

偏載荷重を受ける π 形断面桁橋の上フランジ 有効幅に関する研究

ON THE EFFECTIVE FLANGE WIDTH OF π -SECTION
GIRDER BRIDGES UNDER ECCENTRIC LOADINGS

山 村 信 道*
By Nobumichi Yamamura

要 旨 下横構を欠く開断面形式の 2 主桁橋 (π 形断面桁橋と略称する) が偏載荷重を受ける場合の上フランジ有効幅について考察を加えた。すなわち、従来の有効幅に関する研究を拡張して、張出し部を有する π 形断面ばりに逆対称 (ずり) 荷重が作用した場合の上フランジ有効幅を計算し、その結果を数表化した。ついで、Kaufmann の近似解、および帯状有限要素法 (Finite Strip Method) との比較によって著者が提案する計算理論の妥当性を確認し、また実橋大諸元の橋梁をモデルとする計算例を示した。

1. ま え が き

広幅員の 2 主桁橋は西ドイツを中心として多数架設されているが、このような橋梁では鋼床版、または、合成 RC 床版の作用によって十分な横剛性が期待されること、および鋼重量軽減の目的も兼ねて、下横構を省略した π 形の断面構成を用いることが多い。しかし、このような構造物が偏載荷重 (たとえば、偏載活荷重) を受けると断面の性質上かなり大きなねじり応力を発生する危険性が考えられる。一般の橋梁であると、たとえば (1-0) 分配影響線から 1 主桁あたりの荷重を計算し、これに道路橋示方書 (昭 48: 以下では道示と略称する) の規定有効幅 (対称断面、対称荷重の場合を対象とする) を適用して応力度を計算すればよいが、上記のような橋梁では、

(1) 薄肉断面の曲げねじり理論によって曲げねじり応力の追加計算を行うか、または、

(2) 偏載荷重の逆対称 (ずり) 成分に対する上フランジ有効幅 (対称荷重の場合とは大幅に異なった値を示す) を別途に区別して応力計算を行う、ことが必要である。前者の曲げねじり理論による応力検討は西ドイツの Gernersheim 橋¹⁾ の設計計算などで行われた例がある

が、一般にこの種の橋梁では主桁間隔が大きくなる点を考えると、床版部分を 2 次元的な平板 (Scheibe) と考えて、この部分に生じる Shear lag の影響を考慮した計算を行うほうがより合理的であるといえよう。特に、実用計算上の便宜をはかるためには、このような検討の結果に基づいて逆対称 (ずり) 荷重に対する上フランジ有効幅を定めておくことが望ましい。

さて、対称断面はりが断面方向に対称な荷重を受ける場合のフランジ有効幅については多くの研究が知られており、わが国でも近藤・小松・中井²⁾、および福田³⁾ などの研究が著名であるが、一方、逆対称 (ずり) 荷重の場合を厳密に考察した例は内外ともに少ないようである。すなわち、鈴木⁴⁾、Koepcke-Denecke⁵⁾ などは床版構造の主桁腹板に沿った位置では横 (橋軸直角) 方向の変位がなく、床版の張出し部と格間部とを独立して考察できるという仮定のもとに、逆対称 (ずり) 荷重に対する π 形断面ばりの上フランジ有効幅を計算している。また、Ramberger⁶⁾、Abdel⁷⁾ などは、床版に張出し部がない場合について逆対称 (ずり) 荷重による床版構造の横変位を考慮した解式を与えている。

しかし、実用上では床版に張出し部がない断面構成を用いる機会は少ないと考えられ、また、 π 形断面ばりに逆対称 (ずり) 荷重が作用すると、床版 (上フランジ) 部分には全体的にかなりの横変位が生じるので、上記のような計算仮定はいずれも現実的ではない。また、場合によっては大きな計算誤差の原因にもなりかねない。すなわち、このような場合には、床版構造の横変位を拘束することなく、また、張出し部と格間部とを一つの連続体と考えて上フランジ有効幅を検討することが最も妥当であると判断される。

つぎに、Kaufmann⁸⁾ は床版に張出し部がない場合、および (張出し長/主桁間隔) 比が 1/2 である場合などを対象としてせん断場理論 (Schubfeldschema) を適用し、Reissner⁹⁾ にならって床版上の直応力分布を適当な多項

* 正会員 日立造船 (株) 鉄構設計部

式で表わした一つの近似解を与えている。Kaufmannの解式は、張出し部の影響、および床版構造の横変位を考慮した点では満足なものであるが、床版の張出し比が上記の場合に限定されている点で実用性に問題がある。また、Kaufmannの解式によれば、床版幅が無限大になると有効幅もこれに比例して無限大となるなど直観的にみても疑問の余地があり、このまま実用化することは困難であると考えられる。

本文の研究では、任意の張出し比を有する対称な π 形断面ばりが逆対称(ずり)荷重を受ける場合の上フランジ有効幅を上述のような制約を除去した一般的立場から検討し、応力関数法を適用して曲げモーメント分布が正弦分布、放物線分布、および三角形分布である場合の厳密な解式を導いた。特に、放物線分布と三角形分布の場合には実用上の価値が大きいと考えられるので、本文の解式を用いて広範囲の数値計算を行い、その結果を数表化した。また、逆対称(ずり)荷重による床版上の直応力分布は、対称荷重の場合と異なって主桁腹板位置で最大値を示すとはかぎらず、むしろ張出し部先端において最大となることが多いので、本文では、これらの双方の位置で応力度を求めるための上フランジ有効幅を別個に計算し、その結果を対比させた。なお、偏載活荷重によって最大応力度が生じる載荷状態は、(1-0)分配影響線の正符号部分に荷重を満載した状態と橋軸中心線の片側のみに載荷(半載)した状態との中間であり、場合によって一定しないので、最も危険な荷重載荷幅を与える計算式を示した。

2. 有効幅の定義、および計算仮定

構造系、および荷重が断面方向に対称な場合のフランジ有効幅は、図-1を参照して

$$\lambda = \int_0^b (\sigma_x) \cdot dy / (\sigma_x)_{\max} \dots\dots\dots(1)$$

と定義される。ここに、

σ_x : 上フランジに分布する縦(x)方向の直応力度
 $(\sigma_x)_{\max}$: 同上の腹板位置における値

などである。しかし、本論では荷重が逆対称な場合を考察の対象とするので、式(1)の定義をそのまま適用することはできない。

すなわち、図-2を参照して(a)実際の構造系と(b)実用計算上の初等ばり(上フランジ幅を λ とする)とを比較すると、これらの間に成立せねばならない条件は、

(1) 初等ばりの上フランジに等分布する直応力度 $\bar{\sigma}_x$ は、実際の構造系における腹板位置の上フランジ直

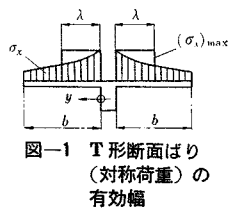


図-1 T形断面ばり(対称荷重)の有効幅

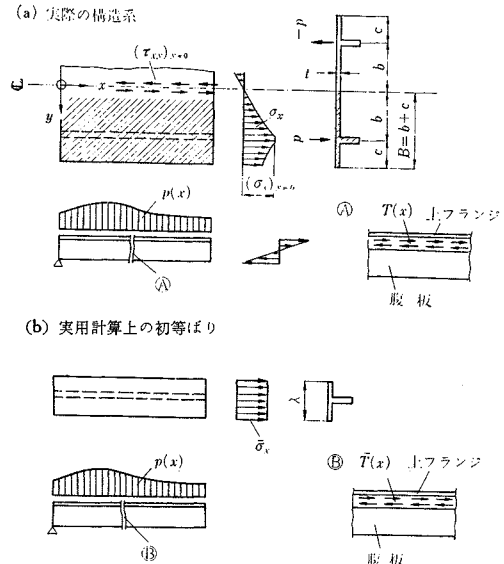


図-2 π 形断面ばり(逆対称荷重)の有効幅

応力度 $(\sigma_x)_{y=b}$ と等しい。

(2) 腹板、および下フランジ部分の応力分布も両構造系の間で一致する(このためには、初等ばりの上フランジと腹板との間に働かずれ力 $\bar{T}(x)$ が実際の構造系で生じるずれ力 $T(x)$ と等しいことが要求される)。などの二つである。ここで、(a)実際の構造系における斜線部分の上フランジについて力のつり合い関係を考察すると、本論のように荷重が逆対称な場合には構造中心線($y=0$)に沿って水平せん断応力 $(\tau_{xy})_{y=0}$ が発生しており、したがって、

$$\int_0^B (\sigma_x) \cdot dy - \int_0^x (\tau_{xy})_{y=0} \cdot dx = -\frac{1}{t} \cdot \int_0^x T(x) \cdot dx \dots\dots\dots(2)$$

である。ここに、 σ_x 、 $(\tau_{xy})_{y=0}$ 、および $T(x)$ などの符号はすべて図-2(a)に記入した矢印の方向を正とする。一方、(b)実用計算上の初等ばりについて同様な関係をみると、この場合には上フランジの側辺に沿って水平せん断応力が存在しないので、

$$\lambda \cdot \bar{\sigma}_x = -\frac{1}{t} \cdot \int_0^x \bar{T}(x) \cdot dx \dots\dots\dots(3)$$

である。ここで、上記の条件(1),(2)を適用すると、これらの条件によって $\bar{\sigma}_x = (\sigma_x)_{y=b}$ 、および $\bar{T}(x) \equiv T(x)$ であるから、式(2),(3)より、

$$\lambda \cdot (\sigma_x)_{y=b} = \int_0^B (\sigma_x) \cdot dy - \int_0^x (\tau_{xy})_{y=0} \cdot dx = -\frac{1}{t} \cdot \int_0^x T(x) \cdot dx \dots\dots\dots(4)$$

のような関係式が得られる。すなわち、式(4)は本論における上フランジ有効幅 λ の基本的な定義を表わす式であり、荷重が対称な場合の定義である式(1)と比較する

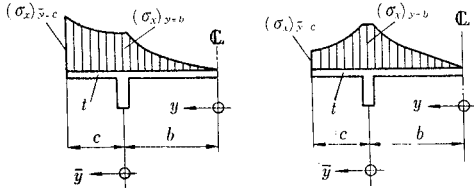


図-3 直応力分布の例

と $(\tau_{xy})_{y=0}$ の積分項を含む点が異なっている。

次に、本論では上フランジが腹板の外側に張出し部を有する場合を考察しているが、図-3において、上フランジの腹板位置における応力度 $(\sigma_x)_{y=b}$ と張出し部先端の応力度 $(\sigma_x)_{\bar{y}=c}$ との大小関係は、張出し比 (c/b) 、(床版幅/支間長) 比、および曲げモーメントの分布形状など多くの条件によって左右される。このため、本論では、上フランジ有効幅の定義を二つに区別して、

$$\lambda^{(1)} = -\frac{1}{t} \int_0^x T(x) \cdot dx / (\sigma_x)_{y=b} \dots\dots\dots (4.a)$$

$$\lambda^{(2)} = -\frac{1}{t} \int_0^x T(x) \cdot dx / (\sigma_x)_{\bar{y}=c} \dots\dots\dots (4.b)$$

とする。式 (4.a) の定義によって $\lambda^{(1)}$ を求め、フランジ幅 $\lambda = \lambda^{(1)}$ を有する初等ばりの断面係数を $W^{(1)}$ とし、これより上・下フランジの直応力度 $\sigma^{(1)}$ を、

$$\sigma^{(1)} = \mp M / W^{(1)} \text{ (複号同順)} \dots\dots\dots (5)$$

と計算すると、この結果は実際の構造系における腹板位置の上・下フランジ応力度にまったく等しい。すなわち、上フランジについては $\sigma_u^{(1)} = (\sigma_x)_{y=b}$ である。一方で、式 (4.a)、(4.b) の関係から、

$$(\sigma_x)_{\bar{y}=c} = (\lambda^{(1)} / \lambda^{(2)}) \cdot (\sigma_x)_{y=b} \dots\dots\dots (6)$$

であり、 $\sigma_u^{(2)} = (\sigma_x)_{\bar{y}=c}$ と略記すると、上記の関係とあわせて次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_u^{(2)} &= (\lambda^{(1)} / \lambda^{(2)}) \cdot \sigma_u^{(1)} \\ &= (\lambda^{(1)} / \lambda^{(2)}) \cdot (-M / W_u^{(1)}) \dots\dots\dots (6.a) \end{aligned}$$

実用計算上では、まず、式 (5) によって主桁腹板位置の上・下フランジ応力度 $\sigma^{(1)}$ を計算し、さらに $\lambda^{(1)} / \lambda^{(2)} > 1$ である場合にかぎって式 (6.a) から張出し部先端の応力度 $\sigma_u^{(2)}$ を照査すればよい。なお、これらの両位置の間では一般に直応力分布が単調増減、または中たるみの状態となる傾向(たとえば、図-9を参照)があり、中間位置の応力度を検討しても実用上の意義は少ないと考えられるので、本文ではこれを無視して諸論を進める。また、式 (4.b) によって定義される有効幅 $\lambda^{(2)}$ は、式 (6.a) から張出し部先端の応力度を計算するための係数として意義を有するもので、厳密な立場からは有効幅と称することに疑問の余地があるが、本論では $\lambda^{(1)}$ との対比の便宜を考慮してこのように仮称しておく。

さて、次節では、道示鋼橋編(昭48)の(8.3.4)条に準ずる精度を目標として、次の諸仮定のもとに計算式

の誘導、および数値計算を行うものとする。

(1) 断面形状は左右対称であり、荷重はこれに対して両腹板位置に逆対称に作用する。

(2) 床版構造は等方性の板(Scheibe)と考え、有効幅の計算上にかぎって曲げ剛性の影響を無視する。

(3) 腹板、下フランジ部分の断面は初等曲げ理論に従って作用し、腹板上の直応力分布は直線状である。

(4) 対傾構は適当な間隔で設けられるが、下横構はなく、したがって、準閉断面としてのねじり剛性はない。

(5) 主桁の横(橋軸直角)方向における曲げ剛性の影響は無視する。また、これと上記(4)の仮定により、主桁の支点位置を除いて床版構造の横変位に対する拘束はないものとする。

(6) 支点位置の対傾構、または横桁は無限剛であり、この位置では床版構造の横変位がないものとする。

(7) 主桁の支持条件は単純支持とする。連続桁橋に対しては、道示にならって等価支間長の考え方を適用すれば計算が可能である。

3. フランジ有効幅の計算

(1) 応力関数、およびその他

まず、床版構造(以下では上フランジと略称する)を等方性の板(Scheibe)と考えると、これに適用される微分方程式は Airy の応力関数を $F(x, y)$ とし、

$$\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \cdot \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \cdot \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

である。また、このような応力関数 $F(x, y)$ は、断面方向に構造系が対称であり荷重が逆対称であることを考えると、次のように表わされる。

$$F(x, y) = F^{(1)}(x, y) + F^{(2)}(x, \bar{y}) \dots\dots\dots (8)$$

$$\begin{aligned} F^{(1)}(x, y) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \cdot (A_n^{(1)} \cdot \sinh ky \\ &\quad + B_n^{(1)} \cdot ky \cdot \cosh ky) \cdot \sin kx \\ &\quad (0 \leq y \leq b+c) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F^{(2)}(x, \bar{y}) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k^2} \cdot (A_n^{(2)} \cdot \sinh k\bar{y} \\ &\quad + B_n^{(2)} \cdot k\bar{y} \cdot \cosh k\bar{y}) \cdot \sin kx \\ &\quad (0 \leq \bar{y} \leq c) \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここに、 $F^{(2)}(x, \bar{y})$ は上フランジと腹板の接合位置 ($y = b$)、および張出し部先端 ($\bar{y} = c$) において境界条件を満足させるための項である。また、式 (9)、(10) において、

$$A_n, B_n : \text{積分定数, } k = n\pi/l$$

である。次に、式 (8) の応力関数 $F(x, y)$ と各応力度との関係は、

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y} \dots (11)$$

と表わされ、また、ひずみと各応力度との関係式は、

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} = (\sigma_x - \nu \cdot \sigma_y) / E \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} = (\sigma_y - \nu \cdot \sigma_x) / E \\ \psi_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \tau_{xy} / G \end{aligned} \right\} \dots (12)$$

である。これより、上フランジの横 (y) 方向に沿った任意の2点間の相対変位 Δv は、次のようになる。

$$E \cdot \Delta v = \int \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \cdot dy - \nu \cdot \frac{\partial F}{\partial y} \dots (13)$$

(2) 積分定数の決定

まず、腹板位置 (y=0) において横 (y) 方向変位 v の連続性を満足させるためには、区間 (0 ≤ y ≤ c) で定義された関数 F⁽²⁾(x, y) に対して、式 (13) から、

$$\left[\frac{\partial^2 F^{(2)}}{\partial x^2} \cdot dy - \nu \cdot \frac{\partial F^{(2)}}{\partial y} \right]_{y=0} \equiv 0 \dots (14)$$

の関係が成立する必要がある、よって、

$$A_n^{(2)} / B_n^{(2)} = (1 - \nu) / (1 + \nu) \dots (15)$$

である。また、張出し部先端 (y=b+c) において、

$$\sigma_y = \left[\frac{\partial^2 F^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F^{(2)}}{\partial x^2} \right]_{y=b+c, \bar{y}=c} \equiv 0 \dots (16)$$

$$\tau_{xy} = - \left[\frac{\partial^2 F^{(1)}}{\partial x \cdot \partial y} + \frac{\partial^2 F^{(2)}}{\partial x \cdot \partial y} \right]_{y=b+c, \bar{y}=c} \equiv 0 \dots (17)$$

であるから、これより次の関係式が得られる。

$$A_n^{(1)} \cdot \sinh k(b+c) + B_n^{(1)} \cdot k(b+c) \cdot \cosh k(b+c) + A_n^{(2)} \cdot \sinh kc + B_n^{(2)} \cdot kc \cdot \cosh kc = 0 \dots (18)$$

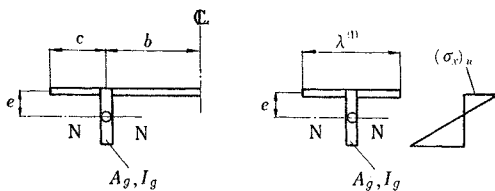
$$A_n^{(1)} \cdot \cosh k(b+c) + B_n^{(1)} \cdot \{ \cosh k(b+c) + k(b+c) \cdot \sinh k(b+c) \} + A_n^{(2)} \cdot \cosh kc + B_n^{(2)} \cdot \{ \cosh kc + kc \cdot \sinh kc \} = 0 \dots (19)$$

次に、上フランジと腹板の間に作用するずれ力を、

$$T(x) = \sum_{n=1}^{\infty} T_n \cdot \cos kx \dots (20)$$

と表わすと、上フランジ板厚を t として、

(a) 実際の構造系 (b) 実用計算上の初等はり



A_g: 断面積 (cm²) I_g: 断面2次モーメント (cm⁴)
N-N: 中立軸位置 (すべて桁断面のみに関するもの)

図-4 両計算系の対比

$$- \left[\frac{\partial^2 F^{(2)}}{\partial x \cdot \partial y} \right]_{\bar{y}=0} \equiv -\frac{1}{t} \cdot T(x) \dots (21)$$

であり、したがって、次の関係式が得られる。

$$A_n^{(2)} + B_n^{(2)} = T_n / t \dots (22)$$

これより、すべての積分定数が T_n で表わされるが、その結果をまとめて示すと次のようである。

$$\left. \begin{aligned} A_n^{(1)} &= - \{ B_n^{(1)} \cdot k(b+c) \cdot \cosh k(b+c) \\ &\quad + A_n^{(2)} \cdot \sinh kc + B_n^{(2)} \cdot kc \cdot \cosh kc \} \\ &\quad / \sinh k(b+c) \\ B_n^{(1)} &= [A_n^{(2)} \cdot \sinh kb + B_n^{(2)} \cdot \{ \sinh k(b+c) \\ &\quad \cdot \cosh kc - kc \cdot \cosh kb \}] / [k(b+c) \\ &\quad - \sinh k(b+c) \cdot \cosh k(b+c)] \\ A_n^{(2)} &= \frac{1-\nu}{2} \cdot (T_n / t) \\ B_n^{(2)} &= \frac{1+\nu}{2} \cdot (T_n / t) \end{aligned} \right\} \dots (23)$$

(3) フランジ有効幅の計算式

まず、腹板位置 (y=b), および張出し部先端 (y=c) における上フランジの直応力度 (σ_x)_{y=b}, (σ_x)_{y=c} は、

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_{y=b} &= \left[\frac{\partial^2 F^{(1)}}{\partial y^2} \right]_{y=b} \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \{ A_n^{(1)} \cdot \sinh kb + B_n^{(1)} \\ &\quad \cdot (2 \sinh kb + kb \cdot \cosh kb) \} \cdot \sin kx \dots (24) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\sigma_x)_{y=c} &= \left[\frac{\partial^2 F^{(1)}}{\partial y^2} \right]_{y=b+c} + \left[\frac{\partial^2 F^{(2)}}{\partial \bar{y}^2} \right]_{\bar{y}=c} \\ &= 2 \sum_{n=1}^{\infty} \{ B_n^{(1)} \cdot \sinh k(b+c) \\ &\quad + B_n^{(2)} \cdot \sinh kc \} \cdot \sin kx \dots (25) \end{aligned}$$

と表わされる。これより、式 (4.a), (4.b) の定義にしたがって上フランジの有効幅 λ⁽¹⁾, λ⁽²⁾ を計算することができ、

$$\lambda^{(1)} = -\frac{1}{t} \cdot \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot T_n \cdot \sin kx \right) / (\sigma_x)_{y=b} \dots (26)$$

$$\lambda^{(2)} = -\frac{1}{t} \cdot \left(\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot T_n \cdot \sin kx \right) / (\sigma_x)_{y=c} \dots (27)$$

となる。ここで、曲げモーメント分布が n 次の正弦関数、

$$M(x) = M_n \cdot \sin kx \dots (28)$$

で表わされる場合を考察すると、腹板上端に生じる縦 (x) 方向のひずみ (ε_x)_g は、図-4 の記号を用いて、

$$\begin{aligned} (\epsilon_x)_g &= \frac{1}{EI_g} \cdot \{ -M(x) \cdot e + (e^2 + I_g / A_g) \\ &\quad \cdot \int_0^x T(x) \cdot dx \} \\ &= \frac{1}{EI_g} \cdot \{ -M_n \cdot \sin kx \cdot e + (e^2 + I_g / A_g) \end{aligned}$$

$$\cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cdot T_n \cdot \sin kx \} \dots\dots\dots (29)$$

である。一方で、式 (12) から与えられる上フランジのひずみ $(\epsilon_x)_{y=b}$ と $(\epsilon_x)_g$ との間には、 $(\epsilon_x)_{y=b} \equiv (\epsilon_x)_g$ の関係が成立するので、この関係を式 (29) に適用し、かつ $(\epsilon_x)_{y=b}$ を表わす応力関数中の各積分定数に式 (23) の右辺を代入して整理すると、

$$M_n \cdot \sin kx \equiv \sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \cdot T_n \cdot \sin kx \dots\dots\dots (30)$$

のような形が得られる。ここに、 α_n は n 項ごとに一定な値を有する係数項である。これより、式 (30) の恒等条件に着目すれば、

$$\left. \begin{aligned} T_m &= M_n / \alpha_n \quad (m=n) \\ T_m &= 0 \quad (m \neq n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

となる。すなわち、曲げモーメント分布が式 (28) で与えられる場合には、式 (26)、(27) において n 次以外の級数項はすべて消去され、次の結果が得られる。

$$\lambda_n^{(1)} = -(T_n / kt) / \{A_n^{(1)} \cdot \sinh kb + B_n^{(1)} \cdot (2 \sinh kb + kb \cdot \cosh kb)\} \dots\dots\dots (32)$$

$$\lambda_n^{(2)} = -(T_n / kt) / [2\{B_n^{(1)} \cdot \sinh k(b+c) + B_n^{(2)} \cdot \sinh kc\}] \dots\dots\dots (33)$$

特に、張出し部がない ($c=0$) 場合には、

$$\lambda_n^{(1)} = \lambda_n^{(2)} = (1/2k) \cdot (\sinh kb \cdot \cosh kb - kb) / \sinh^2 kb \dots\dots\dots (34)$$

となって、文献 6) の式 (4.26) (等方性板の場合) とまったく一致した結果が得られる。

次に、任意形状の曲げモーメント分布が存在する場合には、これを Fourier 級数に展開して、

$$M(x) = \sum_{n=1}^{\infty} M_n \cdot \sin kx \dots\dots\dots (35)$$

と表わす。また、図—4 の計算系 (a)、(b) について上フランジに生じる直応力度の関係を考察すると、

$$(\sigma_x)_{y=b} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n \cdot \sin kx \cdot e}{I_g + \lambda_n^{(1)} t \cdot (I_g / A_g + e^2)} \dots\dots\dots (36)$$

$$(\sigma_x)_{\bar{y}=c} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n^{(1)} / \lambda_n^{(2)}) \cdot M_n \cdot \sin kx \cdot e}{I_g + \lambda_n^{(1)} t \cdot (I_g / A_g + e^2)} \dots\dots\dots (37)$$

$$(\sigma_x)_u = \frac{M(x) \cdot e}{I_g + \lambda^{(1)} t \cdot (I_g / A_g + e^2)} \dots\dots\dots (38)$$

であり、これらの各応力度の間には、

$$\left. \begin{aligned} (\sigma_x)_{y=b} &= (\sigma_x)_u \\ (\sigma_x)_{\bar{y}=c} &= (\lambda^{(1)} / \lambda^{(2)}) \cdot (\sigma_x)_u \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (39)$$

なる関係式が成立する必要がある。ここで、上フランジと主桁断面の断面比を表わす定数 θ を、

$$\theta = \{A_g / (b+c)t\} \cdot \{I_g / (I_g + A_g \cdot e^2)\} \dots\dots\dots (40)$$

とすると、式 (35) の曲げモーメント分布 $M(x)$ に対応する上フランジの有効幅 $\lambda^{(1)}$ 、 $\lambda^{(2)}$ は、

$$\frac{\lambda^{(1)}}{b+c} = \left\{ M(x) / \sum_{n=1}^{\infty} \frac{M_n \cdot \sin kx}{\lambda_n^{(1)} / (b+c) + \theta} \right\} - \theta \dots\dots\dots (41)$$

$$\frac{\lambda^{(2)}}{b+c} = \frac{\lambda^{(1)} / (b+c)}{\lambda^{(1)} / (b+c) + \theta} \cdot M(x) / \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda_n^{(1)} / \lambda_n^{(2)}) \cdot M_n \cdot \sin kx}{\lambda_n^{(1)} / (b+c) + \theta} \right\} \dots\dots\dots (42)$$

となる。また、式 (35) などの Fourier 係数 M_n は、

(1) 放物線分布曲げモーメントに対して、

$$M_n = 32/n^3 \pi^3 \quad (n=1, 3, 5, \dots) \dots\dots\dots (43)$$

(2) 三角形 (対称) 分布曲げモーメントに対して、

$$\left. \begin{aligned} M_n &= 8/n^2 \pi^2 \quad (n=1, 5, 9, \dots) \\ &= -8/n^2 \pi^2 \quad (n=3, 7, 11, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (44)$$

である。なお、数値計算上では、式 (33) の $\lambda_n^{(2)}$ が無限大に近い値となり、計算機の内部で指数部分が overflow する場合があるので注意が必要である。また、式 (33) の分母において双曲線関数の減算が行われるが、これらの関数の値が大きくなると仮数部分の桁落ちによって分母が無意味な数値となる場合がある。これを避けるためには、たとえば $kb > 10$ 、 $kc > 10$ の範囲に対して、

$$\lambda_n^{(2)} = (1/2k) \cdot \cosh k(b+c) / (B_n^{(2)} \cdot \sinh kb) \dots\dots\dots (33.a)$$

のような近似式を用いるのがよい。

ここで、参考までに $k(b+c)$ の変化に対する $\lambda_n^{(1)}$ 、 $\lambda_n^{(2)}$ の極限値を列記すると、次のようである。

(1) $k(b+c) \rightarrow 0$ の場合には、

$$\lambda_n^{(1)} / (b+c) = (1+c/b)^2 / 3 \dots\dots\dots (45)$$

$$\lambda_n^{(2)} / (b+c) = (1+c/b) / 3 \dots\dots\dots (46)$$

(2) $k(b+c) \rightarrow \infty$ の場合には、

$$\lambda_n^{(1)} / l = \lambda_n^{(2)} / l = 1/2n\pi \quad (c/b=0) \dots\dots\dots (47)$$

$$\lambda_n^{(1)} / l = (4/n\pi) / (3+\nu) \quad (c/b \neq 0) \dots\dots\dots (48)$$

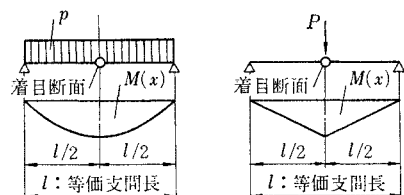
$$\lambda_n^{(2)} / l = \infty \quad (c/b \neq 0) \dots\dots\dots (49)$$

このうち、式 (48) は独立 T 形ばり (対称断面、対称荷重) のフランジ有効幅比の極限値³⁾ と一致している。

(4) フランジ有効幅比の数表

以上の諸式により、図—5 に示す 2 種類の曲げモーメント分布を対象として、各支間中央点における上フランジ有効幅比 $\lambda^{(1)} / (b+c)$ 、 $\lambda^{(2)} / (b+c)$ の値を計算したが、

(a) 放物線分布 (b) 三角形分布



図—5 曲げモーメント分布 $M(x)$

表一 放物線分布曲げモーメント (逆対称荷重) に対する有効幅比 $\lambda/(b+c)$

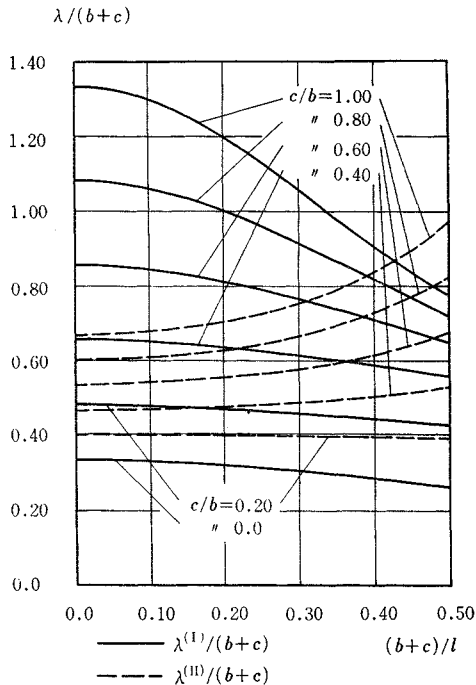
c/b $(b+c)/l$	0.00	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.80	1.00
0.00	0.333/0.333	0.368/0.350	0.403/0.367	0.480/0.400	0.563/0.433	0.653/0.467	0.750/0.500	0.853/0.533	1.080/0.600	1.333/0.667
0.02	0.333/0.333	0.368/0.350	0.403/0.367	0.480/0.400	0.563/0.433	0.653/0.467	0.750/0.500	0.853/0.533	1.079/0.600	1.332/0.667
0.05	0.332/0.332	0.367/0.349	0.402/0.366	0.479/0.400	0.562/0.434	0.652/0.467	0.748/0.501	0.851/0.534	1.074/0.602	1.324/0.669
0.10	0.330/0.330	0.364/0.347	0.401/0.365	0.477/0.399	0.560/0.434	0.649/0.469	0.743/0.503	0.843/0.538	1.058/0.606	1.296/0.675
0.15	0.325/0.325	0.361/0.344	0.397/0.362	0.474/0.399	0.556/0.435	0.643/0.471	0.734/0.507	0.830/0.543	1.033/0.615	1.251/0.686
0.20	0.320/0.320	0.355/0.339	0.393/0.359	0.470/0.398	0.551/0.437	0.635/0.475	0.722/0.513	0.812/0.551	0.999/0.627	1.194/0.702
0.25	0.312/0.312	0.349/0.334	0.387/0.355	0.464/0.397	0.544/0.438	0.625/0.480	0.708/0.521	0.791/0.562	0.958/0.643	1.127/0.723
0.30	0.303/0.303	0.341/0.327	0.380/0.350	0.458/0.395	0.536/0.441	0.614/0.486	0.690/0.531	0.766/0.575	0.912/0.664	1.054/0.752
0.35	0.294/0.294	0.332/0.319	0.372/0.344	0.450/0.394	0.527/0.444	0.600/0.493	0.671/0.543	0.738/0.593	0.863/0.691	0.979/0.788
0.40	0.283/0.283	0.323/0.310	0.363/0.337	0.441/0.392	0.516/0.447	0.586/0.502	0.650/0.558	0.708/0.614	0.813/0.725	0.906/0.835
0.50	0.260/0.260	0.302/0.291	0.344/0.323	0.423/0.388	0.493/0.456	0.553/0.526	0.603/0.598	0.646/0.671	0.715/0.820	0.771/0.969

備考：各欄の数値は左列： $\lambda^{(I)}/(b+c)$ ，右列： $\lambda^{(II)}/(b+c)$ を示す。
ポアソン比 $\nu=0.3$ ，断面定数 $\theta=0.1$ とする。

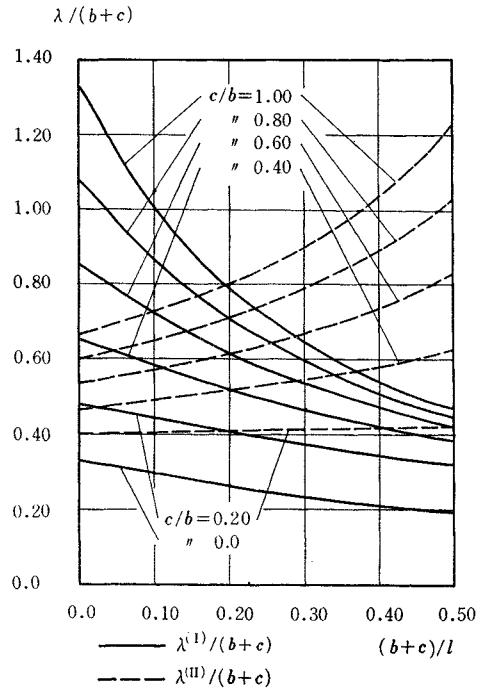
表二 三角形分布曲げモーメント (逆対称荷重) に対する有効幅比 $\lambda/(b+c)$

c/b $(b+c)/l$	0.00	0.05	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.80	1.00
0.00	0.333/0.333	0.368/0.350	0.403/0.367	0.480/0.400	0.563/0.433	0.653/0.467	0.750/0.500	0.853/0.533	1.080/0.600	1.333/0.667
0.02	0.326/0.326	0.361/0.345	0.398/0.364	0.473/0.400	0.555/0.436	0.640/0.471	0.732/0.506	0.829/0.540	1.037/0.609	1.264/0.677
0.05	0.314/0.314	0.351/0.338	0.387/0.361	0.461/0.402	0.537/0.440	0.617/0.478	0.700/0.515	0.786/0.551	0.966/0.623	1.154/0.695
0.10	0.295/0.295	0.334/0.327	0.370/0.355	0.440/0.404	0.510/0.448	0.580/0.490	0.651/0.531	0.722/0.570	0.864/0.649	1.005/0.727
0.15	0.277/0.277	0.319/0.317	0.355/0.350	0.421/0.406	0.485/0.456	0.547/0.503	0.607/0.548	0.666/0.592	0.780/0.678	0.886/0.762
0.20	0.261/0.261	0.304/0.307	0.340/0.345	0.404/0.408	0.462/0.464	0.517/0.516	0.568/0.567	0.618/0.615	0.708/0.710	0.791/0.803
0.25	0.247/0.247	0.290/0.297	0.326/0.339	0.387/0.410	0.441/0.473	0.489/0.531	0.534/0.587	0.575/0.641	0.648/0.747	0.712/0.849
0.30	0.233/0.233	0.278/0.288	0.313/0.334	0.371/0.412	0.421/0.482	0.464/0.547	0.502/0.610	0.537/0.670	0.596/0.788	0.646/0.902
0.35	0.221/0.221	0.266/0.279	0.301/0.329	0.357/0.414	0.402/0.492	0.441/0.564	0.474/0.634	0.503/0.703	0.551/0.835	0.590/0.963
0.40	0.209/0.209	0.255/0.271	0.289/0.324	0.343/0.417	0.385/0.502	0.419/0.583	0.448/0.662	0.472/0.739	0.511/0.889	0.542/1.036
0.50	0.188/0.188	0.234/0.254	0.268/0.313	0.318/0.421	0.354/0.525	0.381/0.626	0.403/0.727	0.419/0.828	0.445/1.029	0.463/1.229

備考：各欄の数値は左列： $\lambda^{(I)}/(b+c)$ ，右列： $\lambda^{(II)}/(b+c)$ を示す。
ポアソン比 $\nu=0.3$ ，断面定数 $\theta=0.1$ とする。



図一六 放物線分布曲げモーメント (逆対称荷重) に対する有効幅比 ($\nu=0.3$ ， $\theta=0.1$)



図一七 三角形分布曲げモーメント (逆対称荷重) に対する有効幅比 ($\nu=0.3$ ， $\theta=0.1$)

その結果は表-1, 2 に示すとおりである。また、各有効幅比の変化の様子をグラフとして示すと図-6, 7 などのようである。

ここで、上フランジ部分のポアソン比の値は、鋼床板を用いたπ形断面桁橋の場合を主体と考えて $\nu=0.3$ とした。合成RC床版の場合には $\nu=1/6$ として計算するのが厳密であるが、従来の研究^{3), 6)}では有効幅比に対するポアソン比の影響は小さい($\nu=0.3$ としたほうがわずかに低下する)ことが示されている。これから推定すれば、合成RC床版を用いた場合にも近似的には表-1, 2の数値を適用して差支えないと思われる。次に、式(40)(41), (42)などにおける定数 θ の値は、鋼床板2主桁橋の実施例について支間中央、および中間支点上などの主要な断面の値を調査した結果、 $\theta=0.07\sim 0.13$ の範囲にあるものが多いので、平均的数値として $\theta=0.10$ を採用した。一般に、定数 θ の値がかなり大幅に変化してもフランジ有効幅比に対する影響はわずかであることが知られており、実用上では、これで十分な計算精度が得られると考えてよい。また、式(41), (42)の級数計算は有効数字3桁までの収束精度を目標として行った。すなわち、中間結果を追跡しながら項数を逐次増加して行き、放物線分布曲げモーメントの場合には最大50項目、三角形分布曲げモーメントの場合には最大300項目までを用いてほぼ所期の精度が得られている。

実橋の計算上では、まず荷重を断面方向の対称成分、および逆対称(ずり)成分に分解し、前者に対しては道示鋼橋編(8.3.4)条の規定有効幅を適用する。

次に、後者の成分については表-1, 2のフランジ有効幅比を適用することになるが、この場合、着目断面の位置、および荷重形態(等分布、または集中荷重)によって曲げモーメントの分布形状が異なるので、表-1, 2の適用にあたって多少の注意が必要である。すなわち、道示鋼橋編(8.3.4)条の規定では、支間部分(放物線分布曲げモーメント)と連続桁橋の中間支点付近(三角形分布曲げモーメント)とで有効幅の計算式を区別している。また、支間部分では(床版幅/等価支間長)比が大きくなるにつれて集中(線)荷重の影響が大きくなるものと考えて、有効幅の値を放物線分布から三角形分布曲げモーメントに対する値へ漸次移行させている。

本文の表-1, 2の場合には、このような移行操作を加えることが困難であるため各分布形状ごとの理論値をそのまま示してあるが、道示の主旨に沿って実用計算を行うには、たとえば、次のような適用区分にしたがって表-1, 2を用いるのがよいと思われる。

- (1) 単純桁橋, 連続桁橋の支間部分では、
等分布荷重(放物線分布曲げモーメント) : 表-1
集中(線)荷重(三角形分布曲げモーメント) : 表-2

- (2) 連続桁橋の中間支点付近では、
全荷重(三角形分布曲げモーメント) : 表-2

なお、表-1, 2を適用するにあたって、等価支間長 l の値は道示鋼橋編(8.3.4)条の規定どおりに決定すればよいと思う。

4. 他の解法との比較

まず、張出し部がない場合、および張出し比(c/b)=1.0である場合についてKaufmann⁶⁾が与えた1次の正弦分布曲げモーメントに対する近似解との比較を行う。Kaufmannの計算式は次のようである。

- (1) 張出し部がない場合には、

$$\lambda/b = [3 + 4.737 / \{1 + 324(l^2/\pi^2 b^2)\} / (12 E/G + \pi^2 b^2/l^2)]^{-1} \dots\dots\dots (50)$$

- (2) 張出し比(c/b)=1.0の場合には、

$$\lambda^{(1)}/B = 4[3 + 13 / \{1 + 375(l^2/\pi^2 B^2)\} / (12 E/G + \pi^2 B^2/l^2)]^{-1} \dots\dots\dots (51)$$

$$\lambda^{(II)}/B = 4[6 - 9 / \{1 + 375(l^2/\pi^2 B^2)\} / (12 E/G + \pi^2 B^2/l^2)]^{-1} \dots\dots\dots (52)$$

ただし、式(51), (52)において $B=(b+c)=2b$ である。これより、ポアソン比 $\nu=0.3$, $E/G=2(1+\nu)=2.60$ として計算したが、その結果を著者の式(32), (33)による数値と対比させると表-3, 4のようである。すなわち、Kaufmannの近似解は(b/l), または(B/l) ≤ 0.50 の範囲ではほぼ満足な精度を示しているが、これ以上の範囲では誤差がしだいに大きくなり、(b/l), または(B/l) $\rightarrow \infty$ となる場合の極限值は両解法の間でまったく異なっている。この誤差は、Kaufmannが床版部分の直応力分布を3次放物線で近似して計算式を誘導したことに起因している。なお、表-3における著者の計算値は文献6), 7)の図表(等方性板の場合)とまったく一致している。

次に、図-8の計算モデルを対象として著者の計算法、および数表と帯状有限要素法(F.S.M.)¹⁰⁾による計算値との比較を試みたので、その結果について述べたい

表-3 有効幅の比較(正弦分布曲げモーメント, $c/b=0.0$)

b/l		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	∞
λ/b	Kaufmann ⁶⁾	0.333	0.328	0.306	0.252	0.178	0.129
	著者	0.333	0.329	0.308	0.253	0.156	$\lambda=0.159 \cdot l$

表-4 有効幅の比較(正弦分布曲げモーメント, $c/b=1.0$)

B/l		0.00	0.10	0.25	0.50	1.00	∞
$\lambda^{(1)}/B$	Kaufmann ⁶⁾	1.333	1.288	1.097	0.747	0.410	0.250
	著者	1.333	1.287	1.095	0.737	0.379	$\lambda=0.386 \cdot l$
$\lambda^{(II)}/B$	Kaufmann ⁶⁾	0.667	0.675	0.720	0.916	3.019	—
	著者	0.667	0.677	0.734	1.006	12.315	∞

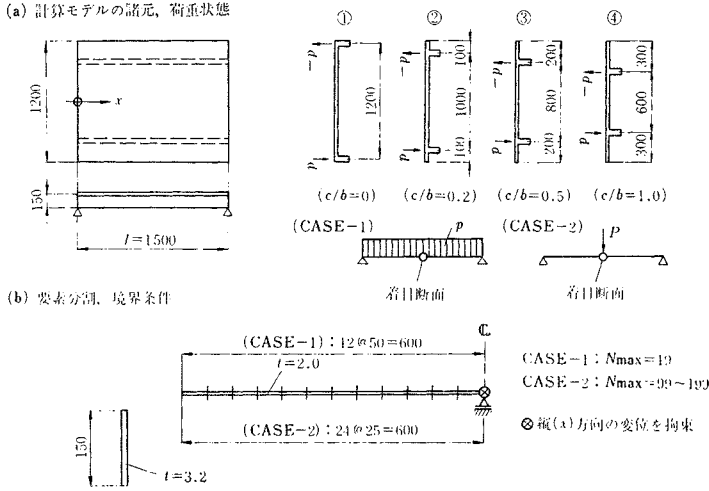


図-8 帯状有限要素法との比較計算モデル

ように σ_x および $(\tau_{xy})_{y=0}$ を含む形で表わしておき、両者の分布に台形公式を適用して二つの積分項を求める方法をとった。この結果を本文の解法による表-1, 2の数値と対比させると表-5 のようであり、相対誤差 0.6% 以内で両方の数値がよく一致している。また、支間中央断面について、帯状有限要素法、および本文の式 (5), (6.a) に表-1, 2の有効幅比を適用して得られた直応力分布を比較すると図-9 のようである。

これらの比較計算によって、本論における有効幅の定義、および応力計算法の妥当性が確認されたと思う。

と思う。ここで用いた帯状有限要素法の計算プログラムは California 大学 (Berkeley) の土木工学科で開発された MULSTR と称するもので、CDC/6400 用と IBM/360 用 (後者は文献¹⁰) の別冊 APPENDIX-C に含まれている) とがあるが、著者が用いたのは前者のほうであり、計算容量を拡張するなど多少の変更を加えてある。また、帯状有限要素法による計算上で特に留意した事項は、

- (1) 腹板下端に作用させた荷重による局部的応力 (特に集中荷重の場合) の影響を避けるために、腹板を代表する帯状要素のポアソン比 $\nu=0$ と仮定した。この結果、腹板部分は単純な初等ばりとして作用している。
 - (2) 断面形状は変化しない (実橋では対傾構などの剛性が期待できる) のと考え、各帯状要素の断面方向の曲げ剛性には無限大に近い数値をインプットした。
 - (3) 図-8 (b) に示す要素分割、および最大項数 N_{max} などは、それぞれの荷重状態ごとに数種類の予備計算を行い、断面上の応力分布がほぼ収束するまでこれらを増加して決定した。
- などである。これより、式 (4.a), (4.b) の定義にしたがって等分布荷重、および集中荷重に対する各支間中央点の上フランジ有効幅比を計算した。ただし、これらの両式において右辺は $T(x)$ を積分する形でなく式 (4)

5. 活荷重載荷幅の検討

次に、断面上の一つの着目点に最大応力度を生じさせる活荷重の載荷幅について考察する。道示鋼橋編 (8.2.4) 条では、曲げとねじりによる合計応力度を照査する場合、曲げモーメント、または曲げによるせん断力が最大となる荷重状態を考えるものと規定している。これは、最も危険な載荷幅を発見するのが困難な場合が多いための便宜的規定であると解されるが、実用計算上でねじり応力の影響が特に大きい場合には、たとえば橋軸中心線の片側部分に活荷重を半載した状態についても応力度を照査するなどの方法が行われている。

ここで、図-10 (a) のように活荷重 pa を各主桁上に作用する対称成分 p_1 と逆対称 (ずり) 成分 p_2 とに分解し、それぞれが単位量 ($p_1=p_2=1$) である場合に着目点に生じる直応力度を σ_1, σ_2 とすると、載荷幅 a に対応する着目点の合計応力度 σ は、

$$\sigma = (pa/2) \cdot [\sigma_1 + \sigma_2 \cdot \{1 + (c-a/2)/b\}] \dots\dots (53)$$

と表わされる。ただし、荷重 p は線荷重、または等分布荷重である。これより、 $d\sigma/da=0$ とすると最大応力度を与える載荷幅 \bar{a} が決定され、

$$\bar{a} = (b+c) + (\sigma_1/\sigma_2) \cdot b > b+c \dots\dots\dots (54)$$

となる。すなわち、このような載荷幅 \bar{a} は橋梁幅員の

表-5 有効幅の比較 ($\theta=0.1, (b+c)/l=0.40$)

c/b		CASE-1				CASE-2			
		0.00	0.20	0.50	1.00	0.00	0.20	0.50	1.00
$\lambda(I)/(b+c)$	F. S. M.	0.282	0.441	0.647	0.901	0.209	0.344	0.447	0.545
	著者	0.283	0.441	0.650	0.906	0.209	0.343	0.448	0.542
$\lambda(II)/(b+c)$	F. S. M.	—	0.392	0.559	0.836	—	0.418	0.662	1.035
	著者	—	0.392	0.558	0.835	—	0.417	0.662	1.036

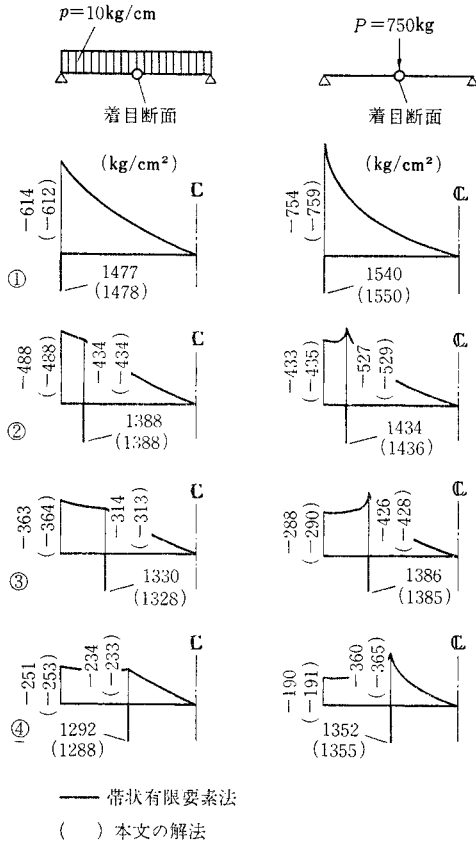


図-9 支間中央断面上の直応力分布

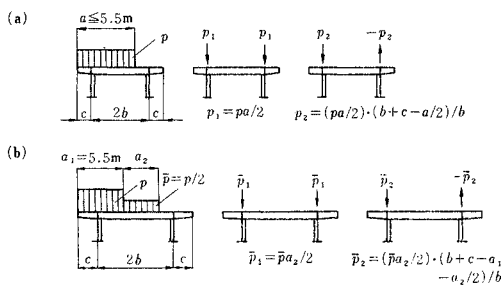


図-10 活荷重載荷幅の計算

1/2 より常に大きいことが示されている。また、幅員が大きくて主載荷荷重と従載荷荷重（前者の1/2の強度を有する）との区別が必要な場合には、図-10(b)を参照して、次の計算式を適用すればよい。

$$a_1 + \bar{a}_2 = (b+c) + (\sigma_1/\sigma_2) \cdot b > b+c \dots\dots\dots (55)$$

本文の解法を用いる場合には、式(54)、(55)における (σ_1/σ_2) の値は断面係数比の逆数として容易に計算される。すなわち、対称荷重、および逆対称（ずり）荷重に対する上フランジ有効幅を用いて得られた断面係数をそれぞれ W_1, W_2 とすれば、

$$\sigma_1/\sigma_2 = W_2/W_1 \dots\dots\dots (56)$$

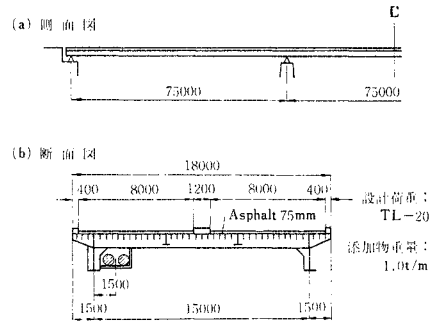


図-11 計算例の2主桁橋

である。この値は断面上の着目位置によって異なり、たとえば、下フランジについては $W_{1,l} \neq W_{2,l}$ （床版有効幅の変化は下フランジ側の断面係数 W_l にほとんど影響しない）であるから、式(54)、(55)より $\bar{a} = 2b+c$ 、または $a_1 + \bar{a}_2 = 2b+c$ となって、(1-0)分配影響線の正符号部分に活荷重を満載した状態だけを計算すればよいと考えられる。

一方、上フランジ（床版）については、表-1,2において $\lambda^{(1)} \leq \lambda^{(2)}$ の範囲ではフランジ幅 $\lambda = \lambda^{(1)}$ に対応する断面係数 $W_{2,u} = W_u^{(1)}$ を用いて式(56)を適用し、また $\lambda^{(1)} > \lambda^{(2)}$ である場合には、式(5)、(6.a)の関係を参照して $W_{2,u} = (\lambda^{(2)}/\lambda^{(1)}) \cdot W_u^{(1)}$ として同様に計算すればよい。なお、等分布荷重と線荷重とが作用する場合には、荷重によって $\lambda^{(2)}, \lambda^{(1)}$ の値が表-1,2のように区別されるが、実用上では、たとえば支配的な大きさの曲げモーメントを生じる荷重について載荷幅 \bar{a}_1, \bar{a}_2 などを決定すれば十分である。

6. 実橋大の諸元による計算例

次に、図-11に示す2主桁橋をモデルとして、比較計算の結果を述べたいと思う。ここでは、

- 1) 本文の解法による計算
- 2) 逆対称（ずり）荷重成分に対して薄肉構造の曲げねじり理論を適用する計算
- 3) (1-0)分配影響線から得られた1主桁あたりの全荷重に道示鋼橋編(8.3.4)条の上フランジ有効幅を適用する計算

などの3種類の比較を行うものとした。なお、このように下横構を省略したπ形断面桁橋の場合には、通常の曲げねじり理論を大幅に簡略化して適用できるので、これについて多少考察した上、本論に入りたいと思う。

(1) ねじり理論による簡易解法

薄肉断面構造物がねじり荷重を受ける場合の一般的な微分方程式は、次のようである。

$$\left. \begin{aligned} d^4\theta/dx^4 - \lambda^2 \cdot (d^2\theta/dx^2) &= m_T/EC_w \\ \lambda &= \sqrt{GK/EC_w} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (57)$$

ここに、式 (57) に用いた記号は、

θ : ねじり角, K : 純ねじり定数 (cm⁴),

C_w : 曲げねじり定数 (cm⁶)

である。しかし、ここで考察する π 形断面桁橋の場合には、道示鋼橋編 (8.2.3) 条、および文献11) におけるねじり定数比 κ の値が非常に小さくなり、同条項の

$$\kappa = l \cdot \sqrt{GK/EC_w} < 0.4 \dots\dots\dots (58)$$

の範囲、またはこの付近にあることが多い。よって、曲げねじりモーメント $M_w \approx M_w (\kappa=0)$ となり、実用計算上では純ねじりの影響を無視することができる。これより、式 (57) の第2項を無視すると、

$$d^4\theta/dx^4 = m_T/EC_w \dots\dots\dots (57.a)$$

となる。これは、曲げを受けるはりの微分方程式、

$$d^4\eta/dx^4 = p/EI \dots\dots\dots (59)$$

と同形であり、また、ねじり角 θ と曲げねじりモーメント M_w 、およびねじりモーメント T との関係は、

$$\left. \begin{aligned} M_w &= -EC_w \cdot (d^2\theta/dx^2) \\ T &= -EC_w \cdot (d^3\theta/dx^3) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (60)$$

である。よって、曲げを受けるはりの場合とは、

$$M_w/M, T/Q, \theta/\eta, m_T/p$$

の関係で諸量が対比している。また、単純支点 (ねじり回転拘束)、中間支点 (ねじり回転拘束)、および自由端などにおける境界条件の対比もまったく同様である。すなわち、本論の場合の曲げねじりモーメント M_w は、ねじり荷重 m_T を一つの鉛直荷重のように考えて曲げモーメント影響線 (連続桁橋の場合には影響線縦距の数表¹²⁾ を用いると便利である) に載荷すれば容易に計算される。

このような簡易解法によれば、著者の有効幅を用いる計算法と異なって床版部分における Shear lag の影響が無視される欠点があるが、実用計算上では非常に便利であるので、比較計算の一つに加えることとした。

(2) 比較計算、および考察

まず、計算上の着目断面位置、および断面構成は図-12 に示すとおりである。また、断面方向における活荷重の載荷状態は 図-13 のようである。ここで、載荷状態 (B)、(C) の載荷幅は式 (55)、(56) から決定したが、載荷状態 (B) は支間部分の断面 (a)、(c) の計算に用いたものであり、また載荷状態 (C) は中間支点上の断面 (b) の計算に適用したものである。すなわち、各着目断面に対する等価支間内の活荷重曲げモーメントの分布形状は、断面 (a)、(c) の場合にはほぼ放物線状であるが、断面 (b) については三角形に近いと考えられるので、上記の載荷幅を決定するにあたっては、これらの分

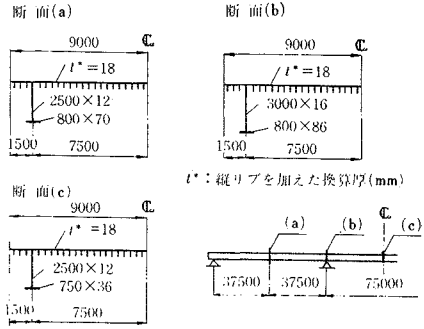


図-12 計算着目断面の諸元

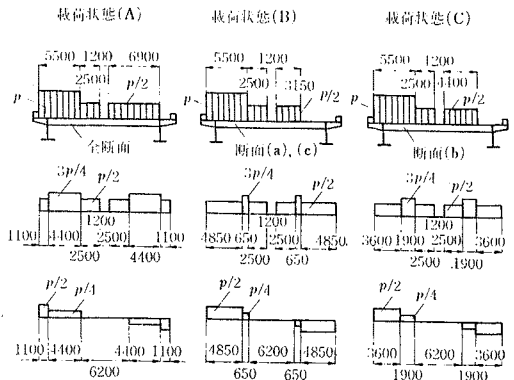


図-13 活荷重の載荷状態、適用断面

布形状に対応する $\lambda^{(1)}$ 、 $\lambda^{(2)}$ の値を表-1、2 からとり出して式 (56) の断面係数 $W_{2,u}$ を計算してある。つぎに、各断面の上フランジ有効幅、および断面係数の値は表-6 のようであり、逆対称 (ずり) 荷重成分に対する有効幅 $\lambda^{(1)}$ 、 $\lambda^{(2)}$ 、ならびに上フランジ側の断面係数 $W_u^{(1)}$ 、 $W_u^{(2)}$ は、道示の規定による場合と比較して約 1/2 近くまで低下している。

さて、著者の解法により各断面の応力度を計算するにあたっては、次のような考え方をしている。

1) 対称荷重成分については道示の規定有効幅による断面係数の値を適用する。

2) 逆対称 (ずり) 荷重成分には表-6 の断面係数 $W^{(1)}$ 、 $W^{(2)}$ を適用するが、支間部分の断面 (a)、(c) に

表-6 フランジ有効幅、断面係数の値

		有効幅 (cm)		断面係数 (cm ³)			
		道示 λ	$\lambda^{(1)}$	$\lambda^{(2)}$	W_u/W_I	$W_u^{(1)}/W_I^{(1)}$	$W_u^{(2)}$
断面 (a)	P	787.5	378.9	365.4	354 500	182 800/152 200	176 300
	p		426.6	359.1	/158 100	202 800/153 400	170 700
断面 (b)	P	542.7	333.9	370.8	313 000	209 100/223 600	232 200
	p		-	-	/232 800	-	-
断面 (c)	P	725.0	363.6	367.2	307 200	164 900/85 500	166 500
	p		423.0	358.2	/88 600	188 300/86 300	159 500

備考：P：集中 (線) 荷重、p：等分布荷重を示す。

表-7 上・下フランジ直応力度の比較 (kg/cm²)

		著者の解法 (1)	ねじり理論 (2)	道示 (3)	(1)/(3)
断面 (a)	$\sigma_u(1)/\sigma_u(\Pi)$	(B)-1309/-1372	(B)-1290/-1370	(A)-1147	1.20
	σ_l	(A) 2584	(A) 2572	(A) 2571	1.01
断面 (b)	$\sigma_u(1)/\sigma_u(\Pi)$	(C) 1624/1585	(C) 1547/1609	(A) 1505	1.08
	σ_l	(A)-2036	(A)-2019	(A)-2024	1.01
断面 (c)	$\sigma_u(1)/\sigma_u(\Pi)$	(B)-851/-890	(B)-830/-889	(A)-741	1.20
	σ_l	(A) 2581	(A) 2570	(A) 2568	1.01

備考：(A), (B), (C)は 図-13 の載荷状態を示す。

対しては線荷重と等分布荷重に対する断面係数を区別して計算する。

3) 中間支点上の断面 (b) についてはこのような区別をせず、三角形分布曲げモーメントに対応する断面係数の値を用いる。

これより、各断面の上・下フランジ直応力度を比較すると表-7 のようであるが、この結果を考察すると次のことがいえる。

1) 著者の解法による場合と全荷重に道示の規定有効幅を適用した場合とを比較すると、前者の上フランジ応力度は約8~20%大きく現われている。

2) 著者の解法と逆対称(ずり)荷重に曲げねじり理論を適用した場合との差は小さい。しかし、中間支点上の断面 (b) では、上フランジの主桁腹板位置と張出し部先端における応力度の大小関係が双方の間で逆転しており、Shear lag の影響が明らかに認められる。

3) 下フランジ応力度の差は微小である。

4) この計算例では上フランジ応力度に余裕があるため、上記1)の誤差は使用断面にまで影響しないが、(桁高/支間長)比、および幅員大きさなどによってこのような余裕がない場合には注意が必要である。

5) 鋼床板の縦りブ断面が(床版作用+主桁フランジ作用)による応力度で決定される場合には、許容応力度が約42%割増しされている。これに対して、さらに上記1)のような計算誤差が加わると実応力度は降伏点に近くなることが考えられる。

6) したがって、 π 形断面(下横構を欠く)形式の2主桁橋を設計するにあたっては、上フランジ(床版)側応力度の余裕が十分大きくないかぎり、著者の解法、または少なくとも薄肉構造の曲げねじり理論によってねじり応力の検討を加えることが望ましい。

7. あとがき

本文では、従来のフランジ有効幅に関する研究^{4)~7)}を拡張して、この結果を下横構がなく、床版構造が張出し部を有する π 形断面桁橋に偏載荷重が作用する場合のねじり応力計算に適用した。すなわち、

(1) 応力関数法を用いて逆対称(ずり)荷重に対する上フランジ有効幅の計算式を誘導し、(フランジ幅/等価支間長)比 $(b+c)/l$ と張出し比 (c/b) を変数として有効幅比 $\lambda/(b+c)$ の値を数表化した。

(2) この結果として、上フランジ部分の Shear lag を考慮して π 形断面桁橋のねじり応力計算を行うことができる。一般的な偏載荷重に対しては、これを対称成分と逆対称成分とに分解し、後者に対してのみ本文の計算法(数表)を適用すればよい。

(3) 床版に張出し部がない(または無視した) π 形断面桁橋の逆対称(ずり)荷重に対する上フランジ有効幅が対称荷重だけを考慮した道示(昭48)の規定値と大幅に異なることは従来からも知られているが、本研究によって、さらに上フランジの横(橋軸直角)方向変位に対する拘束条件、および張出し比 (c/b) の大きさが逆対称(ずり)荷重に対する上フランジ有効幅の値に大きな影響を与えることが明らかにされた。したがって、文献4)~7)などの解法で計算された有効幅の値を一般的な π 形断面桁橋のねじり応力計算に適用することはできないと判断される。

(4) 本文の数表の一部と帯状有限要素法(F.S.M.)による計算値とを対比させた結果は、非常に良好な一致が得られた。また、1次の正弦分布曲げモーメントについて Kaufmann⁸⁾の近似解とも比較したが、 $(b+c)/l \leq 0.5$ の範囲では、近似解が高い精度を示した。

(5) 3径間連続桁橋の計算例では、偏載荷重のすべてに道示(昭48)の規定有効幅を適用した場合と、荷重の逆対称成分に本文の数表による上フランジ有効幅を適用した場合とを比較したが、上フランジ直応力度は後者において約8~20%大きく現われた(下フランジ側の誤差は微小であることが示された)。

(6) このような応力差は(1-0)分配影響線の正符号部分に荷重を満載した状態と橋軸中心線の片側部分に載荷(半載)した状態との中間で最も大きく現われる。最大応力度を生じさせる荷重載荷幅は、本文の式(54)、(55)によって容易に計算できる。

なお、本文の計算式と数表は対称断面の π 形断面桁橋(直橋)を対象としたものであり、断面が非対称、または多主桁形式の場合には曲げねじり理論を適用する必要がある(Shear lagの影響まで考慮するには帯状有限要素法を用いることも考えられる)。一方、強度の斜角を有する橋梁に対しては、さらに一般の曲げねじり理論を拡張した計算法^{13),14)}が考案されているので、これらによらなければならない。

このほか、本研究では道示鋼橋編(昭48)の規定に準ずる精度の実用計算を目標と考えて、鋼床板と合成RC床版を用いた場合との差違には触れなかったが、厳密

にいえば、鋼床板のような補剛リブ付きフランジが主桁に協力する場合の有効幅は等方性板としての解よりも多少低下⁹⁾する(文献 15) の計算例を併せて参照されたい)。また、ポアソン比 ν 、および式 (40) の定数 θ (本文の数値計算では、いずれも鋼床板橋の値を用いた) についても両床版形式の間で区別を設けるのが正しいと考えられる。これらの諸点に関しては、今後、本研究を基礎としてさらに理論の拡張、ならびに数値的資料の充実をはかりたい所存である。

本文における数値計算の大部分は CRC (株) の大型計算機 CDC/6600 によって行った。

また、末尾であるが、この研究にあたって懇切なご指導を賜った名古屋大学工学部 成岡教授に心から謝意を表したいと思う。

参 考 文 献

- 1) Krüger, U. : Der Stahlüberbau der Rheinbrücke Gernersheim. Teil 2 : Konstruktion und statische Berechnung. Stahlbau 41, H. 2, S. 36-40, 1972.
- 2) 近藤和夫・小松定夫・中井 博 : 鋼床板桁橋の有効幅に関する研究。土木学会論文集 第 86 号, pp. 1-17, 昭 37. 10.
- 3) Fukuda, T. : Ein Beitrag zur Lösung der mitwirkenden Breite. Report of the Institute of Industrial Science, The Univ. of Tokyo, Vol. 12, No. 5, 1963.
- 4) 鈴木俊男 : 2-主桁並列型式の鋼床板桁橋の設計計算について (鋼床板の有効幅に関する理論的研究)。土木学会論文集 第 51 号, pp. 41-50, 昭 32. 12.
- 5) Koepcke, W. und Denecke, G. : Die mitwirkende Breite der Gurte von Plattenbalken. Schriftenreihe des Deutschen Ausschusses für Stahlbeton, H. 192, 1967.
- 6) Ramberger, G. : Der Angriff beliebiger Einzellasten im orthotropen Scheibenstreifen und die mitwirkende Breite orthotroper Gurtscheiben. Dissertation, T.H.

- Wien, pp. 176~209, 1969.
- 7) Abdel, S.G. : Effective Width of Steel Deck Plate in Bridges. Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST 7, pp. 1459-1474, 1969.
- 8) Kaufmann, R. : Ein Näherungsverfahren für die Bestimmung der mitwirkenden Breite von Gurtplatten. Aufgaben und Probleme aus der Arbeitswelt des Ingenieurs, T.H. Hannover, S. 59-98, 1967.
- 9) Reissner, E. : Analysis of Shear Lag in Box Beams by the Principle of Minimum Potential Energy Quarterly of Applied Mathematics, Vol. IV, No. 3, pp. 268-278, 1946.
- 10) Willam, K.J. and Scordelis, A.C. : Analysis of Orthotropic Folded Plates with Eccentric Stiffeners. Univ. of California, 1970.
- 11) Kollbrunner, C.F. und Basler, K. : Torsion. Springer-Verlag, S. 184-195, 1966.
- 12) 渡辺 昇 : 連続げた影響線の縦距表と面積表。技報堂, 1968.
- 13) Wagner, P. : Die Innbrücke Kiefersfelden, Eine extrem schiefgelagerte Brücke mit offenem Querschnitt. Stahlbau 38, H. 9, S. 261-262, 1969.
- 14) Wagner, P. : Eine neuartige Betrachtungsweise für die Berechnung räumlich beanspruchter gerader Brückentragwerke mit veränderlichem, offenem Querschnitt. Stahlbau 40, H. 3, S. 74-81 : H. 4, S. 118-123, 1971.
- 15) 山村信道・成岡昌夫 : フランジ有効幅に関する最近の研究の展望。橋梁と基礎 第 7 巻, 第 5 号, pp. 5-11, 昭 48. 5.

付記 : 参考文献 5), 6), 8) などは、名古屋大学工学部成岡教授のご好意により、この研究のために入手して載いたものである。このうち、文献 6) の内容は下記に紹介してあるので参照されたい。

また、文献 10) の別冊 APPENDIX-C は、原著者の Scordelis 教授から寄贈を受けたが、プログラム MULSTR の IBM/360 版リストが含まれているほか、文献 10) の計算例の誤りなどが訂正されている。

(1973.9.17・受付)