

共役こう配法による機械化土工・工程計画管理の最適化

OPTIMIZATION OF SCHEDULING AND CONTROL FOR EARTH MOVING
BY A CONJUGATE GRADIENT TECHNIQUE

庄子幹雄*・荒井克彦**

By Mikio Shoji and Katsuhiko Arai

1. ま え が き

施工計画・管理業務の合理化を目標として、先に筆者は、機械化土工工事を具体的な対象とする工程計画管理最適化問題の定式化を試みた²⁾。この定式化における基本的な意図は、機械化土工だけでなく、より一般的な建設工事の施工を客観的・合理的に表現することである。この定式化を通じて、建設工事の工程計画管理における多面的な意志決定問題が「与えられた条件のもとで最も経済的な施工段取（工程上における機械・作業員などの操作方法）に裏づけられた工程計画案の選定」として統一的に表現されたと考えられる。すなわち、この定式化において強調されるべきことは次の2点である。i) 資源、資源グループ、オペレーションなどの新しい概念を導入し、かつ基本的なデータを用いることにより、より現実に近い形で施工現象が簡潔に表現された。ii) 与えられたすべての条件を考慮した上で全体費用を最小にするという合理的な評価基準のもとに工程計画を作成する方法が提案された。このような工程計画手法を筆者は“動的見積り”と称している。

次に、多段決定過程として定式化された上述の工程計画最適化問題に対して、最適制御理論におけるこう配法を用いた数値解析を行い、現実的に妥当な数値解が得られることを示した³⁾。この結果、上述の動的見積り作業が実際に可能であることが示された。しかし、こう配法を適用した際に述べたように、工程計画最適化問題における制約条件式をペナルティ関数法により処理した上でこう配法を適用する方法については、計算効率、解の一意性などに関する問題が残されている。こう配法によると、最適解近傍での収束効率が極端に悪くなることから、最適解に到達するまでに非常に多くの反復回数が必

要である。つまり、決定変数の個数が多い最適化問題にこう配法を適用するためには、きわめて多量の計算が必要であり、電子計算機を利用しても、現実的に妥当な計算時間で処理できないおそれが強い。したがって、現実の大規模な建設工事を取り扱うためには不十分である。そこで本報では、こう配法と比較して一般に効率がよいとされている共役こう配法を用いて、先に定式化された工程計画最適化問題に対する詳細な数値解析を試みる。本報で得られる結果により、大型建設工事に対しても現実的に妥当な計算量で、上述の動的見積り作業を行うことが可能になった。

2. 問題の定式化（要約）

(1) 定式化の準備（記号の定義）

ここでは工程計画最適化問題の定式化のために直接必要な変数のみを列挙する。これらの変数の厳密な意味や求め方などは省略する。詳細については参考文献 2) を参照されたい。なお、本報で用いる変数のうち、アルファベットの大文字で表わした変数はすべて、あらかじめ与えるべきデータおよび、これらのデータに基づいて直接計算される変数である。小文字で表わした変数はすべて、最適化計算の結果求められる変数（後出の操作変数・状態変数）である。ここでは前者について簡単に定義しておく。

a) 工程の表現

以下の変数を用いて、工程の推移を 図-2 に示す多段決定過程として表わす。

T : 工期 (全体工期)

N : 多段決定過程の全ステージ数

$4T$: 工期単位 (日)

$4T = T/N$ ($T = 4T \cdot N$) (1)

b) 要素の定義

以下に導入する要素間の関係を 図-1 に示す。

* 鹿島建設技術研究所主任研究員

** 正会員 工修 鹿島建設技術研究所企画調査室

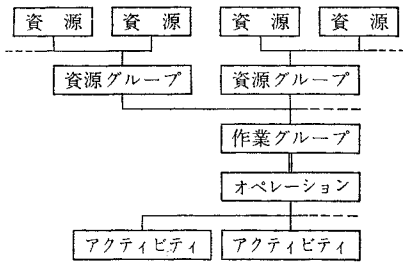


図-1

① オペレーション (Work Operation) : 表-1 参照
工事 (Project) を表わすための作業である。

TOQ_l : オペレーション l の総作業数量

② アクティビティ (Activity) : 表-1 参照
工程上の作業順序関係の制約を表わせるように、オペレーションを適当に分割した作業である。

TQ_j : アクティビティ j の総作業数量

A_l : オペレーション l に属するアクティビティの集合

$$TOQ_l = \sum_{j \in A_l} TQ_j \dots \dots \dots (2)$$

③ 資源 (Resource) : 表-2 参照

オペレーションを遂行するために必要な施工機械、作業員などの総称であり、次の4つの資源費用成分により規定される。下添字 i は資源の番号を示す。

RCD_i : 固定費用 (円/日)

RCH_i : 稼働費用 (円/時間)

$RCIM_i$: 搬入費用 (円/回)

$RCEX_i$: 搬出費用 (円/回)

$QMAX_i$: 利用可能最大数量

④ 資源グループ (Resource Group) : 表-3 参照

常に1つのクルー (Crew) として用いられる資源の組合せであり、次の変数により規定される。下添字 i : 資源番号, k : 資源グループ番号, とする。

QR_{ik} : 資源グループにおける資源数量

UR_{ik} : 資源稼働時間率

共用可能性: 別々の作業で、並行して同時に利用できる場合、共用可能な資源と称する。

⑤ 作業グループ (Operation Group) : 表-4 参照
オペレーションを遂行するために必要な資源グループの集合であり、図-1 に示すようにオペレーションと1対1に対応する。

QRG_{kl} : 作業グループ l における資源グループ k の数量

量

c) 作業条件: 表-5 参照

WH_j^n : 1作業グループ時間当り作業能力

$VMAX_j^n$: 最大投入作業グループ数量

RH_j^n : 1日当り実稼働時間

UD_j^n : (月当り) 稼働日数率

ここで、上添字 n : 図-2 に示す多段決定過程のステージ番号, 下添字 j : アクティビティ番号, とする。

d) 準備的な変数の計算

定式化の準備として、a)~c) で与えたデータに基づいて以下の変数を計算する。

UOC_l : オペレーション l の作業数量当り単価

CT : 見積り金額

$$CT = \sum_j (UOC_j \cdot TOQ_j) \dots \dots \dots (3)$$

UC_j : アクティビティ j の作業数量当り単価

$$UC_j = UOC_l \quad (j \in A_l) \dots \dots \dots (4)$$

TC_j : アクティビティ j の総出来高

$$TC_j = TQ_j \cdot UC_j / CT \cdot 100(\%),$$

$$\sum_j TC_j = 100(\%) \dots \dots \dots (5)$$

W_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における1作業グループ当り出来高

$$W_j^n = WH_j^n \cdot RH_j^n \cdot \Delta T \cdot UD_j^n \cdot UC_j /$$

$$CT \cdot 100(\%) \dots \dots \dots (6)$$

CW_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における1作業グループ当り稼働費用

$$CW_j^n = \sum_k \{ \sum_i (QR_{ik} \cdot UR_{ik} \cdot QRG_{kl}) \cdot RCH_i \}$$

$$\cdot RH_j^n \cdot \Delta T \cdot UD_j^n, \quad (j \in A_l) \dots \dots (7)$$

(2) 多段決定過程としての定式化

図-2 に示す多段決定過程において、 θ^n : 自由に操作しうる操作変数, x^n : θ^n を通じてのみ操作しうる状態変数, U^n : 全く操作しえない外乱, とする。これらの変数は次の状態方程式により関連づけられる。

$$x^n = f^n(x^{n-1}, \theta^n, U^n) \dots \dots \dots (8)$$

この状態方程式と、操作変数・状態変数に関する種々の制約条件を満たした上で、ある目的関数の極値を与える操作変数を求める問題が多段決定過程である。先に定義した変数を用いて、工程計画最適化問題が以下のように多段決定過程 (離散型最適制御問題) として定式化される。ただし、定式化に関する詳細な説明は参考文献 2) に述べられているので省略し、ここでは概要のみを示す。定式化の基本的方針を要約すると、求める解 (操作変数) は「工程上における資源の操作方法 (施工段取)」であり、この解を決定する基準 (目的関数) は「工事の全体費用を最小にすること」である。

a) 操作変数 θ^n

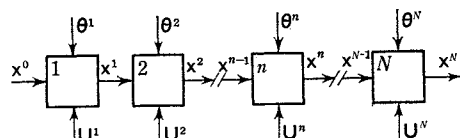


図-2

$$\theta^n = \left(\begin{matrix} u^n \\ v^n \end{matrix} \right), \quad u^n = (u_1^n, \dots, u_M^n)^T \text{注 1)} \dots (9)$$

u_i^n : 第 n ステージにおける資源 i の搬入 ($u_i^n > 0$),
搬出 ($u_i^n < 0$) 数量

v_j^n : 第 n ステージ・アクティビティ j における作業
グループ投入数量

b) 状態変数 x^n と状態方程式

$$x^n = \left(\begin{matrix} q^n \\ r^n \\ x_2^n \end{matrix} \right), \quad q^n = (q_1^n, \dots, q_M^n)^T \dots (10)$$

q_i^n : 第 n ステージにおける資源 i の存置数量

r_j^n : 第 n ステージにおけるアクティビティ j の累積
出来高

x_2^n : 第 n ステージにおける全累積費用

$$q_i^n = q_i^{n-1} + u_i^n, \quad (i=1, \dots, M) \dots (11)$$

$$r_j^n = r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n, \quad (j=1, \dots, L) \dots (12)$$

$$x_2^n = x_2^{n-1} + \sum_i \{ RCD_i \cdot \Delta T \cdot (q_i^{n-1} + u_i^n) \\ + RCIM_i \cdot V[u_i^n] + RCEX_i \cdot V[-u_i^n] \} \\ + \sum_j \{ CW_j^n \cdot v_j^n \} \dots (13)$$

ただし

$$V[x] = \begin{cases} x & : x > 0 \\ 0 & : x \leq 0 \end{cases} \dots (14)$$

境界条件

$$q^0 = 0, \quad r^0 = 0, \quad x_2^0 = 0 \dots (15)$$

$$r_j^N = TC_j, \quad (j=1, \dots, L) \dots (16)$$

状態変数ではないが、第 n ステージにおける全累積出来高 x_1^n を次式で定義する。

$$x_1^n = x_1^{n-1} + \sum_j (W_j^n \cdot v_j^n) \dots (17)$$

$$x_1^0 = 0, \quad x_1^N = 100 (\%)$$

c) 制約条件

$$0 \leq q_i^n \leq QMAX_i, \quad (i=1, \dots, M) \dots (18)$$

$$\sum_j (h_{ij} \cdot v_j^n) \leq q_i^n, \quad (j \in A_i, i=1, \dots, M) \dots (19)$$

$$0 \leq v_j^n \leq VMAX_j^n, \quad (j=1, \dots, L) \dots (20)$$

$$r_j^n \leq TC_j, \quad (j=1, \dots, L) \dots (21)$$

$$v_j^n \cdot (r_k^{n-1} - TC_k) = 0, \quad (k \in P_j, j=1, \dots, L) \dots (22)$$

ここで、 P_j : アクティビティ j の先行アクティビティの集合とし、また

$$h_{il} = \begin{cases} \sum_k (QR_{ik} \cdot UR_{ik} \cdot QRG_{kl}) & : \text{共用資源} \\ \sum_k (QR_{ik} \cdot QRG_{kl}) & : \text{非共用資源} \end{cases} \dots (23)$$

表-1 作業数量

オペレーション					アクティビティ					
No. (l)	名称	数量 (TOQ _l)	単位	作業数量当り単価 (UOC _l)	No. (j)	名称	数量 (TQ _j)	先行アクティビティ	作業数量当り単価 (UC _j)	総出来高 (TC _j)
1	伐開除根	60,900	m ²	55.6	1	伐開除根	60,900		55.6	3.17(%)
2	ブルドーザワーク 50m	288,224	m ³	139.6	2	ブルドーザワーク 50m A	156,661	1	139.6	20.47
					3	" " B	131,563	1	139.6	17.20
3	キャリオールスクレーパワーク 100m	161,444	"	160.4	4	キャリオールスクレーパワーク100m A	97,903	2,3	160.4	14.69
					5	" " B	63,541	2,3	160.4	9.54
4	キャリオールスクレーパワーク 150m	135,101	"	189.0	6	キャリオールスクレーパワーク150m A	6,658	4	189.0	1.18
					7	" " B	128,443	5	189.0	22.72
5	キャリオールスクレーパワーク 200m	56,543	"	208.4	8	キャリオールスクレーパワーク200m	56,543	6	208.4	11.33
										100.00(%)

表-2 資源単価表

No. (i)	資源名称	固定費用 (RCD _i)	稼働費用 (RCH _i)	搬入費用 (RCIM _i)	搬出費用 (RCEX _i)	利用可能最大数量 (QMAX _i)
		円/日	円/時間	円/回	円/回	
1	ブルドーザ D-80	11,600	5,020	107,600	107,600	10
2	ブルドーザ D-8-36A	24,000	9,000	120,000	120,000	10
3	ブルドーザ D-8-46A	35,200	10,880	131,200	131,200	10
4	ブルドーザ D-8-36AC	30,400	6,920	126,400	126,400	10
5	スクレーパ 18	13,200	700	80,000	80,000	10
6	ブルドーザ D-8-46AC	41,000	8,700	137,000	137,000	10
7	スクレーパ 22	14,800	700	80,000	80,000	10

注 1) 転置行列を表わす。

表-3 資源グループ

No. 資源グループ名 (k)	資源名	資源数量 (QR _{ik})	稼働時間率 (UR _{ik})	共用可能性
1	ブルドーザ D-80	1.0	1.0	可
	ブルドーザ D-8-36A	1.0	1.0	"
2	ブルドーザ D-80	1.0	0.8	"
	ブルドーザ D-8-36A	1.0	1.0	"
	ブルドーザ D-8-46A	1.0	1.0	"
3	ブルドーザ D-8-46A	1.0	0.5	不可
	ブルドーザ D-8-36AC	1.0	1.0	"
	スクレーパ 18	1.0	1.0	"
	ブルドーザ D-8-46AC	1.0	1.0	"
4	ブルドーザ D-80	1.0	1.0	可
	スクレーパ 22	1.0	1.0	"

表-5 作業条件

No. (J)	アクティビティ名称	1作業グループ 時間当り 作業能力 (WH_j^n)	最大投入 作業グループ 数 ($VMAX_j^n$)	1日当り 実稼働時間 (RH_j^n)	稼働日数率 (UD_j^n) $\Delta T=5$ 日				
					1月	2月	3月	4月	5月
					$n=1\sim6$	7~12	13~18	19~24	25~30
1	伐 開 除 根	335 (m ² /hr)	5	12 (hr)	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57
2	ブルドーザワーク 50m A	235 (m ² /hr)	10	12 (〃)	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57
3	〃 B	235 (〃)	10	12 (〃)	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57
4	キャリオールスクレーパワーク 100m A	320 (〃)	10	12 (〃)	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57
5	〃 B	320 (〃)	10	12 (〃)	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57
6	キャリオールスクレーパワーク 150m A	268 (〃)	10	12 (〃)	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57
7	〃 B	268 (〃)	10	12 (〃)	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57
8	キャリオールスクレーパワーク 200m	240 (〃)	10	12 (〃)	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57

表-4 作業グループ

No. (I)	作業グループ名称	資源グループ 名 称	資源グループ 数 (QRG_{ki})	比例型 固定型
1	伐 開 除 根	A	1.0	比例
2	ブルドーザワーク 50m	B	1.0	〃
3	キャリオールスクレーパ ワーク 100m	C	1.0	〃
		D	0.9	〃
4	キャリオールスクレーパ ワーク 150m	C	1.0	〃
		D	0.8	〃
5	キャリオールスクレーパ ワーク 200m	C	1.0	〃
		D	0.7	〃

d) 目的関数

$$J = x_2^N + \sum_i (RCEX_i \cdot q_i^N) \rightarrow \min \dots \dots \dots (24)$$

(3) 数値計算モデル

本報の数値計算モデルとしては、計算結果の比較などの都合により、先にこう配法の適用に際して用いた数値計算モデルをそのまま利用する³⁾。具体的な数値を表-1~5 に示す。

3. 共役こう配法による最適化

(1) 共役こう配法

最適制御問題に用いる共役こう配法 (Conjugate Gradient Technique) も、こう配法と同様に、静的最適化問題 (変数空間における最適化問題) に対して開発された共役こう配法を関数空間における最適化問題に対して拡張したものである。静的最適化問題に対する共役こう配法として一般に用いられるのは Fletcher-Reeves の方法 (FR 法)³²⁾、Davidon-Fletcher-Powell の方法 (DFP 法)³⁷⁾ である^{4)~20)}。そして、これらの手法を最適制御問題に適用するための多数の報告がなされている^{33)~36), 38), 39)}。一般に DFP 法, FR 法, こう配法の順で収束が速いとされており、また DFP 法, FR 法ともに 1 回の試行に要する計算量が Newton-Raphson 法ほど多くないので比較的多変数の最適化問題に適用すること

が可能である。しかし DFP 法は試行の途中できわめて大きな記憶容量を必要とするので、適用しうる問題の決定変数の個数に制限がある。FR 法では試行中に必要な記憶量がこう配法におけるのとほとんど変わらないので、先に定式化された工程計画最適化問題に対しても十分適用可能である。そこで本報では FR 法 (以下、単に共役こう配法と称する) を採用することにし、離散型最適制御問題に対する FR 法の計算アルゴリズムを以下に引用する³³⁾。

- (a) 操作変数 θ^n の初期解 θ_0^n を与える。
- (b) こう配関数 ($\partial H_0^n / \partial \theta_0^n$) を計算する。
- (c) $s_0^n = -(\partial H_0^n / \partial \theta_0^n)$ とする。
- (d) θ_k^n を次式により修正する。

$$\theta_{k+1}^n = \theta_k^n + \alpha_k \cdot s_k^n \dots \dots \dots (25)$$

ただし、上式における α_k の値は、 θ_{k+1}^n による目的関数の値が極小になるように選ぶものとする。

- (e) こう配関数 ($\partial H_{k+1}^n / \partial \theta_{k+1}^n$) を計算する。
- (f) 次式から β_k を求める。

$$\beta_k = \sum_n \left\{ \left(\frac{\partial H_{k+1}^n}{\partial \theta_{k+1}^n} \right)^T \cdot \left(\frac{\partial H_k^n}{\partial \theta_k^n} \right) \right\} / \sum_n \left\{ \left(\frac{\partial H_k^n}{\partial \theta_k^n} \right)^T \cdot \left(\frac{\partial H_k^n}{\partial \theta_k^n} \right) \right\} \dots \dots \dots (26)$$

- (g) 次式により s_k^n を修正する。
- $s_{k+1}^n = -(\partial H_{k+1}^n / \partial \theta_{k+1}^n) + \beta_k \cdot s_k^n \dots \dots \dots (27)$
- (h) 計算停止基準を満たすまで (d)~(g) を繰り返す。

(2) 共役こう配法の適用

共役こう配法を用いる場合、式 (16) に示すような終端拘束条件に対しては Kelley の方法 (等式制約条件とみてペナルティ関数法を適用する)³⁰⁾ 以外に適当な処理方法がない。ここでは終端拘束条件に対して Kelley の方法を、式 (18)~(22) の不等式、等式制約条件に対して SUMT (Sequential Unconstrained Minimization Technique)・外点法²⁵⁾ を用いて、工程計画最適化問題を制約条件のない最適化問題に変換した上で共役こう配法を適用する。

a) 適用の準備

初めに、収束効率改善のためのスケール変換として、費用の尺度を次のように変換する³⁾。

$$1 \text{ 円} \leftrightarrow 100 (\%) / \text{見積り金額} (CT) \dots (28)$$

次に、SUMT・外点法による試行途上で、資源存置数量 q_i^n が極端な負値をとり最適解から大きく外れることを防ぐために、式 (13), (24) における q_i^n を $V[q_i^n]$ で置き換える³⁾。

不等式、等式制約条件にそれぞれ対応するペナルティ項 PI^n , PE^n に関する状態方程式が次式で与えられる。

$$PI^n = PI^{n-1} + \sum_i \{W[q_i^n - QMAX_i] + W[-q_i^n] + W[\sum_j (h_{ij} \cdot v_j^n) - q_i^n]\} + \sum_j \{W[r_j^n - TC_j]\} \dots (29)$$

$$PE^n = PE^{n-1} + \sum_j \{(v_j^n)^2 \cdot \sum_{k \in P_j} (r_k^{n-1} - TC_k)^2\} \dots (30)$$

$$PI^0 = PE^0 = 0 \dots (31)$$

ここで

$$W[x] = x^2 \cdot H[x], H[x] = 1 : x > 0 \} \dots (32) \\ = 0 : x \leq 0 \}$$

以上の準備に基づき、SUMT・外点法における修正目的関数が次式で与えられる。

$$P\{\theta^n, \lambda\} = x_2^N + \sum_i \{RCEX_i \cdot V[q_i^N]\} + \lambda_1 \cdot PI^N + \lambda_2 \cdot PE^N + \lambda_3 \cdot \sum_j (r_j^N - TC_j)^2 \rightarrow \min \dots (33)$$

ここで、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ はそれぞれのペナルティ項に対応するペナルティ係数とし、これらの値を逐次的に増加させることにより、最終的に制約条件を満たす最適解を得る方法が SUMT・外点法である^{3)~13), 20)~28)}。

b) 計算式

共変変数 z^n , こう配関数 ($\partial H^n / \partial \theta^n$) がそれぞれ次のように計算される³⁾。

$$z_{q_i}^N = RCEX_i \cdot H[q_i^N], (i=1, \dots, M) \dots (34)$$

$$z_{q_i}^{n-1} = z_{q_i}^n + RCD_i \cdot \Delta T \cdot H[q_i^n] + 2 \lambda_1 \cdot \{V[q_i^n - QMAX_i] - V[-q_i^n] - V[\sum_j (h_{ij} \cdot v_j^n) - q_i^n]\}, (i=1, \dots, M) \dots (35)$$

$$z_{r_j}^N = 2 \lambda_3 \cdot (r_j^N - TC_j), (j=1, \dots, L) \dots (36)$$

$$z_{r_j}^{n-1} = z_{r_j}^n + 2 \lambda_1 \cdot V[r_j^n - TC_j] + 2 \lambda_2 \cdot (r_j^{n-1} - TC_j) \cdot \sum_{k \in S_j} (v_k^n)^2, (j=1, \dots, L) \dots (37)$$

$$\partial H^n / \partial u_i^n = z_{q_i}^n + RCD_i \cdot \Delta T \cdot H[q_i^n] + RCIM_i \cdot H[u_i^n] - RCEX_i \cdot H[-u_i^n] + 2 \lambda_1 \cdot \{V[q_i^n - QMAX_i] - V[-q_i^n] - V[\sum_j (h_{ij} \cdot v_j^n) - q_i^n]\}, (i=1, \dots, M) \dots (38)$$

$$\partial H^n / \partial v_j^n = z_{r_j}^n \cdot W_j^n + CW_j^n$$

$$+ 2 \lambda_1 \cdot \left[\sum_i \{h_{ij} \cdot V[\sum_k (h_{ik} \cdot v_k^n) - q_i^n]\} + W_j^n \cdot V[r_j^n - TC_j] \right] + 2 \lambda_2 \cdot \{v_j^n \cdot \sum_{k \in P_j} (r_k^{n-1} - TC_k)^2\}, (j=1, \dots, L) \dots (39)$$

ここで、 S_j : アクティビティ j の後続アクティビティの集合とする。

(3) 数値計算結果

表1~5 に示した数値計算モデルに対して SUMT・外点法と共役こう配法を適用した結果は以下の通りである。

a) 1 次元探索

式 (25) における α_k の決定は、目的関数が 2 次形式である場合を除いて、いわゆる 1 次元探索によらなければならない。黄金分割法による 1 次元探索^{17), 29)} と佐山らによる便宜的な方法 (α_k の値を逐次的に 2 倍または 1/2 倍して目的関数値を最小にする α_k の値をはさみ、2 次関数近似を行う^{5), 22)} とを比較したところ、各試行における α_k の値は両方法により多少の差があるにしても、収束効率、経路はほとんど同一であった。そこで以下では、前者に比べて計算量の少ない後者を採用する。

b) 操作変数制約条件の処理

初期解を $u^n = v^n = 0$ とし、ペナルティ係数 $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = 0.1$ としたときの、修正目的関数 $P\{\theta^n, \lambda\}$ の収束の様子を図-3 に示す。

図-3 における共役こう配法 A は、こう配法の適用に際して行ったのと同様に³⁾、操作変数 v_j^n が式 (20) の制約領域を越すときは単純にその境界値を与えて試行を繰り返した結果である。共役こう配法を最適制御問題に適用する場合に、操作変数だけから成る制約条件式を上述のように単純に処理すると、真の最適解とは異なる解に収束する可能性が指摘されている³⁴⁾。そこで、式 (20) についてもペナルティ関数法を適用して収束計算を行った結果が図-3 における共役こう配法 B である。この例からも明らかなように共役こう配法 A, B は同じような経路をたどり、ほとんど同一の解に収束する。したがって工程計画最適化問題では、操作変数の制約を上述のように単純に処理してさしつかえないと判断されるので以下では共役こう配法 A を採用する。

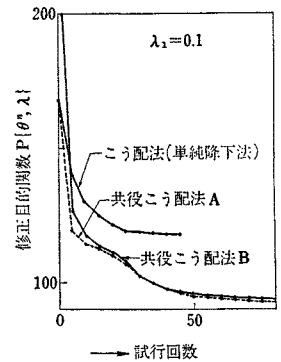


図-3

c) 修正共役こう配法

一般に m 変数の静的最適化問題に共役こう配法を適用する場合、丸めの誤差の累積を防ぐために、式 (27) の s_{m+1} として $(m+1)$ 回目の試行における こう配に (-1) を乗じた値をとるのが数値計算上有効とされている^{21), 23)}。そこで、工程計画最適化問題における各ステージの操作変数の個数 $(M+L)$ 回の試行ごとに、式 (27) における $\beta_k=0$ として試行を繰り返す方法 (仮に修正共役こう配法と称する) を適用したところ、**図-4** に示すように収束点付近の収束効率が著しく改善された。

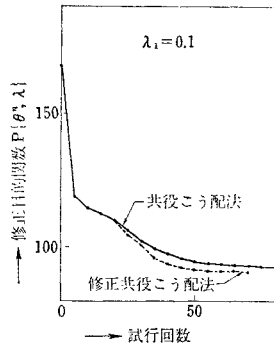


図-4

d) SUMT・外点法の適用

ペナルティ係数 $\lambda_1 \sim \lambda_3$ の値を増加させた場合、こう配法によると収束がきわめて遅くなることを指摘しておいたが²⁾、共役こう配法による場合はペナルティ係数値に関係なく常に良好な収束結果が得られた。その理由として、こう配法の収束効率、目的関数および制約条件式から定義されるヘシアン行列の特性、およびペナルティ係数値の間に支配的な関係があること、そして共役こう配法がこの影響を受けないことが明らかにされている^{23), 24)}。

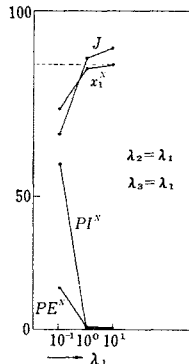


図-5

また **図-3** から明らかなように、共役こう配法により、こう配法では到達しえない解が得られることも強調されるべきであろう。

常に $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3$ として SUMT・外点法を適用した結果を **図-5** に示す。**図-6** は各ペナルティ係数値に対応する出来高曲線を示す。こう配法を用いた場合、等式、不等式制約条件違反量に対応する PE^N, PI^N を十分 0 に近づけるには、ペ

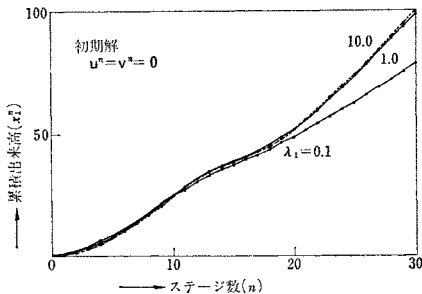


図-6

ナルティ係数値を 10^4 程度まで増加させる必要があるが²⁾、共役こう配法による場合は係数値が 10 程度で近似的に制約条件を満たす最適解が得られる。このことは計算量の減少だけでなく、SUMT・外点法においてペナルティ係数値の増大に伴って生じる、いわゆる ill-condition^{25), 26)} の影響が小さくなることも意味している。また、本報の数値計算モデルに関する限り、ペナルティ係数値の初期値や増加率を変えても顕著な効果がみられなかったことを付記しておく。

以上の結果から判断して、工程計画最適化問題に対しても、共役こう配法がこう配法に比べて格段に優れた手法であると結論できる。

4. 解空間の特性に関する検討

(1) SUMT・外点法による結果

a) こう配法による解との比較

こう配法を用いた数値解析を行った際に、終端拘束条件に対して Bryson・Denham の方法^{27)-28), 31)}、Kelly の方法をそれぞれ適用した解が、両者とも SUMT・外点法を用い、 $u^* = v^* = 0$ を初期解としたにもかかわらず **図-7** に示すように異なることを指摘しておいた²⁾。これは式 (33) の修正目的関数が狭義の凸関数 (Strictly Convex Function) ではないことに起因して、前者は上方から、後者は下方から解曲線に近づくために、それぞれ異なる解に収束したものと推定された。一方、前述のように、Kelley の方法、SUMT・外点法、共役こう配法の適用により得られた出来高曲線 (**図-6**) は **図-7** に示すように、こう配法による 2 つの結果の中間の解曲線を与える。**図-3** から明らかなように、共役こう配法によりこう配法では到達しえない解が得られると推察されるので、**図-7** においても共役こう配法による解曲線がこう配法 (Kelley の方法) による解よりは数値計算上妥当な結果である可能性が強い。しかし Bryson・Denham の方法による解との間には、まだかなりの差があり、この差が目的関数の広義の凸性に起因するものかどうかは明らかでない。以下で SUMT による解の特性に

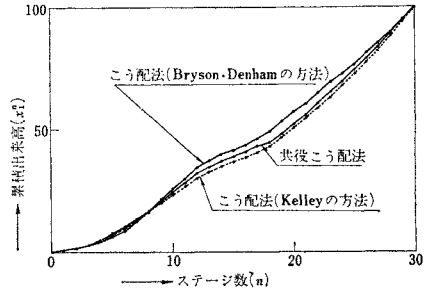


図-7

関する数値解析上の検討を行う。

b) SUMT・外点法、共役こう配法による凸性の検討
SUMT・外点法、共役こう配法を適用し、 u^n, v^n の初期解にある程度大きな値を与えて、図-6 の場合とは逆に上方から解曲線に近づくことを試みたが、 u^n の初期解がある値以上になると資源存置数量 q^n の値が過大になるなど、操作変数、状態変数について直感的に妥当な解が得られなかった。つまり工程計画最適化問題に関する限り SUMT・外点法、共役こう配法の適用が必ずしも安定な数値解をもたらさない。一方、図-6 で得られた最適解を初期解として改めて SUMT・外点法、共役こう配法を適用したところ、得られた解曲線は図-8 に示すように $u^n=v^n=0$ を初期解とした結果とは多少異なり、また得られた操作変数、状態変数の値にも多少の差がみられた。すなわち SUMT・外点法による解は、その収束経路の影響をきわめて大きく受けることが分る。さらに、上述の操作により得られた解を初期解として改めて SUMT 計算を行うという操作を繰り返してゆくと、上方に向かって徐々に少しずつ異なる解曲線が得られ、Bryson・Denham の方法による解曲線の辺りではほぼ収束する。またおのおのの解曲線に伴う操作変数、状態変数の値はいずれも直感的に妥当である。したがって Bryson・Denham の方法による解曲線（上方から収束）が数値計算上、真の最適解である可能性が強い。ただし Bryson・Denham の方法による解は、作業グループ投入数量 v^n に対しては妥当な値を与えるが、資源存置数量 q^n については、後述する理由で必ずしも妥当な数値を与えないので、応用的にみて安定的な方法ではない。また上述の繰り返し計算を行うことも膨大な計算を必要とするので現実的な方法ではない。したがって現実の工程計画最適化問題を解くためには、操作変数と状態変数が妥当な数値をもち、しかも Bryson・Denham の方法による出来高曲線を簡単に与える方法が必要になる。

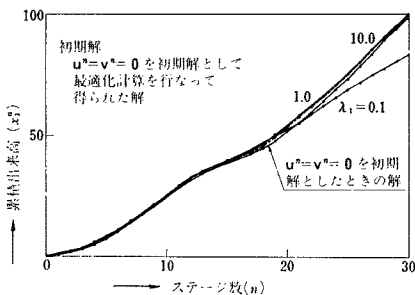


図-8

(2) 他のペナルティ関数法の適用

a) SUMT・内点法²⁵⁾

収束計算における前述の不安定性がおもに SUMT・

外点法に起因すると推察されるので、他のペナルティ関数法の適用について検討する。SUMT・内点法は制約条件式を満しながら、つまり制約領域の内側から境界に近づく特性をもち、かつ外点法より ill-condition の影響が小さいとされているので、外点法の適用における前述の問題を解決するために有効と推定されたが数値計算は不成功であった。

b) SUMUP (Sequential Unconstrained Method Using Penalty)^{5), 44), 45)}

詳細については省略するが、佐山らにより提案された SUMUP は統一的な修正目的関数を定義することにより、SUMT・外点法、内点法とそれぞれ似た特性をもたせることができる、より一般的なペナルティ関数法とされている。SUMUP の適用により、工程計画最適化問題について SUMT・内点法に近い収束計算を行うことができる。前述のように内点法の特性として制約領域の内側から境界に近づくから、式 (19) の影響により資源存置数量 q^n は比較的大きな値から漸次減少して式 (19) の境界に近づく。作業グループ投入数量 v^n は式 (19), (21) により、小さな値から漸増してその境界に近づく。以上の経過をたどって得られた解は q^n の値が式 (19) の境界に十分に近づかず（したがって不必要に過大な値であり）、出来高曲線もまた図-6 の解曲線よりさらに下側で収束する。つまり SUMUP により SUMT・内点法に近い収束計算を行った場合にはわれわれの問題に関しては直感的に妥当な解が得られない。

SUMT・外点法を用いて $u^n=v^n=0$ を初期解とした場合には、 q^n の値が 0 からしだいに増加して最終的に式 (19) を満足するので、資源存置数量をできるだけ少なくしようとする立場からの直感的に妥当な解が得られると解釈される。したがって、この観点からは SUMT・外点法が工程計画最適化問題に最も適切なペナルティ関数法と判断される。

(3) 工程計画最適化問題の特性

a) アクティビティ順序関係の制約について

SUMUP, SUMT・外点法における収束の様子について共通にみられる現象は、アクティビティ順序関係の制約を表わす式 (22) に対応するペナルティの影響がきわめて大きいことである。式 (29), (30) から明らかのように、他の制約条件に対応するペナルティ項がすべて 2 次関数であるのに、式 (22) に対応する式 (30) は 4 次関数である。したがって SUMT, SUMUP の後半段階では、式 (22) の制約によりみかけ上収束する恐れが強い。SUMT・外点法による解が前述のように収束経路に大きく影響されることは上述の理由である可能性が強い。

また式 (25) に示す 1 次元探索を行う場合には、操作変数 u^n, v^n に対する平均的意味での最良のステップ幅しか与えられないから、式 (30) に対応するペナルティの過大な影響のために SUMT, SUMUP の後半段階では v^n が十分変化できず、したがって u^n もまた最適解に十分近づけない恐れがある。SUMT・外点法の適用に際しての初期解の与え方に関する不安定性、および SUMUP の適用に際して資源存置数量 q^n が式 (19) の境界に十分近づかない現象などは、その端的な例であろう。このように工程計画最適化問題が u^n, v^n という 2 種類の性格の異なる操作変数 (決定変数) を含み、しかも v^n が式 (22) という厳しい制約条件を伴っていることが収束計算を不安定にしている原因と解釈される。

式 (22) による制約条件を図示すると、各変数が図-9 における太実線上にあることを要求する、かなり苛酷な条件である。そこで式 (22) による制約の影響を何らかの方法により弱めることを検討する必要がある。なお、明確に定義しなかったが、アクティビティ j の先行アクティビティの集合 P_j としては、アクティビティ j より先に

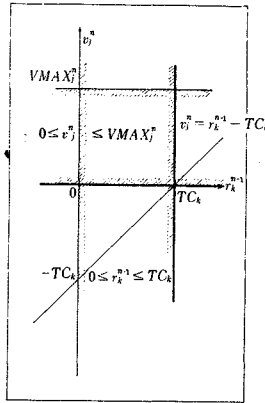


図-9

終了しなければならないすべてのアクティビティの集合をとっている。 P_j としてアクティビティ j に直接先行するアクティビティだけの集合をとることは好ましい数値計算結果をもたらさない。

b) ペナルティ係数値比率の調整

アクティビティ順序関係の制約を表わす式 (22) に関するペナルティを弱める方法として、たとえば次の 2 つの案が考えられる。

① 順序関係の制約条件式を次式のいずれかで表わす (図-9 参照)。

$$v_j^n \leq VMAX_j^n \cdot H[r_k^{n-1} - TC_k], \quad (k \in P_j) \quad \dots\dots\dots(40)$$

$$\min\{v_j^n, TC_k - r_k^{n-1}\} = 0, \quad (k \in P_j) \quad \dots\dots(41)$$

$$\sqrt{v_j^n} \cdot \sqrt{TC_k - r_k^{n-1}} = 0, \quad (k \in P_j) \quad \dots\dots(42)$$

② 式 (33) において、順序関係の制約に対応するペナルティ係数 λ_2 の値を λ_1, λ_3 の値より小さくする。

$$\lambda_2 = c \cdot \lambda_1 = c \cdot \lambda_3, \quad (0 < c < 1) \quad \dots\dots\dots(43)$$

方法 ① は数値計算がすべて不成功であった。方法 ② として式 (43) における $c=0.1$ とし、 $u^n=v^n=0$ を初

期解として SUMT・外点法、共役こう配法を適用した結果を図-10, 11 に示す。図-11 で得られた出来高曲線は明らかに上方から収束しており、しかも Bryson・Denham の方法による解曲線にほぼ一致する。また、得られた操作変数、状態変数の値はすべて直感的に妥当であった。式 (43) における $c=0.01$ として同じ操作を行った結果を図-12, 13 に示す。図-13 における出来高曲線も上方から収束しており、操作変数、状態変数の値とも妥当であった。このようにペナルティ係数値の比率を変えて SUMT・外点法、共役こう配法を適用して得られた

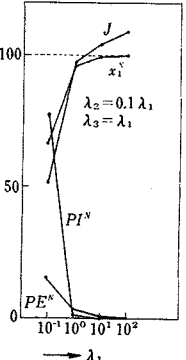


図-10

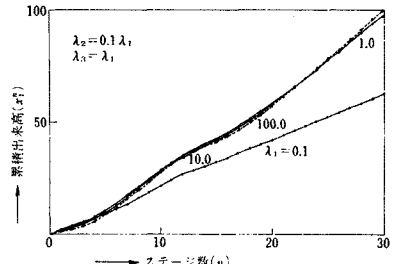


図-11

解曲線をまとめて図-14 に示す。上述のように $c=0.1$ としたときの解曲線が Bryson・Denham の方法による解曲線にほぼ一致しているから、この場合に数値計算上真の最適解が得られている可能性が強い。 $c=0.01$ とした場合には上方から、 $c=1.0$ とした場合には下方から最適解に接近し、真の最適解に到達しえず、みかけ上収束したと推定される。しかし、 $c=0.01$ または $c=1.0$ として得られた解が全く意味がないかというところではなく、得られた操作変数、状態変数の値が妥当なものであるこ

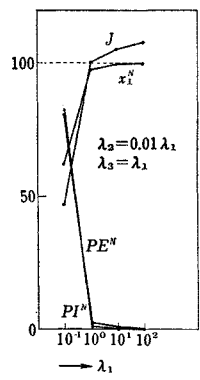


図-12

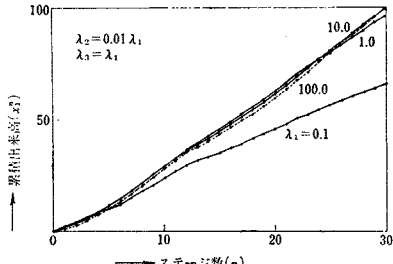


図-13

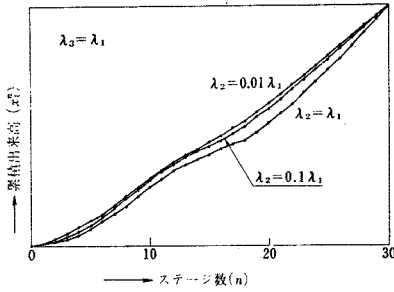


図-14

とから現実的な意味はもつわけであり、この点については5.で後述する。

なお、上方から収束する出来高曲線を得るという観点からすると、ペナルティ係数値の比率を次式のように与える方法も考えられる。

$$\lambda_3 = d \cdot \lambda_1 = d \cdot \lambda_2 \quad (d > 1) \dots\dots\dots(44)$$

上式における $d=10$ とし、 $u^n = v^n = 0$ を初期解としてSUMT・外点法、共役こう配法を適用すると、式(43)における $c=0.1$ とした場合とほぼ同じ解が得られる(図-15)。

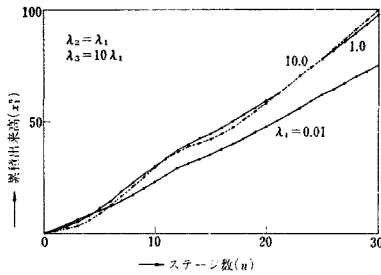


図-15

以上のことは本報で用いた数値計算モデルについて得られた推論であるが、他の数値計算モデルについても同様の結果が得られている。

(4) 静的最適化問題としての数値解析

a) 静的最適化問題への変換

工程計画最適化問題が多段決定過程(離散型最適制御問題)として定式化されたから、そのまま関数空間におけるこう配法、共役こう配法を利用して前述の数値解析を行った。しかし数値計算上は、多段決定過程を静的最適化問題とみなすことも可能である^{11), 12)}。その場合、式(11)~(13)の状態方程式で表わされる状態変数を取り去って、目的関数を操作変数のみにより表わして、変数空間での最適化手法を適用することができる。工程計画最適化問題における状態方程式が式(13)を除いてすべて線型なので、簡単に静的最適化問題に変換される。たとえば式(24)に対応する目的関数が次式で表わされ

る。

$$J = \sum_{n=1}^N \left\{ \sum_i (RCD_i \cdot \Delta T \cdot \sum_{m=1}^n u_i^m) + RCIM_i \cdot V [u_i^n] + RCEx_i \cdot [-u_i^n] + \sum_j (CW_j^n \cdot v_j^n) \right\} + \sum_i (RCEx_i \cdot \sum_{n=1}^N u_i^n) \rightarrow \min \dots\dots\dots(45)$$

式(18)~(22)の制約条件式も容易に操作変数のみにより表わされる。

b) 操作変数の変更

先に定式化された工程計画最適化問題におけるように、資源搬入出数量 u^n 、作業グループ投入数量 v^n を操作変数(決定変数)とする場合には、静的最適化問題とみても結局同じ操作を行うことになる。すなわち、式(45)に制約条件式に関するペナルティ項を加えた修正目的関数を、各決定変数について微分して得られるこう配は、式(34)~(39)において共変変数を消去したものと全く同一である。一方、静的最適化問題とみなす場合には、必ずしも u^n を決定変数とする必要はなく、資源存置数量 q^n をそのまま決定変数としてさしつかえない。

$$\theta^n = \begin{pmatrix} q^n \\ v^n \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} q^n = (q_1^n, \dots, q_M^n)^T \\ v^n = (v_1^n, \dots, v_L^n)^T \end{matrix} \dots\dots(46)$$

このように操作変数を変更した問題に対してSUMT・外点法、共役こう配法を適用した場合の出来高曲線は、図-13に示す出来高曲線よりさらに上側に収束する。上述の方法では、我々の関心の主対象である資源存置数量 q^n の直接的増分を評価することになるから、我々の直感に近い解が得られる可能性の強いことを付記しておく。

c) ペナルティ関数法以外の解法について

式(13)における u_i^n 、すなわち q_i^n に関する非線型項は、 q_i^n を図-16に示すように a_i^n 、 b_i^n の2変数に分けることにより線型関数として表わされる。

$$\theta^n = \begin{pmatrix} a^n \\ b^n \\ v^n \end{pmatrix}, \quad \begin{matrix} a^n = (a_1^n, \dots, a_M^n)^T \\ b^n = (b_1^n, \dots, b_M^n)^T \\ v^n = (v_1^n, \dots, v_L^n)^T \end{matrix} \dots\dots(47)$$

$$q^n = a^n + b^n \dots\dots\dots(48)$$

この操作は、 q_i^n に関する目的関数が図-16に示すように下に凸であり、かつ最小化問題であることを考慮すると、凸性を損うものではなく、決定変数の個数が増加することを除いて数値解析上の不利益をもたらさないことが明らかである。したがって、静的最適化問題とみなした工程計画最適化問題における制約条件式、目的関数が、式(22)に相当する制約条件式を除いてすべて線型関数により表わされた。離散型最適制御問題とみた場合の工程計画最適化問題が状態変数制約問題となることから、制約条件式の処理はペナルティ関数法以外に実際の

方法が与えられていない。しかし、ペナルティ関数法によると近似解しか与えられず、また前述のような不安定な問題も生じる。一方、静的最適化問題とみて上述の線型性に注意すると、ペナルティ関数法以外に多くの手法の適用可能性がある^{(4), (5), (20)}。ただし、ペナルティ関数法以外の非線型計画法のほとんどが多量の記憶容量を必要とし、しかも決定変数の個数の次元をもつ逆行列計算を必要とするものが大半であることから、決定変数の個数のきわめて大きい工程計画最適化問題にこれらの手法を適用することが現段階では困難であろう。今後の非線型計画法の発展に応じて、上述のような工程計画最適化問題の特性に注目した、より計算量の少ない、より安定的な手法を開発することが実際の応用のための課題の1つである^{(20), (46)}。

5. 工程計画管理業務への応用

(1) 基本的な方針

工程計画最適化問題の定式化に際して強調したように、計画管理業務の合理化における基本的目標は、業務担当者が正確な意志決定を行うための合理的な判断資料を提供することである。つまり、定量的に評価しうる要素間の関係を数式で表わして最適化計算を行い、その結果に対して、定量的に評価しにくい要素についての配慮が加えられることにより合理的な決定を行うことができると考えた。この考え方に基いて、工程計画管理において定量的に評価しうる種々の要素間の関係を制約条件式の形で表現した上で、全体費用→最小という評価基準のもとに施工段取を決定する問題として工程計画最適化問題を定式化した⁽²⁾。また、このことから工程計画最適化問題の解が、こう配法の適用に際して述べたように、施工段取すなわち、機械、労務などの資源工程計画表、および作業工程計画表の形で与えられることを強調しておく⁽³⁾。さらに、次節で述べるように最小費用の施工段

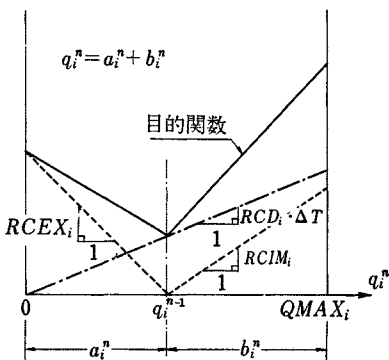


図-16

取に裏づけられた工期-費用曲線を作成することにより、より広範な施工計画管理における合理的な意志決定を行うことを提案している⁽²⁾。

(2) 工期-費用曲線

本報で用いた数値計算モデルについて工期 T すなわち全ステージ数 N を変えて最適化計算を繰り返すことにより、図-17 に示すように各工期に対応する(最小費用の施工段取に裏づけられた)工事経路が得られる。これらの工事経路の最終点を結んだものが、最小費用の施工段取に裏づけられた工期-費用曲線である⁽²⁾。ただし図-17 は資源存置数量、作業グループ投入数量などがSUMT・外点法、共役こう配法により実数解として与えられた場合の工事経路をそのまま描いたものであり、これらの変数を整数解に調整した場合には工事経路が多少変化するのであろう。また、筆者の定式化では、たとえば現場管理費用などの間接的費用を考慮していないから、本来の意味での工期-費用曲線を得るためには図-17 に示すようにこれらの費用に対する配慮を加える必要がある。

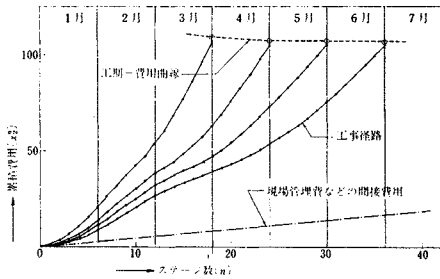


図-17

このようにして得られる工期-費用曲線を用いて、マクロなレベルで CPM (Critical Path Method) を適用しうる可能性がある。すなわち、工程上の資源操作方法に対する配慮が不必要な比較的マクロなレベルで、CPM における作業 (アクティビティ) を設定するならば、その作業 (アクティビティ) を、本報の手法における工事 (Project) とみなすことができる。そして、CPM における各々のアクティビティについての「時間-費用関係」を、上述の最小費用の施工段取に裏づけられた工期-費用曲線で与えて CPM を適用することは十分に妥当な意味をもつことである。

(3) 出来高曲線の型

前述の、工程計画管理における定量的に評価しにくい要素の例として、たとえば出来高曲線の型があげられる。図-18 に示すように、工程の前期において出来高曲線が立ち上がる場合を前半進捗型、逆の場合を後半進

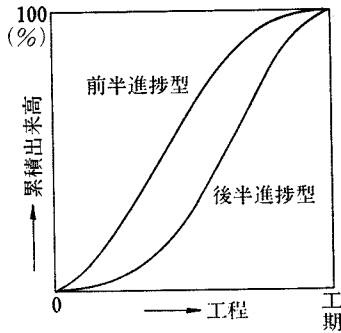


図-18

捗型と称しよう。実際の工程計画に際しては、この出来高曲線の型について業務担当者の経験的判断などに基づく選好性が存在すると想像される。つまり、出来高曲線の型の選択に際して、施工の確実性、安定性などのように量的に表わしにくい要素に対する考慮が必要になるであろう。一方、図-14 について前述したように、ペナルティ係数値の比率を調整することにより異なる出来高曲線が得られる。図-14 において $\lambda_2 = 0.1 \lambda_1$ とした場合の結果が数値計算上は最も妥当な解であると推定されたが、その他の結果が必ずしも無意味ではないことを指摘しておいた。すなわち、ペナルティ係数値の比率を調整することにより、逆に上述のような前半進捗型、後半進捗型の出来高曲線が任意に与えられる可能性がある。ただし、実際の工程計画において、一般的にペナルティ係数値にどのような比率を与えるのが妥当であるかについては今後多くの工事に適用した上で検討しなければならない。

(4) 応用上の課題

建設工事の工程計画管理がきわめて多面的な要素を含むことから、前述のように定量的に評価しうる要素だけを考慮して最適化計算を行うにしても、計画、管理を行う立場によっては、筆者の定式化において考慮した以外の要素を考慮する必要がある。したがって、式(18)~(22)の他に制約条件式を付加したり、あるいは式(13)の費用計算方法を修正するなど、実際の応用に際して検討が必要な問題も多数残されていると想像される。一連の報告における筆者の基本的意図が、施工計画、管理における種々の要素を一般的に表現する方法を与えることであったために、考慮した制約条件式などは一般的なものだけに限られている。実際の工事への応用を計るには組織的研究により、さらに具体的な検討が行われる必要がある。

6. 結 論

得られた主な結果は次のとおりである。

(1) 多段決定過程として定式化された機械化土工における工程計画最適化問題に対して、先に最適制御理論におけるこう配法を用いた数値解析を行い、現実的な数値解が得られることを示した。本報では共役こう配法を用いて、より詳細な数値解析を行った結果、実際の工事に対して費用の評価に基づく工程計画の選定(動的見積り)作業を行う準備が整えられた。

(2) SUMT・外点法により制約条件のない最適化問題に変換された工程計画最適化問題に対して、共役こう配法を用いた収束計算を行なった結果、この問題に対しても共役こう配法が計算効率の面でこう配法に比べて格段に優れていることが示された。また、共役こう配法の適用に際して、1次元探索その他に関する詳細な検討が行われた。

(3) こう配法により得られた出来高曲線と共役こう配法による結果との比較を行い、さらに SUMT・外点法、共役こう配法を適用して、解空間の特性に関する検討を行った。この結果、SUMT・外点法、共役こう配法による方法が初期解の与え方に関して必ずしも安定ではないことが示された。

(4) SUMUP, 共役こう配法による数値解析の結果、工程計画最適化問題における資源搬入出数量 u^n , 作業グループ投入数量 v^n という2種類の操作変数の存在が収束計算を不安定にしていることが明らかにされた。また、この点に関しては SUMT・外点法を適用して、初期解を $u^n = v^n = 0$ とする方法が有利であることも明らかにされた。

(5) SUMUP, SUMT・外点法による収束計算にみられる共通の現象として、アクティビティ順序関係の制約条件式に対応するペナルティ項の影響が過大であることから、真の解に到達する以前にみかけ上収束する可能性が指摘された。この現象を防ぐために、それぞれの制約条件式に対応するペナルティ係数値の比率を調整することが有効であることが明らかにされた。また、このペナルティ係数値比率の調整により、出来高曲線の型を操作しうる可能性が示された。

(6) 多段決定過程として定式化された工程計画最適化問題に対して、静的最適化問題としての数値解析を行う可能性が示された。

(7) 以上の結果として、SUMT・外点法、共役こう配法を利用することにより、現実の工事に対して動的見積り作業を行う数値計算上の基礎が与えられた。すなわち、在庫管理、スケジューリング問題などを含む複雑な意志決定を業務担当者自身が行わなくても、基本的なデータを与えるだけで、その条件のもとでの最小費用の施工段取に裏づけられた工程計画案が自動的に得られるこ

とになり、施工計画・管理業務の合理化に寄与すると推察される。

本報で述べた方法は機械化土工だけでなく、工程上の資源操作が施工計画・管理における支配的な要素となる一般的な建設工事に対して利用できることが明らかである。本報で得られた結果に基づいて、実際の施工計画・管理業務のシステム化を検討することが今後に残された課題である。

7. あとがき

従来、施工計画・管理業務の合理化が要請されながらも目立った進展がみられていない。その原因の1つとして、施工における多面性、不確実性などに起因する複雑な要素を客観的、合理的に表現しえていないことがあげられる。すなわち、経験的にしても実際に施工現象を把握している業務担当者として、施工計画・管理業務の合理化を担当するシステム開発者の間には、互いに情報を交換し合うための有効な表現手段が現時点では確立されていない。たとえばネットワーク手法だけでは、施工における多面的な要素を正確に表現することが困難である。筆者の一連の報告は上述の意味で、施工計画・管理に対する1つの基礎的な表現手段を与えることを目標としたものである。前述のように、定量的に評価しにくい要素については、業務担当者の最終的決定に委ねることにし、定量的に評価しうる要素間の関係を多段決定過程として制約条件式と目的関数の形で表わした。すなわち、工程計画最適化問題を“与えられた工法、工期のもとでの最小費用の施工段取案の選定”として定式化し、最終的には、この最小費用の施工段取に裏づけられた工法—工期—費用の関係を求めることにより合理的な意志決定を行うことを提案した。本報で得られた結果により、現実の大型建設工事に対して上述の動的見積り作業を行うための数値計算上の基礎が与えられた。筆者は本報で述べた手法をいくつかの実際の建設工事に適用して満足すべき結果を得ている。ただし、施工計画・管理業務に対する筆者の経験不足のために、考慮した要素や定式化の方法などに関して多くの問題が残されていると想像される。これらの問題については、実際の工事に対して上述の手法の適用実績を積み重ねた上で、種々の面から検討が加えられなければならない。今後このような観点からの批判や指摘を期待する。

最後に、この研究の遂行に際してご指導とご助力をいただいた京都大学工学部土木工学教室 嶋昭治郎教授、同太田秀樹助教授、および鹿島建設(株) 多田義雄常務取締役をはじめとする同土木見積部、同電子計算センター 同技術研究所 有泉 昌室長をはじめとする同企画調

査室の諸氏に感謝の意を表します。

参考文献

- 1) 嶋・荒井：土工機械の待合せに関する基礎的考察，土木学会論文報告集，No. 194，pp. 127-140 (1971)。
- 2) 庄子・荒井：機械化土工における工程計画管理最適化問題の定式化，土木学会論文報告集，No. 214，pp. 57-70 (1973)。
- 3) 庄子・荒井：こう配法による機械化土工・工程計画管理の最適化，土木学会論文報告集，No. 215，pp. 61-74 (1973)。
- 4) 志水：システム制御と数理計画法，コロナ社 (1970)
- 5) 高松編：プロセスシステム工学，日刊工業新聞社 (1972)
- 5) A.P. Sage : Optimum Systems Control, Prentice Hall (1968)。
- 7) A.E. Bryson, and Y.C. Ho : Applied Optimal Control, Ginn (1969)。
- 8) M.M. Denn : Optimization by Variational Methods, McGraw-Hill (1969)。
- 9) E. Polak : Computational Methods in Optimization; A Unified Approach, Academic Press (1971)。
- 10) P. Dyer, and S.R. Mcreynold : The Computation and Theory of Optimal Control, Academic Press (1970)。
- 11) M.D. Canon, D. Cullum and E. Polak : Theory of Optimal Control and Mathematical Programming, McGraw Hill (1970)。
- 12) D. Tabak and B.C. Kuo : Optimal Control by Mathematical Programming, Prentice-Hall (1971)。
- 13) J. Kowalik and M.R. Osborne (山本他訳)：非線形最適化問題，培風館 (1970)。
- 14) 片岡：数理計画法，東洋経済 (1971)
- 15) O.L. Mangasarian (関根訳)：非線形計画法，培風館 (1972)。
- 16) C. McMillan (前田他訳)：数理計画入門(上・下)，東京図書 (1972)。
- 17) D.J. Wieldle : Optimum Seeking Methods, Prentice-Hall (1964)。
- 18) G. Hadley : Nonlinear and Dynamic Programming, Addison-Wesley (1964)。
- 19) G.S.G. Beveridge and R.S. Schechter : Optimization; Theory and Practice, McGraw-Hill (1970)。
- 20) D.M. Himmelblau : Applied Nonlinear Programming, McGraw-Hill (1972)。
- 21) 佐山・大井：非線形計画法とその応用例，制御工学，Vol. 11, No. 11, pp. 565-573 (1967)。
- 22) 佐山：グラジエント法によるプロセスの最適化，化学機械技術，第 21 集，pp. 133-157, 丸善 (1969)。
- 23) D.E. Johansen : Convergence Properties of the Method of Gradients, Advance in Control Systems, Vol. 3, pp. 279-316 (1966)。
- 24) D.G. Luenberger : Convergence Rate of A Penalty, Function Scheme, J. of Optimization Theory and Applications, Vol. 7, No. 1, pp. 39-51 (1971)。
- 25) A.V. Fiacco and G.P. McCormick : Nonlinear Programming; Sequential Unconstrained Minimization Techniques, John Wiley (1968)。
- 26) 佐山・大井：こう配法のプロセス最適化への応用，計測と制御，Vol. 9, No. 10, pp. 725-739 (1970)。
- 27) 市川：最適制御の計算アルゴリズム，日本機械学会誌，Vol. 74, No. 631, pp. 1026-1035 (1971)。
- 28) 市川・田村：最短時間制御問題の解法 [I]，計測と制御，Vol. 12, No. 5, pp. 409-422 (1973)。
- 29) 高松・佐山・大井：グラジエント法における 1 次元探索に関する一考察，制御工学，Vol. 13, No. 9, pp. 596-

- 604 (1969).
- 30) H.J. Kelley : Gradient Theory of Optimal Flight Paths, ARS J., Vol. 30, pp. 947-954 (1960).
- 31) A.E. Bryson and W.F. Denham : A Steepest-Ascent Method for Solving Optimum Programming Problems, J. Applied Mechanics, Vol. 29, pp. 247-257 (1962).
- 32) R. Fletcher and C.M. Reeves : Function Minimization by Conjugate Gradient, Computer J., Vol. 7, pp. 149-154 (1964).
- 33) L.S. Lasdon, S.K. Mitter and A.D. Waren : The Conjugate Gradient Method for Optimal Control Problems, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-12, No. 2, pp. 132-138 (1967).
- 34) B. Pagurek and C.M. Woodside : The Conjugate Gradient Method for Optimal Control Problems with Bounded Control Variables, Automatica, Vol. 4, pp. 337-349 (1968).
- 35) J.K. Willoughby and B.L. Pierson : A Constraint-Space Conjugate Gradient Method for Function Minimization and Optimal Control Problems, Int. J. Control Vol. 14, No. 6, pp. 1121-1135 (1971).
- 36) T.S. Fong and C.T. Leondes : Method of Conjugate Gradients for Optimal Control Problems with State Variable Constraint, Advance in Control Systems, Vol. 7, pp. 1-22 (1972).
- 37) R. Fletcher, and M.J.D. Powell : A Rapidly Convergent Decent Method for Minimization, Computer J., Vol. 6, pp. 163-168 (1963).
- 38) L.B. Horwitz and P.E. Sarachik : Davidon's Method in Hilbert Space, SIAM J. Math., Vol. 16, No. 4, pp. 676-695 (1968).
- 39) 市川 : 機械技術者のための最適制御入門, 日本機械学会 (1972).
- 40) 黒田 : 状態に制限のある制御系の最適制御, システムと制御, Vol. 15, No. 3, pp. 73-79 (1971).
- 41) J. McIntyre and B. Paiewonsky : On Optimal Control with Bounded State Variables, Advance in Control Systems, Vol. 5, pp. 389-419 (1967).
- 42) M.M. Lele and D.H. Jacobson : A Proof of the Convergence of the Kelley-Bryson Penalty Function Technique for State-Constrained Control Problems, J. Mathematical Analysis and Applications, Vol. 26, pp. 163-169 (1969).
- 43) L.S. Lasdon and A.D. Waren, R.K. Rice : An Interior Penalty Method for Inequality Constrained Optimal Control Problems, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-12, No. 4, pp. 388-395 (1967).
- 44) 佐山・島山 : 状態制約をうける最適制御問題に対するペナルティ法, 第11回計測自動制御学会学術講演会予稿集, pp. 305-312 (1972).
- 45) 佐山・尾添・亀山 : 非線形計画問題に対するペナルティ法, 計測自動制御学会論文集, Vol. 9, No. 1, pp. 100-107 (1973).
- 46) R.K. Mehra and R.E. Davis : A Generalized Gradient Method for Optimal Control Problems with Inequality Constraints and Singular Arcs, IEEE Trans. on Automatic Control, Vol. AC-17, No. 1, pp. 69-79 (1972).

(1974.4.18・受付)