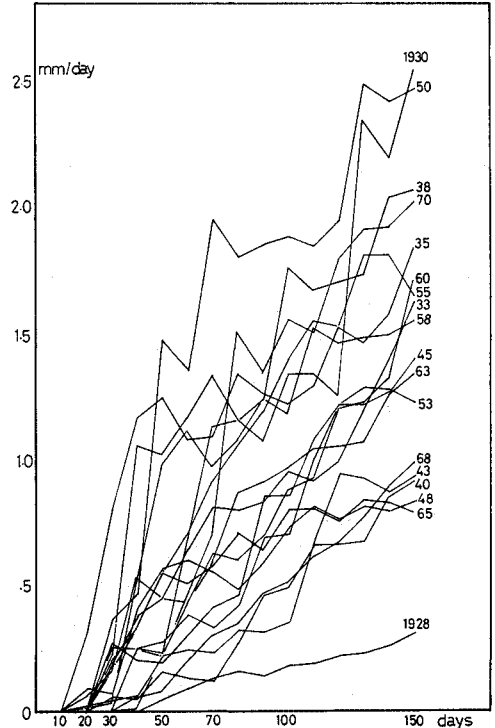


Fig. 5 Relation between the day length of averaging and the corresponding annual minima of moving averaged daily precipitations at Kusakyu station

にしたがって年最小移動平均日降水量がいかんによっていくかを示したものである。明らかに移動平均日数が増せば平均降水量は傾向として増大していることがわかる。ここで必ずしも平均日数の増加が平均降水量の増加を意味しないことは、平均する日数がふえても含まれる降水回数は増加するとは限らないことを考慮すれば理解できる。年最小移動平均降水量のおこる時期を調べてみると、すべて冬季におこっている。しかしながら現実には冬季ではなく、夏季において最も厳しい水不足がおこるが、これは灌漑用水として大量の水が消費されるからである。この間の事情を明らかにするため、夏季（6月～9月）のみ3 mm/dayを天引きした後の降水量について同様に年最小 m 日移動平均降水量を求め年最小が夏季におこっている場合の割合を Table 2 に整理した。

Table 2 Rate that the annual minima of moving averaged daily precipitations at Kusakuyu station occur in irrigation season when 3 mm/day is subtracted

Day length of the average	Rate of occurrences in irrigation season
10	100.0%
20	73.8
30	50.0
40	35.7
50	19.0
60	16.7
70	0
80	4.8
90	4.8
100	0
110	0
120	0

これによれば 30 日平均位までは圧倒的に夏季に最も厳しくなるが、50・60 日平均と増えるにしたがって夏季がクリティカルとなる場合は減少し、70 日以上平均では再びほとんどの場合冬季がクリティカルとなることがわかる。このことは、灌漑用水が全流域平均で 3 mm/day となるような流域では夏季渇水は 2 か月程度が最も厳しい連続少降水期間で、それ以上の期間の平均をとれば、冬季により厳しい時期があらわれることを意味している。といってもこのことからすぐに、かかる流域では夏季渇水の対策には 2 か月間を目安として考慮すれば良いということにはならないのはいうまでもない。

さて次に危険率をパラメータとした渇水持続曲線を描く。Fig. 6 がそれである。ここに渇水持続曲線は次のように定義される。すなわち、

“各平均日数 m について、各観測年ごとの年最小移動平均降水量 $x_j^{(m)}$ を求め、それを increasing order に並べた順序統計量 $y_k^{(m)}$ をつくる。この中で第 k 番目のものを式 (5) を用いて P_k の非超過確率をもつものであるとして、同一の P_k つまり危険率をもつも

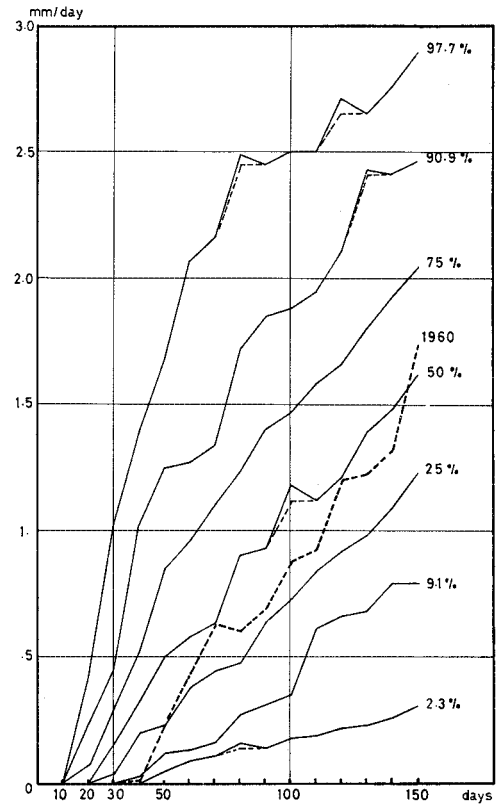


Fig. 6 Drought duration curves of precipitations at Kusakuyu station

のを集めて、平均日数 m とともにいかなる変化をするかを示す $m \sim \{y_k^{(m)} | k\}$ の曲線”

である。この図においても平均日数 m の増加にしたがって平均降水量は必ずしも単調増加していないが、それは Fig. 5 について述べたのと同じ理由による。しかしながら実用上は、たとえば 100 日平均で 11.8 mm/day であっても 110 日平均で 11.2 mm/day しかない場合には、100 日平均でもやはり 11.2 mm/day とみなして、点線で示したような補正を施しておくべきであろう^{注3)}。Fig. 6 の著しい特徴は持続曲線は危険率 25～75% のところで密であり、しかもこの近辺ではほぼ直線の様相を呈しているということである。ちなみに利根川の計画渇水年である 1960 年の渇水持続曲線を太い点線で記入した。これによると渇水年としてはほぼ危険率 30% 前後のものをとっていることに相当することがわかる。もっとも現実には 1960 年渇水は夏季を対象と考えられているものであり、Fig. 6 と直接比較できる性格のもの

注 3) この渇水持続曲線の作図に当たっては、Fig. 2 の Weibull 確率紙上に得られた点群を smoothing したのから作製すれば、点線のような補正は必要でなくなる。しかしながらここでは必ずしも Weibull 分布を含む既知の分布形をもたない場合でも展開できる方法を議論している。

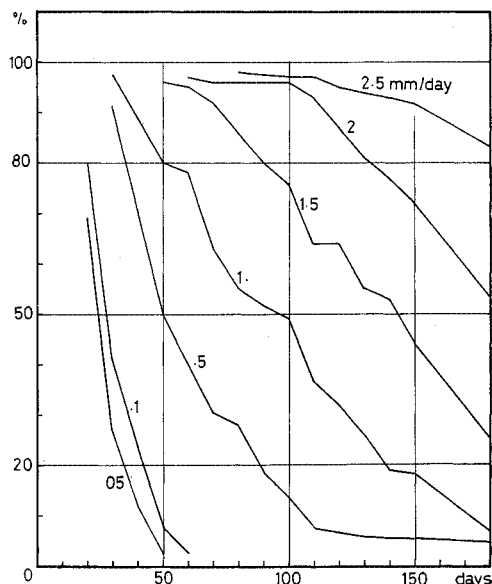


Fig. 7 Relation between the day length of averaging and the involved risk rate to acquire various levels of annual minima of moving averaged daily precipitations at Kusakyu station

ではない。しかも実際の利根川流域の降水状況は草久地点一点で代表させることはできず、多地点の平均的降水でとらえられねばならない。とすれば実際の1960年渇水は太い点線で示されたものよりかなりマイルドな渇水、すなわちより勾配の大きい曲線であると考えべきであろう。なお、灌漑期に3 mm/dayの天引きをしたものについての渇水持続曲線に、同様の操作を施した1960年のデータをプロットした図も作ったが、60日平均以上ではほぼFig. 6と同じになり、それ以下では危険率10%の曲線の下方を通ることが知られた。これはいかに1960年渇水が夏季において厳しい状態にあったかを語るものである。もっとも思川流域が全体として3 mm/dayの減水深をもつか否かについてはcheckしたわけではなく、これは定性的な議論でしかないことを付言しておく。

Fig. 6の渇水持続曲線が、危険率何%を覚悟すれば何日平均で何mm/dayの降水を期待できるのかを一目瞭然たらしめているものであるに対し、次のFig. 7は同一平均降水量を確保するためには何日平均で考えれば危険率として何%を覚悟せねばならないかを示している。この図の右さがりの傾向は、長い平均日数を考えれば、同じ平均降水量を確保するにも高い安全率を見込むことができることを意味している。

4. 渇水持続曲線の渇水対策への応用

本章ではFig. 6の渇水持続曲線を用いて渇水対策を行う実用的な手法を検討する。まず図中にパラメーターとして用いられている危険率の意義をより具体的に把握しておきたい。今後100日間に危険率25%で期待される平均降水量は0.8 mm/dayであるという意味は、今後100日間の降水量は各年の年最小100日移動平均降水量のうちで下から25%（つまりこの意味で平均4年に1度はそれ以下になる降水量）に相当する0.8 mm/dayであるということである。次にある年の渇水期の平均日降水量曲線が、危険率25%の渇水持続曲線に一致するということは（すなわち、この期の平均日降水量曲線としてFig. 6の危険率25%の持続曲線と同じものを想定するということは）、渇水期のはじまりの日から数えて30日間をとっても50日間をとっても100日間をとっても、それぞれの年最小移動平均日降水量のうちで下から25%のものになっていると仮定することを意味する。作図の際には重なり合っているものの中から年最小平均日降水量を選んだわけではなく、通年の年最小を集めてきているから、はじめの30日間の値はたとえば1920年9月1日から30日までのものであり、一方はじめての50日間のものは1953年11月2日から12月21日まで起こったものであるかもしれない。このようにばらばらに生じた移動平均日降水量の年最小値が重なり合ってくると仮定して用いるのであるから、この曲線にのっとって計画する場合は、現実より大幅に厳しい平均日降水量を仮定することになる。上記の事情を一言でいえば、この持続曲線には二重の危険度が見込まれているということである。それを危険率 P_k のものについて改めて明記する：

(1) 次の m 日間の平均日降水量は各年の最小 m 日移動平均降水量の中の非超過確率 P_k のものがくると仮定している。

(2) 上にいう m 日間の中のはじめの任意の i 日間の平均降水量も、各年の最小 i 日移動平均降水量の中で非超過確率 P_k のものが重複してくると仮定している。

それではこのように厳しい降水量予測を用いることにはどのような実用的意義があるだろうか。かりに現在1億 m^3 の貯水量があるとすると、これからまだ渇水期が続くのであるが、今後100日間を大過なく乗り切る給水方法を講ずるためにはこの100日間にどれだけの降水があると見積っておけば良いかを考えてみよう。現在までの30日間に平均0.3 mm/day入ってきたということであれば、従来の基準渇水年方式では、その型の渇水がきた場合今後100日間にたとえば1.0 mm/dayの降水があ

ることになっているなら、それだけはあると見込んでおくのが妥当というように結論する。しかしながら本論文では、過去の 100 日平均の中には計画渇水年の 30 日で平均 0.3 mm/day (総降水量 9 mm) 降ったあとの 100 日より少ない場合がいくらかもあるのだから次の 100 日は年最小 100 日移動平均降水量ばかりの集合の中での“ある確率”のものが得られると考えておくべきだという態度をとる。これは、気象現象のランダム性がいまだ決定論的には解明されておらず、また寺田 (1973) の指摘するように 3 か月間位のオーダーでは一体何がおこるかほとんど皆目わからないのが現状である限りは、安全を期すためにはやむを得ないことであろう。それではそのある確率としては何を選ぶべきかということ、すなわち年最小 100 日移動平均降水量の中では何位のもので定めれば良いかという問題が生じる。それに対して下から 25% のものを選んだ場合を、この降水予測は危険率 25% のものであるとよぶわけである。したがって通常の意味で 4 年に 1 度はそれ以下となる降水量ということとは全く違った意味をもっている。

今後の 100 日に対する考え方はそれで良いとして、その 100 日の中の今後 30 日、50 日に対しても全く同様な危険率のものが重なってくる場合を想定するというのはいかなるものであろうか。これは降水現象が過去の履歴から時系列予測をすることが困難である場合の安全策ということがができる。すなわち現実にはある生起確率の年最小 100 日移動平均を与える 100 日の中に同じ確率の年最小を与える 30 日、50 日が入っていることもあれば入っていないこともあるのであるが、本論文では、貯水池操作に最も不利な降水の配列を規準として用いるわけである。再び Rippl の方法を比較に出せば、たまたま降水の配列が計画渇水年のもののごとくなれば良いが、この順序が変われば計画どおりいくかどうかかわからない。この危険性を回避するためには降水が最も悪い条件の配列になる場合を考慮した上で、それぞれの duration に対して同じ危険確率になっているものを想定するという方針をとるべきであるという主張が出てくるわけである。1. に述べた前提条件はかくて満足された。

(1) 渇水持続曲線と必要準備貯水量の関係

Fig. 8 は Fig. 6 の危険率 25% の渇水持続曲線を模式的にあらわしたものである。ここに直線 A_1A_3 は 0.8 mm/day の降水量水準であって、渇水持続曲線と 100 日平均の点で交わっている。この 0.8 mm/day を渇水期間中の 100 日間供給し続けるためには、この間の降水環境が危険率 25% の持続曲線によって示されるものであるとすれば、あらかじめどれだけの貯水量を準備しておく必要があるだろうか。この際簡単のため流出率

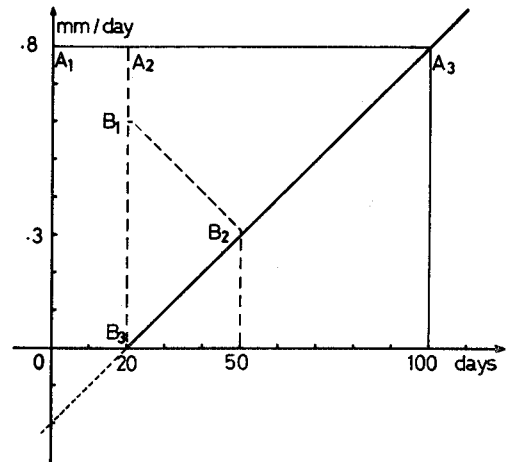


Fig. 8 Illustration of the use of drought duration curve with risk rate 25% at Kusakyu station

は 100%, 降水はすべて貯水池に流入するものとして議論を進める。はじめの 20 日間は持続曲線の示すとおり 0 mm/day であると予想しておかなくてはならないから、四角形 $OA_1A_2B_3$ の面積すなわち $0.8 \text{ mm/day} \times 20 \text{ days} = 16 \text{ mm}$ の貯水が必要である。次の 1 日のためには 21 日平均では危険率 25% でも最小 0.01 mm/day はあるのだから、 $0.01 \text{ mm/day} \times 21 \text{ days} = 0.21 \text{ mm}$ はあることになる。ここで 20 日までは全く流入なしの場合を想定して 16 mm すでに貯めてあるから、この 0.21 mm は 21 日目にすべて使えることになり、 $0.8 \text{ mm} - 0.21 \text{ mm} = 0.59 \text{ mm}$ だけ 21 日目のためには貯めておけば良いことになる。さらに 22 日目には 22 日平均で 0.02 mm/day は確保されると考えて良いから、 $0.02 \text{ mm/day} \times 22 = 0.44 \text{ mm}$ が 22 日目までに降り、そのうち 0.21 mm を 21 日目に使うと考えているから、22 日目の利用分は $0.44 \text{ mm} - 0.21 \text{ mm} = 0.23 \text{ mm}$ ということになり、 $0.8 \text{ mm} - 0.23 \text{ mm} = 0.57 \text{ mm}$ が、この日のために貯えておかねばならない貯水量である。同様に 23 日目のためには

$$0.8 \text{ mm} - (0.03 \text{ mm/day} \times 23 \text{ days} \\ - 0.02 \text{ mm/day} \times 22 \text{ days}) = 0.55 \text{ mm}$$

貯めておけば良いことになる。

ここで話を 50 日目にとぼそう。50 日平均では 0.3 mm/day, 49 日平均では 0.29 mm/day は確保できるから、

$$0.8 \text{ mm} - (0.3 \text{ mm/day} \times 50 \text{ days} \\ - 0.29 \text{ mm/day} \times 49 \text{ days}) = 0.01 \text{ mm}$$

が 50 日目のために必要な貯水量である。51 日目にはこの量は -0.01 mm となり、もうこの日以後のために貯めておく必要はないということになる。したがって総準備貯水量は、多角形 $OA_1A_2B_1B_2B_3$ の面積、すなわち

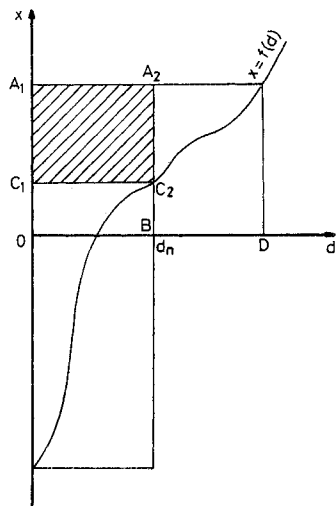


Fig. 9 Illustration of the method of calculating the necessary storage requirement for a general drought duration curve

$$16 \text{ mm} + 0.59 \text{ mm} + 0.57 \text{ mm} + 0.55 \text{ mm} + \dots + 0.01 \text{ mm} = 25 \text{ mm}$$

ということになる。

さらにこの値を貯水容量に変換するためには、貯水池の集水面積を掛け合わせなくてはならない。たとえば集水面積が 5000 km² であれば、必要準備貯水量は流出率等の詳細を無視して

$$25 \text{ mm} \times 5000 \text{ km}^2 = 125000000 \text{ m}^3$$

と計算される。

ところで渇水持続曲線が Fig. 9 のように non-decreasing の一般的な関数

$$x = f(d) \dots\dots\dots (9)$$

で表わされている場合についてはどうであろうか。ここに d は平均日数、 x は d 日間の平均降水量である。また X は需要水準、 D は需要水準 X を満足すべき日数とする。前述と同様に考えれば、

$$\left. \begin{aligned} &1 \text{ 日目のためには } X - f(1) \cdot 1 \\ &2 \text{ 日目のためには } X - \{f(2) \cdot 2 - f(1) \cdot 1\} \\ &\dots\dots\dots \\ &d \text{ 日目のためには } X - \{f(d) \cdot d - f(d-1) \cdot (d-1)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

だけの貯水量を準備しておかなくてはならないから、 d 日目までの必要準備貯水量の合計 $V(d)$ は、

$$V(d) = X \cdot d - f(d) \cdot d \dots\dots\dots (11)$$

ということになる。ところで曲線 (9) は、一般に non-decreasing ではあるが形は任意であるから、 d 日目のために必要な貯水量

$$X - \{f(d) \cdot d - f(d-1) \cdot (d-1)\} \dots\dots\dots (12)$$

の値は d によって正になったり負になったりする。これ

はすなわち $V(d)$ が増加したり減少したりすることを意味する。それではどの $V(d)$ をもって必要準備貯水量とすれば良いかということになるが、これはいうまでもなく、

$$\max_{1 \leq d \leq D} V(d) \dots\dots\dots (13)$$

である。上式を満足する d を d_n とすると、 $V(d_n)$ が求めるものである。さて $V(d_n)$ は Fig. 9 に示すように斜線を付した長方形 $A_1A_2C_2C_1$ の面積になる。これは

$$V(d_n) = X \cdot d_n - f(d_n) \cdot d_n \dots\dots\dots (14)$$

の右辺第一項が長方形 A_1A_2BO であり、第二項は長方形 C_1C_2BO であることから明らかである。

以上の事情を要約すると一般に必要な準備貯水量は、需要水準と持続曲線に囲まれた逆三角形の領域に内接する最大の四角形の面積であるということになる。式 (13) がその証明になっている。したがって、Fig. 8 のように直線の場合には d_n は需要水準と渇水持続曲線の交わる点の d の丁度半分、 $d_n = 50$ となったのは当然である。

以上は渇水期のはじまる直前において、必要準備貯水量・可能供給量を算定する方法であるが、渇水期間中に今後どれだけの給水を行うべきかという問題に回答していない。そこで渇水期に入ってから 30 日間全く雨が降っていない場合のことを考えよう。この場合危険率 25% の渇水持続曲線を想定するためには Fig. 6 の当該曲線をどのように用いれば良いだろうか。現時点を原点に合わせるとすれば今後さらに 20 日間無降雨の状況を想定することになり、通算 50 日間降水なしという予測に立つこととなる。とってまた現時点を $m=20$ の点にそろえると、翌日は 0.21 mm の降水がなければ合わなくなる。これはいずれも不合理な考え方であるから、結局原点と $m=20$ の点の中間に現時点を選ばざるを得ない。ここに自由裁量の余地が残されている。これは渇水期に入ってから 30 日間に平均 0.5 mm/day の降水があったという場合にも同様である。現時点を $m=30$ の点とするか、それともこの曲線上で 0.5 mm/day となる $m=80$ の点と考えるか、このレンジの中での選択が問題となる。この場合注意すべきことは、30 日平均で 0.5 mm/day あったからといって $m=80$ の点を現時点に選べば、 $m \geq 81$ 以上の曲線上の値は 80 日以上平均でその降水量だけあるという意味で 30 数日平均でそれと同じ値になるとは信じ難いという点である。何らかの妥当な方法で現時点さえ選んでしまえば、今後はその点より右側の持続曲線がくるとして前述と全く同様の操作により可能供給量の決定ができる。

(2) 実用化のための問題点

上述の現時点を持続曲線上のいずれの点に選ぶべきかという問題は、実は本論文に提案された手法を実際に応用する場合に遭遇する障害の一例にすぎない。他に様々な問題がある。ここにその代表的なものを指摘しておきたい。まず第一にこれまでの議論は貯水池上流域の降水の変動は貯水池で調整できる性質のものであるから、渇水の影響は平均降水量で把えるべきであるという論法で進められてきた。このままであれば、たとえば利根川の栗橋地点のような場合を考えるとそこに貯水池がないという事実が問題になる。しかしながらこの場合にも本論文の手法は十分適用可能である。というのは貯水池をもたない自然流域も実は流出調節機能があり、その意味では天然の貯水池と見なせるからである。つまり流量の調節機能さえあれば平均降水量をもって渇水の影響を把えることの基本的な正当性にかわりはないわけである。ただ自然流域の調節機能を等価貯水容量としてどの程度に見積るべきかという問題が残っている。これは決して簡単に解答の得られるものではなく、たとえば洪水等の流出の通減曲線の性質をはじめとする未解決の現象と深いかかわりをもっている。日本の渇水比流量がほぼ $1 \text{ m}^3/\text{sec}/100 \text{ km}^2$ であることなども重要な関連事象であろう。

第二にはこの自然の貯水機能と、たとえば上の例で栗橋上流域にある貯水池の合計約 3 億 m^3 の利水用貯水容量との関係をどう考えるかということがある。これは一般に多元貯水池群がある場合にこの手法をいかに適用するかという問題に抽象される。各貯水池ごとに、その貯水池固有の集水流域を対応させるということが直観的に考えられるが、相互関係をよりつつ込んで考える必要があろう。

第三には流域内の水田の灌漑用水としてどれだけを見積れば良いかという問題がある。水田よりの蒸発散量、還元流量、還元されずに地下水として流域外に浸出していく分等をいかに推定するかということは、3. に言及したように夏期の渇水持続曲線を描く上で不可避の問題である。

第四には各流域内にはわずかの雨量観測地点しかないから、それから真の流域平均雨量をいかに推定するかという問題がある。これをティーセン法等の広く用いられている方法によって総合化できると安易に考えるのは危険である。というのは持続曲線の厳しさの度合は多地点の雨量を総合すればするほど小さくなるのであるから、現実に数地点しかない場合にその実際の流域平均降水量をどうとらえるかということは渇水持続曲線にきわめて sensitive であるからである。

第五にきわめて困難なのが危険率の選定である。前節

では危険率 25% のものを例にとり上げたが、これを推奨するものでは決してない。社会・経済的要請と持続曲線の議論の中で定義された危険率との対応を明らかにすることが不可避の課題である。

この他にもいざ実際に用いることになると様々な障害があろう。本論文は最も基本となる理論を提示することを目的としており、上に述べた問題解決には今後の研究にまたねばならない点が多数多い。

5. まとめと結論

貯水池群の操作により水資源の時間的 smoothing が相当程度可能な場合には、渇水の厳しさの度合は短期間の降水量よりは、長期間の平均の降水量にかかわっている。そこで m 日平均で年最小の日降水量はどれ位あるかを利根川流域内の草久・万場両地点について調べた。その結果次のことがわかった。

(1) 平均日数が増大するにつれてその期間内の平均降水量も増加する。

(2) 各平均日数に対する年最小平均降水はすべて冬季にあらわれる。ただし夏季なにかしらの灌漑用水を天引きするならば、その天引き量に応じてある程度の平均日数に対しては夏期に最小があらわれる場合が多くなるが、それ以上の期間長の平均では再び冬季に最小があらわれるようになる。

(3) 年最小 m 日移動平均降水量は、 $m \geq 30$ については Weibull 分布することが認められた。パラメーターの推定には小さい順に並べたものを用いて Weibull プロットしたものに直線を当てはめて行うのが適切である。なおこの結論は草久・万場両地点の降水量資料に関するものであって他地点の同様な検討が望まれる。

(4) 貯水池操作への応用のためには年最小移動平均降水量が定常な分布をすることが必要であるが、必ずしも Weibull 分布である必要はない。

各平均日数に対する年最小値（これは観測年数だけある）のうちで小さいほうから k 番目のものの非超過確率（危険率）を P_k とし、 P_k をパラメーターとして平均日数 m が増加するにしたがって年最小平均日降水量がいかに変化するかを示す曲線を渇水持続曲線とよぶ。渇水持続曲線は次のような性質と応用の可能性をもっている。

(1) どの m をとっても、年最小 m 日移動平均降水量で、全観測年中では非超過確率 P_k となるものがプロットされている。現実には $(m+j)$ 日平均で確率 P_k の年最小を与える期間内のはじめの m 日平均がやはり同じ確率の年最小になっているとは限らないので、現実の時系列でみた渇水の持続曲線よりは厳しい規準で作ら

れている。

(2) 気象条件からの降水予測が困難であり、また統計的にも降水量の季節変動パターンからのずれに関する自己相関が認められないため過去の履歴から将来の予想を立てることが困難である状況では、渇水持続曲線を将来の降水予測に代用するのが安全である。

(3) この持続曲線を渇水期間中の降水予測に代用することにより、十分安全を見込んだ、しかも確実に期待できる降水量はむだにしない有効な渇水対策を立てることができる。

(4) 渇水持続曲線から渇水期を乗り切るための必要準備貯水量は容易に計算される。すなわち、需要水準と持続曲線に囲まれた逆三角形の領域に内接する最大の四角形の面積として求められる。

以上の手法を実際に利用するためには、流域自体の貯溜機構の解明、多元貯水池への手法の応用、水田の減水深の見積り、真の流域平均降水量の推定、さらに渇水持続曲線の危険率の選定、現時点を曲線上のどの点に選ぶべきかというような諸問題を解決せねばならない。この意味で本論文に提案された手法は渇水対策のための新しい考え方の基礎理論を与える段階のものといえる。

謝 辞：本研究に関しては1974年2月23日東京工業大学に大勢の方々にお集まりいただき有意義な助言を

賜った。ここに深く感謝の意を表したい。ことに故埼玉大学工学部嶋祐之教授、東京大学土木教室の玉井信行助教授、東京工業大学水工研究室の皆様には研究上直接の刺激となるご意見を賜った。なお計算・作図に関しては同研究室大学院生宍戸達行君ならびに石田貴君の援助を得た。最後に降水量資料を提供していただいた建設省関東地方建設局の援助にも謝意を表したい。

参 考 文 献

- 1) 金子収事：河川計画，水利科学研究所編，水利河川学，地人書館，1962，第2章 p. 40
- 2) 長尾正志：貯水池をもつ河川の渇水確率について，京大防災研年報 11 号 B，1968
- 3) 寺田斐夫：ダム管理雑感，河川 No. 323 (1973 年 6 月)
- 4) Gumbel, E.J. : Statistical Theory of Droughts, Proc. Amer. Soc. Civil Engrs., 80, Sep., No. 439 (1954)
- 5) Gumbel, E.J. : Statistics of Extremes (New York : Columbia Univ. Press, 1958)
- 6) Moran, P.A.P. : The Theory of Storage (New York : John Wiley, 1960)
- 7) Sturges, H.A. : The Choice of a Class Interval, Jour. Amer. Stat. Asso., 21 (1926)
- 8) Weibull, W. : A Statistical Theory of Strength of Materials, Ing. Vetenskaps Akad. Handl. (Stockholm), No. 151 (1939)
- 9) Yevjevich, V. : An Objective Approach to Definitions and Investigations of Continental Hydrologic Droughts, Hydrology Papers (Colorado State Univ.), No. 23 (1967)

(1974.4.22・受付)