【討 議】

渡辺 昇
稼農知徳 共著
藤井裕司

“曲げねじれ剛性をもった曲線桁橋の剛性マトリックス法による解析”への討議

(土木学会論文報告集 第218号，1973年10月号掲載)

討議者：西野文雄（東京大学総合試験所）
倉方慶夫（ 同 ）

著者は高次不静定構造物の解析に有力な方法である変形法を，曲線桁橋の解析に適用するべく剛性マトリックスを求め，応用例として3径間連続，3主桁構造の円弧曲線の解析を行っている。このような解析例の報告は少なく興味深く読ませて頂いた。

曲線材の基本式は小西・小松[5]，倉西[6]，島田[7]，深沢[8]らによって導かれており，著者はこのうち深沢が求めた変位表示のつり合い式を基本式として採用している。しかしながら著者はこの基本式の適用範囲を論文のなかで明確にされていないように思われるのでここに指摘したい。

式（1）に対して「x軸対称断面を有する曲線材において，厳密には曲率の影響によりせん断中心軸と重心軸は，水平曲率面内方向に一致したものではないが，実用的な精度ではずれが微少であるためにその影響は無視される。そこでせん断中心軸の変形で弾性方程式を求めると式（1）となる」と説明されている。この説明からは式（1）の適用範囲はせん断中心と重心軸のずれが微少なものに限定されると考えておられるような印象を受けるが，式（1）にはそのような制限はない。一方式（1）の適用範囲には，軸方向力 N と x 軸まわりの曲げモーメント M_x とが共に零となる特別の場合に限られるという制限がある。曲率面に垂直な荷重のみが作用する場合であっても，この条件がなりたつのは単径間の曲線橋で，曲率面内のモーメント，軸方向力に対して単純支持のものに限られる。したがって式（1）を用いて本論文で取り扱われているような3径間連続の曲線橋の解析を行うことは，理論的には厳密さを欠くといえる。実際問題としては，式（1）を用いて連続曲線橋を解析しても実用上十分な精度を有する解が得られるのではないかと想像されるが，これは厳密解が得られて始めてわかることであり，この意味で式（1）を適用範囲外の構造物の解析に用いる前にその精度を確かめておくことが好ましい。

Fig. 1 の座標のもとで曲りはりのつり合い式は，合応力を用いて次のように書かれる[22]。

$$N'-\frac{M_x'}{R_c}-R_cq_z+m_x=0 \quad \cdots\cdots (19\,a)$$

$$-\frac{x_s}{R_c}M_x''+M_y''-\frac{M_\omega''}{R_s}+T_{sv}'+R_s^2q_x+x_sm_x'-R_cm_y'+\frac{R_c}{R_s}m_\omega'=0 \quad \cdots (19\,b)$$

$$-N-\frac{M_x''}{R_c}-R_sq_y+m_x'=0 \quad \cdots\cdots (19\,c)$$

$$x_2N-M_y-\frac{M_\omega''}{R_s}+T_{sv}'+\frac{R_c}{R_s}m_\omega'-R_sm_z=0 \quad \cdots\cdots (19\,d)$$

ここに，R_c, R_s はそれぞれ曲りはりに対して定義された断面中心，せん断中心の曲率半径，T_{sv} は St. Venant のねじれモーメント，q_x, q_y, q_z, m_x, m_y, m_z, m_ω は荷重項であり，プライムは φ に関する微分を表わす。せん断中心の x, y 方向の変位 u_x, v_y，断面中心の φ 方向への変位 w_z および ϑ_z を用いると，断面力と変位の関係は

$$N=-EA\left[\frac{1}{R_c}(w_z'+v_y-x_s\vartheta_z)\right] \quad \cdots\cdots (20\,a)$$

$$M_x=-E\left[\frac{1}{R_c^2}\left(-\frac{x_s}{R_s}u_x''+v_y-w_z\right)J_x+\frac{1}{R_c}\left(\frac{u_x''}{R_s}+\vartheta_z\right)J_{xy}\right] \quad \cdots\cdots (20\,b)$$

$$M_z=-E\left[\frac{1}{R_c^2}\left(-\frac{x_s}{R_s}u_x''+v_y''-w_z'\right)J_{xy}+\frac{1}{R_c}\left(\frac{u_x''}{R_s}+\vartheta_z\right)J_y\right] \quad \cdots\cdots (20\,c)$$

$$M_\omega=-EJ_\omega\left[\frac{1}{R_c}\left(-\frac{u_x''}{R_s^2}+\frac{\vartheta_z''}{R_s}\right)\right] \quad \cdots\cdots (20\,d)$$

$$T_{sv}=GJ_T\left[\frac{1}{R_c}\left(\frac{u_x'}{R_s}-\vartheta_z'\right)\right] \quad \cdots\cdots (20\,e)$$

ここに，(x_s, y_s) はせん断中心の座標である。

曲率面内に荷重の作用していない ($q_y=q_z=m_x=0$) 両端単純支持の曲線橋（曲率面内の力に対しても単純支

持）では，

$$N=0,\ M_x=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (21\,\mathrm{a, b})$$

に式 (19 a, c) および支持点での応力境界条件の両者を満足するゆえ，解となっている。式 (20) を式 (19 b, d) に代入し，式 (20 a, b), (21) を用いて w_z, v_y を消去すると式（1）が得られる。したがって，ここでは $y_s=0$ の条件を用いていないので，せん断中心と重心軸がずれている場合にも式（1）が適用できることがわかる。

式（1）を両端単純支持の曲線橋について解くと u_x, ϑ_z が求まる。この結果と式 (20 a, b), (21) を用いると v_y, w_z が求まり，一般には零とならない。v_y, w_z が零になるのは，

$$x_s=0,\ J_{xy}=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \quad (22)$$

の条件が成り立つ特別の場合のみである。すなわち，曲率面内荷重を受けない両端単純支持橋でも一般的に橋軸方向，曲率面内方向への変位が生じる。連続曲線橋を中間支点で分割し，不静定力として支点上のモーメントを採用すると，一般的にはこの点の両側で v_y' が異なるため，不静定力として M_y も考えねばならなくなる。すなわち，連続橋では $M_y=0$ の条件がなりたたなくなり，厳密な意味では式（1）が適用できなくなると考えられる。

備考：著者は式（1）で x 方向の分布外力を q_z と表わしているが，この討議では q_x と表わした。

参 考 文 献

22) Nishino, F., K.M.A. Alam and S.L. Lee : On elementary theaory of thin-walled curved girders, In Preparation, 一部土木学会年次学術講演会にて発表，西野文雄・S. L. Lee：薄肉断面曲線ばりの基礎方程式，土木学会第28回年次学術講演会講演概要集 第1部，pp. 369～372, 1972.10.

【回　答】

回答者：渡 辺　昇（北海道大学工学部）
稼 農 知 徳（秋田大学工学部）
藤 井 裕 司（本州四国連絡橋公団）

私どもの論文に対し，西野・倉方両氏よりご討議をいただき，われわれの研究に深い関心を寄せていただいたことを感謝します。さて討議の要点は曲線材の基本式（式(1)）の適用範囲を論文のなかで明確にされていないというご指摘であると思います。まず順を追って説明いたします。式（1）の前文に対して，討議者が指摘されているとおり，読者に誤解を招く，まぎらわしい文章になっていたことをお詫びします。「2軸対称断面を有する曲線材において厳密には…………無視される」という文章では曲率半径に比べて曲率半径方向の寸法が小さい断面（I形断面など）の場合には，曲線桁の断面の代りに同一断面の直線桁の断面を用いても大差はないという意味である。そして軸方向力 N_z および x 軸に関する曲げモーメント M_x が零の場合という条件に対しては文献8）にも示されているように，式（1）にはもちろん必要な条件である。この点に関しては文献8）を引用して，割愛したわけで討議者の指摘のとおりである。次に3径間連続曲線格子桁橋に関する適用例であるが，討議者の指摘する精度の厳密性については従来実用上無視しているが，確かにその精度を確認しておくことが好ましいでしょう。

本数値計算例に用いた曲線桁の断面は2軸対称断面であり，橋軸方向に対して上下フランジのみの変断面である。中間支点上の1-断面を示すと，**Fig. 13** のとおりである。したがって $x_s=0$, $J_{xy}=0$ の条件が成立っている。ただし，応力法による解析[21]では橋軸方向等断面の換算断面を用いており，変形法による特徴を生かせないが，応力法と比較するために Table 1 に示す換算断面を用いている。

なお式（1）で x 方向の分布外力 q_x とすべきところ，誤植により q_z となっていますので，本欄をかりて訂正します。

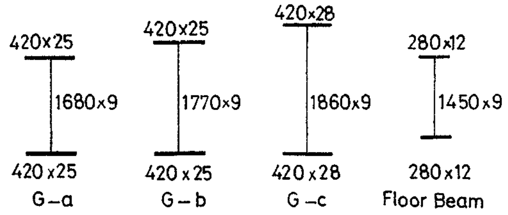

Fig. 13 Cross Section of Curved Bridge