

補剛された板要素の座屈強度に関する二、三の考察

SOME CONSIDERATIONS ON BUCKLING STRENGTH OF STIFFENED PLATES

長谷川彰夫*・大田孝二**・西野文雄***
By Akio Hasegawa, Koji Ota and Fumio Nishino

1. はしがき

補剛された板要素（以下、補剛板とよぶ）の弾性座屈強度は、ほぼ解析しつくされた観があり¹⁾²⁾、わが国の橋梁設計に対する示方書³⁾⁴⁾は、これらの解析結果に基づいた DIN 4114⁵⁾の規定を参考にし、補剛材間パネルの残留応力の影響等を考慮して補剛板の設計規定を定めている。しかし最近、海外において箱桁橋の圧縮フランジの座屈に起因すると考えられている落橋事故が相ついだことも原因の1つとなり、補剛板の設計を再検討しようとする機運が高まってきている。

本報告は、このような情勢をかんがみて補剛板の弾塑性座屈解析を行った結果をまとめたものであり、その手法は、Gallagher と Padlog が柱の座屈に対して用いた剛性法⁶⁾を板の場合に応用した、いわゆる有限帯板法⁷⁾によっている。この解析法では適合関数を用いているため解の上下界性が保証されており、この報告で取扱う長方形補剛板のような構造に対し、有限要素法⁸⁾、差分法⁹⁾に比べ精度が非常によく、低次数の行列の計算で解析できるので経済的である。

純圧縮を受ける補剛板に対して現行の示方書では、補剛材間パネルに存在する残留応力の影響は限界座屈パラメーターの低減という形で考慮されている³⁾⁴⁾が、補剛材自身に存在する残留応力の影響は全く考えられていない。すなわち、残留応力を有する補剛材では作用荷重の値が大きくなると、たとえその値が降伏荷重以下であっても部分的に塑性化し、そのため補剛材の剛性が低下するが、この影響が考慮されていない。この影響に注目して計算を行い、従来考えられている座屈曲線と比較検討する。

現行示方書の圧縮と曲げを受ける補剛板に関する規定には不明確な点が多く、特に所要剛比の規定には疑問の点が少ない。ここでは、等間隔等剛性の補剛材で補剛された圧縮と曲げを受ける板を対象に解析を行い、その結果に基づいて補剛材所要剛性の合理的な決定法に触れるとともに、それに基づいた最大幅厚比の提案を行う。

従来の線型座屈理論においては、補剛材の役割として曲げ剛性の効果を考慮するのみでねじれ剛性の効果を無視しており、それを考慮した二、三の論文¹⁰⁾¹¹⁾においても設計との結びつきが不十分であった。ここでは、補剛材のねじれ剛性の効果を考慮した座屈解析を行い、従来の理論の結果と比較し、さらにこの計算の結果を設計に反映することを想定して、いわゆる最適剛比の概念に対し考察を試みる。

現在のプレート・ガーダーの設計では、座屈に対しウェブは単独の板要素として扱われており、フランジはウェブを単純支持するという形で評価されているにすぎない。本報告では、フランジをウェブの非載荷辺に位置する補剛材と評価してプレート・ガーダーの曲げ座屈解析を行う。ここでは、フランジ、水平補剛材の曲げ剛性のみならずねじれ剛性をも考慮した。こうして得られた結果と、従来期待していた座屈強度とを比較し検討する。

本報告は、従来、未知あるいは検討が不十分であった以上の4つの項目について、すべて有限帯板法を用いて解析し、その解析手法の有効性を明らかにしようとするものである。この解析結果をもとに、近年とみに重要性を増してきた補剛板の設計に対し、現行の設計規定の問題点を指摘し、合理的な補剛板の設計法を示している。

2. 有限帯板法による座屈解析

Fig. 1 (a) に示すような x 方向に変化せず、 y 方向に

* 正会員 工博 名古屋工業大学講師 土木工学科

** 正会員 工修 新日本製鉄(株)

*** 正会員 Ph.D. 東京大学助教授 工学部総合試験所

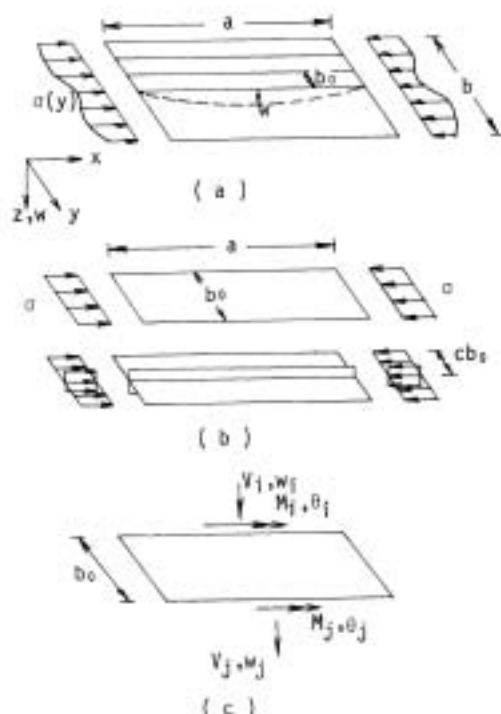


Fig. 1 Finite Strip Models: (a) Axially Compressed Stiffened Plates; (b) Finite Strip Elements; (c) Stress Resultants and Deformations.

任意に分布する一方向面内力を受ける長方形補剛板の弾塑性座屈問題を有限帯板法により解析する。Fig. 1 (a) の補剛板から幅方向に等分割された任意の帯板要素をとりだし、Fig. 1 (b) に示す幅 b_0 の無補剛帯板要素、補剛帯板要素について考える。その座屈に対するトータル・ポテンシャル・エネルギー U は、次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 U = & \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^a \{M\}^t \{s\} dx dy - \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^a \sigma \cdot \epsilon \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\
 & \cdot dx dy + R \left[\frac{(EI)_t}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 dx \right. \\
 & - \frac{\sigma_x A_x}{2} \int_0^a \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx + \frac{(EI_x)_t}{2} \\
 & \cdot \int_0^a \left(\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \right)^2 dx + \frac{(GK)_t}{2} \\
 & \cdot \int_0^a \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 dx - \frac{\sigma_x A_x (r_x)^2}{2} \\
 & \left. \cdot \int_0^a \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \right)^2 dx \right] \dots \dots \dots (1)
 \end{aligned}$$

ここでは、補剛材に対し、はり一柱としての力学的評価をしている。したがって、補剛帯板要素に対し $R=1$ 、無補剛帯板要素に対し $R=0$ であり、 $\varphi = \partial w / \partial y$ である。また、 a は非載荷辺の長さ、 w は x 方向へのたわみ、 t は板パネルの厚さ、 A_x 、 r_x はおのおの補剛材の断面積、極二次半径であり、 σ は板パネルに作用してい

る圧縮応力、 σ_x は補剛材に作用している平均圧縮応力である。補剛材の曲げ剛性 $(EI)_t$ 、そのねじれ剛性 $(EI_x)_t$ 、シャフトのねじれ剛性 $(GK)_t$ は、 σ_x の値に応じて補剛材断面全体の接線係数で評価し、これによって塑性化を考慮することができる¹⁾。 $\{M\}$ 、 $\{s\}$ はおのおの板断面単位幅のモーメント、曲率を成分とするベクトルで、次のように定義する。

$$\{M\} = [M_x, M_y, M_{xy}]^t \dots \dots \dots (2a)$$

$$\{s\} = \left\{ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\}^t \dots \dots (2b)$$

Fig. 1 (a) の応力条件のとき、面内せん断力は 0 となり、 $\{M\}$ 、 $\{s\}$ の間には一般に次の関係がある。

$$\begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{Et^3}{12} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & 0 \\ k_3 & k_4 & 0 \\ 0 & 0 & k_5 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\partial^2 w / \partial x^2 \\ -\partial^2 w / \partial y^2 \\ 2 \partial^2 w / \partial x \partial y \end{Bmatrix} \dots (3)$$

$k_1 \sim k_5$ は弾性域、塑性域に応じて次のように表わされる。弾性域 ($\epsilon \leq \epsilon_T$) では、

$$k_1 = \frac{1}{1-\nu^2}, k_2 = \frac{\nu}{1-\nu^2}, k_3 = \frac{1}{1-\nu^2}, k_4 = \frac{1}{2(1+\nu)}$$

塑性域 ($\epsilon > \epsilon_T$) では、座屈時のひずみの逆転なしとする Bijaard の塑性変形理論²⁾を適用する。完全弾塑性体を仮定すると、一方向面内応力状態では、

$$k_1 = \frac{1}{5-4\nu+3\epsilon}, k_2 = \frac{2}{5-4\nu+3\epsilon}$$

$$k_3 = \frac{4}{5-4\nu+3\epsilon}, k_4 = \frac{1}{2+2\nu+3\epsilon}$$

ここで、 $\epsilon = \epsilon / \epsilon_T - 1$ で与えられ、 ϵ 、 ϵ_T は外力ひずみ、降伏ひずみであり、 ν は弾性時のポアソン比である。

帯板要素の変位関数として Fig. 1 (a) のように、 x 方向に半波の正弦波形を仮定し、 y 方向には三次多項式を採用する。したがって、変位関数は 4 つの自由度を持ち、次のように与えられる。

$$w = (a_1 + a_2 y + a_3 y^2 + a_4 y^3) \sin \frac{\pi}{a} x \dots \dots \dots (4)$$

帯板要素の節点変位ベクトル $\{\delta\}_e$ を Fig. 1 (c) の記号を用いて $\{\delta\}_e = \{b_0 \theta_i, w_i, b_0 \theta_j, w_j\}^t$ とし、式 (4) の $a_i (i=1 \sim 4)$ を節点変位成分で表示すれば、

$$\begin{aligned}
 w = & \left\{ \left(\frac{y}{b_0} - 2 \frac{y^2}{b_0^2} + \frac{y^3}{b_0^3} \right) (b_0 \theta_i) \right. \\
 & + \left(1 - 3 \frac{y^2}{b_0^2} + 2 \frac{y^3}{b_0^3} \right) w_i + \left(-\frac{y^2}{b_0^2} + \frac{y^3}{b_0^3} \right) \\
 & \left. \cdot (b_0 \theta_j) + \left(3 \frac{y^2}{b_0^2} - 2 \frac{y^3}{b_0^3} \right) w_j \right\} \sin \frac{\pi}{a} x \\
 & \dots \dots \dots (5)
 \end{aligned}$$

となる。式 (2), (3), (5) を式 (1) に代入し、ポテンシャル・エネルギーの停留化を行えば、次式で示される帯板要素の剛性方程式が得られる。

$$\{F\}_e = [K]_e \{\delta\}_e - [K_C]_e \{\delta\}_e \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 $\{F\}_e$ は帯板要素における外力ベクトルであ

り, Fig. 1 (c) の記号を用いれば, $\{M_i/b_0, V_i, M_j/b_0, V_j\}^t$ である。帯板要素の剛性マトリクス $[K]_e$, 安定係数マトリクス $[K_G]_e$ の詳細を補遺に示す。こうして得られた帯板要素の剛性方程式を, 一般の有限要素法の手法にしたがって全要素にわたって重ねあわせることにより, 補剛板全体に対する剛性方程式は次のように表わされる。

$$\{F\} = [K]\{\delta\} - [K_G]\{\delta\} \dots \dots \dots (7)$$

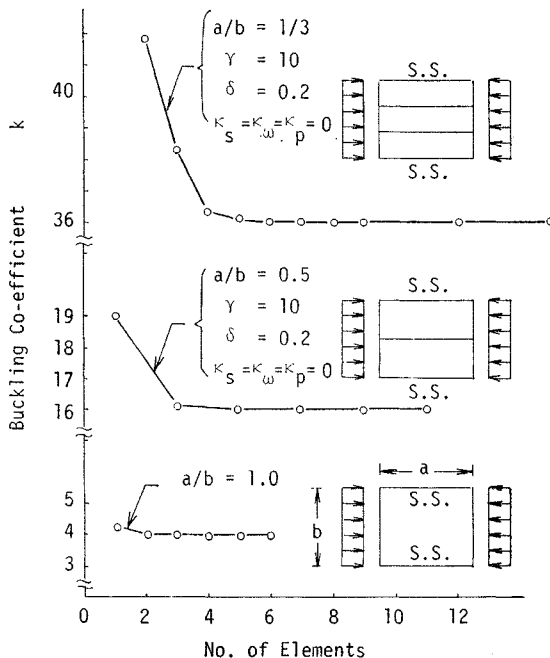
座屈問題では, 節点外力ベクトル $\{F\} = \{0\}$ であるから, 式 (7) は斉次式となる。この条件のもとで, 式 (7) を変形すると, $(\frac{b}{t}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}})^2$ を固有値とする座屈問題の基本式が求まる。

$$[\tilde{K}] - (\frac{b}{t}\sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}})^2 [\tilde{K}_G] \{\delta\} = \{0\} \dots \dots \dots (8)$$

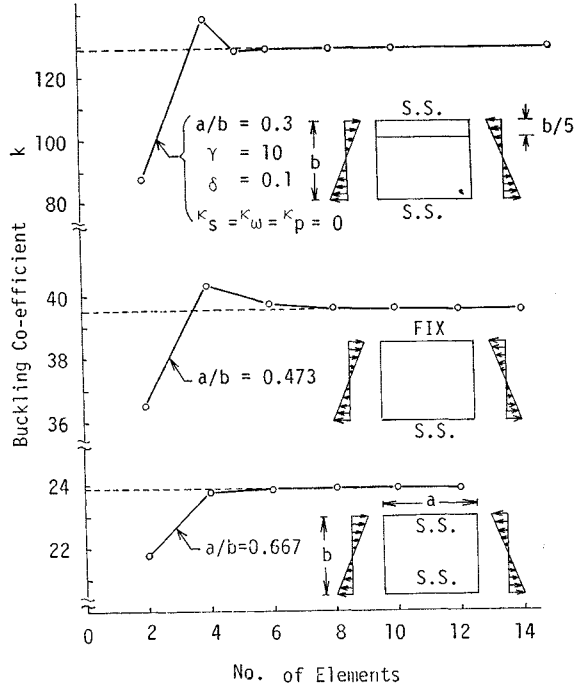
ここで, b は補剛板の全幅, σ_Y は降伏応力であり, $\sigma_Y = E\epsilon_Y$ で与えられる。

式 (8) を非載荷辺に対し任意の境界条件のもとで解くことにより, 一方向面内力を受ける補剛板の座屈解析を行うことができる。

本解析法は, 有限要素法⁸⁾, 差分法⁹⁾ に比べ精度が非常に良く, 適合関数を用いているため解の上下界性も保証されており, 低次数の行列の計算で解析を行うことができる。また, 補剛帯板要素での補剛材の位置が任意に指定できるので, 分割法が補剛材の位置や数と無関係となる。純圧縮を受ける補剛板および無補剛板における解の



(a)



(b)

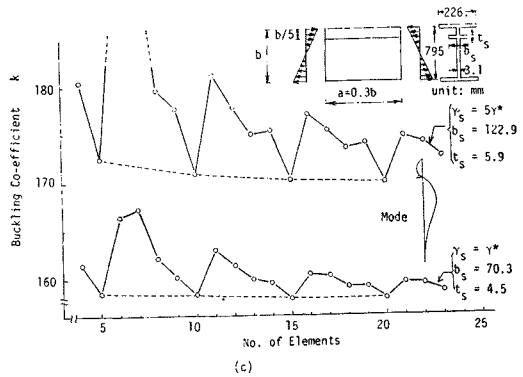


Fig. 2 Convergence : (a) Plates under Pure Compression ; (b) Plates under Pure Bending ; (c) Longitudinally Stiffened Plate Girders, r_s : Bending Rigidity of a Longitudinal Stiffener, γ^* : by DIN 4114 (when $a/b = 1.5$), Torsional Rigidity of Flanges and Stiffeners : Considered.

収束状況を Fig. 2 (a) に示す。いずれの場合も要素数は 5 前後で十分な精度が得られている。純曲げを受ける座屈解析においては, 各要素に一定の応力が生ずると仮定して曲げ応力を評価するために, 上記の解の上下界性の保証がなくなる。しかし Fig. 2 (b) に見られるように応力勾配のある場合においても要素数 8 前後で十分な精度が得られることがわかる。

フランジを補剛材と評価し, プレート・ガーダーを非載荷辺に補剛材をもつ板と考え, ねじれ剛性をも考慮し

た場合の解の収束状況を **Fig. 2** (c) に示す。これによれば、補剛材のねじれ剛性の効果を考慮したときで補剛材軸が節線となるような座屈モードを示す場合は、分割数が5の倍数のとき、すなわち補剛材軸が帯板要素の端部にくるように分割したときにより結果が得られている。これは、そのときの座屈モードには補剛材軸の前後で3つの変曲点が存在するが、本解析では変位関数に三次多項式を用いているため、一つの帯板要素に対し一つの変曲点しか評価できないからであると考えられる。

3. 補剛された板要素の座屈強度

(1) 純圧縮を受ける補剛板の座屈曲線

現行の橋梁の設計示方書³⁾の補剛板の設計規準は、補剛材の剛比が一定の値以上であれば、その補剛板は、補剛材軸が単純支持条件で座屈すると同じ座屈強度が期待できるという考え方に基づいている。その際、補剛材間パネルに存在する残留応力の影響は限界座屈パラメータなる幅厚比の低減係数という形で考慮されているが、補剛材自身に存在する残留応力の影響は全く考慮されていない。すなわち、残留応力を有する補剛材は降伏荷重以下の荷重でも部分的に塑性化し、それにしがつて補剛材の剛性が低下するが、それらの影響が全く考えられていない。

純圧縮を受ける補剛板を板パネル、補剛材の両者に存在する残留応力の影響を考慮して座屈解析を行う。解析の対象は四辺単純支持の長方形板で補剛材は等間隔に配置されているものとし、補剛材の本数 n が 3, 4, 5 本のものについて数値計算する。ここでは、補剛材内部の残留応力の有無が座屈強度に与える影響のみに注目しているため、補剛材のねじれ剛性の効果は考慮していない。

一般の局部座屈計算の場合には、対象とする板を無限板と考え、座屈係数 k が最小となるような辺長比 $\alpha = a/b$ を選んで座屈曲線を求めている。しかし、補剛材の数が多くなると、この辺長比の値が一般に大きくなり、実際の設計では横方向補剛材やダイヤフラムによって辺長比の値がより小さく規定されることを考えあわせると、無限板としての解析は必ずしも実用的ではない。ここでは、補剛材の本数 n が 3, 4, 5 本に対し、それぞれ辺長比の値として 1.0, 1.5, 2.0 の3通りを選んで計算を行う。ただし、考えている辺長比の値以下で座屈係数 k が最小となる場合は、そのときの座屈係数を用いて座屈曲線を描く。

各補剛材の板パネルに対する面積比 $\delta = A_s/A$ は辺長比、補剛材の本数によらず 0.1 とし、板パネルに対する曲げ剛性比 $r = EI/bD^3$ は DIN 4114³⁾ の規定にしたが

い各辺長比、各補剛材の本数に対して決まる最小剛比 r^* とその2倍、5倍の3通りを用いる。ここで、 A は補剛板の板パネルの面積、 D は板パネルの曲げ剛性であり、 $D = Et^3/[12 \cdot (1 - \nu^2)]$ で与えられる。

補剛材間パネルには **Fig. 3** に示す残留応力が生じているものとし、圧縮残留応力の降伏応力に対する比 $\sigma_{rc}/\sigma_Y = 0.5$ とする。また解析において補剛材は、はり一柱として扱っているが、残留応力による補剛材の曲げ剛性の低下は、短柱の平均応力—ひずみ関係を用いて評価する。この場合、補剛材の残留応力の分布を仮定し厳密にその関係を求めることも可能であるが、残留応力分布自体も補剛材寸法により変化し、かつそのばらつきも一般に大きいことを考えると、この方法が必ずしも工学的に最善であるとはいえない。ここでは、**Fig. 4** に示すように、補剛材の平均応力とひずみの関係を模式化し、外力ひずみ $\epsilon < (1 - (\sigma_{rc}/\sigma_Y))\epsilon_Y$ で完全弾性、 $\epsilon > 2.0\epsilon_Y$ で完全塑性としてその間を三次曲線で近似する。

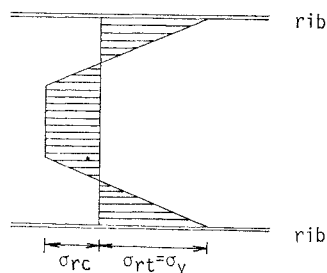


Fig. 3 Assumed Patterns of Residual Stress between Ribs.

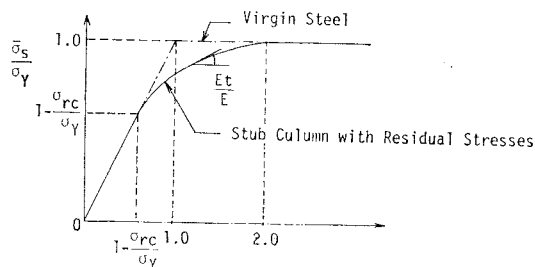


Fig. 4 Stress vs. Strain Relations for Stub Column with Residual Stress.

以上のモデルについて数値計算を行った結果を座屈曲線の形で **Fig. 5** に示す。図中の破線は、板パネルの残留応力を考慮し補剛材の残留応力を無視した場合の座屈曲線を示しており、無補剛板の座屈曲線が補剛材により仕切られた各パネルに対して成立すると仮定して得られるものである。高座屈荷重領域で分岐している3つの実線は補剛材の残留応力により座屈強度が低下する様子を示したもので、低下の程度は補剛材の剛性によって異なる。前者は現行の設計規定で認められている座屈曲線で

あり、補剛材軸が節線となる座屈モードを示す。後者は補剛材の残留応力をも考慮した場合の座屈曲線で、低座屈荷重領域では補剛材軸が節線となる座屈モードを示すため前者と一致するが、高座屈荷重領域では補剛材軸が節線とならない座屈モードを示すため補剛材剛性によって異なった座屈曲線となる。この分岐する位置は $n, a/b$ によらず $r^*, 2r^*, 5r^*$ に対してほぼ一定と見なすこと

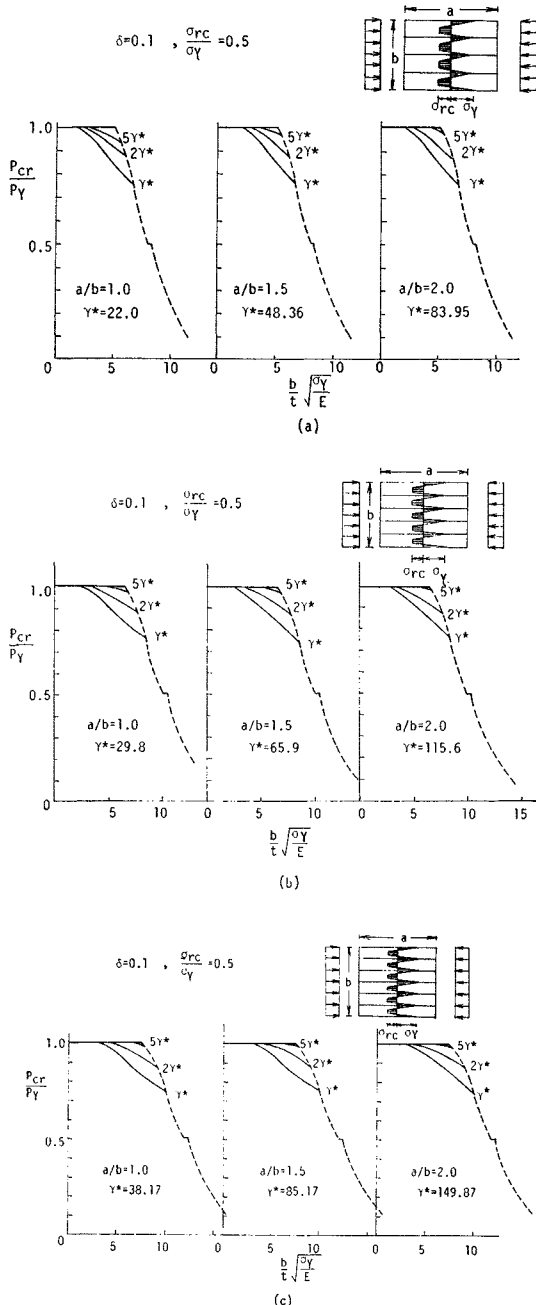


Fig. 5 Buckling Curves for Multi-Stiffened Plates : (a) 3-Ribs; (b) 4-Ribs; (c) 5-Ribs.

ができ、おのおの降伏荷重の約 0.75, 0.9, 1.0 倍である。本計算では、降伏荷重を受けたときの補剛材の接線剛性を降伏荷重以下の場合に対し、なめらかに連続した形で零となるように仮定しているため、座屈荷重が降伏荷重に達すると、補剛材の効果は全くなくなる。この分岐した座屈曲線は、厳密に言えば補剛材の本数に無関係なある一定の幅厚比のところでは座屈荷重が降伏荷重に等しくなる。しかし実用設計に用いる目的では多少の誤差は許される上に鋼材のひずみ硬化現象も考慮すれば、近似的には現行の設計最大幅厚比の半分あたりで座屈荷重が降伏荷重に達しているといえる。

現行規定^{3),4)}においては、補剛板の最大幅厚比は無補剛板の拡張解釈としての幅厚比を採用しており、その幅厚比のもとでは補剛材の曲げ剛性が最小剛比 r^* 以上の補剛板は、降伏荷重に達するまで座屈することはないと考えられている。しかし、Fig. 5 に示す結果によれば、現行の設計最大幅厚比、最小の剛比を用いた補剛板は補剛材の本数や辺長比にはほとんど関係なく、降伏荷重の約 80% の荷重で座屈することがわかる。また、従来どおり降伏荷重に達するまで座屈しないように規定するためには、補剛材所要剛比を最小剛比 r^* に保つならば、最大幅厚比を現行規定のほぼ半分にしなければならず、逆に現行の最大幅厚比を保つならば、補剛材所要剛比を最小剛比の 5 倍程度に大きくする必要が生じることがわかる。

これらの結果は板パネル、補剛材の残留応力の評価を Fig. 3, 4 のように仮定して得られたものであり、その仮定に依存するものであるが、その座屈強度特性は示し得ていると考えられる。したがって、補剛板に関する現在の示方書の考え方は座屈に対して危険側の評価をしており、純圧縮を受ける補剛板の設計を再検討する必要があると考えられる。

(2) 圧縮と曲げを受ける補剛板の座屈強度

現在、道路橋示方書³⁾、鋼鉄道橋設計標準⁴⁾いずれにも圧縮と曲げを受ける補剛板に関する規定が設けられている。道路橋示方書によれば、圧縮と曲げを受ける補剛板に関しては不等間隔補剛を前提としており、作用する応力の分布状態を用いて各補剛材間パネルごとに幅厚比を規定している。補剛材の所要剛比は純圧縮の場合に準じているが、等間隔補剛に対し決定された値を不等間隔補剛の板に対して適用しているため、規定は安全側であるとは限らない。鋼鉄道橋設計標準では、等間隔補剛を前提としており、所要剛比を補剛板に作用する応力状態の関数として表わすことによって、純圧縮を受ける補剛板に必要な剛比からの低減を規定している。しかし、この所要剛比を各種応力状態について実際に計算し、横軸

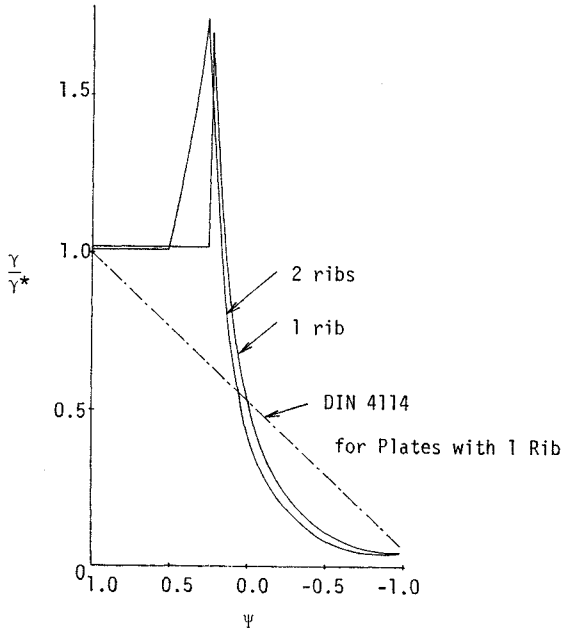


Fig. 6 Stiffness Ratio Requirements in Ry. Specs. ('70).

に、引張側縁応力と圧縮側縁応力との比で定義される応力勾配係数 ψ を選んで描くと Fig. 6 に示すようにある応力状態に対しては純圧縮の場合 ($\psi=1.0$) より大きい曲げ剛比を要求しており、合理的な規定とはいえない面がある。DIN 4114 には補剛材 1 本の場合が規定されており、これを同図に比較のため示す。鋼鉄道橋設計標準では、等間隔補剛で補剛材の本数が 2 本までを対象としているが、長スパンアーチの腹板などでは多数の補剛材をもつ圧縮と曲げを受ける板の設計も必要となることが考えられる。

一般に圧縮と曲げを受ける板要素を等間隔補剛するのは必ずしも有利な補剛材配置とはいえないが、補剛材の本数の増加に伴う製作上の問題や設計の簡便性を考えれば有効な設計となりうる。この節では等間隔等剛性縦補剛材で補剛された板を対象として、補剛材所要剛性をより合理的に決定するとともに、それに基づいた最大幅厚比の提案を試みる。

a) 設計に対する基本概念

応力勾配係数 ψ を板要素両非載荷辺の応力の比として定義する。すなわち、Fig. 7 (a) における σ_1, σ_2 を用いれば、 $\psi=\sigma_2/\sigma_1$ である。したがって、純圧縮で 1、純曲げで -1 となる。補剛板の座屈応力 σ_{1cr} は、補剛材の剛性を大きくしても、補剛板が補剛材間で局部的に座屈するときの応力 σ_{1local} を越えることはない。すなわち、

$$\sigma_{1cr} \leq \sigma_{1local} \dots \dots \dots (9)$$

ここで σ に対する下添字 1 は、圧縮側縁応力を示す。等間隔に配置された補剛材で仕切られた板パネルのう

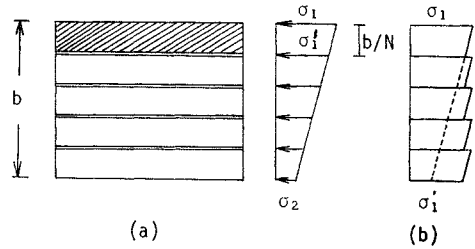


Fig. 7 Patterns of Stress Distribution.

ち、座屈に対し最も危険な応力状態のパネル (Fig. 7 (a) の斜線部パネルで以下これを基準パネルとよぶ) の両非載荷辺を単純支持としたときの座屈応力を σ_{10} とするとこれは σ_{1local} の下界値となっている。設計上の目的で σ_{1local} の安全側の近似値として σ_{10} を採用すると式 (9) は次のようになる。

$$\sigma_{1cr} \leq \sigma_{10} \dots \dots \dots (10)$$

式 (10) で σ_{1cr} の上限が制限された場合、補剛板の座屈は基準パネルの局部座屈ではなく、補剛板の全体座屈により支配される。 $\sigma_{1cr}, \sigma_{10}$ に対応する座屈係数を k, k_0 とすれば次式が成立する。

$$\sigma_{1cr} = k \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{(b/t)^2} \dots \dots \dots (11a)$$

$$\sigma_{10} = k_0 \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{1}{(\bar{b}/t)^2} \dots \dots \dots (11b)$$

ここで \bar{b} は基準パネルの幅である。補剛材で分割されたパネル数を N とすれば $b=N\bar{b}$ となり、式 (11 a, b) を用いて式 (10) を座屈係数により表示すると次のようになる。

$$k \leq N^2 k_0 \dots \dots \dots (12)$$

式 (12) の右辺は Fig. 7 (b) に示すように基準パネルの応力分布をすべての分割パネルに対して与えた場合に相当する。

補剛板における補剛材の役割は、可能な限り薄い板要素を補強することによって、その座屈強度を効果的に高めることである。このためには、特別な制約がない限り式 (12) の座屈係数 k としては、その上限値を採用することが補剛板の設計として有効といえる。この座屈係数を k_{req} とすれば

$$k_{req} = N^2 k_0 \dots \dots \dots (13)$$

したがって、以上の考え方に基づく補剛板の設計では、補剛材の剛性として、補剛板が全体座屈するときの座屈係数が k_{req} 以上になるように与えることが必要である。このときには σ_{1cr} は σ_{10} を上回るため、座屈に対する安全を照査するとき、 σ_{1cr} のかわりに比較的簡単に計算しうる σ_{10} を安全側の限界値として用いることができる。ただし、補剛板の座屈に対する設計を全体座屈の範囲で考えているこのような設計理念のもとでは、外的な設計条件によって板要素を可能な限り薄くできな

い場合、 σ_{icr} をもとに設計すればよく、この場合には補剛材剛性として座屈係数 k が k_{req} を越えるように与える必要は必ずしもない。

ψ をパラメータにとり、無補剛板について座屈係数 k_0 の値を計算し、その結果と DIN 4114 に与えられている近似式との比較を Fig. 8 に示す。これによれば、DIN 4114 の近似式が十分な精度を与えているので、こ

こではその近似式を用いることにする。すなわち、無補剛板では⁵⁾、

$$0 \leq \psi \leq 1.0 \quad k_0 = \frac{8.4}{\psi + 1.1} \dots\dots\dots (14a)$$

$$-1.0 \leq \psi < 0 \quad k_0 = 10\psi^2 - 6.27\psi + 7.63 \dots\dots\dots (14b)$$

である。補剛板の基準パネルの応力勾配係数 ψ_{sp} は、Fig. 7 (a) の σ_1, σ_1' を用いて

$$\psi_{sp} = \frac{\sigma_1'}{\sigma_1} = \frac{N-1+\psi}{N} \dots\dots\dots (15)$$

圧縮と曲げを受ける板の場合、 ψ_{sp} は常に正となることから、 k_0 は式 (15) の ψ_{sp} を式 (14a) の ψ に代入することにより、次式であらわされる。

$$k_0 = \frac{8.4 N}{2.1 N - 1 + \psi} \dots\dots\dots (16)$$

式 (16) を式 (13) に代入することにより、補剛板全体がもつべき座屈係数 k_{req} が求められ、次式を得る。

$$k_{req} = \frac{8.4 N^3}{2.1 N - 1 + \psi} \dots\dots\dots (17)$$

両非載荷辺単純支持のもとで、式 (17) で与えられる座屈係数を得るために必要な補剛材剛比 r_{req} を計算する。DIN 4114 で規定されている純圧縮に対する最小剛比 r^* を基準にとって、この r_{req} を次のようにあらわす。

$$r_{req} = m r^* \dots\dots\dots (18)$$

ここで、 m は式 (10) より 0~1 の係数であり、 $\psi=1$

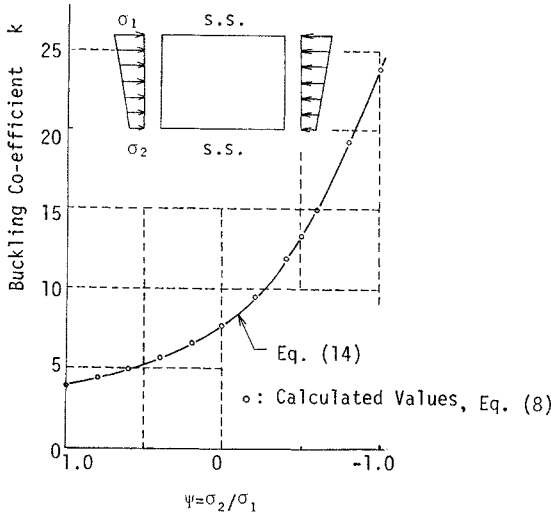


Fig. 8 Buckling Coefficient vs. Stress Ratio Relations for Unstiffened Plates.

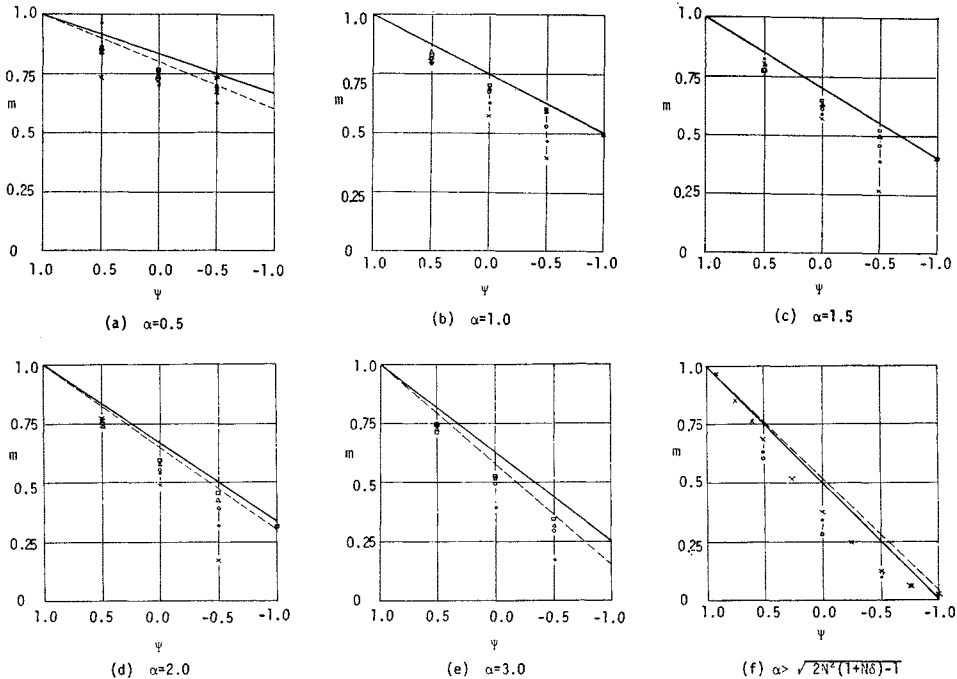


Fig. 9 Stress Ratio vs. m Relations, Calculated Values: \times for 1 rib, \bullet for 2 ribs, \circ for 3 ribs, \triangle for 4 ribs, \square for 5 ribs, all for $\delta=0.1$; $-$: Design Proposal, (a) $a/b=0.5$; (b) $a/b=1.0$; (c) $a/b=1.5$; (d) $a/b=2.0$; (e) $a/b=3.0$; (f) $a/b > \sqrt{2N^2(1+N\delta)}-1$.

Table 1 Values of Coefficient m in Eq. (18).

Number of Ribs	ψ		0.5			0.0			-0.5		
	δ	α	1.0	2.0	3.0	1.0	2.0	3.0	1.0	2.0	3.0
2	0.05		0.803	0.833		0.629	0.585		0.462	0.315	
	0.10		0.805	0.776		0.632	0.556		0.476	0.317	
3	0.05		0.809	0.775		0.654	0.564		0.516	0.359	
	0.10		0.818	0.762	0.743	0.682	0.560	0.503	0.535	0.381	0.271
	0.15		0.812	0.765	0.739	0.634	0.571	0.507	0.554	0.394	0.286
4	0.10		0.839	0.745	0.739	0.688	0.580	0.515	0.604	0.424	0.314
	0.15		0.819	0.760	0.728	0.695	0.585	0.516	0.589	0.434	0.328
5	0.10		0.825	0.761	0.729	0.707	0.594	0.522	0.602	0.454	0.346
	0.15		0.826	0.754	0.721	0.711	0.600	0.524	0.617	0.464	0.359

ならば常に1となる。また、一般に r_{req} および m は、 α, δ, N, ψ の関数、 r^* は α, δ, N の関数である。

式 (10) より、補剛板は補剛材軸が節線とならない座屈モードを示す。したがって、補剛材のねじれ剛性の効果は小さいと考えられるので、計算においてはこれを無視する。 δ を 0.1 とし、 α, N, ψ を適当に選んで m を求めた結果を、Fig. 9 に示す。 α, N, ψ の各種の組み合わせに対し、 δ を 0.05, 0.10, 0.15 と変化させたときの m の値を Table 1 に示す。この表から明らかなように m の値は、 δ に無関係にほぼ一定とみなせ、また Fig. 9 から N にも依存しないと判断すれば、結局 α と ψ のみの関数となる。Fig. 9 より、 m は α が一定なら ψ に対して直線的に変化するとみなすことができ、 ψ の一次式で次のように近似する。

$$m = 1 - f(\alpha)(1 - \psi) \dots \dots \dots (19)$$

このとき、直線の傾きは α のみの関数となる。Fig. 9 の計算値をもとに式 (19) の m を安全側に評価した直線を同図に破線で示す。この結果をもとに α と $f(\alpha)$ の関係を求め、それを Fig. 10 に破線で示す。原点を通る双曲線を仮定し、Fig. 10 に実線で示す曲線

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{2(\alpha + 1)} \dots \dots \dots (20)$$

を採用すれば、この $f(\alpha)$ は破線で示した計算値より常に小さく、安全側の m の値を与える。式 (20) を式 (19)

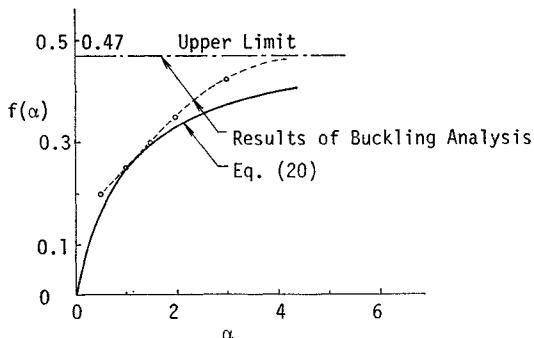


Fig. 10 α vs. $f(\alpha)$ Relations.

に代入して求めた m と α の関係を Fig. 9 に実線で示す。この m の値を式 (18) へ代入すれば、圧縮と曲げを受ける補剛板の補剛材所要剛比 r_{req} が次のように求まる。

$$r_{req} = \left\{ 1 - \frac{\alpha}{2(\alpha + 1)} (1 - \psi) \right\} r^* \dots \dots \dots (21)$$

b) 設計最大幅厚比と補剛材所要剛性

座屈に対する安全率 S を次のように定める。純圧縮を受ける板に対しては、補剛材による分割数 N に無関係に安全率は S_c 、純曲げを受ける無補剛の板に対しては安全率は S_b とし、これらを S の最大値、最小値とする。純曲げの場合安全率を下げる理由は、純曲げを受ける板要素としてプレートガーダーのウェブを念頭においており、その場合一般にウェブの剛性に比してフランジ剛性が大きく、後座屈強度が期待できるからである。圧縮と曲げを受ける板の場合、 S は N が一定なら ψ に応じて直線的に変化すると仮定する⁴⁾。 ψ が一定なら N が増すにしたがって、ウェブ剛性、フランジ剛性の差が小さくなり、後座屈強度が期待できなくなってくることを考慮し S_c に近づくと仮定する。これらを満足する式として次式を用いる。

$$S = \frac{S_c - S_b}{2N} (\psi - 1) + S_c \dots \dots \dots (22)$$

残留応力による座屈強度の低下を考慮したときのしない場合に対する幅厚比の低減率 R_{cr} は、無補剛板に対しては、純圧縮で 0.7、純曲げで 1.0 とし、圧縮と曲げを受ける板の場合は ψ に応じて直線的に変化するとする従来からの考え方^{3), 4)}を採用する。このとき無補剛板の R_{cr} は次式で示される。

$$R_{cr} = 0.85 - 0.15 \psi \dots \dots \dots (23)$$

補剛された板に対しては、式 (10) から基準パネルの低減率を補剛板全体の低減率とする必要がある。すなわち、式 (15) の ψ_{sp} を式 (23) の ψ に代入すると、

$$R_{cr} = 0.85 - 0.15 \frac{N - 1 + \psi}{N} \dots \dots \dots (24)$$

式 (23) は式 (24) に含まれるので、結局 R_{cr} は式 (24) で表わされる。短柱における許容軸方向圧縮応力度 σ_{oa} が作用した場合に座屈に対し、安全率 S が確保されるための幅厚比はこの低減率を用いて

$$\frac{b}{t} \leq R_{cr} \sqrt{\frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \cdot \frac{k}{S\sigma_{oa}}} \dots\dots\dots (25)$$

と表わすことができる⁴⁾。 k として式 (14 b), (17) を用い、式 (22), (24) を式 (25) に代入することにより次式を得る。

無補剛板で $-1 \leq \psi < 0$ の場合

$$\frac{b}{t} \leq 1378(0.85 - 0.15\psi) \cdot \sqrt{\frac{10\psi^2 - 6.27\psi + 7.63}{\left(\frac{S_c + S_b}{2} + \frac{S_c - S_b}{2}\psi\right)}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sigma_{oa}}} \dots\dots\dots (26 a)$$

その他の場合

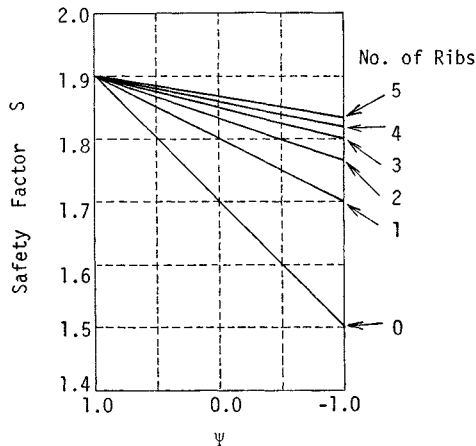


Fig. 11 Safety Factor vs. Stress Ratio Relations.

$$\frac{b}{t} \leq 1378 N^2 \left(0.7 + 0.15 \frac{1-\psi}{N}\right) \cdot \sqrt{\frac{8.4}{(2.1N-1+\psi) \left\{ \frac{S_c - S_b}{2} (\psi - 1) + S_c N \right\}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sigma_{oa}}} \dots\dots\dots (26 b)$$

今、鋼鉄道橋設計標準で用いられている安全率の値、 $S_c=1.9$, $S_b=1.5$ を例にとり計算を行う。この値を採用したとき式 (22) から求まる安全率を Fig. 11 に示

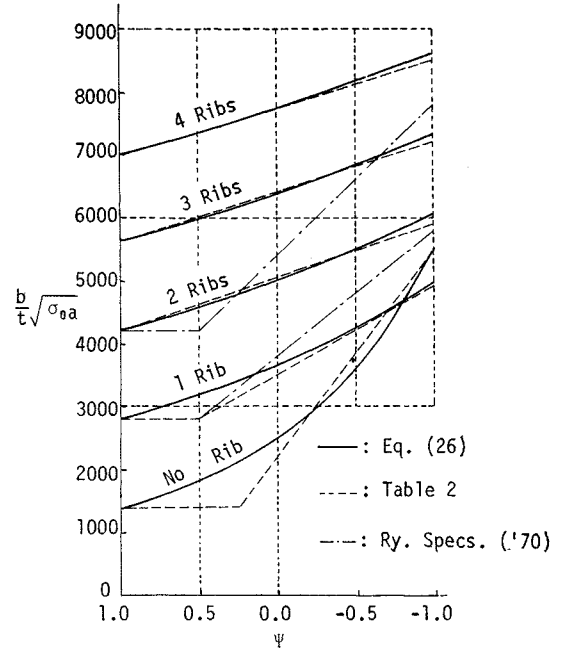


Fig. 12 Width-Thickness Requirements vs. Stress Ratio Relations.

Table 2 Width-Thickness Requirements for Plates with Equally Spaced Ribs.

No. of Ribs	Range of ψ	Maximum Width-Thickness Ratio	Rib Arrangement & Stress Distribution
Plane Plates	$-1.0 \leq \psi \leq 0.25$	$\frac{2200-3200\psi}{\sqrt{\sigma_{oa}}}$	
	$0.25 < \psi \leq 1.0$	$\frac{1400}{\sqrt{\sigma_{oa}}}$	
Plate with 1 Rib	$-1.0 \leq \psi \leq 0.5$	$\frac{3500-1400\psi}{\sqrt{\sigma_{oa}}}$	
	$0.5 < \psi \leq 1.0$	$\frac{2800}{\sqrt{\sigma_{oa}}}$	
Plates with more than 2 Equally Spaced Ribs	$-1.0 \leq \psi \leq 1.0$	$\frac{1400N + (1-\psi)(1000-50N)}{\sqrt{\sigma_{oa}}}$	

す。また、式 (26) に S_c , S_b , N を代入して求めた設計最大幅厚比と ψ の関係を Fig. 12 に実線で示す。この結果に基づく設計式として図中の破線で示した直線を用いることにし、これを表にすれば Table 2 に示す圧縮と曲げを受ける等間隔補剛板の最大幅厚比が得られる。同図の 1 点鎖線は現行の鋼鉄道橋設計標準の最大幅厚比の規定を示す。

Table 2 の最大幅厚比の提案において Fig. 12 から明らかなように、補剛材を中央に 1 本入れる場合の最大幅厚比は $\psi = -1$ 付近で無補剛板のそれ以下となる。これは設計の便宜上、式 (10) の条件をみたすように最大幅厚比を決めたため、すなわち Fig. 7 (a) の応力状態を Fig. 7 (b) の応力状態のもとで最大幅厚比を決定したためである注)。しかし、補剛材を 1 本しか用いない場合 ψ が約 -0.7 以下では等間隔補剛をせず、圧縮側に補剛材を配する設計のほうが経済的ということになり、力学的に矛盾する設計式とはなっていない。

(3) 縦補剛材のねじれ剛性の効果

従来の弾性座屈理論では、補剛材の曲げ剛性の効果のみを考慮し、ねじれ剛性の効果は無視されているのが普通である^{1),2)}。その影響を考慮した研究もいくつか報告されている^{10),11)}が、その影響を設計に反映するまでには至っていない。本節では、補剛材のねじれ剛性の効果を考慮して弾性座屈計算を実施し、その結果とそれを無視した理論による結果との比較を行う。さらに、補剛材のねじれ剛性の効果を考慮して設計を行う場合を想定し、最適剛比の概念に対し考察を試みる。

従来から行われている補剛材の曲げ剛性の効果のみを考慮した座屈解析においては、補剛材の効果を示す幾何学量として曲げ剛比 r と面積比 δ を採用し、一方を固定し他方を変化させてその特性を得るという方法が用いられてきた。しかし、新たにねじれ剛性の効果を考慮する場合、幾何学量としてさらにサンプナンのねじれ剛比 $\kappa_s = GK/bD$ 、そりねじれ剛比 $\kappa_\omega = EI_\omega/b^3D$ 、極二次半径比 $\kappa_p = r_s^2/b^2$ を導入する必要が生じ、また、それらが互に関数関係にあるので従来のような解析法では補剛材のねじれ剛性の効果を正しく把握することが難しい。ここでは、それらの幾何学量を次のように表示して解析を行う。

長方形断面の補剛材を用いた片側補剛の板を対象とする。補剛材を取り付けた板パネル表面上に拘束変位軸、回転軸を有するはり一柱として補剛材を評価する。サンプナンのねじれ定数 K は拘束軸の有無に無関係に一定

注) 座屈計算は Fig. 7 (a) に示す実際の応力状態に対して行われている。その結果、補剛材所要剛比は式 (18) の r_{req} に与えられるように純圧縮を受ける補剛板の補剛材最小剛比 r^* に係数 m を乗ずることによって低減される。

である。それに対し拘束変位軸が長方形断面の短辺にあるために断面二次モーメント I は拘束軸を持たない場合の 4 倍となる。同様に、拘束回転軸が同じ位置にあるために、そりねじれモーメント I_ω 、極二次半径の 2 乗 r_s^2 もそれぞれ拘束軸を持たない場合の 4 倍となり次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} I &= \frac{1}{3} b_s^3 t_s, & K &= \frac{1}{3} b_s t_s^3 \\ I_\omega &= \frac{1}{36} b_s^3 t_s^3, & r_s^2 &= \frac{1}{3} b_s^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (27 \text{ a} \sim \text{d})$$

ここで、 b_s は片側板片補剛材の幅、 t_s はその板厚である。式 (29) を用いて各補剛材の r , δ , κ_s , κ_ω , κ_p を計算すると、おのおの次のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \delta &= \frac{1}{n+1} \frac{\lambda_s}{\lambda_p} \left(\frac{t_s}{t_p} \right)^2 \\ r &= \frac{4(1-\nu^2)}{n+1} \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_p} \right)^3 \left(\frac{t_s}{t_p} \right)^4 \lambda_p^2 \\ \kappa_s &= \frac{2(1-\nu)}{n+1} \frac{\lambda_s}{\lambda_p} \left(\frac{t_s}{t_p} \right)^4 \\ \kappa_\omega &= \frac{1-\nu^2}{3(n+1)^3} \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_p} \right)^3 \left(\frac{t_s}{t_p} \right)^6 \\ \kappa_p &= \frac{1}{3(n+1)^2} \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_p} \right)^2 \left(\frac{t_s}{t_p} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots (28 \text{ a} \sim \text{e})$$

ここで、 λ_s は板片補剛材の幅厚比、 λ_p は補剛材間パネルの幅厚比、 t_p は板パネルの厚さである。これにより、補剛材の相対剛性を決定するために必要なパラメータは、補剛材の本数 n を除いて λ_p 、補剛材の相対幅厚比 λ_s/λ_p 、相対板厚 t_s/t_p の 3 つとなる。しかし、 r のかわりに r/λ_p^2 なるパラメータを用いれば、補剛材の相対剛性はすべて λ_s/λ_p , t_s/t_p で表示される。補剛材が 1 本の場合と 4 本の場合に対して計算を行った結果を Fig. 13 に示す。図では λ_s/λ_p をパラメータとし、 t_s/t_p のかわりにその値により一意的に決まる量として r/λ_p^2 を横軸にとり、これと座屈係数 k との関係を示した。座屈係数は補剛材軸が節線となるモード R とならないモード F (Fig. 13 の挿入図参照) のおのおのに対して計算しており、無限板としての計算結果のほか、辺長比の上限を与えた場合の座屈係数と r/λ_p^2 の関係をも描き加えた。 λ_s/λ_p は板片補剛材の板パネルに対する相対ねじれ剛性を示す量で補剛材のねじれ剛性の効果を期待し得るためには、この値はそれぞれの板要素が単独座屈する場合の座屈係数比の平方根 $0.326 (= (\lambda_s/\lambda_p)_{cr})$ 以下でなければならない。この値は純圧縮を受ける長方形板の座屈で一非載荷辺自由、ほかの非載荷辺単純支持の場合の座屈係数 $k=0.425$ と両非載荷辺単純支持の場合の座屈係数 $k=4$ の比の平方根である。

Fig. 13 によれば、 k が $4(n+1)^2$ の点から 4 本の曲線が分岐しているが、これらは λ_s/λ_p が 0.15, 0.20, 0.25, 0.3125^{注)} の補剛板が、R モードで座屈する場合、

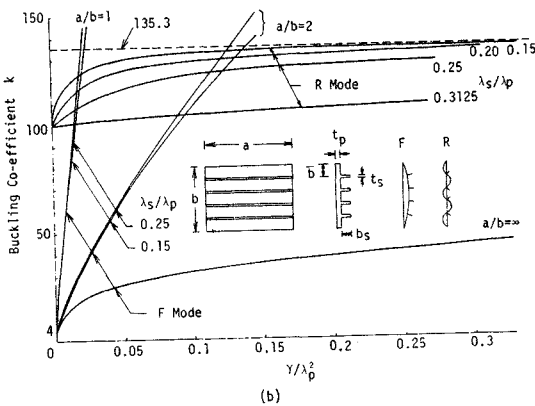
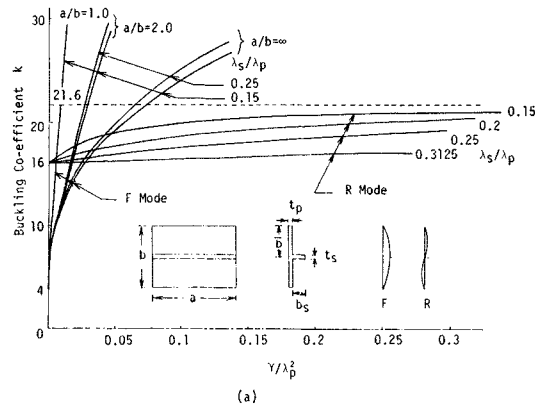


Fig. 13 Buckling Coefficient vs. γ/λ_p^2 Relations with Torsional Rigidity of Ribs: (a) Plates with 1 Rib; (b) Plates with 4 Ribs.

補剛材剛性の増加にしたがってその座屈係数が上昇する様子を示している。これらの曲線は λ_s/λ_p を $(\lambda_s/\lambda_p)_{cr}$ より小さく選んでいるため剛比が増すにしたがい、全補剛材間パネルに対して一非載荷辺単純支持、ほかの非載荷辺固定支持の条件が成立したときの座屈係数の値に漸近する。その漸近のようすは、 λ_s/λ_p の値が小さいほど急激に上限値に近づく。しかし、 $(\lambda_s/\lambda_p)_{cr}$ に近い $\lambda_s/\lambda_p = 0.3125$ においては前述のように補剛材間パネルの単独座屈強度と補剛材板片単独ねじれ座屈強度がほぼ等しくなるために、補剛板としての座屈に対し補剛材のねじれ剛性の効果がほとんど期待できない。また、同じ λ_s/λ_p の値に対しては、補剛材の本数が増えるにつれて速く上限値に近づくことがわかるが、これは次のように説明できる。Fig. 14 に補剛材のねじれ剛性の効果を考慮した場合の座屈モードを示すが、これを見ると明らかなように、Rモードの座屈が起こった場合、補剛材で仕切られたパネルのうち最も大きな変形を生じるのは、片方の

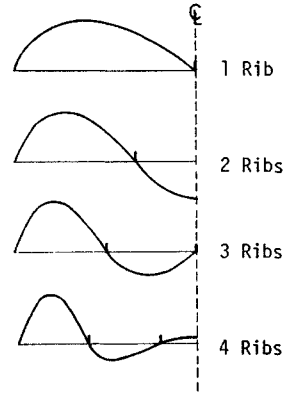


Fig. 14 Rigid Buckling Modes of Stiffened Plates.

非載荷辺が単純支持、他方の非載荷辺が補剛材である端パネルである。これに比べ、分割パネルの両非載荷辺が補剛材である内パネルは、単純支持非載荷辺から遠いほど座屈時の変形は小さくなっている。端パネルと内パネルは連続しており、座屈モードはなめらかな曲線を示すはずであるから、内パネルの数が多いほど端パネルの座屈時の変形は拘束されることになる。言い換えれば、同じ補剛材剛性のもとでは、補剛材の本数が増えるにつれて、すみやかに端パネルの補剛材軸が固定条件に近づくことになる。したがって補剛材の本数が増えるにつれて、はやく上限値に近づく。

一般に、Fモードで座屈する場合は補剛材のねじれ角が小さく、補剛材のねじれ剛性はほとんどその座屈強度に影響を及ぼさない。特に補剛材が1本の場合は、補剛材はねじれないので座屈強度はねじれ剛性の効果を考慮しない場合と全く同じ結果となる。したがって Fig. 13(b) のFモードの曲線は従来のねじれ剛性を無視した解にほとんど一致し、Fig. 13(a) の場合は完全に一致していることになる。

補剛材のねじれ剛性の効果を無視した理論によれば、Rモードで座屈する場合の座屈強度をFモードで得るために必要な補剛材剛比を最小剛比 r^* で定義し、それ以上の剛性を補剛材に与えても座屈強度は変わらないとしている。しかし、補剛材のねじれ剛性の効果を考慮した場合、一定の条件のもとでは補剛材剛比が増せばRモードにおいても座屈強度は上昇し、そのため従来の最小剛比は意味を持たなくなる。このRモードの座屈強度の上昇の程度はFモードに比べてかなりおちるので、FモードとRモードが同じ座屈強度を持つとき（すなわち、Fig. 13におけるFとRの曲線の交点）の剛比の値が従来の最小剛比にかわって意味をもつことになる。この値は一般に最小剛比より大きく、補剛材の本数、板の辺長比および板片補剛材と補剛材間パネルとの幅厚比の比の関数となる。

注) 補剛材および補剛材間パネルの幅厚比として構造用炭素鋼に対する鋼鉄道橋設計標準の規定の限界を用いた場合の比、12.5/40 である。

一般に、補剛材のねじれ座屈強度が、補剛材間パネルの座屈強度を上回る場合、すなわち、幅厚比の小さい補剛材、パルププレートや閉断面補剛材を用いる場合には、補剛材のねじれ剛性の効果を期待することができ、上述のような最適剛比の概念を導入することによりこれを実際の設計に反映できるものと考えられる。

(4) 純曲げを受けるプレート・ガーダーのウェブの座屈強度

現在のプレート・ガーダーの設計では座屈に対し、ウェブは単独の板要素として扱われている。この場合、フランジは直接的にはウェブを単純支持するという形で、間接的には座屈に対する安全率を小さくするという形で評価されている。ウェブの圧縮側に配置される水平補剛材の設計に用いる剛性は従来の解析ではそのねじれ剛性の効果を見逃しているために、DIN 4114⁵⁾に規定する曲げを受ける板の水平補剛材の最小剛比 r^* 以上であれば十分であると考えられていた。道路橋示方書³⁾、鋼鉄道橋設計標準⁴⁾、AASHTO¹⁴⁾においても水平補剛材の所要剛比は r^* 前後の値で規定されている。これに対し、水平補剛材の所要剛比は r^* より少し大きな値を用いるべきだとしている規定に BS 153¹⁵⁾ があり、 $2r^*$ 弱の値が規定されている。さらに、最近ではもっと大きな $(5\sim 7)r^*$ 程度を与えることが望ましいとする考えも発表されている¹⁶⁾。BS 153 の規定を始めこのように大きな剛比が望ましいとする根拠としては、後座屈強度の解析やプレート・ガーダーの実験結果があげられている。

この節では、フランジをウェブパネルの両非載荷辺に位置する変位自由の補剛材と考えた場合と従来のように両非載荷辺を単純支持とした場合のウェブの弾性曲げ座屈解析を行った結果をまとめている。ここでは、フランジと水平補剛材のねじれ剛性の効果を考慮している。前者の場合について、標準的なプレート・ガーダーの断面として Fig. 15 (a), (b) それぞれの挿入図に示す2つの断面を選び、それをもとに補剛材としての幾何学量 r , δ , κ_s , κ_w , κ_p をフランジと水平補剛材に対し決定した上で座屈計算を行う。ここでその2つの断面としては、フランジのウェブに対する相対剛性の影響を比較するため、異なるウェブの幅厚比に対してフランジの寸法を等しく与えている。水平補剛材は両側配置長方形断面とし、その剛性として r^* とその5倍の剛比を持つものの2種類を計算の対象としている。この断面について得られた計算結果を Fig. 15 に示す。図で実線区間の計算値は解の収束が良好であった場合、破線区間の計算値は解の収束が良好でなかった場合を示す。破線区間で解の収束が良好でなかったのはほぼ同一の座屈係数が異なった座屈モードに対して得られるためであろう。Fig.

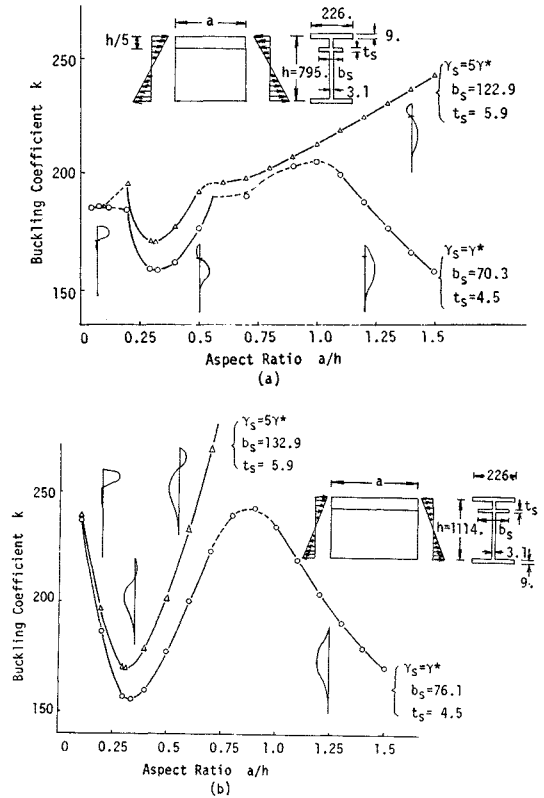


Fig. 15 Buckling Coefficient vs. a/h Relations for Plate Girders, γ_s : Bending Rigidity of a Longitudinal Stiffener, γ^* : by DIN 4114 (when $a/h=1.5$): (a) Example 1; (b) Example 2.

15 の (a), (b) ではフランジのウェブに対する相対剛性を変えており、Fig. 15 (a) のほうが Fig. 15 (b) よりもウェブに対して相対的に剛なフランジを用いている。しかし、その最小座屈係数にはほとんど差が見られない。これは図中の座屈モードを見ればわかるように、辺長比 a/h が最小座屈係数を与える 0.3 付近では圧縮フランジと水平補剛材の間のパネルにはほとんど座屈時の変形を生じないため、フランジのねじれ剛性の差が座屈係数に反映されないからであると考えられる。つまり、フランジは十分な曲げ剛性を持ち、変位を 0 に保ちさえすれば、その座屈係数に変化が生じないことになる。したがって、圧縮フランジと水平補剛材の間のパネルの座屈時の変形が大きくなる場合には、フランジのねじれ剛性の差が座屈係数に大きく影響を及ぼすはずであり、図では辺長比が 0.05~0.2, 0.5~1.0 付近でその影響があらわれている。水平補剛材が節線とならないモードで座屈する場合、すなわち、補剛材剛比が r^* で辺長比が 1.0 以上の場合には相対的に剛なフランジを持つプレート・ガーダーの座屈係数がいくぶん高くなっているのも同じ理由によるものと考えられる。

Fig. 15 (a) に示すプレート・ガーダーの断面に対し、フランジがウェブを単純支持していると考え、水平補剛材のねじれ剛性の効果を考慮しない場合、および考慮した場合のおのおのに対して計算を行い、その結果をフランジを補剛材と考えた場合の結果とともに Fig. 16 に示す。同図には、水平補剛材を持たないプレート・ガーダーに対し同様の計算を行った結果をも描き加えてある。従来曲げを受けるプレート・ガーダーのウェブの座屈強度は、周辺単純支持の板の座屈強度として評価されており、水平補剛材のねじれ剛性が座屈強度に与える効果は無視されている。この結果、Fig. 16 の破線で示すようにその座屈係数は水平補剛材を持たないプレート・ガーダーの場合 23.9²⁾、圧縮フランジからウェブ高の 1/5 の線上において最小剛比以上の水平補剛材を持つ場合は 129¹⁷⁾ と考えられている。しかし、周辺単純支持条件のもとでも水平補剛材のねじれ剛性の効果を考慮すると、Fig. 16 の 1 点鎖線で示すように座屈係数は水平補剛材の剛比が r^* の場合 151、 $5r^*$ の場合 168 となる。すなわち、水平補剛材のねじれ剛性の効果を新たに考慮するだけで、実際の座屈係数は従来設計に用いられてきた値 129 より水平補剛材剛比が r^* の場合 17%、

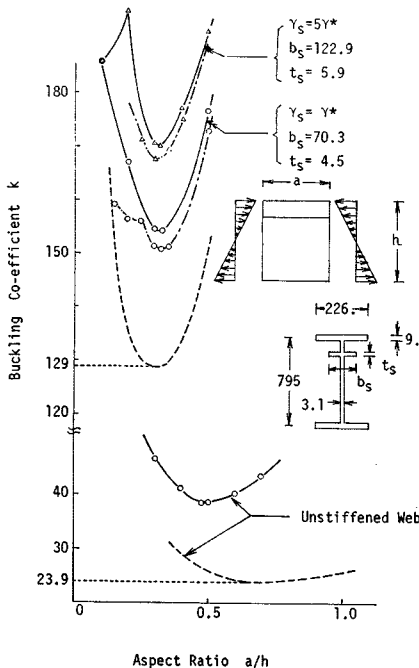


Fig. 16 Influences of Flange and Stiffener Rigidities on Web Buckling Strength,

- : Torsional Rigidity of Flanges and Stiffeners Considered.
- : Torsional Rigidity of Stiffeners Considered, Unloading Edges being S.S.
-: Torsional Rigidity Not Considered, Unloading Edges being S.S.

$5r^*$ の場合 30% 上昇することがわかる。フランジを補剛材として評価し、フランジ、水平補剛材のねじれ剛性の効果を考慮した場合の計算結果を同図に実線で示すが水平補剛材を持つウェブの場合には、フランジ付近のウェブの座屈変形が小さいために、フランジのねじれ剛性の効果による座屈係数の上昇はほとんどないといえる。しかし、水平補剛材を持たないウェブの場合にはフランジのねじれ剛性の効果により座屈係数が 23.9 から 39 に上昇し、非載荷辺を固定辺とする座屈係数 39.5²⁾ にほぼ達することがわかる。

座屈解析により得られたこれらの数値自体は計算に用いるプレート・ガーダーの断面寸法により異なった結果を与えるので必ずしも確定的なものではないが、一般の設計に用いられるプレート・ガーダー断面寸法に対して定性的にその特性を示し得ているといえる。すなわち、従来ウェブの後座屈強度として非線型挙動の評価がなされていた現象は単に水平補剛材のねじれ剛性およびフランジの曲げ剛性、ねじれ剛性といった線型項を考慮することによって、その一部を座屈強度として評価することが可能である。また、水平補剛材の設計に用いる剛比は従来の r^* より高めるべきであるとの理論的根拠を水平補剛材のねじれ剛性の効果を考慮することにより、座屈強度の立場から明確に説明することができる。

設計に用いるべき剛比を r^* より大きくしたほうが好ましいことは明らかであるが、その値をどの程度とするかはさらに今後の研究に期待すべき課題である。しかし、ここで取りあげた計算例やすでに発表されている研究成果が、(5~7) 倍程度の剛比を推奨している¹⁶⁾ 現状を考え、さらに剛比を r^* からその程度増やしても所要鋼材が全体の (1~2)% 程度にしか増えないのに対し、プレート・ガーダーの曲げ耐荷力は少なくとも 10% 程度上昇することが実験的に確かめられている事実¹⁸⁾ に注目すれば、とりあえず $5r^*$ の剛比を持つように水平補剛材を設計すべきではないかと考えられる。

プレート・ガーダーの水平補剛材に限らず、補剛材に存在する残留応力の影響や補剛材のねじれ剛性の効果についての以上の結果をふまえると圧縮と曲げを受ける補剛材の補剛材設計剛比に対してもそれらを無視して得られた式 (21) で与えられる補剛材所要剛比 r_{req} の 5 倍前後の補剛材剛比を採用することが望ましいと思われる。

4. 結 論

有限帯板法を用い、補剛材を対象として 4 項目の座屈解析を行った結果、次のような結論を得ることができた。

(1) 純圧縮を受ける補剛板の板パネルに存在する残留応力のほかに、補剛材自身に存在する残留応力の影響を考慮すれば、現行示方書に定める最大幅厚比、補剛材の所要剛性のもとでは、降伏荷重以下の荷重で座屈することがわかった。本報告に用いた残留応力の影響の評価のもとにおいては、従来どおり降伏荷重に達するまで座屈しないようにするためには、補剛材剛比を DIN 4114 に定める最小剛比 r^* に保つ場合、最大幅厚比を現行規定のほぼ半分にする必要がある。逆に現行の最大幅厚比をそのままに保つ場合は、補剛材剛比を最小剛比 r^* の約 5 倍にする必要がある。

(2) 等間隔、等剛性の縦補剛材で補剛された板が、圧縮と曲げを受ける場合を対象とし、設計で許される最大幅厚比とそのときの補剛材所要剛比 r_{req} を求めた。その結果、 r_{req} の安全側の近似値として次式を得た。

$$r_{req} = mr^*$$

$$m = 1 - \frac{\alpha}{2(\alpha+1)} (1-\psi)$$

ここで、 r^* は DIN 4114 により規定される純圧縮における最小剛比、 α は補剛板の辺長比、 ψ は作用応力状態を示すパラメーターで純圧縮で 1、純曲げでは -1 をとる。その補剛材所要剛比のもとでの最大幅厚比の提案を行った。

(3) 片側板片補剛材のねじれ剛性の効果を考慮し、補剛板の弾性座屈解析を行った。その結果、補剛材軸が節線となるような座屈変形をする場合で、補剛材の幅厚比が小さいときには、そのねじれ剛性の効果を十分に期待することができる。特に補剛材の本数が多い場合には、補剛板の座屈強度を補剛材軸を固定支持とする座屈強度まで容易に高め得ることがわかった。このとき、従来の最小剛比にかわる最適剛比としての量が導入でき、この量は補剛材の本数、板の辺長比および板片補剛材と補剛材間パネルとの幅厚比の比の関数となる。

(4) フランジをウェブパネルの両非載荷辺に位置する補剛材と考え、そのねじれ剛性の効果を考慮して、水平補剛材を有するプレート・ガーダーの曲げ座屈解析を行った。これによれば、従来ウェブの後座屈強度として非線型挙動の評価がなされていた現象が、単に水平補剛材のねじれ抵抗およびフランジの曲げ抵抗、ねじれ抵抗といった線型項を考慮することによってその一部を座屈強度として評価することが可能であることがわかった。また、水平補剛材の設計に用いる剛比は、現行の規定で定められている所要剛比より高めるべきであるとの理論的根拠を水平補剛材のねじれ剛性の効果を考慮することにより、座屈強度の立場から明確に説明することができる。

(5) 現実の設計ではプレート・ガーダーの水平補剛

材の設計剛比としては DIN 4114 に定める最小剛比 r^* の 5 倍前後の値を用いることが望ましい。同様な立場から圧縮と曲げを受ける補剛板の補剛材設計剛比も (2) に示す r_{req} の 5 倍程度にまで高めることが必要であると思われる。

謝 辞：本研究を実施するに際し、多大のご指導をいただいた東京大学 奥村敏恵教授に深く感謝の意を表す。数値計算には東京大学大型計算機センターの HITAC 8700 を使用した。本報告中の 3.(2) を土木学会第 29 回年次学術講演会（昭和 49 年 10 月）で発表した。その際、岐阜大学助教授 宇佐美勉氏より貴重な誤りの御指摘を頂き、その部分を本報告から削除した。ここに記して感謝する。

補 遺

無補剛板要素の剛性マトリクス $[K]_e$ 、安定係数マトリクス $[K_G]_e$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{[K]_e}{Et} = & A_1 \begin{bmatrix} 4 & 22 & -3 & 13 \\ & 156 & -13 & 54 \\ \text{sym} & & 4 & -22 \\ & & & 156 \end{bmatrix} \\ & + A_2 \begin{bmatrix} 4 & 18 & -1 & -3 \\ & 36 & 3 & -36 \\ \text{sym} & & 4 & -18 \\ & & & 36 \end{bmatrix} \\ & + A_3 \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 & -3 \\ & 6 & 3 & -6 \\ \text{sym} & & 2 & -3 \\ & & & 6 \end{bmatrix} \\ & + A_4 \begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 & -3 \\ & 36 & 3 & -36 \\ \text{sym} & & 4 & -3 \\ & & & 36 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\frac{[K_G]_e}{Et} = \frac{\pi^2}{840} \frac{1}{(a/b_0)} \frac{\sigma}{E} \begin{bmatrix} 4 & 22 & -3 & 13 \\ & 156 & -13 & 54 \\ \text{sym} & & 4 & -22 \\ & & & 156 \end{bmatrix}$$

ここに、

$$A_1 = \frac{\pi^4}{840} \frac{k_1}{12} \frac{1}{(a/b_0)^3} \cdot \frac{1}{(b_0/t)^2}$$

$$A_2 = \frac{\pi^2}{30} \frac{k_2}{12} \frac{1}{(a/b_0)} \cdot \frac{1}{(b_0/t)^2}$$

$$A_3 = \frac{k_3}{12} \frac{(a/b_0)}{(b_0/t)^2}$$

$$A_4 = \frac{\pi^2}{15} \frac{k_4}{12} \frac{1}{(a/b_0)} \cdot \frac{1}{(b_0/t)^2}$$

補剛帯板要素に対しては、上記の無補剛帯板要素に補剛材の剛性マトリクス $[K_s]_e$ 、安定係数マトリクス

$[K_{G_s}]_e$ を加えればよい。 $[K_s]_e, [K_{G_s}]_e$ は、おのおの次のようになる。

$$\begin{aligned} \frac{[K_s]_e}{Et} &= S_1 \begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_1\xi_2 & \xi_1\xi_3 & \xi_1\xi_4 \\ & \xi_2^2 & \xi_2\xi_3 & \xi_2\xi_4 \\ \text{sym} & & \xi_3^2 & \xi_3\xi_4 \\ & & & \xi_4^2 \end{bmatrix} \\ &+ S_2 \begin{bmatrix} \eta_1^2 & \eta_1\eta_2 & \eta_1\eta_3 & \eta_1\eta_4 \\ & \eta_2^2 & \eta_2\eta_3 & \eta_2\eta_4 \\ \text{sym} & & \eta_3^2 & \eta_3\eta_4 \\ & & & \eta_4^2 \end{bmatrix} \\ \frac{[K_{G_s}]_e}{Et} &= S_3 \begin{bmatrix} \xi_1^2 & \xi_1\xi_2 & \xi_1\xi_3 & \xi_1\xi_4 \\ & \xi_2^2 & \xi_2\xi_3 & \xi_2\xi_4 \\ \text{sym} & & \xi_3^2 & \xi_3\xi_4 \\ & & & \xi_4^2 \end{bmatrix} \\ &+ S_4 \begin{bmatrix} \eta_1^2 & \eta_1\eta_2 & \eta_1\eta_3 & \eta_1\eta_4 \\ & \eta_2^2 & \eta_2\eta_3 & \eta_2\eta_4 \\ \text{sym} & & \eta_3^2 & \eta_3\eta_4 \\ & & & \eta_4^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{\pi^4}{24(1-\nu^2)} \frac{1}{(a/b_0)^3} \frac{b/b_0}{(b_0/t)^2} \zeta_1 \bar{r} \\ S_2 &= \frac{\pi^2}{24(1-\nu^2)} \frac{1}{a/b_0} \frac{b/b_0}{(b_0/t)^2} \zeta_2 \kappa_s \\ &+ \frac{\pi^4}{24(1-\nu^2)} \frac{1}{(a/b_0)^3} \frac{(b/b_0)^3}{(b_0/t)^2} \zeta_3 \kappa_\omega \\ S_3 &= \frac{\pi^2}{2} \frac{\bar{\sigma}_s}{E} \frac{b/b_0}{a/b_0} \delta \\ S_4 &= \frac{\pi^2}{2} \frac{\bar{\sigma}_s}{E} \frac{(b/b_0)^3}{a/b_0} \delta \kappa_p \end{aligned}$$

b は解析の対象としている板の全幅であり、 ξ, η は Fig. 1 (b) に示す帯板要素内の補剛材の位置を与える無次元パラメータ c を用いて、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \xi_1 &= c - 2c^2 + c^3, & \xi_2 &= 1 - 3c^2 + 2c^3 \\ \xi_3 &= -c^2 + c^3, & \xi_4 &= 3c^2 - 2c^3 \\ \eta_1 &= 1 - 4c + 3c^2, & \eta_2 &= -6c + 6c^2 \\ \eta_3 &= -2c + 3c^2, & \eta_4 &= 6c - 6c^2 \end{aligned}$$

D を板の曲げ剛性とする、 $\bar{r}, \delta, \kappa_s, \kappa_\omega, \kappa_p$ は次式で定義される弾性時の補剛材の曲げ剛比、面積比、サンブナンのねじれ剛比、そりねじれ剛比、極二次半径比である。

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \frac{EI}{bD}, & \delta &= \frac{A_s}{bt}, & \kappa_s &= \frac{GK}{bD} \\ \kappa_\omega &= \frac{EI_\omega}{b^2D}, & \kappa_p &= \frac{r_s^2}{b^2} \end{aligned}$$

$\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3$ は次式で定義される係数で弾性域では 1, 非弾性域では、補剛材断面全体の接線係数で評価するこ

とができる。

$$\zeta_1 = \frac{(EI)_t}{EI}, \quad \zeta_2 = \frac{(GK)_t}{GK}, \quad \zeta_3 = \frac{(EI_\omega)_t}{EI_\omega}$$

参考文献

- 1) Timoshenko, S. and J.M. Gere: Theory of Elastic Stability, 2nd Ed., McGraw-Hill, New York, 1961.
- 2) Kollbrunner, C.F. und M. Meister: Ausbeul-Theorie und Berechnung von Blechen, Springer Verlag, 1958.
- 3) 道路橋示方書・同解説, 日本道路協会, 昭 48.
- 4) 鋼鉄道橋設計標準解説, 土木学会, 昭 45.
- 5) DIN 4114 Blatt 1: Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Vorschriften, Juli, 1952.
DIN 4114 Blatt 2: Stahlbau, Stabilitätsfälle (Knickung, Kippung, Beulung), Berechnungsgrundlagen, Richtlinien, Februar, 1953.
- 6) Gallagher, R.H. and J. Padlog: Discrete Element Approach to Structural Instability Analysis, AIAA Journal, Vol. 1, No. 6, Jun. 1963, pp. 1437~1439.
- 7) Cheung, Y.K.: The Finite Strip Method in the Analysis of Elastic Plates with Two Opposite Simply Supported Ends, Proc. ICE, May, 1968, pp. 1~7.
- 8) Kapur, K.K. and B.J. Hartz: Stability of Plates using Finite Element Method, Proc. ASCE, Vol. 92, EM 2, Apr. 1966, pp. 177~195.
- 9) 奥村敏恵・西野文雄・長谷川彰夫・長浜正孝: 差分法によるリブ付板の弾塑性座屈解析, 土木学会第 27 回年次講演集, 1972 年 10 月, pp. 219~222.
- 10) 楠田忠雄: 圧縮力を受ける補強板の塑性座屈について—第 1 報—軸対称型防撓材を有する場合, 造船協会論文集, Vol. 105, 1959, pp. 137~146.
- 11) Wah, T.: Buckling of Longitudinally Stiffened Plates, The Aeronautical Quarterly, Vol. 18, No. 1, Feb., 1967, pp. 85~99.
- 12) Johnston, B.G. Ed.: Guide to Design Criteria for Metal Compression Members (CRC Guide), 2nd Ed., John Wiley and Sons, Inc. 1966.
- 13) Bijlaard, P.P.: Theory and Tests on Plastic Stability of Plates and Shells, Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 16, Sept., 1949, pp. 529~541.
- 14) AASHO: Standard Specifications for Highway Bridges, 11th Ed., Washington, D.C., 1973.
- 15) British Standards Institution: BS 153; Specification for Steel Girder Bridges, London, 1958.
- 16) Massonnet, Ch.: Stability Considerations in the Design of Steel Plate Girders, Proc. ASCE, Vol. 86, ST 1, Jan., 1960, pp. 71~97.
- 17) Stüssi, F. and P. Dubas: The Buckling of the Web of Sagging Beams Having Stiffeners in the Top Fifth of the Web, Publ. IABSE, Vol. 17, 1957, pp. 217~240.
- 18) 長谷川彰夫: 圧縮, 曲げ, セン断を受ける鋼構造部材の局部座屈強度, 東京大学学位論文, 1974 年 3 月, pp. 223~272.

(1974.3.20・受付)