

フロックの破壊機構と強度に関する研究

BREAKUP AND STRENGTH OF FLOC

松 尾 友 矩*

By Tomonori Matsuo

1. はじめに

浄水にしろ、下水処理にしろ、いわゆる水処理のプロセスにおいてはフロックとよばれる汚泥状の凝集性粒子が必ずなんらかの段階において重要な働きを持って関与している。そして、このフロックは、それを含む流体の運動の条件（主にかくはん、混合の強度といったもの）によって集塊が促進され大型化したり、逆に破壊され、微細なものにされてしまったりする。

フロックの集塊破壊の機構については、従来より、多くの研究者^{1)~6)}によって、検討が進められてきてはいるが、フロックに働く力がどのようにしてもたらされるのかといった点からの整理はなお不十分なままに残されていたといえる。

今回の報告においては、流体中に浮遊する粒子（フロックなどの）が周辺の流体運動から受ける力の発生機構についての考察を進めながら、フロックの持つ強度についての検討を行ってみる。

2. フロックが流体運動から受ける“力”についての検討

フロックが流体運動から受ける“力”は、そのフロックを流体自体に置き換えたとして考えられる流体粒子が受ける表面力、慣性力にほぼ等しいと考えられる。

その粒子に働く力の関係は、粒子の大きさが流体運動のマクロスケールより小さいものとし、周辺の流体を非圧縮性の粘性流体とすれば、Navier-Stokes の運動方程式によって示されることになる。

いま、 x 軸方向に限ってその力のバランスをとれば、式 (1) のように示される。

$$\begin{aligned} \rho \cdot \frac{DU}{Dt} \cdot \delta_x \delta_y \delta_z &= \left(\rho X - \frac{\partial p}{\partial x} \right) \delta_x \delta_y \delta_z & \text{(I)} & \quad \text{(II)} \\ &+ \mu \left[2 \cdot \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right) \right. & \text{(III)} & \\ &\left. + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial x} \right) \right] \delta_x \delta_y \delta_z \dots \dots \dots (1) \end{aligned}$$

ただし、 U, V, W : x, y, z 軸方向の流速、 ρ : 流体の密度、 μ : 流体の粘性係数、 X : 質量力の x 軸方向の成分、 p : 流体圧、 $\delta_x, \delta_y, \delta_z$: 粒子の各軸方向の大きさ（流体運動のマクロスケールよりは十分小さい）、

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} + V \frac{\partial}{\partial y} + W \frac{\partial}{\partial z}。$$

フロックのような物質はまさに瞬間的な流体運動の作用によって破壊されていくと考えられるので、式 (1) に示された力の関係についても各項が最も大きくなるような瞬間の大きさ（楠田⁹⁾によれば応力の大きさとその作用時間が問題であるとされているが、一般にこの時間は流速変化の時間スケールに比べれば十分小さいと考えられる）を評価し、その支配的な力の関係を求めていくことが必要になる。

以下、代表的な流体運動の特性に従い、その中で支配的な力の関係を調べてみる。

(1) 一様等方性乱流

流速を平均流と変動流の成分に分け、次のように示す。

$$U = \bar{U} + u, \quad V = \bar{V} + v, \quad W = \bar{W} + w$$

一方、一様等方的な乱流においては、平均流には勾配は存在しないし、平均流に乗って移動する座標軸を考えても粒子の受ける瞬間的な力の支配的な関係は変わらないと考えられる。

とすれば、式 (1) の (I) 項、(III) 項は次のように整理される。

* 正会員 工修 東京大学助教授 工学部都市工学科

$$DU/Dt \Rightarrow \partial u/\partial t + u \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \dots\dots\dots (2)$$

$$\left. \begin{aligned} \partial U/\partial x &\Rightarrow \partial u/\partial x \\ \partial U/\partial y + \partial V/\partial x &\Rightarrow \partial u/\partial y + \partial v/\partial x \\ \partial U/\partial z + \partial W/\partial x &\Rightarrow \partial u/\partial z + \partial w/\partial x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y + \partial w/\partial z = 0$ (非圧縮性流体の連続条件より)

このとき、粒子に作用する力の関係は式(4)のように書き直すことができる。

$$\begin{aligned} \rho \cdot \frac{\partial u}{\partial t} \cdot \delta_x \delta_y \delta_z &= \left(\rho X - \frac{\partial p}{\partial x} \right) \delta_x \delta_y \delta_z && \text{(I)} \\ -\rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) \delta_x \delta_y \delta_z &&& \text{(II)} \\ +\mu \left[2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \delta_x \delta_y \delta_z &&& \text{(III)} \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、式(4)の(III)項と(IV)項の大きさの比較を行ってみる。

u, v, w は同じオーダーの大きさと考えられその速度の大きさを a とする。

$\delta_x, \delta_y, \delta_z$ および考えている距離のオーダーはほぼ等しく δ の大きさの長さとする。

そのとき、式(4)の(III)項、(IV)項は次のような大きさの力として評価されることになる。

$$\begin{aligned} \rho u (\partial u/\partial x) \delta_x \delta_y \delta_z &\approx \rho a (a/\delta) \delta^3 = \rho a^2 \delta^2 \dots (5) \\ \mu \frac{\partial}{\partial x} (\partial u/\partial x) \delta_x \delta_y \delta_z &\approx \mu (1/\delta) (a/\delta) \delta^3 = \mu a \delta \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

したがって、上記各項のおよぼす影響の程度は $R_e = (\rho a^2 \delta^2 / \mu a \delta) = \rho a \delta / \mu$ として定義されるレイノルズ数によって変わってくることになる。

ここで、フロックなどの粒径を d (上記 δ と同じオーダーの大きさ) とし、その距離に対応する速度を $\bar{v}(d)$ (上記 a と同じオーダーの大きさ)注) と示すならば、一種の粒子レイノルズ数 ($R_{ep} = \rho \bar{v}(d) \cdot d / \mu$) が、 $R_{ep} \leq (R_{ep})_{crit.}$ にしたがって、フロック粒子の受ける力の支配的な関係も変わっていくことを推定させる。

このとき、上述した粒子レイノルズ数 (R_{ep}) の変化に対応して粒子が受ける支配的な力の関係は次のように整理される。

a) $R_{ep} = \rho \bar{v}(d) \cdot d / \mu < (R_{ep})_{crit.}$ の場合

この場合、粒子は式(4)(VI)項で示される粘性表面力、(II)項で示される質量力と圧力差による力を受けて(I)項で示される加速度運動をしていくことになる。

b) $R_{ep} = \rho \bar{v}(d) \cdot d / \mu > (R_{ep})_{crit.}$ の場合

この場合は、粒子は(III)項で示されるレイノルズ力、前述した質量力、流体圧を受けて加速度運動をしていくことになる。

ここで粒子に働く力を整理すれば、① 質量に作用するような力、② 粒子表面に垂直に等方的に働く軸力、③ 粒子に働くせん断力の3種類に大別されることがわかる。

このときフロックなどに働く力は、①の要因に対しては流体とフロックの“密度差”があってはじめて実体化され、②の要因に対しては流体とフロックの“圧縮性の差異”があるときに実体化され、③の要因は流体とフロックの“変形の仕方の差”によって実体化されるといった関係になっているといえよう。

とすれば、フロックのようにその構成体の大部分が流体である水によって占められている粒子を破壊に到らしめる支配的な力は粒子に働く最大のせん断力によって考えられる。

この最大のせん断力は、軸力の非等方的な成分に由来するせん断力 ($\tau_n = \frac{1}{2}(\sigma_{max} - \sigma_{min})$) と式(4)中に示される面に平行に作用しているせん断力とのいずれか大きいほうに相当している。

ここでは、第一歩のアプローチとして後者の力を評価することから始めていく。しかし求めるべき最大のせん断力はこのようにして考えた力の定数倍として表わされるものであることは明らかであろう。

一様等方性乱流条件下にあっては、前述した式(4)の(III)項、(IV)項は平均的な量としてはせん断力成分は0となり零せん断領域としてあつかわれることになるが、瞬間的にはかなり大きな力として作用してくるようになっていく。

ここでこのような瞬間的な力の最大値といったものがどの程度に評価されるのかを考えてみたい。

この瞬間的な力の最大値を正しく求めることはできないが、そのオーダー程度の目安を与えてくれるものとしては局所的な距離 (r) と平均的な速度差 ($\bar{v}(r)$) との関係からのアプローチが考えられる。

r と $\bar{v}(r)$ の関係については、Kolmogorov⁷⁾ によって r が乱れのマイクロスケール ($\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$) より小さいとき $\bar{v}(r) \propto r$ 、大きいとき $\bar{v}(r) \propto r^{1/3}$ といった関係が成立することが示されている。

そして、それらの正しい関数形はいわゆる構造関数から次のように求められる。

$$\overline{\bar{v}^2(r)} = [\bar{v}(r) - \bar{v}(0)]^2 = 2 u'^2 (1 - g(r)) \dots (7)$$

注) このことは、粒径が d であるようなフロックに最も支配的な影響を与える変動流の渦のスケールは d と等しい大きさのものであることを想定している。

ただし、 $g(r)$ は横方向速度相関関数（横方向の速度差のほうが大きな $\bar{v}(r)$ の数値を与える）

i) $0 \leq r \leq \eta$

この場合は、 $r=0$ の近傍で考え、 $g(r)$ を次のように近似する。

$$g(r) = 1 - r^2/\lambda_g^2$$

ここで、

$$1/\lambda_g^2 = -\frac{1}{2} [\partial^2 g(r)/\partial r^2]_{r=0}, \quad \epsilon = 15 \nu \cdot u'^2/\lambda_g^2,$$

$$\lambda_g/\eta = \sqrt[4]{15} \left(\frac{u' \lambda_g}{\nu} \right)^{1/2}$$

よって、

$$\bar{v}_1^2(r) = 2/15 \cdot (\epsilon/\nu) \cdot r^2$$

さらに、

$$\bar{v}_1(r) = \sqrt{\bar{v}_1^2(r)} = \sqrt{2/15} \cdot (\epsilon/\nu)^{1/2} \cdot r \dots \dots \dots (8)$$

ii) $\eta \ll r \ll l$

この場合は、 $g(r)$ の関数形は、Lumley & Panofsky⁸⁾ によって示されている構造関数により次のように求められる。

$$g(r) = (1/2 r) (\partial/\partial r (r^2 f(r))) \\ = 1 - 0.873 \alpha (\epsilon^{2/3}/u'^2) r^{2/3}$$

ここで、

$$f(r) = 1 - 0.655 \alpha (\epsilon^{2/3}/u'^2) r^{2/3}, \quad (\alpha = 1.4)$$

よって、

$$\bar{v}_2^2(r) = 2.45 (\epsilon \cdot r)^{2/3}$$

さらに、

$$\bar{v}_2(r) = \sqrt{\bar{v}_2^2(r)} = 1.57 \epsilon^{1/3} r^{1/3} \dots \dots \dots (8)'$$

ただし、

- ϵ : 単位時間、単位質量当りのエネルギー消費量
- η : 乱れのマイクロスケール ($\eta = (\nu^3/\epsilon)^{1/4}$)
- l : 乱れのエネルギー含有渦のマクロスケール
- ν : 流体の動粘性係数
- u' : 乱流強度 ($u'^2 = \bar{u}^2 = \bar{v}^2 = \bar{w}^2$)

$g(r)$: 乱れの横方向速度相関関数

$f(r)$: 乱れの軸方向速度相関関数

α : エネルギースペクトル関数に係る普偏定数

$$E(k) = \alpha \epsilon^{2/3} k^{-5/3}, \quad \text{ただし、} \eta \ll 1/k \ll l$$

$\bar{v}(r)$: r だけ離れた地点間の横方向の平均的な速度差。

r と $\bar{v}(r)$ の関係は r の変化につれて式(8)から式(8)'へ接続していくことになるが、その過程については不明な部分が多い。しかし次章で行う数値計算に際しては、 $\bar{v}_1(r_0) = \bar{v}_2(r_0)$ となる $r=r_0$ を境界として使い分けていくことにする。各 G 値 ($G = (\epsilon/\nu)^{1/2}$, $\nu = 1/100$ cm/sec として) に対する r_0 の値は表-1 のように計算される。また、参考値として乱れのマイクロスケール η の値を計算し表-1 に併記する。

一方、 r と $\bar{v}(r)$ の関係が以上のように示されるとす

表-1 G 値と r_0, η の関係

G 値	r_0 値 (cm)	η 値 (cm)
20	0.199	0.022
30	0.162	0.018
40	0.141	0.016
50	0.126	0.014
60	0.115	0.013
75	0.103	0.012
80	0.099	0.0112
85	0.096	0.0109
90	0.094	0.0105
100	0.089	0.0100
110	0.085	0.0095
120	0.081	0.0091
140	0.075	0.0085
180	0.066	0.0075

ただし、 $r_0 = 8.88 \times (\nu/G)^{1/2}$
 $\eta = (\nu/G)^{1/2}$
 $\nu = 1/100$ (cm²/sec)

れば、フロックなどの固形粒子の表面に作用するせん断力のオーダーは次のように評価されることになる。

i) $R_{ep} < (R_{ep})_{crit.}$ の場合

この場合、粒子に作用するせん断力は式(4) (IV) 項の中でも第2項または第3項のいずれか大きいほうによってもたらされることになる。このせん断力を F_1 とするとき、 F_1 は式(9) さらには式(9)' でその大きさが評価される。

$$F_1 = \mu \frac{\partial}{\partial y} (\partial u/\partial y + \partial v/\partial x) \delta_x \delta_y \delta_z \approx 2 \mu a \delta \\ \approx 2 \mu \frac{\partial \bar{v}(r)}{\partial r} \cdot d^2 \dots \dots \dots (9)$$

このとき、粒子の表面付近に働く最大のせん断力を考えれば式(8)' の関係より、 F_1 は式(9)' としてその大きさが評価されることになる。

$$F_1 = 2 \mu \left(\frac{\partial \bar{v}(r)}{\partial r} \right)_{r=r_0} \cdot d^2 = 2 \mu \cdot \sqrt{2/15} \cdot (\epsilon/\nu)^{1/2} \cdot d^2 \\ \dots \dots \dots (9)'$$

フロックなど粒子側の物性値としての単位当りのせん断強度を τ とすれば、 $T = \tau \delta_x \delta_y \delta_z \approx \tau \cdot d^2$ がフロックの抵抗力となり、 $N_B = F/T$ がフロックの破壊条件を示すと考えられる。この破壊条件数 N_B は $R_{ep} < (R_{ep})_{crit.}$ の場合式(10) のように示される。

$$N_{B1} = F_1/T \approx \frac{2 \mu \sqrt{2/15} \cdot (\epsilon/\nu)^{1/2}}{\tau d^2} \\ = \frac{2 \mu \sqrt{2/15} \cdot (\epsilon/\nu)^{1/2}}{\tau} \dots \dots \dots (10)$$

そして、 $N_{B1} \geq (N_B)_{crit.}$ のときフロックは破壊されていく。

ii) $R_{ep} > (R_{ep})_{crit.}$ の場合

この場合は、式(4) (III) 項の中でも第2項または第3項のいずれか大きなほうがせん断力の最大値を与えることになる。このとき、せん断力 F_2 は式(11) のようにその大きさが評価される。

$$F_2 = \rho v \cdot \frac{\partial u}{\partial y} \cdot \delta_x \delta_y \delta_z \approx \rho a^2 \delta^2 \approx \rho \bar{v}^2(d) \cdot d^2 \quad \dots\dots\dots(11)$$

式 (10) と同様にして破壊条件数 N_{B_2} は式 (12) のように示すことができる。

$$N_{B_2} = F_2/T \approx \frac{\rho \bar{v}^2(d) \cdot d^2}{\tau \cdot d^2} = \rho \bar{v}^2(d)/\tau \quad \dots\dots\dots(12)$$

(2) 非等方性乱流

非等方性の乱流においては、平均流からの影響を一樣等方性の場合のようには簡単に無視するわけにはいかない。ここでは力の関係を整理することを第一の目的としており、 $U = \bar{U} + u$, $\bar{V} = \bar{W} = 0$, $V = v$, $W = w$, $\partial \bar{U}/\partial x = 0$ といった流れの条件を考え検討していく。

式 (1) の (I) 項, (III) 項はそれぞれ式 (13), (14) として示される。

$$DU/Dt = \partial u/\partial t + (v\partial \bar{U}/\partial y + w\partial \bar{U}/\partial z) + ((\bar{U} + u)\partial u/\partial x + v\partial u/\partial y + w\partial u/\partial z) \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\left. \begin{aligned} \partial U/\partial x &= \partial u/\partial x \\ \partial U/\partial y + \partial V/\partial x &= \partial \bar{U}/\partial y + \partial u/\partial y + \partial v/\partial x \\ \partial U/\partial z + \partial W/\partial x &= \partial \bar{U}/\partial z + \partial u/\partial z + \partial w/\partial x \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

(14), (13) 両式における表面せん断力 F_3 , F_4 は、式 (15), (16) のように求められる。

$$F_3 = \mu \frac{\partial}{\partial y} (\partial \bar{U}/\partial y + \partial u/\partial y + \partial v/\partial x) \delta_x \delta_y \delta_z \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$F_4 = \rho v (\partial \bar{U}/\partial y + \partial u/\partial y) \delta_x \delta_y \delta_z \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここで、混合距離理論に従うとすれば、 $u = \partial \bar{U}/\partial y \cdot \delta y$ と示される。さらに $\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \bar{U}}{\partial y} \cdot \delta y \right) \approx \partial u/\partial y$ といった操作を考えると、式 (15), (16) は式 (15)', (16)' としてその大きさが評価される。

$$F_3 \approx 3 \mu a \delta \approx 3 \mu \left(\frac{\partial \bar{v}(r)}{\partial r} \right) d^2 \quad \dots\dots\dots(15)'$$

$$F_4 \approx 2 \rho a^2 \delta^2 \approx 2 \rho \bar{v}^2(d) d^2 \quad \dots\dots\dots(16)'$$

このとき F_3 と F_4 の影響の仕方は、一樣等方性の場合と同様なプロセスで評価され、 $Re_p = \rho \bar{v}(d) \cdot d/\mu \leq (Re_p)_{crit.}$ の判定に従いその卓越する力が決定される。

非等方性領域における r と $\bar{v}(r)$ の関係については正確な知識は得られていないが、 r が大きくない範囲では一樣等方性領域において得られている関係を使うことは第一近似としては十分有効であると考えられる。

このとき粒子 (フロック) の破壊条件は次のように整理される。

i) $Re_p < (Re_p)_{crit.}$ の場合

このときは、式 (15)' で示される F_3 が最も大きなせん断力を与えることになり、破壊条件数 N_{B_3} は式 (17)

のように示される。

$$N_{B_3} = F_3/T \approx \frac{3 \mu \left(\frac{\partial \bar{v}(r)}{\partial r} \right)_{r=0} d^2}{\tau \cdot d^2} = \frac{3 \mu \sqrt{2/15} \cdot (\epsilon/\nu)^{1/2}}{\tau} \quad \dots\dots\dots(17)$$

一樣等方性領域に比べて 1.5 倍程度大きな力を受ける可能性があることがわかる。

ii) $Re_p > (Re_p)_{crit.}$ の場合

このときは式 (16)' で示されるせん断力が最も大きな力として作用することになり、 N_{B_4} は式 (18) のように示される。

$$N_{B_4} = F_4/T \approx \frac{2 \rho \cdot \bar{v}^2(d) \cdot d^2}{\tau \cdot d^2} = 2 \rho \cdot \bar{v}^2(d)/\tau \quad \dots\dots\dots(18)$$

この場合は、一樣等方性領域に比べてほぼ 2 倍の大きさの力を作用させることになっている。

いずれにしても、非等方性領域においてはフロックなどはより小さく破壊されていくであろうことが推定される。

(3) 層流

流体運動が層流状態にある場合は、 $u = v = w = 0$ であり、また当然粘性力が卓越した関係にある。この場合の破壊条件数 N_{B_5} は、式 (19) のように示される。

$$N_{B_5} = F_5/T = \mu \frac{\partial}{\partial y} (\partial U/\partial y + \partial V/\partial x) \delta_x \delta_y \delta_z / \tau \delta_x \delta_z = \mu (\partial U/\partial y + \partial V/\partial x) / \tau \quad \dots\dots\dots(19)$$

ただし、 $(\partial U/\partial y + \partial V/\partial x)$ を最大成分と考える。

4. フロック強度についての検討

本章においては、従来から凝集フロック、活性汚泥フロックなどのかくはん強度と粒径に関して報告されている実験データを整理する中でフロックの強度についての検討を進めてみる。解析の対象とする主たる実験データは、Argaman³⁾, 丹保²⁾, Parker⁴⁾ らが発表しているデータとする。

流体運動の条件としては第一近似的な扱いとして一樣等方性乱流と考えていく。 r と $\bar{v}(r)$ の関係は、2. 章で述べたような考え方に従い、表-1 に示された r_0 を基準として $d \leq r_0$ の場合は式 (8) で $d > r_0$ の場合は式 (8)' によって求めていくことにする。

フロックの破壊を判定していく基準としては破壊条件数として定義した N_B に対して $N_B \geq 1$ をあてはめることにする。このときフロックの破壊強度 τ_y は粒子レイノルズ数の条件に従いそれぞれ式 (20), (21) として示される。

$$R_{ep} < (R_{ep})_{crit.}, \tau_{y1} = 2\mu\sqrt{2/15} \cdot (\epsilon/\nu)^{1/2} \dots\dots\dots(20)$$

$$R_{ep} > (R_{ep})_{crit.}, \tau_{y2} = \rho\bar{v}^2(d) \dots\dots\dots(21)$$

現在までのところ、 $(R_{ep})_{crit.}$ についての情報は全く得られていないのですべてのデータに対して τ_{y1}, τ_{y2} を求め並列させながら合せて $(R_{ep})_{crit.}$ のオーダーについても検討の機会を持ちたい。

数値計算に当っては、 $\mu=0.01$ dyne·sec/cm², $\rho=1$ gr/cm³ を使う。G 値としては $G=(\epsilon/\nu)^{1/2}$ の関係で考える。丹保の実験においてはかくはん槽の総エネルギー消費率として求めている $\epsilon_*(\text{erg/cm}^3\cdot\text{sec})$ を使い $G=(\epsilon_*/\mu)^{1/2}$ として計算する。

今回の解析に使う諸数値は各実験報告においてグラフ上にプロットされた点から読みとったものである。Parker のデータにおいては、最も代表的な関係を示すとしあてはめられた直線に最も近い点を選んである。

それらの数値は G 値、粒径 (d) として表—2~8 の第 1, 第 2 列にそれぞれ示してある。

ここで粒径 d と表—1 の r_0 を比較してみると Parker の A・I, C・III 以外はすべて $d < r_0$ の関係になっていることがわかる。粒子レイノルズ数は $R_{ep}=\rho\bar{v}(d)\cdot d/\mu$ として求める。 τ_{y1}, τ_{y2} は式 (20), (21) から求める。

求められた $\bar{v}(d), R_{ep}, \tau_{y1}, \tau_{y2}$ を表—2~8 の第 3, 4, 5, 6 列にそれぞれ示す。

ここに得られている τ_{y1}, τ_{y2} の絶対値についての検討はできないが、その相対的な関係においては、粒子レイノルズ数が 1 に近い値あるいは 1 より小さい値を取るようなバンドフロックにあっては τ_{y1} が、反対に大きい場合には τ_{y2} がより正しい値を示しているといった関係は推定される。

τ_{y1} と τ_{y2} の検討は $(R_{ep})_{crit.}$ のオーダーの評価を意味しているが、この問題は次章における別の角度から

表—2 Argaman のデータ [$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3$ を主体とした凝集フロック] (バンドフロック)

G 値 (1/sec)	代表粒径 d (cm)	速度差の平均値 $\bar{v}(d)$ (cm/sec)	粒子レイノルズ数 R_{ep}	応力としての評価		面力としての評価	
				τ_{y1} (dyne/cm ²)	τ_{y2} (dyne/cm ²)	S_1 (dyne/cm)	S_2 (dyne/cm)
30	0.0333	0.365	1.21	0.2191	0.1332	0.0073	0.0044
60	0.0204	0.447	0.91	0.4382	0.1998	0.0089	0.0041
90	0.0149	0.490	0.73	0.6573	0.2401	0.0098	0.0036
120	0.0115	0.504	0.58	0.8764	0.2540	0.0101	0.0029
180	0.0075	0.493	0.37	1.3145	0.2430	0.0099	0.0018

表—3 丹保のデータ (I) [$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ 40 ppm, pH 8.7) の凝集フロック] (バンドフロック)

G 値 (1/sec)	代表粒径 d (cm)	速度差の平均値 $\bar{v}(d)$ (cm/sec)	粒子レイノルズ数 R_{ep}	応力としての評価		面力としての評価	
				τ_{y1} (dyne/cm ²)	τ_{y2} (dyne/cm ²)	S_1 (dyne/cm)	S_2 (dyne/cm)
20	0.052	0.380	1.97	0.1461	0.1444	0.0076	0.0075
36	0.040	0.526	2.10	0.2629	0.2767	0.0105	0.0111
51	0.030	0.559	1.68	0.3725	0.3125	0.0112	0.0094
63	0.023	0.529	1.22	0.4601	0.2798	0.0105	0.0064

表—4 丹保のデータ (II) [$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ 40 ppm, pH 9.1~9.3) の凝集フロック] (バンドフロック)

G 値 (1/sec)	代表粒径 d (cm)	速度差の平均値 $\bar{v}(d)$ (cm/sec)	粒子レイノルズ数 R_{ep}	応力としての評価		面力としての評価	
				τ_{y1} (dyne/cm ²)	τ_{y2} (dyne/cm ²)	S_1 (dyne/cm)	S_2 (dyne/cm)
20	0.050	0.365	1.82	0.1461	0.1332	0.0073	0.0067
36	0.036	0.473	1.70	0.2629	0.2237	0.0095	0.0081
51	0.027	0.503	1.36	0.3725	0.2530	0.0101	0.0073
63	0.024	0.552	1.32	0.4601	0.3047	0.0110	0.0073

表—5 丹保のデータ (III) [$\text{Al}_2(\text{SO}_4)_3 \cdot 18\text{H}_2\text{O}$ 40 ppm, pH 9.3, アコフロック 30, 0.20 ppm) の凝集フロック] (高分子フロック)

G 値 (1/sec)	代表粒径 d (cm)	速度差の平均値 $\bar{v}(d)$ (cm/sec)	粒子レイノルズ数 R_{ep}	応力としての評価		面力としての評価	
				τ_{y1} (dyne/cm ²)	τ_{y2} (dyne/cm ²)	S_1 (dyne/cm)	S_2 (dyne/cm)
28	0.150	1.534	23	0.2045	2.341	0.0307	0.3510
60	0.100	2.19	22	0.4382	4.796	0.0438	0.4796
90	0.076	2.50	19	0.6573	6.250	0.0500	0.4750
140	0.064	3.27	21	1.0224	10.693	0.0654	0.6843

表-6 Parker のデータ (I) [活性汚泥フロック A・I]

撹拌強度 G 値 (1/sec)	代表粒径 d (cm)	速度差の平均値 $\bar{v}(d)$ (cm/sec)	粒子レイ ノルズ数 Re_p	応力としての評価		面力としての評価	
				τ_{y1} (dyne/cm ²)	τ_{y2} (dyne/cm ²)	S_1 (dyne/cm)	S_2 (dyne/cm)
20	0.212	1.48	31	0.1460	2.201	0.0310	0.4666
30	0.175	1.83	32	0.2190	3.336	0.0383	0.5838
50	0.143	2.40	34	0.3650	5.760	0.0520	0.8237
80	0.135	3.22	43	0.5840	10.379	0.0788	1.4011
110	0.108	3.70	40	0.8030	13.674	0.0867	1.4768

表-7 Parker のデータ (II) [活性汚泥フロック B・II]

撹拌強度 G 値 (1/sec)	代表粒径 d (cm)	速度差の平均値 $\bar{v}(d)$ (cm/sec)	粒子レイ ノルズ数 Re_p	応力としての評価		面力としての評価	
				τ_{y1} (dyne/cm ²)	τ_{y2} (dyne/cm ²)	S_1 (dyne/cm)	S_2 (dyne/cm)
20	0.155	1.13	18	0.1460	1.277	0.0226	0.1979
30	0.135	1.48	20	0.2190	2.190	0.0296	0.2957
50	0.112	2.05	23	0.3650	4.203	0.0409	0.4707
85	0.096	2.98	29	0.6205	8.880	0.0596	0.8525
100	0.086	3.14	27	0.7300	9.860	0.0628	0.8480

表-8 Parker のデータ (III) [活性汚泥フロック C・III]

撹拌強度 G 値 (1/sec)	代表粒径 d (cm)	速度差の平均値 $\bar{v}(d)$ (cm/sec)	粒子レイ ノルズ数 Re_p	応力としての評価		面力としての評価	
				τ_{y1} (dyne/cm ²)	τ_{y2} (dyne/cm ²)	S_1 (dyne/cm)	S_2 (dyne/cm)
20	0.350	1.76	61	0.1460	3.085	0.0511	1.0796
30	0.305	2.20	67	0.2190	4.832	0.0668	1.4737
50	0.310	3.11	96	0.3650	9.653	0.1132	2.9924
75	0.288	3.97	114	0.5475	15.782	0.1577	4.5451
100	0.250	4.59	115	0.7300	21.075	0.1825	5.2687

の検討を待つことにする。

このとき、計算されている τ_{y1} , τ_{y2} (粒子レイノルズ数が小さいバンドフロックを除いて) について注目されることは、フロックの凝集条件、履歴 (特に過去に受けた最大のかくはん強度など) といったフロック形成条件^{5), 6)} によって変化する以外は、固有の物性値 (フロック固有の内部構造によって規定される) として、一定の値と考えなければならないはずの破壊強度 (τ_p) が粒径とともに変化していくという傾向が確認されることである。

このようにフロックの破壊強度が粒径によって変化していく傾向については丹保ら²⁾ が示した粒径と空げき率の関係に注目した取扱いが知られている。それによれば、空げき率は粒径が大きくなるにつれて大きくなり (フロックの内部構造が変化し)、密度も小さくなり、結果として単位体積当りの基本粒子 (フロックを構成する) 同志の結合数も少なくなり強度も弱くなっていくと説明することになる。

しかし、大きなフロックが破壊されて小さいフロックが形成され、小フロックのランダムな結合から大フロックが形成されると考えるならば、粒径によってフロックの内部構造が一義的に規定されてしまうと考えるにくい。これらの事実を考え合せるとき、フロックの構造と

強度、および強度の発生機構として考えられてきた内容について再整理が必要になってきていることは明らかである。

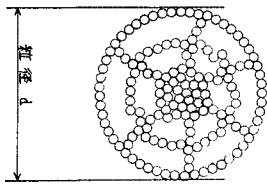
5. モデルフロックについての検討

本章においては、フロックがどのような構造のモデルとして考えられれば、“内部構造は粒径にはよらないが、破壊に対する抵抗力は粒径によって変化する” といった関係が説明し得るかについて検討してみる。

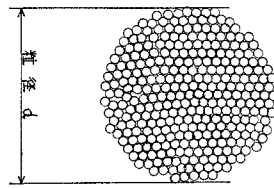
(1) 丹保が考えたようなモデルについての検討

このモデルを模式化した形で示せば図-1のように示されよう。このモデルによればたしかに粒径が大きくなるにつれて基本粒子同志の結合数は減少していき、結果として単位当りの強度が小さくなっていく事情は巧みに説明される。

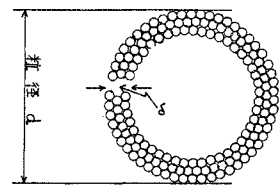
しかし、このモデルにおいては最初のフロックが破壊された次の状態を考えてみれば、そこに残されている小さなフロックは以前のフロックとは全く異なった構造のものになってしまうことは明らかであり、“内部構造は粒径によらない” という条件を満足させることはできない。



図一1 モデルフロク (I) の模式図



図一2 モデルフロク (II) の模式図



図一3 シェル構造の模式図

したがって、このモデルは一般的な意味においてフロク
クの特徴を備えているとはいえないことがわかる。

(2) 新しいモデルについての検討

新しいモデルとしては図一2 に示されるような形とし
てフロクを考える。このモデルに従えば、明らかに何
回破壊されても同じ内部構造を保持し得ることはわか
る。しかし、フロク強度を基本粒子同志の結合数とい
った観点から考えるとすれば、単位当りの破壊強度が粒
径によって変わってくるという特性は説明し得ない。

そこで、“フロクは粒径によらず同じ内部構造を保持
している”、“フロクの強度は基本粒子同志の基本的な
結合力による”という条件（これはフロクの備えて
いる条件としてはより基本的である）を優先させて考
えるならば、図一2 に示したモデルフロクが外力に対
して示す抵抗力の発生してくる構造について考えてみる
ことが必要となる。

その抵抗力の発生機構に対する一つのアプローチは次
のように提示される。

それは次のような仮定から出発する。

i) 外力を受けたとき、フロクはその周辺のごく
薄い層が一種のシェル構造を形成し、そのシェル構造の
耐力が外力に抵抗する。

ii) シェル構造を支える単位の強度は、薄層内の厚
さ当りの基本粒子の結合数によってきまる。

iii) 単位結合当りの結合力はフロク形成条件によ
って規定される個々の物性値である。

iv) シェル構造を構成する薄層の有効厚さは粒径が
大きくなるにつれて薄くなっていく。しかし、ある一定
値以上には厚くならない。この基本的な厚さも物性値的
な量として定められる。

以上のような仮定のもとにフロク強度を考えること
は、図一3 に示されるような周辺部のごく薄いリングの
持つ強度を考えることになり、それよりも内部の強度は
全く関与してこないことを想定していることになる。

ここで、このモデルに関係してくる諸量を次のように
導入しそれらの関係を調べてみる。

σ_0 : 基本粒子同志の単位結合当りの結合力
(dyne/cm²)

- δ_0 : シェル構造を構成する基本的厚さ (cm)
- δ : 粒径 d の粒子のシェル構造の有効厚さ (cm)
- d_0 : $\delta = \delta_0$ になる最小の粒径 (cm)
- d : フロク粒子の粒径 (cm)

iv) の仮定は d と d_0 の関係として式 (22), (23) の
ように定式化される。

$$d \leq d_0 \text{ のとき } \delta = \delta_0 \dots\dots\dots(22)$$

$$d > d_0 \text{ のとき } \delta = \delta_0 (d_0/d)^n \dots\dots\dots(23)$$

ただし、 n は無次元定数で一種の物性値と考えられる。

このとき表面積当りの外力 F' (dyne/cm²) に抵抗す
るフロク強度 T' (dyne/cm²) は式 (24) のように求
められる。

$$T' = \sigma_0 \delta / d \dots\dots\dots(24)$$

このとき、 F' として式 (20), (21) で求められる流体
運動からの外力をとれば、破壊条件数 N_B' は式 (25),
(26) として示される。

$$R_{ep} < (R_{ep})_{crit}.$$

$$N_{B1}' = F_1' / T' = \frac{\tau_{y1} d}{\sigma_0 \delta} = 2 \mu \sqrt{2/15} \cdot (\epsilon/\nu)^{1/2} \cdot d / S_1 \dots\dots\dots(25)$$

$$R_{ep} > (R_{ep})_{crit}.$$

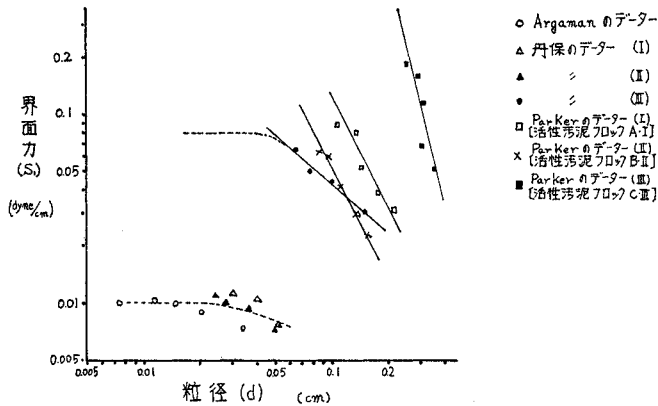
$$N_{B2}' = F_2' / T' = \tau_{y2} d / \sigma_0 \delta = \rho \bar{v}^2 (d) \cdot d / S_2 \dots\dots(26)$$

ただし、 $S = \sigma_0 \cdot \delta$ (dyne/cm), この S 値は一種の界面
力と考えられる。また式 (25), (26) で求められる N_B'
は一種のウェバー数の表現にもなっている。

ここで、 $N_B' = 1$ として先に求めてある τ_{y1} , τ_{y2} の値
を用いて S_1 , S_2 を計算すれば結果は表一2~8 の第 7,
8 列に示されている数値として求められる。

さらに、参考として楠田⁹⁾の報告している実験デー
タから S_1 , S_2 を推定してみる。凝集条件は硫酸バンド、
高分子凝集補助剤を使用しており、得られている結果は
 G 値 100 (1/sec) のとき代表的な粒径 d は $d = 0.0215$
cm を与えている。これらの数値を式 (25), (26) に代
入し S_1 , S_2 を求めれば $S_1 = 0.0157$ dyne/cm, $S_2 =$
 0.0133 dyne/cm, $R_{ep} = 1.70$ となっている。

以上のように求めてきた結果を ① 硫酸バンドを主体
とした Argaman, 丹保, 楠田の凝集フロク (バンド
フロク), ② 高分子凝集補助剤を使った丹保の凝集フ
ロク (高分子フロク), ③ Parker の活性汚泥フロ



図—4 粒径と界面力の関係

ック、の3つのグループに分け、それぞれのグループ内での数値のばらつき程度、グループ相互間の相対的な関係、粒径と S 値との関係、といった点からの検討を通して、 S_1 と S_2 の持つ特性、限界について考えてみたい。

バンドフロックの内部で考えてみれば、粒子レイノルズ数も小さい範囲であり、当然 S_1 が代表的な数値を与える範囲と考えられる。結果も予想どおりで S_2 のばらつきの大きさに比べて、 S_1 は研究者、実験場所、実験条件・装置方法など全く異なっているにもかかわらず不思議なほどにより一致が得られている。数値的には高分子助剤を使っている楠田のデータがいくらか大きめになっているが、 S_1 は 0.007 dyne/cm から 0.016 dyne/cm の範囲として求められる。

高分子フロックの場合は粒子レイノルズ数はかなり大きくなってきており、 S_2 でも評価可能な領域とも思われる。しかし、バンドフロックとの相対的な関係を調べてみれば、粒径が5倍程度の変化なのに S_2 は約40~60倍の大きな変化を示している。一方、 S_1 は4~6倍程度の変化になっており S_1 のほうが定性的にいって妥当な範囲にあることがわかる。数値的には 0.03 dyne/cm から 0.065 dyne/cm の範囲となろう。粒径がもう少し小さくなると S_1 値はもう少し大きくなることが考えられるが、この高分子フロックはバンドフロックより8倍程度強い単位結合力 (σ_0) を持っていることが推定される(ただし、 δ_0 は一定としている)。図—4 参照。

活性汚泥フロックの場合も粒子レイノルズ数は非常に大きな範囲にまでなっている。もちろん S_1 と S_2 の間を粒子レイノルズ数の関数として補完するといったことも考えられるが、 S_2 の中には極端に大きな値をとるものなどばらつきも大きいものに対して S_1 のほうはバンドフロック、高分子フロックとの相対的な関係からしてもまず妥当な範囲に入っているといえる。

このようにみえてくるとき、ここに提示してきた新しいモデルにおいては粒径によらない物性値としての特性を期待されていた S 値としては、 S_1 として求めてきた諸数値が相当することになり、結果としては特にバンドフロックにあってはほぼ満足すべき特性を示していると考えられる。

高分子フロック、活性汚泥フロックにおいては若干粒径の影響が残されているが、これは式 (23) として考えた構造が介入してきているためとも考えられる。

d と S_1 を両対数軸上にプロットしその勾配から n 値を求めれば(図—4 参照)次のように求められる。

高分子フロックに対して

$$n=0.86$$

活性汚泥フロック

$$A \cdot I : n=1.9, B \cdot II : n=1.5$$

$$C \cdot III : n=4.1$$

以上検討を加えてきたモデルフロックの正当性を積極的に証明する根拠は一種の界面力に示されている奇妙な整合性以上には得られていないが、本章の最初に述べたようなモデルフロックに対して期待される条件に対する一つの有力な解決を備えたモデルであり構造であることは確実である。

またさらに式 (5), (6) の比較において定義された $(R_{ep})_{crit}$ に対する一定程度の情報を与えており少なくとも $R_{ep}=110$ 付近までならほぼ粘性が支配的な領域の現象として考えていってもよいことを推定させる。

しかし、実際のフロックにおいては形状もいたって不定なものであり粒径に伴う密度の変化、構造の変化は当然起こっている訳であるから、図—1 に示したようなモデルの持つ特性も無視し得ないことも確かであろう。その意味では図—3 として考えたモデルフロックの構造は外力に耐える支配的な構造を考えているものでしかないことは、注意しておかなければならないであろう。

5. ま と め

本論文においては流体運動がフロックに与える影響を主に密度差に対して現われる作用と変形の仕方の差に対して現われる作用とに分けながら、その支配的な力の関係を考察し、合せてフロックの示す強度、あるいはフロックの構造についての考え方を検討してきた。

それらの要旨は次のようにまとめられよう。

(1) 流体との密度差の小さいフロックのような物質においては、主にその表面に働くせん断力によって破壊

されていく。

(2) 乱流域にあっては、 $R_{ep} = \rho \bar{v}(d) \cdot d / \mu$ で示される粒子レイノルズ数によって支配的な力の関係は異なり、 $R_{ep} < (R_{ep})_{crit.}$ のとき粘性的な力が、 $R_{ep} > (R_{ep})_{crit.}$ のとき慣性的な力が破壊を支配する。

(3) 各流体運動の特性に従い粒子に作用するせん断力は一様等方性乱流に対して式(9)、(11)、非等方性乱流に対して式(15)′、(16)′、層流に対して式(19)の F_s として評価される。

(4) 物性値として求められるべきフロクのせん断強度は粒径の関数として現われてきている。

(5) フロクが破壊に対して示す抵抗力はフロクの周辺部に形成される一種のシェル構造によって支えられているというモデルは現象を説明していく上で一定程度有効なモデルである。

(6) $(R_{ep})_{crit.}$ は数値的には110よりもかなり大きいことが推定される。しかし、その場合は、式(9)と式(11)で示されている力の関係を粒子レイノルズ数の指数関数として結びつけて中間部を評価するといったことも必要になってくると考えられる。

(7) このように、 $(R_{ep})_{crit.}$ の値が100のオーダーであるということは、式(8)と式(8)′を分ける目安として考えられていたマイクロスケール η と対象としているフロク径 d の大きさの関係についての検討が必要とされていることを意味する。この問題についての最終的な結論は今後の研究課題と思われるが現在の時点においては次のような推論もあり得ると考えている。

一般に、 $\eta = (\nu^3/\varepsilon)^{1/4}$ として求められているマイクロスケール η は、乱れの代表的な速度を $v_0 = (\nu\varepsilon)^{1/4}$ とするとき、 $(R_e)_\eta = \eta \cdot v_0 / \nu = 1$ に対応する代表的な長さを示しているものである。しかし、このことは $(R_{ep})_{crit.} = 1$ に対応する大きさを示していることにはなるが、現象を支配する力の関係が粘性的であるのか、慣性的であるのかを評価する大きさとは直接関係を持っていないとも考えられる。それはちょうど管路などにおける層流から乱流への遷移は $(R_e)_D = V \cdot D / \nu = 1$ ではなくて、2000付近で起きていることとのアナロジーで考えることに対応させられる。

このように考えるとき、 $(R_{ep})_{crit.} \approx 100$ であるとい

うことは、 $(R_e)_\eta \approx 100$ の付近まではまだ粘性的な力の関係が支配的な範囲であることを意味し、表-1に求めている η の100倍位までもが粘性的な力によって規定されてくるということもあり得ると推論される。とすれば、前述した η と粒径 d の関係も一応説明し得ると考えられる。

6. おわりに

本論文をまとめるきっかけとなるコメントを下された九州大学粟谷陽一教授、中央大学首藤伸夫教授、東京大学堀川清司教授、また、乱れの構造関数をはじめ理論的な取扱いについてご教示下さった東京工業大学日野幹雄教授、さらには、最新のデータを提供して下さい、個人的な討議に応じて下さった九州大学楠田哲也助教授の諸先生には心よりの感謝の気持を表わしたい。

データ整理や計算を助けてくれた東大 都市工学科 野間一夫技官、終始変わらぬはげましを頂いた前記東京大学堀川清司教授ならびに松本順一郎教授に対してもここに記して感謝の気持を表わしたい。

参考文献

- 1) Camp, T.R. : Flocculation and Flocculation Basins, Proc. A.S.C.E. Vol. 79, p. 283, 1953.
- 2) 丹保憲仁・山田浩一・穂積 準 : フロク強度に関する研究, 水道協会雑誌, 第 247 号, p. 4, 1970.
- 3) Argaman, Y. and W.J. Kaufman : Turbulence and Flocculation, Proc. A.S.C.E. Vol. 96, SA 2, p. 223, 1970.
- 4) Parker, D.S., W.J. Kaufman and D. Jenkins : Flocc Breakup in Turbulent Flocculation Process, Proc. A.S.C.E. Vol. 98, SA 1, p. 79, 1972.
- 5) 楠田哲也 : フロクの形成条件がその性質におよぼす影響, 土木学会論文報告集, 第 217 号, p. 33, 1973.
- 6) 楠田哲也 : 高分子凝集補助剤を用いたフロキュレーションに関する基礎的研究, 土木学会 第 9 回 衛生工学研究討論会論文集, p. 82, 1973.
- 7) Kolmogorov, A.N. : O Droblienii Kapeli vu Turbulentnom Poteke, Dokladi Akademii Nauk C.C.C.P., Vol. 66, No. 5, p. 825, 1949.
- 8) Lumley, J.L. and Panofsky, H.A. : The Structure of Atmospheric Turbulence, John Wiley & Sons Inc., p. 84, 1964.

(1974. 2. 25・受付)