

# 補剛トラスの部材長誤差による吊橋の変位・応力について

## ON THE RESPONSE OF SUSPENSION BRIDGES TO LENGTH ERRORS OF STIFFENING TRUSS MEMBERS

長谷川 鎰一\*・原田 康夫\*\*

By Shuichi Hasegawa and Yasuo Harada

### 1. ま え が き

吊橋では、他の形式の橋梁に比べて架設中の形状の管理がむずかしく、各種の施工誤差が入り込みやすい。これは吊橋がきわめて剛性の異なった数多くの構成要素から成る高次の不静定構造物であり、しかも他形式の橋梁と比べると非常に可撓性に富んだ構造物であるというところに起因する。具体的には架設途中の補剛トラスは、ある架設段階にいたるまで吊橋完成状態から大きく変位しており、理想の形状と現実にてでき上りつつある架設中の形状との差を把握することが困難であり、また一般には補剛トラス部材は他の構造要素から拘束を受けた状態で添接される。したがって、補剛トラスの現場組立てには誤差が入りやすい。

吊橋の補剛トラスに導入される誤差には上述のような現場施工時に導入される誤差のほか、補剛トラスの構成要素自身が持つ誤差をも考えなければならない。たとえば、製作時に付加される部材長の誤差がそれである。このように部材の製作と現場での施工を通じて、吊橋に導入されると考えられる誤差のうち、補剛トラスに影響を与えるものを選んで、その発生要素別に分類すれば次のようになる。

#### I. ケーブルの長さに関する誤差

- 1) ケーブルの伸び剛性の推定誤差
- 2) ケーブルの製作誤差
- 3) ケーブルの張渡し誤差
- 4) ケーブルアンカーの製作・据付誤差
- 5) 塔の製作・建方誤差

#### II. 吊材の長さに関する誤差

- 1) 吊材の伸び剛性の推定誤差
- 2) 吊材の製作誤差

#### 3) ケーブルバンドの取付誤差

#### III. 補剛桁に関する誤差

##### 1) 補剛桁の製作誤差

##### 2) 補剛桁の架設誤差

#### IV. その他の要素に関する誤差

##### 1) 死荷重の算定誤差

##### 2) 理論式に含まれる誤差

筆者らは、先にこれらの誤差要因のいくつかについておおざっぱではあるが定量的な取扱いを行い、それらが吊橋の完成状態に与える影響に関して若干の考察を試みたり。本研究は補剛桁に関する誤差を取扱い、補剛桁の形式をもっともよく用いられる垂直材付ワレントラスを例にとり、また、製作および現場添接の際に発生する部材長の誤差が正規分布に従うものと仮定して、

#### (1) 吊橋としての応力・形状誤差を推定する推定方法

(2) 二、三の具体例についての数値計算結果を示している。本研究でとりあげられていない各種の誤差要因のおのおのについても同様な研究が必要であり、それらの結果を総合的に評価することによって、吊橋の品質に関する管理限界設定の可能性についても論及している。

### 2. 部材長の誤差と補剛トラスの形状

従来の吊橋の補剛構造は、セバーン橋やボスポラス橋など二、三の例を除いてトラス構造で、なかでも垂直材付ワレントラス形式が最も多い<sup>1)</sup>。そして補剛トラスの上下弦材は工場あるいは架設現場での取扱いの便を考慮して2格間を単一部材の長さとするように製作される場合が多い。したがって、1つの製作単位としてできあがる補剛トラス・ユニットの形状は、上下弦材の継手位置によって図-1のように2つの典型的なタイプに分けられる。関門橋では矩形タイプ(図-1(a))に、またフォー

\* 正会員 (株)横河橋梁製作所設計部長

\*\* 正会員 (株)横河橋梁製作所主任開発員

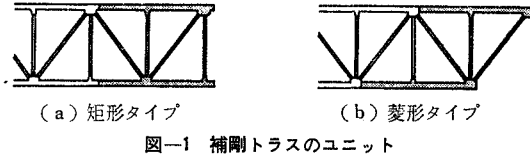


図-1 補剛トラスのユニット

ス道路橋やゴールデン・ゲイト橋では菱形タイプ（図-1 (b)）になっている。この補剛トラス・ユニットは単材で現場架設に供されたり、面材として取扱われたり、また床トラスその他の二次部材を組込んだブロックとして架設されたりする。単材で架設された例にはゴールデン・ゲイト橋<sup>3)</sup>やフォース道路橋<sup>4)</sup>があり、関門橋は面材として、またサラザール橋<sup>5)</sup>は2つの補剛トラス・ユニットを現場近くのヤードで組立てた4格間分のブロックとして架設された。

さて部材長の誤差を取扱うにあたっては、添接された部材と部材との相互関係が添接孔群の重心位置で規制されるものと考えれば、部材長を部材両端の添接孔群重心線間距離であると定義すれば都合がよい。トラス構造物の箱形断面部材は、その両端を削り仕上げたのち、テンプレートを仕上げられた部材端に合わせることによって継手部の孔加工をするという手順で製作されるのが普通である。したがって、ここでいう部材長の誤差  $\Delta l$  は、図-2 に示されるように部材の全長、すなわち材端から材端までの長さの誤差  $\Delta l_0$  と、それぞれ左右両端から測った孔群重心線位置の誤差  $\Delta l_1, \Delta l_2$  の和として表わされると考えてよい。部材添接によって発生する長さの誤差も材端からの孔群重心線位置のずれとみなせるから、 $\Delta l_1, \Delta l_2$  と同様に取扱うことができる。

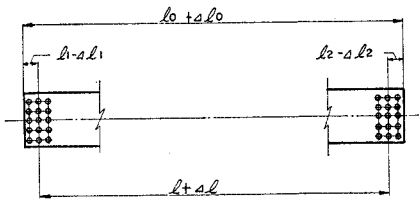


図-2 部材長の誤差

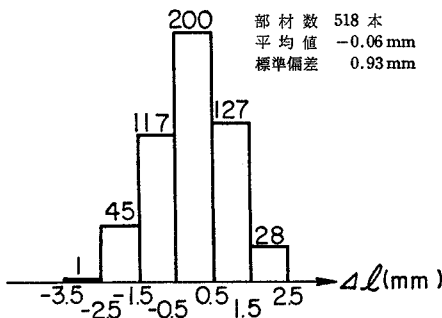


図-3 部材長の誤差に関するヒストグラム

ところで部材長に関する製作誤差は、上に述べた部材製作方法から考えて平均値を0とする正規分布に従うものと推定できる。図-3 はある吊橋の補剛トラス部材のうち、主構（上下弦材，斜材），横構，主横トラスなどの箱形断面部材 518 本（部材長 8~21 m）の部材検査成績より得られた部材長の製作誤差に関するヒストグラムである。ただし、標点距離を第1ボルト線間距離としている。一方、補剛トラスの組立てあるいは架設の際に発生する部材長の誤差は、添接孔がずれた状態で接合されることによるものであり、これは上述のように添接孔群重心位置の誤差  $\Delta l_1, \Delta l_2$  に相当するものと考えられる。しかしながら、その大きさについては、誤差を発生させる要因がきわめて複雑であり組立方法や架設方法によっても異なることから、製作誤差の場合のように画一的な取扱いは困難である。たとえば、部材を添接するときまったく自由な状態で孔合せができ、十分な数のドリフトピンを打込むことができるならば理想的な部材添接が可能であり、工場における補剛トラス・ユニットの組立てあるいは逐次剛結工法による架設はこの状態に近いものと考えることができ、この場合は誤差は平均値を0とする正規分布と仮定することができる。これに対して従来一般的に行われてきた補剛トラスの架設方法では、ケーブルの変形に支配された補剛トラスの形状にさからってドリフトピンを打込み部材の添接を行おうとするものであるから、添接時期を補剛トラスの形状がその最終形状にもっとも近づいた架設段階に選んでも十分な孔合せがむずかしく、ボルト径に対する孔径の余裕もあって  $\pm 0.5$  mm 程度の誤差が発生する可能性は十分に考えられる。しかも添接時期は架設途中で下に凸であった補剛トラスの形状が閉合前の上ぞりに転じた時期に選ばれるのが一般的であるから、引張部材となる上弦材にはプラス側の誤差が、また圧縮部材となる下弦材にはマイナス側の誤差が累積されやすい傾向にあるとみることができる。

補剛トラスを構成する各部材に長さの誤差が含まれていたときの補剛トラス・ユニットの形状誤差に注目する。ここでは 図-1 (a) に示される矩形タイプのユニットを考えるものとするが、菱形タイプのユニット（図-1 (b)）についても同様に考えることができる。また垂直材の部材長誤差が補剛トラス・ユニットの形状誤差に与える影響は小さいとして無視することにする。いまかりに上弦材に長さの誤差  $\Delta l_u$  があり、他の部材は正しい長さであるとすれば、トラス・ユニットの形状は 図-4 (a) あるいは (b) のような形に変化するものと考えられる。このような考えから、上下弦材および2本の斜材にそれぞれ  $\Delta l_u, \Delta l_l$  および  $\Delta l_{d1}, \Delta l_{d2}$  なる部材長の誤差がある場合の補剛トラス・ユニットは一般に 図-4 (c)



$$m = \sum_k m_k, \sigma^2 = \sum_k \sigma_k^2 \dots\dots\dots (8)$$

3. 理論解析

(1) 概要

ある補剛トラス・ユニットに部材長の誤差による形状誤差が発生したときの補剛トラスの組立形状は、図-6に示したような2つのパターンの重ね合せとして表わされるが、ここではこのような組立誤差のある補剛トラスを所定の長さの吊材にとりつけ、所定の死荷重を負荷したときの応力、形状について調べる。

左端から  $\xi$  なる点において補剛トラスに  $\theta_\xi$  なる角折れを残した状態で完成された吊橋は、正規の状態で作成された吊橋の補剛トラスに左端から  $\xi$  の点でヒンジを設け、そこでの角折れを  $\theta_\xi$  とするような外力モーメント  $M_\xi$  を加えて閉合された吊橋と等価である。ケーブルの水平反力を死荷重によるものが  $H_W$ 、角折れによるものが  $H_P$  であるとし、 $H_W \gg H_P$  と考えて撓度理論の基本式を線形化すれば次のようになる<sup>7)</sup>。

$$EI \frac{d^4 \eta}{dx^4} - H_W \frac{d^2 \eta}{dx^2} = - \frac{8f}{l^2} H_P \dots\dots\dots (9)$$

ここに  $\eta$  はケーブルの変位、 $EI$  は補剛トラスの曲げ剛性、 $f$  はケーブルのサグ、 $l$  は支間である。式(9)を解くためには図-7(b),(c)のような2つの置換ばりに分けて考えれば便利であり、これを次に示すケーブル方程式と連立させ適当な境界条件のもとで解けばよい。

$$H_P \frac{LE}{E_c A_c} + \Sigma \left[ \frac{d^2 y}{dx^2} \int_0^l \eta dx \right] = 0 \dots\dots\dots (10)$$

ここに  $E_c A_c$  はケーブルの伸び剛性、第2項の  $\Sigma$  は多径間の場合に各スパンについて合計することを意味す

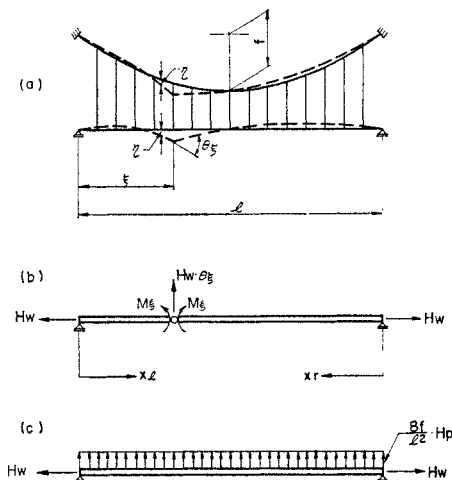


図-7 補剛トラスに角折れを有する吊橋の置換系

る。またここでは温度変化による影響を無視しており、 $L_E$  は文献 7) で用いられた記号と同じ意味である。

(2) 2ヒンジ補剛吊橋

式(9)をあらためて次のように書く。

$$\frac{d^4 \eta}{dx^4} - c^2 \frac{d^2 \eta}{dx^2} + c^2 \cdot g = 0 \dots\dots\dots (11)$$

ここに、

$$c^2 = \frac{H_W}{EI}$$

$$g = \frac{8f}{l^2} \cdot \frac{H_P}{H_W}$$

図-7(b)に示される構造系に対しては、式(11)の左辺第3項を0とした同次式が成立し、これを

$$\begin{aligned} x_l=0 \text{ で} & \quad \eta_l=0, \eta_l''=0 \\ x_r=0 \text{ で} & \quad \eta_r=0, \eta_r''=0 \\ x_l=\xi \text{ で} & \quad \eta_l'' = -M_\xi/EI \\ x_r=l-\xi \text{ で} & \quad \eta_r'' = -M_\xi/EI \\ x_l=\xi, x_r=l-\xi \text{ で} & \quad \eta_l = \eta_r, \eta_l' + \eta_r' = \theta_\xi \end{aligned}$$

なる境界条件と、 $M_\xi$  と  $\theta_\xi$  を関係づけるための条件式

$$x_l=\xi, x_r=l-\xi \text{ で} \quad \eta_l''' + \eta_r''' = c^2 \cdot \theta_\xi$$

を用いて解けばよい。

次に図-7(c)の構造系に対しては式(11)がそのまま成立し、

$$\begin{aligned} x=0 \text{ で} & \quad \eta=0, \eta''=0 \\ x=l \text{ で} & \quad \eta=0, \eta''=0 \end{aligned}$$

なる境界条件で解けばよい。

したがって、図-7(a)に示されるような単径間2ヒンジ補剛吊橋の変位  $\eta$  は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \eta(x, \xi) &= \frac{\sinh cx}{c \sinh c\xi \{ \coth c\xi + \coth c(l-\xi) \}} \cdot \theta_\xi \\ &\quad - \frac{8f}{H_W} \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{1}{c^2 l^2} \right. \\ &\quad \left. \cdot \left\{ 1 - \frac{\cosh c(l/2-x)}{\cosh cl/2} \right\} \right] \cdot H_P \quad (x \leq \xi) \\ \eta(x, \xi) &= \frac{\sinh c(l-x)}{c \sinh c(l-\xi) \{ \coth c\xi + \coth c(l-\xi) \}} \cdot \theta_\xi \\ &\quad - \frac{8f}{H_W} \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{1}{c^2 l^2} \right. \\ &\quad \left. \cdot \left\{ 1 - \frac{\cosh c(l/2-x)}{\cosh cl/2} \right\} \right] \cdot H_P \quad (x \geq \xi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

多径間2ヒンジ補剛吊橋の場合には、角折れ  $\theta_\xi$  が発生したスパンについては上式をそのまま適用すればよく、それ以外のスパンについては上式の右辺第2項のみを用いればよい。式(12)をケーブル方程式(10)に用いれば、ケーブル水平反力の変化量  $H_P$  は次のように表わされる。

$$H_P = \frac{l}{f} \cdot \frac{\lambda}{c^2 l^2} \cdot \frac{1 - \frac{\cosh c(l/2 - \xi)}{\cosh cl/2}}{\sum_i \lambda_i \left[ \frac{2}{3} - \frac{8}{c_i^2 l_i^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh c_i l_i / 2}{c_i l_i / 2} \right\} \right]} + \frac{1}{8} \cdot H_W \theta_\xi \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに

$$\lambda = \frac{f^2}{H_W \cdot l} \cdot \frac{E_C A_C}{L_E} \quad \dots\dots\dots (14)$$

であり、サフィックス  $i$  は支間を表わす。またサフィ

ックスのつかない記号は角折れ  $\theta_\xi$  の発生したスパンについてのものである。

補剛トラスの曲げモーメントおよびせん断力は、式(12)をそれぞれ2回および3回微分することによって次のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M(x, \xi) &= -\frac{\sinh cx}{c \sinh c\xi \{ \coth c\xi + \coth c(l-\xi) \}} \cdot H_W \cdot \theta_\xi - \frac{8f}{c^2 l^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh c(l/2-x)}{\cosh cl/2} \right\} \cdot H_P \quad (x \leq \xi) \\ M(x, \xi) &= -\frac{\sinh c(l-x)}{c \sinh c(l-\xi) \{ \coth c\xi + \coth c(l-\xi) \}} \cdot H_W \cdot \theta_\xi - \frac{8f}{c^2 l^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh c(l/2-x)}{\cosh cl/2} \right\} \cdot H_P \quad (x \geq \xi) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} S(x, \xi) &= -\frac{\coth cx}{\sinh c\xi \{ \coth c\xi + \coth c(l-\xi) \}} \cdot H_W \cdot \theta_\xi - \frac{8f}{l} \cdot \frac{\sinh c(l/2-x)}{cl \cdot \cosh cl/2} \cdot H_P \quad (x \leq \xi) \\ S(x, \xi) &= \frac{\cosh c(l-x)}{\sinh c(l-\xi) \{ \coth c\xi + \coth c(l-\xi) \}} \cdot H_W \cdot \theta_\xi - \frac{8f}{l} \cdot \frac{\sinh c(l/2-x)}{cl \cdot \cosh cl/2} \cdot H_P \quad (x \geq \xi) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

補剛トラスの左右両支点の反力  $R_l$  および  $R_r$  は式(16)を用いることによって

$$\left. \begin{aligned} R_l &= S(0, \xi) \\ R_r &= -S(l, \xi) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

で与えられることが明らかである。また第  $i$  スパンの右側の主塔の番号をスパン番号  $i$  に一致させれば、第  $i$  主塔頂の水平変位  $W_{ii}$  は、ケーブル左端から第  $i$  主塔までのケーブル水平射影長の変化量として次のように表わされる。

$$W_{ii} = H_P \cdot \frac{L_E'}{E_C A_C} + \sum \left( \frac{d^2 y}{dx^2} \int_0^l \eta dx \right) \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここに  $L_E'$  はケーブル方程式における  $L_E$  に対応して、ケーブル傾斜角を  $\varphi$  としたとき  $\sec^3 \varphi \cdot dx$  の第  $i$  スパンまでの積分値であり、第2項の  $\sum$  は第  $i$  スパンまでの合計を意味している。

式(13)より明らかなようにケーブル水平反力の変化量  $H_P$  は  $\theta_\xi$  の1次の項だけで表わされているから、変位、曲げモーメント、せん断力などの諸量もまた  $\theta_\xi$  の1次の項だけで表わされる。

(3) 連続補剛吊橋

連続補剛吊橋の場合には、中間支点上における補剛トラスの曲げモーメントを不静定力を選んで2ヒンジ補剛吊橋を静定基本系とし、(2)で得られた結果を用いてその点での補剛トラスの勾配が連続するように不静定力の大きさを定めてやればよい。すなわち、2ヒンジ補剛吊橋の第  $i$  支点における補剛トラスの角変化量として、(2)から得られた結果を  $\theta_i$ 、第  $j$  支点に単位モーメントを与えたときの結果を  $\theta_{ij}$  とし、第  $j$  支点における不静定力を  $M_j$  とすれば、中間支点数を  $N$  として次の弾性方程式が成立するように  $M_j (j=1, 2, \dots, N)$

を定めればよい。

$$\sum_{j=1}^N \theta_{ij} \cdot M_j + \theta_i = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

図-8(a)に示されるように補剛トラスの左支点に外力モーメント  $M_l$  が作用する単区間吊橋は、図-8(b)、(c)のような2つの置換ばりに分けて考えられる。置換ばり(b)については式(11)の同次式が基本微分方程式となり、これに対する境界条件は

$$x=0 \text{ で } \eta=0, \eta''=-M_l/EI$$

$$x=l \text{ で } \eta=0, \eta''=0$$

である。また、置換ばり(c)については式(11)がそのまま成立し、(1)と同様に取扱うことができる。

したがって、図-8(a)に示される吊橋の変位  $\eta$  は次のように表わされる。

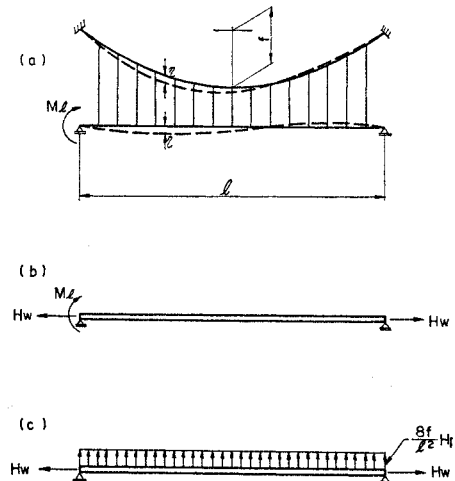


図-8 端支点に外力モーメントを受ける吊橋の置換ばり

$$\eta(x) = \left[ \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{\sinh c(l-x)}{\sinh cl} \right] \cdot \frac{M_l}{H_W} - \frac{8f}{H_W} \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{1}{c^2 l^2} \cdot \left\{ 1 - \frac{\cosh c(l/2-x)}{\cosh cl/2} \right\} \right] \cdot H_P \dots\dots (20)$$

補剛トラスの曲げモーメントおよびせん断力は、式(20)をそれぞれ2回および3回微分することにより、式(15)、(16)に対応して次のように表わされる。

$$M(x) = \frac{\sinh c(l-x)}{\sinh cl} \cdot M_l - \frac{8f}{c^2 l^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh c(l/2-x)}{\cosh cl/2} \right\} \cdot H_P \dots\dots (21)$$

$$S(x) = -\frac{c \cosh c(l-x)}{\sinh cl} \cdot M_l - \frac{8f}{l} \cdot \frac{\sinh c(l/2-x)}{cl \cdot \cosh cl/2} \cdot H_P \dots\dots (22)$$

以上は単径間吊橋の補剛トラス左端に外力モーメント  $M_l$  を与えた場合の議論であるが、補剛トラス右端に外力モーメント  $M_r$  を与えた場合については、式(20)~(22)において  $M_l \rightarrow M_r$ 、 $x \rightarrow l-x$  とすればよい。すなわち、式(23)~(25)を得る。

$$\eta(x) = \left[ \frac{x}{l} - \frac{\sinh cx}{\sinh cl} \right] \cdot \frac{M_r}{H_W} - \frac{8f}{H_W} \left[ \frac{1}{2} \cdot \frac{x}{l} \left( 1 - \frac{x}{l} \right) - \frac{1}{c^2 l^2} \cdot \left\{ 1 - \frac{\cosh c(l/2-x)}{\cosh cl/2} \right\} \right] \cdot H_P \dots\dots (23)$$

$$M(x) = \frac{\sinh cx}{\sinh cl} \cdot M_r - \frac{8f}{c^2 l^2} \cdot \left\{ 1 - \frac{\cosh c(l/2-x)}{\cosh cl/2} \right\} \cdot H_P \dots\dots (24)$$

$$S(x) = \frac{c \cosh cx}{\sinh cl} \cdot M_r - \frac{8f}{l} \cdot \frac{\sinh c(l/2-x)}{cl \cosh cl/2} \cdot H_P \dots\dots (25)$$

さて、これらを図-9に示す3径間連続補剛吊橋に適用してみる。いま、支点1において補剛トラスに単位モーメントを与えたときの2ヒンジ補剛吊橋としての変位・応力は、ケーブル水平反力の変化量を  $H_{P1}$  とすれば式(20)~(25)において  $M_l = M_r = 1$ 、 $H_P \rightarrow H_{P1}$  とおくことにより、スパン1に対しては式(23)~(25)で、スパン2に対しては式(20)~(22)で、またスパン3に対しては式(20)~(22)あるいは式(23)~(25)の第2

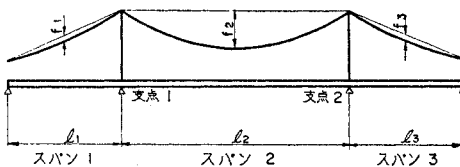


図-9 3径間連続補剛吊橋のモデル

項でそれぞれ表わされる。したがって、ケーブル方程式(10)より  $H_{P1}$  は式(26)で与えられる。

$$H_{P1} = \frac{\sum_{i=1,2} \frac{\lambda_i}{8 f_i} \left[ \frac{1}{2} - \frac{\sinh c_i l_i / 2}{c_i l_i \cdot \cosh c_i l_i / 2} \right]}{\sum_{i=1,2,3} \lambda_i \left[ \frac{2}{3} - \frac{8}{c_i^2 l_i^2} \left\{ 1 - \frac{\tanh c_i l_i / 2}{c_i l_i / 2} \right\} \right]} + \frac{1}{8} \dots\dots (26)$$

支点2で補剛トラスに単位モーメントを与えた場合の  $H_P$  を  $H_{P2}$  で表わすことにすれば、これは式(26)の分子で  $\sum_{i=1,2} \rightarrow \sum_{i=2,3}$  とすることによって与えられる。また塔頂の水平変位は式(18)において  $H_P$  を  $H_{P1}$  あるいは  $H_{P2}$  とすることにより与えられる。式(19)に伴う定義より、 $\theta_{ij}$  ( $i, j = 1, 2$ ) は変位曲線式(20)、(23)を用いることによって次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_{11} &= \frac{1}{H_W} \sum_{i=1,2} \frac{1}{l_i} (1 - c_i l_i \cdot \coth c_i l_i) \\ &\quad + \frac{H_{P1}}{H_W} \sum_{i=1,2} \frac{4 f_i}{l_i} \left( 1 - \frac{\tanh c_i l_i / 2}{c_i l_i / 2} \right) \\ \theta_{12} &= -\frac{1}{H_W} \cdot \frac{1}{l_2} \left( 1 - \frac{c_2 l_2}{\sinh c_2 l_2} \right) \\ &\quad + \frac{H_{P2}}{H_W} \sum_{i=1,2} \frac{4 f_i}{l_i} \left( 1 - \frac{\tanh c_i l_i / 2}{c_i l_i / 2} \right) \\ \theta_{21} &= -\frac{1}{H_W} \cdot \frac{1}{l_2} \left( 1 - \frac{c_2 l_2}{\sinh c_2 l_2} \right) \\ &\quad + \frac{H_{P1}}{H_W} \sum_{i=2,3} \frac{4 f_i}{l_i} \left( 1 - \frac{\tanh c_i l_i / 2}{c_i l_i / 2} \right) \\ \theta_{22} &= \frac{1}{H_W} \sum_{i=2,3} \frac{1}{l_i} (1 - c_i l_i \cdot \coth c_i l_i) \\ &\quad + \frac{H_{P2}}{H_W} \sum_{i=2,3} \frac{4 f_i}{l_i} \left( 1 - \frac{\tanh c_i l_i / 2}{c_i l_i / 2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots (27)$$

また式(12)より  $\theta_i$  ( $i=1, 2$ ) は次のようになる。

$$\theta_1 = \frac{H_P}{H_W} \sum_{i=1,2} \frac{4 f_i}{l_i} \left( 1 - \frac{\tanh c_i l_i / 2}{c_i l_i / 2} \right) - \left\{ \begin{aligned} &\frac{\theta_\xi}{\sinh c_1 (l_1 - \xi_1) \cdot \{ \coth c_1 \xi_1 + \coth c_1 (l_1 - \xi_1) \}} \quad (\theta_\xi \text{ in Span 1}) \\ &\frac{\theta_\xi}{\sinh c_2 \xi_2 \cdot \{ \coth c_2 \xi_2 + \coth c_2 (l_2 - \xi_2) \}} \quad (\theta_\xi \text{ in Span 2}) \\ &0 \quad (\theta_\xi \text{ in Span 3}) \end{aligned} \right.$$

$$\theta_2 = \frac{H_P}{H_W} \sum_{i=2,3} \frac{4 f_i}{l_i} \left( 1 - \frac{\tanh c_i l_i / 2}{c_i l_i / 2} \right) - \left\{ \begin{aligned} &0 \quad (\theta_\xi \text{ in Span 1}) \\ &\frac{\theta_\xi}{\sinh c_2 (l_2 - \xi_2) \cdot \{ \coth c_2 \xi_2 + \coth c_2 (l_2 - \xi_2) \}} \quad (\theta_\xi \text{ in Span 2}) \\ &\frac{\theta_\xi}{\sinh c_3 \xi_3 \cdot \{ \coth c_3 \xi_3 + \coth c_3 (l_3 - \xi_3) \}} \quad (\theta_\xi \text{ in Span 3}) \end{aligned} \right. \dots\dots (28)$$

式(27)、(28)を式(19)に代入することにより、支点モ

メント  $M_i (i=1, 2)$  を  $\theta_\xi$  の1次の項だけで表わすことができる。

以上のことより2ヒンジ補剛吊橋について、部材長の誤差によって発生する応力・変形などの物理量を補剛トラス・ユニットの単位誤差  $\theta_\xi=1$  に対して  $\{X_0\}$  とし、同様に支点  $i$  での単位不静定力による物理量を  $\{X_i\}$  とすれば、連続補剛吊橋としての物理量  $\{X\}$  は次のようになる。

$$\{X\} = (\{X_0\} + \sum_i M_i \cdot \{X_i\}) \cdot \theta_\xi \dots \dots \dots (29)$$

式(29)において  $\theta_\xi$  は正規分布に従う確率変数であるから  $\{X\}$  もまた正規分布に従う。補剛トラス・ユニットの形状誤差は各ユニットについてのたがいに独立に発生するものであるから、各ユニットの誤差による影響を式(29)で計算し、正規分布の再生性を利用してそれらを重ね合せれば全体としての評価をすることができる。

#### 4. 数値計算結果

##### (1) 計算のためのモデル化

数値計算の対象として3径間対称吊橋を選び、以下のようにして構造をモデル化した。

1) 無次元パラメーター  $cl = l\sqrt{H_W/EI}$  は主径間長にほぼ比例して増加することから、係数  $c$  は主径間長に無関係の定数と考えてよい。この係数  $c = \sqrt{H_W/EI}$  を文献7)より  $c = 0.015 \pm 0.004$  と定め、数値計算にはその平均値と上下限値の3種類を用いることにした。

2) 補剛トラスの支間・トラス高比は、図-10に示

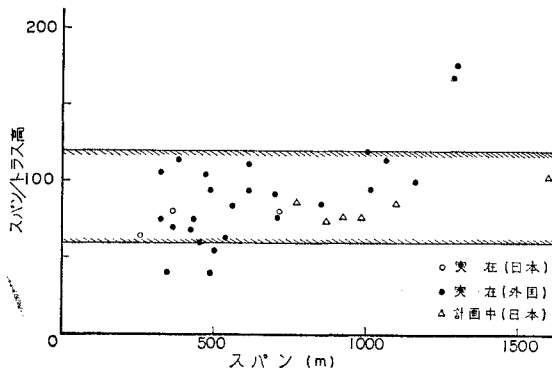


図-10 スパンとスパン/トラス高の関係

されるように二、三の例外を除いて  $l/h=60 \sim 120$  の範囲に分布しており、特に  $l/h=80$  前後が多い。ここでは  $l/h=80$  としてトラス高  $h$  を定めることにした。

3) 主径間でのサグ比を  $f_2/l_2=1/10$  とし死荷重強度および  $H_W$  が全径間を通じて一定であるとして、側径間のサグを  $f_1=f_2 \cdot (l_1/l_2)^2$  のように定めた。また、両径間のスパン比を  $l_1/l_2=1/4$  とした。

数値計算には主径間長をそれぞれ  $l_2=250, 700, 1100$  m とする3種類の吊橋を想定し、以上のような条件のもとで構造をモデル化した(表-1)。ただし死荷重によるケーブルの水平反力  $H_W$  およびケーブル断面積  $A_c$  は、実在あるいは計画中の吊橋についての値を用いた。また、格間長がおおむねトラス高に等しいとして補剛トラスのユニット数を定めた。部材長の誤差として、製作誤差は図-3の結果より平均値が0、標準偏差が1 mm であるような正規分布に従うものとし、現場での添接誤差は参考値として上弦材で +0.5 mm, 下弦材で -0.5 mm とした。

ところで補剛トラス・ユニットの形状誤差のうち、図-6(b)に示すせん断型は(a)の曲げ型に比べてその影響が小さい。

表-2 形状誤差による影響値 ( $\sigma$  値) の比較

表-1の吊橋②を例にとって支間中央の補剛トラス・ユニットに形状誤差が発生した場合の

	①曲げ型	②曲げ型とせん断型	①/②
$H_P(t)$	0.27	0.27	1.00
$\eta_{l/2}(mm)$	3.9	4.7	0.83
$M_{l/2}(t \cdot m)$	65	74	0.88

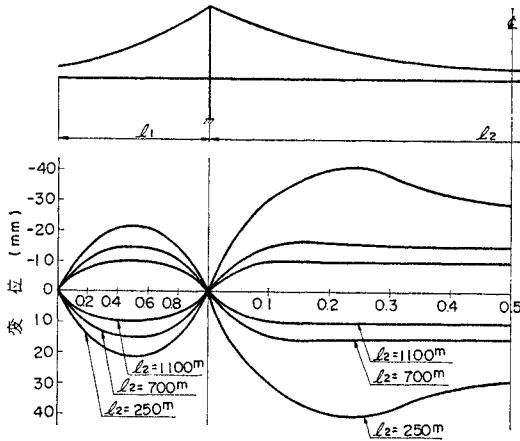
$H_P, \eta_{l/2}, M_{l/2}$  を調べてみれば表-2のような結果になる。以下の計算では簡単のためせん断型形状誤差の影響を無視することにする。

##### (2) 計算結果と考察

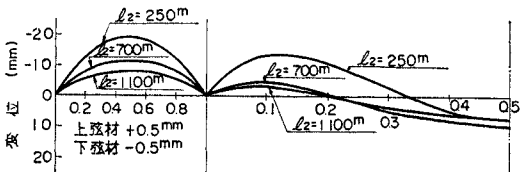
図-11~13はそれぞれ  $c=0.015$  の場合のケーブル・補剛トラスの変位  $\eta$ , 補剛トラスの曲げモーメント  $M$  および補剛トラスのせん断力  $S$  を示す。これらの図のうち(a)は部材製作誤差による影響のうち  $2\sigma$  値を、また(b)は部材添接誤差として上弦材で +0.5 mm, 下弦材で -0.5 mm を与えた場合の影響値を示している。また図-12では連続補剛吊橋とした場合の補剛トラスの曲げモーメントを破線で示している。図-14は部材製作誤差による影響値 ( $2\sigma$  値)

表-1 モデル吊橋の諸元

	$l_2(m)$	$l_1(m)$	$h(m)$	$H_W(t)$	$I(m^4)$			$A_c(m^2)$	補剛トラス・ユニット数	
					$c=0.011$	$c=0.015$	$c=0.019$		中央径間	側径間
吊橋①	250	62.5	3.125	1000	0.3935	0.2116	0.1319	0.0275	38	9
吊橋②	700	175	8.75	11800	4.6438	2.4974	1.5565	0.28	35	9
吊橋③	1100	275	13.75	31500	12.3967	6.6667	4.1551	0.77	42	10

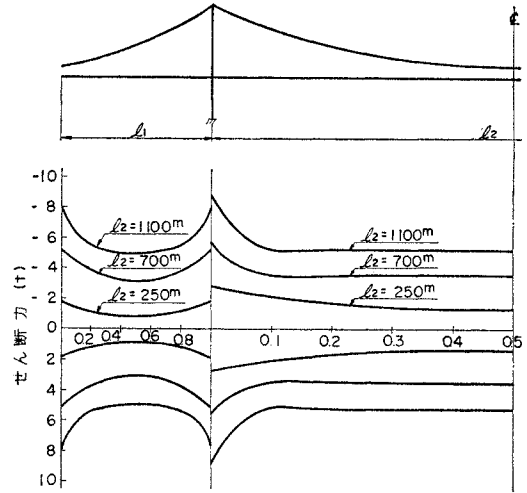


(a) 部材製作誤差による変位 (2 $\sigma$ 値)

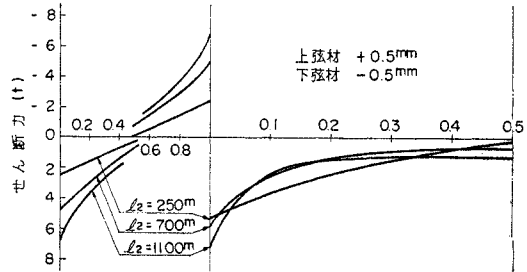


(b) 部材添接誤差による変位

図-11 ケーブル・補剛トラスの変位 (2ヒンジ補剛吊橋  $c=0.015$ )

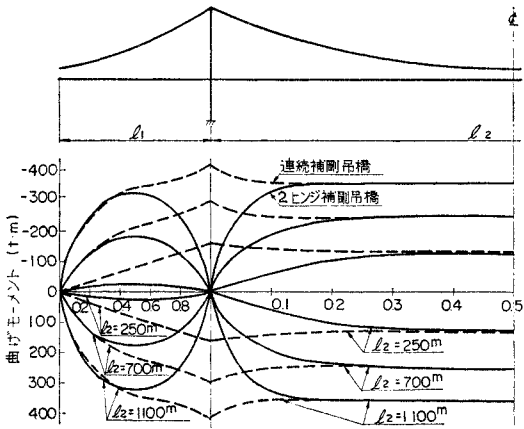


(a) 部材製作誤差による補剛トラスのせん断力 (2 $\sigma$ 値)

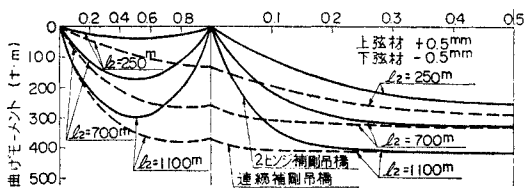


(b) 部材添接誤差による補剛トラスのせん断力

図-13 補剛トラスのせん断力 (2ヒンジ補剛吊橋  $c=0.015$ )

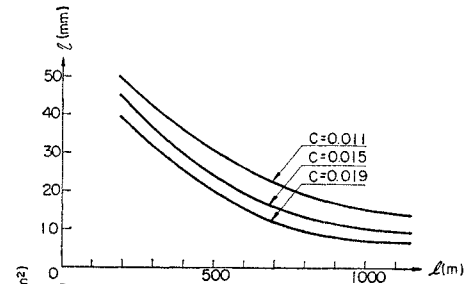


(a) 部材製作誤差による補剛トラスの曲げモーメント (2 $\sigma$ 値)

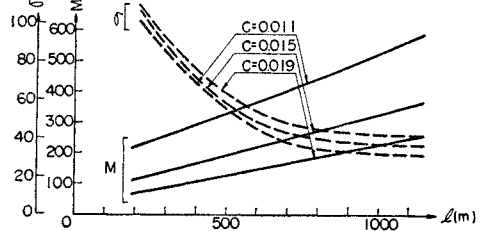


(b) 部材添接誤差による補剛トラスの曲げモーメント

図-12 補剛トラスの曲げモーメント ( $c=0.015$ )



(a) スパンと $l$ の関係



(b) スパンと $M, \sigma$ の関係

図-14 スパンと $l, M, \sigma$ の関係 (2 $\sigma$ 値)



表-3 支点反力 ( $c=0.015$ ) (単位:t)

	2ヒンジ補剛吊橋		連続補剛吊橋	
	製作誤差 ( $2\sigma$ )	添接誤差	製作誤差 ( $2\sigma$ )	添接誤差
吊橋 ①	±4.7	7.7	±5.6	2.6
吊橋 ②	±10.8	10.8	±8.2	2.8
吊橋 ③	±17.0	14.0	±11.8	3.4

のうち、中央径間  $l/4$  点の変位  $\eta_{l/4}$ 、中央径間  $l/2$  点の曲げモーメント  $M_{l/2}$  および弦材応力  $\sigma_{l/2}$  とスパンとの関係を  $c$  パラメーターとして図化したものである。ただし弦材応力は  $\sigma = (M/I) \cdot h/2$  より求めた。表-3 は支点反力についての計算結果である。

これらの結果より部材製作誤差による影響値については以下のような観察ができる。

1) 変位はきわめて小さく、スパン長の増加とともに減少する。250 m スパンの場合でただだか 45 mm である。

2) 補剛トラスの曲げモーメントはスパン長にほぼ比例して増加するが、これを弦材応力に直せばスパン長の増加に伴って急激に減少する。250 m スパンの場合で  $\sigma = 100 \text{ kg/cm}^2$  であるが、800 m 以上のスパンになれば弦材応力はただだか  $50 \text{ kg/cm}^2$  となる。これはたとえば SM 50 材の許容応力 ( $\sigma_a = 1900 \text{ kg/cm}^2$ ) に対してそれぞれ 5.3% および 2.6% である。

3) 連続補剛吊橋とした場合の中間支点上の曲げモーメントは、中央径間  $l/2$  点での曲げモーメントに対して約 20% 増となる。

4) 部材製作誤差によるせん断力はスパン長の増加とともに大きくなるが、たとえば 700 m 吊橋の場合には中央径間端部で 5.5 t となっており数値計算のモデルとした実橋の抵抗せん断力約 140 t の 4% 程度である。

部材の添接誤差による影響は、正負両側に無作為に現われる部材製作誤差による影響と異なって一方向に累積する可能性があり、その大きさも計算結果から明らかなように部材製作誤差の  $2\sigma$  に匹敵することがわかる。

## 5. あとがき

本研究では部材製作から現場施工を通じて吊橋に導入されると考えられる各種の誤差の要因のうち補剛トラスの部材長誤差に注目し、それを正規分布に従う確率変数としてとらえるとともに吊橋の誤差変位および誤差応力の算定方法を明らかにして二、三の数値計算例を示した。

筆者らの調査した平均値が 0 mm で標準偏差が 1 mm の正規分布に従う部材長の製作誤差による影響は、部材応力でただだか数%にとどまっている。一方、部材の添接誤差については、誤差の大きさを定量的に把握することが困難なためここでは  $\pm 0.5 \text{ mm}$  としたが、これが正負両側に無作為に発生することなく一方向に累積するような場合には、この影響は部材製作誤差による影響に匹敵するものであり、すでに述べたように逐次剛結工法によらず、従来一般的に行われてきた補剛トラス架設法による場合に発生する架設誤差についての1つの目安と考えてよい。

吊橋に導入される誤差の要因はその種類も多くまた内容も複雑である。これらのそれぞれについてその影響程度を明らかにすることによって、1つの製品としての吊橋の品質を推定するとともに製作・施工を通じての品質管理のチェックポイントをおさえることが可能であると考える。本研究をその一環とすべくさらに調査研究をすすめたいと思っている。なお、本研究の数値計算は横河橋梁の Burroughs B 5700 によったことを付記しておく。

## 参考文献

- 1) 長谷川翁一・菅七郎・原田康夫：吊橋に導入される誤差について、第25回土木学会年次学術講演会講演集，昭和45年11月
- 2) 神戸市：世界長大吊橋の設計諸元，1966年1月
- 3) Paine, C.E.: The Golden Gate Bridge, San Francisco, Engineering, Oct. 13, 1939, pp. 401-403.
- 4) 神戸市：調査月報, No. 34, p. 36, 昭和42年6月
- 5) The Salazar Bridge, Ministério Das Obras Públicas, Gabinete Da Ponte Sobre O Tejo, Portugal, 1966
- 6) 奥川光太郎：数理統計学概説, pp. 93-98, 学術図書, 昭和34年
- 7) 平井 敦：鋼橋Ⅲ, pp. 382-409, 技報堂, 昭和42年 (1974.2.18・受付)