

沈下予測に関する統計的考察

A STATISTICAL APPROACH TO SETTLEMENT PREDICTION

松尾 稔*・浅岡 顕**
By Minoru Matsuo and Akira Asaoka

1. はじめに

自然の地盤がかなり不均質な材料であることはよく知られている。土質調査データのばらつきの性質を統計的に解析している文献は、内外で広くみられるようになってきた。たとえば、強度に関連するものとしては、文献 1)~3) が最近のものであり、圧縮性に関連するものとしては文献 4) をあげることができる。これらの論文では土質諸係数間の相関と深さに対する回帰分析が主な内容である。このうち、これまで工学的には「同一地層」とみなして取扱われてきた地盤についても、より詳細にみればやはり不均質であり、このような地盤の不均質性が必ずしも工学的に無視しえないことを、著者の一人は地盤の急速なせん断破壊を例にとり示してきた。

この論文は、上記のような地盤に関する沈下の問題を扱ったものである。すなわち、地盤の不均質性を考慮して、現行の沈下計算法の妥当性を検討し、次に、この結果に基づき土質調査データのばらつきを合理的に設計へ適用する方法を考察している。あわせて、既往の研究^{11), 12)}の問題点にもふれながら土構造物の調査、設計、施工上工学的問題での隘路がどこにあるかについても考察している。

2. 全沈下に関連する土質諸係数のばらつき

本章では、特に海成粘土について、地盤内での圧密降伏荷重 p_0 、自然状態での間げき比 e_0 、圧縮指数 C_c 、および係数 $m_c = C_c / (1 + e_0)$ のばらつきに、どのような特徴があるのかを、若干のデータから分析する。統計的なこれらの分析の意義は、3., 4. で述べる。ばらつきの背後にひそむであろう力学的諸問題についてはここではい

っさい議論しない。若干の問題については 3. で触れる。土質調査の結果がかなりばらつくことはよく知られているが、その原因としては、主に以下の 3 点が指摘されている。

(i) 土質力学の常識に照らして、本来同一地層とはみなしえないいくつかの層からなる地盤を、ただひとつの同一層とみなしてデータを整理する誤り。

(ii) 現時点の工学的見地からは、同一地層とみなして取扱わざるをえない地盤が、なお有するより高次の不均質性。

(iii) サンプルング方法の差異や実験方法の差異、さらにはこれらの技術の巧拙による人為的かつ偶然的な誤差。

本章で議論するデータは、上記 (i) の過誤を含まないよう注意したものである。

さて表-1 は、 p_0 、 m_c 、 C_c 、 e_0 の深度 z に対する相関係数を各調査地点の地盤ごとに示したものである。各データはすべて海水位以下からサンプルングした試料についてのものである。試験個数も付記した。相関係数は、

Table 1 Coefficient of Correlation of p_0 , m_c , C_c , e_0

Place	Sample Size	$z-p_0$	$z-m_c$	$z-C_c$	$z-e_0$
Chiba (Clay)	22	0.719	0.528	-0.181	-0.751
Chiba (Silt)	15	0.454	0.625	0.622	0.420
Yokosuka (Clay)	20	0.499	0.653	0.626	0.288
Yokosuka (Silt)	121	0.291	0.269	0.333	0.258
Kisarazu (Clay)	46	0.393	0.545	0.616	0.650
Kisarazu (Silt)	6	0.438	0.179	-0.044	-0.299
Tokyo Air Port (Clay)	33	0.763	-0.114	-0.132	-0.221
Tokyo Air Port (Silt)	9	0.383	-0.774	-0.835	-0.679
Shiogama (Clay)	5	0.993	0.456	0.277	-0.587
Shiogama (Silt)	24	0.850	0.168	-0.085	-0.721
Shiogama Sendai (Clay)	10	0.830	0.207	0.244	0.256
Shiogama Sendai (Silt)	6	0.639	0.403	0.347	-0.202
Keihin Kou (Clay)	108	0.862	0.510	0.400	-0.207
Keihin Kou (Silt)	22	0.007	-0.005	-0.078	-0.122
Kinuura West (Clay)	50	-0.047	0.297	0.288	0.082
Kinuura East (Clay)	20	0.366	-0.121	-0.007	0.386

* 正会員 工博 名古屋大学助教授 工学部付属土圧研究施設

**正会員 工修 京都大学大学院学生 博士課程

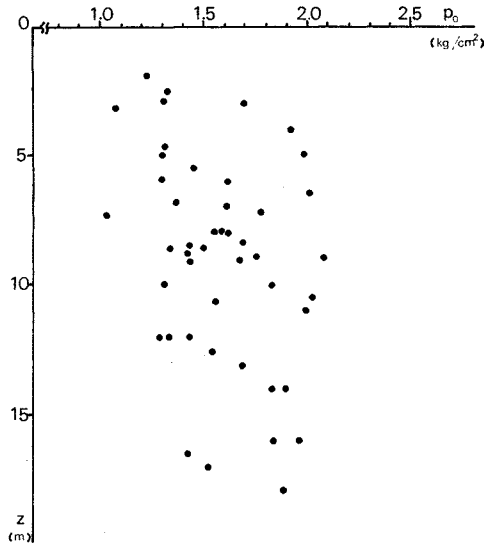


Fig. 1 (a) $p_0 \sim z$ (Depth) Relation (Kisarazu, Clay)

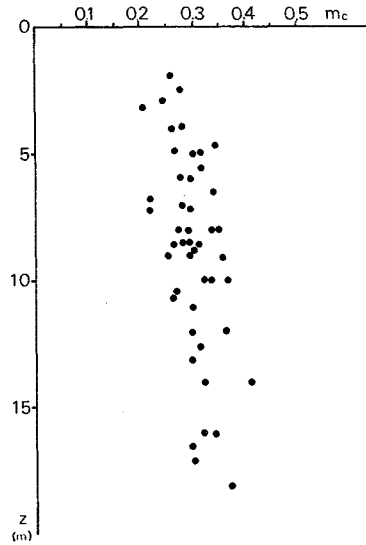


Fig. 1 (b) $m_c \sim z$ (Depth) Relation (Kisarazu, clay)

相関の度合を示すひとつの尺度には違いないが、相関のすべてをあらわす指標とはいえないため、いくつかについては図-1を添えた。

正規圧密粘土の場合、先行荷重が地盤深度と強い相関を有することは理論的に予測されるが、事実上述の図表から、 $p_0 \sim z$ の相関が他に比べて大きいことがわかる。しかしこの程度では、理論的予測を支持する強い相関とはいえない。これを詳細に議論するためには、 p_0 を確定するための実験や解析の方法についても考慮しなければならないであろう。3.以下では正規圧密粘土地盤を対象にするが、しかしここでは、 $p_0 \sim z$ のはっきりした相関を要求していないので、この議論は本論文では避ける。他の土質諸係数についてみるならば、各調査地盤で相関係数の正負さえもが入りまじり、これは、統一的に説明する力学的背景のないことを示すと考えられ、深さとの相関なしとみなしてよいであろう。正規圧密地盤については、 e_0 などが深さとの負の相関を有することも予測されようが、得られたデータだけをみるかぎり、統計的にはこの予測はあまり支持されない。 p_0 に関してと同様、これらの議論は他の機会にゆずる。

表-2は、同一地層内での、 p_0, m_c, C_c, e_0 のばらつき程度のばらつきをばらつき係数 V (標準偏差/平均値) によって示したものである。 p_0 のばらつき係数がかなり大きいのは、深さに関係なくデータを処理したためでもある。試みに p_0 と z との相関の大きいもので、データ数の豊富なものについて、代表的ないくつかの深さごとにばらつき係数を計算してみると()内の値のようになる。この場合は、ばらつき係数は深度方向に減少する傾向が認められる。他の土質諸係数では、深さ z との相関がみられな

Table 2 Coefficient of Variation of p_0, m_c, c_c, e_0

Place	p_0	m_c	c_c	e_0
Chiba (Clay)	0.789	0.096	0.122	0.122
Chiba (Silt)	0.401	0.314	0.526	0.283
Yokosuka (Clay)	0.382	0.184	0.212	0.062
Yokosuka (Silt)	0.520	0.211	0.252	0.159
Kisarazu (Clay)	0.214	0.145	0.202	0.136
Kisarazu (Silt)	0.341	0.206	0.284	0.201
Tokyo Air Port (Clay)	0.391 (0.299)	0.301	0.331	0.117
	$z=5 \sim 10$ m (0.282)			
	$z=15 \sim 20$ m			
Tokyo Air Port (Silt)	0.773	0.238	0.314	0.187
Shiogama (Clay)	0.543	0.127	0.090	0.076
Shiogama (Silt)	0.505	0.384	0.385	0.206
Shiogama Sendai (Clay)	0.982	0.365	0.447	0.201
Shiogama Sendai (Silt)	0.247	0.181	0.197	0.055
Keihin Kou (Clay)	0.430 (0.354)	0.138	0.178	0.104
	$z=5 \sim 10$ m (0.312)			
	$z=15 \sim 20$ m			
Keihin Kou (Silt)	0.333	0.190	0.253	0.179
Kinuura West (Clay)	0.968	0.322	0.389	0.185
Kinuura East (Clay)	0.342	0.352	0.378	0.185

め、このような処理を行った結果は表に記載していない。以上のような処理を行ってもなお p_0 のばらつき係数は他に比べて大きい、この理由の詳細はわからない。

表-3は、 p_0 と m_c, C_c, e_0 との、および e_0 と C_c との相関係数を示したものである。 $p_0 \sim z$ の相関の著しいものでデータ数の豊富なものについては、表-2と同様の処理を行い()内に示した。 $p_0 \sim m_c$ の相関がほとんどないことをまず強調しなければならない(図-2)。そして p_0 と m_c の共分散を p_0 の平均値で除した値(相関係数と同様に無次元数)が $10^{-2} \sim 10^{-3}$ のオーダーとなり、 m_c の平均値の $1/100 \sim 1/1,000$ となっていること

Table 3 Coefficient of Correlation of p_0, m_c, C_c, e_0

Place	p_0-m_c	p_0-C_c	p_0-e_0	e_0-C_c
Chiba (Clay)	0.549	0.015	-0.518	0.656
Chiba (Silt)	0.159	0.228	-0.015	0.898
Yokosuka (Clay)	0.311	0.299	0.167	0.655
Yokosuka (Silt)	-0.100	-0.136	-0.151	0.595
Kisarazu (Clay)	0.445	0.430	0.316	0.775
Kisarazu (Silt)	-0.500	-0.703	-0.896	0.830
Tokyo Air Port (Clay)	0.392 (0.502) (0.344)	0.378 (0.411) (0.352)	0.107 (-0.082) (0.213)	0.652
Tokyo Air Port (Silt)	-0.349	-0.432	-0.408	0.722
Shiogama (Clay)	0.421	0.216	-0.608	-0.702
Shiogama (Silt)	0.395	-0.128	-0.493	-0.026
Shiogama Sendai (Clay)	-0.425	0.021	-0.879	0.414
Shiogama Sendai (Silt)	0.066	-0.483	-0.130	0.835
Keihin Kou (Clay)	0.429 (0.417) (0.538)	0.276 (0.291) (0.333)	-0.177	0.651
Keihin Kou (Silt)	-0.007	-0.260	-0.585	0.715
Kinuura West (Clay)	-0.044	-0.055	-0.078	0.667
Kinuura East (Clay)	0.331	0.432	0.422	0.454

を特に強調しておきたい。 $p_0 \sim m_c$ の相関がなぜこのように小さいかについての力学的説明は今後の課題であるが、この事実は3.の議論を容易にする。

次に、各深さごとの p_0 と m_c の分布が正規分布となっていることの例を図-3に示す。これは4.以下の近似計算の際に使われる。得られたかぎりのデータに関する、 χ^2 検定によれば、試験個数の少ないいくつかの地盤を除き、すべて $\chi^2(0.05)$ を下回り、正規分布が当てはまらないと主張することはむずかしかった。

m_0 に関する議論を省略した理由は、3.で述べる。

さらに、対象とする粘性土をある程度限定すれば、 C_c と液性限界 w_L との間に強い相関関係があるという重要

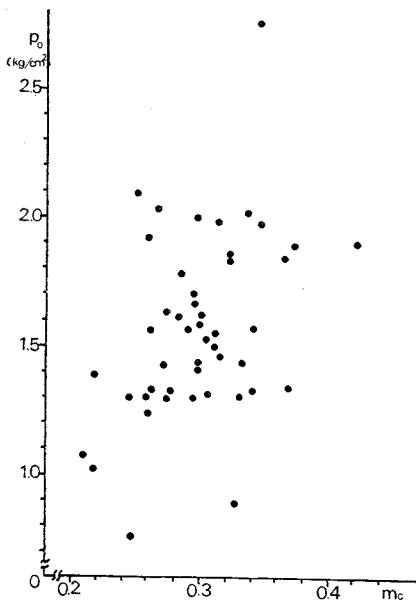


Fig. 2 $p_0 \sim m_c$ Correlation (Kisarazu, Clay)

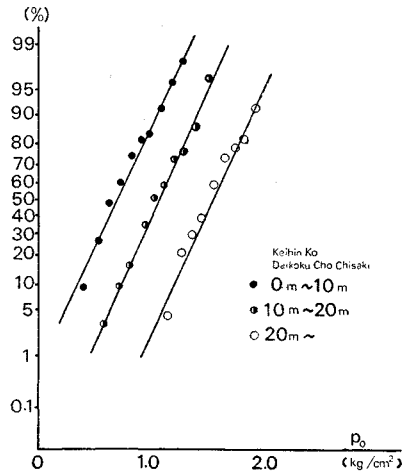


Fig. 3 (a) Distribution of p_0

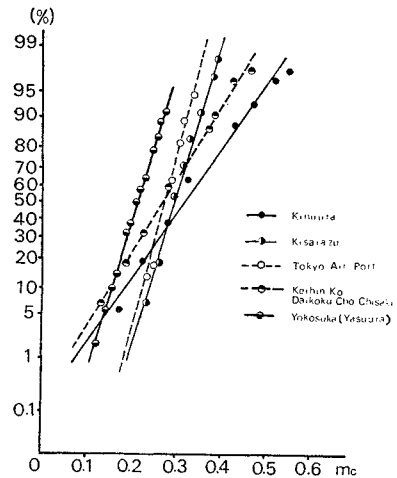


Fig. 3 (b) Distribution of m_c

な知見が Skempton や村山らによって古くから指摘されている。 p_0, m_c のばらつきを、このように他の土質諸係数からも推定することの工学的な重要性は5.で述べる。著者らは、 m_c の変動係数を p_0 の変動係数で除した値と、 w_L の変動係数を一軸強度 q_u の変動係数で除した値とが、どの地域をとってもほぼ同一になるのではないかという統計的な観測をしている。しかし、本論文ではこのような性質を用いた計算は行っていないので、詳しい考察は省略する。

3. 不均質地盤の一次元全沈下

(1) 地盤の不均質性の工学的取扱い

材料の化学的組成や微視的構造の局所的な変動、その他が原因となって材料の力学的性質が局所的に変動し、さ

らに応力分布にも局所的な変動をきたすような材料は一般に不均質材料とよばれる。いまこの局所的な種々の変動が支配する体積を小文字 v で表わす。一方、工学的問題として、物体の全領域をはかるのに支配的なオーダーを有する体積を大文字 V で表わす。粘土地盤中に砂杭を打設した複合地盤のように、 v と V とが同程度のオーダーを有するマクロ的な不均質はいまは考えない。 $V \gg v$ であるとする。

v 内でのさらに小位の不均質性は考慮しない。また、 v と V とで同形式の力学法則が妥当すると考える。これら2点は、たとえば、 v を圧密試験の供試体の寸法と考えると、 v 内のさらに小位の不均質性は現行の土質試験法では調べようがないこと、また v についての一次元圧密試験の結果から V についての一次元圧密の挙動を推定することが可能であるような問題に対応する。

V に支配的な力学性質は、同一地盤内では、位置的に異なる V の間で変化しない。すなわち、マクロ的には均質とみなす。一方、 v のそれは位置的にまったくランダムである。正規圧密地盤について v と V との概念的な関係を 図-4 に示す。

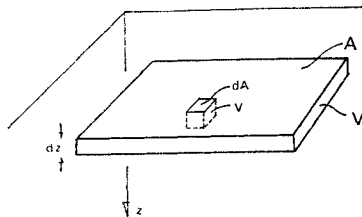


Fig. 4 $V \sim v$ Relation

自然堆積された正規圧密地盤では、透水性などは非等方な性質であり、また圧密降伏荷重などは地盤の深さに関係する。地盤のこのような性質は、 V に関する力学性質を、方向や位置の関数として与えることによって表現することにする。 v については、非等方性なども位置的にまったくランダムである。

不均質性を以上のような方法で表現するとすれば、重要なことは、 v と V の大きさのとり方に関する議論、および v のランダムな力学性質が V の力学性質とどのように関係するかの議論の2点であろう。前者に関しては、 v については実験の可能性、 V については上部構その他の構造物の大きさから工学的に判断するものとする。したがって、 v に関する力学性質のばらつきは、前章 2. で述べた性質がこれを代表すると考える。本章で問題とするのは後者の議論であるが、地盤の不均質性を工学的に取扱う上で、主に3つの立場がありうる。これを例をあげて述べると以下のとおりである。

a) 平均的取扱い

これは V の力学性質が v のその平均値に一致する

と考える議論である。地盤全体の破壊が特定の v の破壊（あるいは力学性質）によってきまるのではなく、個々の v の強度の平均値によってきまるとみなした上で、飽和粘土地盤のすべり破壊の取扱いにこの例をみることができる¹⁾。このとき地盤全体の破壊が確率事象とならざるをえないのは、有限個の v の強度試験から v の強度の母平均を推定せざるをえないからである。 v に関する複数種の力学性質によって全体の破壊が支配される場合でも平均的取扱いの立場にたてば、確率変数のたたみ込みに数学的困難さがあるが、同様の議論が可能である。

どのような場合に平均的取扱いが許されるかについては、上のすべり破壊の例では、たとえば、個々の v が最大一軸強度を発揮するときの変形量のばらつき等をふくめ複雑な議論となり、今後検討の余地を残している。

平均的取扱いを行う場合、その妥当する範囲や基本的仮定に関する議論は、個々の問題ごとに特殊であろう。平均的取扱いは、上の例だけでなく、ランダム振動や乱流の解析等他の工学分野ではひんばんに用いられている。

b) 局所的取扱い

土質力学に関連する分野では、最弱リンク説に基づく岩の統計強度理論にこの例をみることができる²⁾。平均的取扱いと異なり、 V 内でどれかひとつの v が破壊するとただちに全体の破壊に連らなるという場合は、 v の平均強度はほとんど意味をもたなくなり、 V 内での最弱な v に注目する必要が生じる。一般に V が大きいほど強度の低い v を含む確率がふえるため、 V の破壊の確率は V の大きさにも依存する（寸法効果）。

c) このほか、地盤の不等沈下などのように位置的に程度の異なる破壊の組み合わせによって構造物に著しい機能障害をひきおこす場合がある。地盤の層厚の凹凸など、あらかじめ構造的に予測できる場合と、マクロ的に均質で層厚の一樣な地盤の不等沈下のように、地盤のミクロ的な不均質性に着目した確率の見方こそが本質的な場合とがある。

地盤の不均質性は、土構造物の設計に不確実性をもちこむ大きな要因のひとつである。しかし、上述したようにこの不均質性が、不確実性に結びつく過程は様々であり、統一的な取扱いは困難である。設計の不確実のもたらす種々の不利益の妥当な評価を前提として、問題ごとに、地盤の不均質性に対する適切な解決策を考えねばならないであろう。

(2) 一次元全沈下に対する平均的取扱い

広範囲の埋立土工の土量算定というような場合を対象として、次式のような、沈下の水平方向の平均値を考え

る。

$$\rho^* = \frac{1}{A} \int_A \rho^*(A) dA \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに $\rho^*(A)$ は

$$\rho^*(A) = \int_0^{H_G} \frac{C_c}{1+e_0} \log \frac{p}{p_0} dz \quad \dots\dots\dots (2)$$

である。ただし、 A は水平方向のある広がり、 H_G は地盤の初期の層厚である。

式(2)を式(1)に代入し、深さ z での積分操作と、 A に関する平均操作とを入れかえると、

$$\rho^* = \frac{1}{A} \int_0^{H_G} \left[\int_A \frac{C_c}{1+e_0} \log \frac{p}{p_0} dA \right] dz \quad \dots\dots\dots (3)$$

2. で述べたように、 C_c , e_0 , p_0 は場所的にばらつく確率変数である。地盤内の鉛直応力 p も同様に確率変数であるが、この量だけは施工前の設計の段階では実験あるいは実測により求めることはできない。式(3)中の A で平均化する積分記号内の値は、地盤の不均質性を支配する体積 v に関するものとする。そして、 A で平均したのちの値を V に関するものとする。

$$V \gg v \quad \dots\dots\dots (4)$$

とするが、 V と v との概念的関係は 図-4 に示したとおりである。

間げき比、圧縮指数、圧密降伏荷重、地盤内鉛直応力などで、 V に関する値は添字 V をつけて表わす。添字のついてないものはすべて v に関するものとする。 V と v とで同形式の次式が成立することを前提とする。すなわち、

$$e^V = e_0^V - C_c^V (\log p^V - \log p_0^V) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$e = e_0 - C_c (\log p - \log p_0) \quad \dots\dots\dots (6)$$

式(5)、(6)中の各種の値の $V \sim v$ 関係は次のとおりである。

$$p^V A = \int_A p dA$$

であるため、

$$p^V = (p)_m \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに $()_m$ は A での平均 $\frac{1}{A} \int_A () dA$ を表わす。

p_0 については、これが先行荷重に一致している場合は、

$$p_0^V = (p_0)_m \quad \dots\dots\dots (8)$$

と考えることは p と同様であるが、一般には式(8)が導けるものではない。ただ式(8)のように定義するにすぎない。 e^V と e_0^V とは、間げき率で $V \sim v$ 間に次の関係

$$1-n^V = \frac{V_s}{V} = \frac{\int v_s dA}{\int v dA} = \frac{1}{A} \int \frac{v_s}{v} dA = (1-n)_m$$

があるため(ただし、 v はすべて同体積にとっている)

$$\frac{e^V}{1+e^V} = \left(\frac{e}{1+e} \right)_m \quad \dots\dots\dots (9)$$

であり、 p_0^V のような自由な定義は許されない。

p_0^V について式(8)のように定義すれば、 $V \sim v$ 間の C_c の関係、および V 内での p のばらつきの性質が次に問題となる。式(5)および式(6)から次の諸量を計算し、式(7)、(8)、(9)を利用してこれらを考える。

まず v からの排水量の総和は V のそれと等置できるため

$$\begin{aligned} & \frac{C_c^V}{1+e_0^V} (\log p^V - \log p_0^V) \\ &= \left[\frac{C_c}{1+e_0} (\log p - \log p_0) \right]_m \end{aligned}$$

を得る。

同様に、圧密変形のために有効応力のなす仕事を V と v の総和の間で等置することによって

$$\frac{C_c^V}{1+e_0^V} (p^V - p_0^V) = \left[\frac{C_c}{1+e_0} (p - p_0) \right]_m$$

を得る。 m_c を用いて表わせば上記2式はそれぞれ、

$$\begin{aligned} m_c^V &= (m_c)_m \frac{(\log p - \log p_0)_m}{\log p^V - \log p_0^V} \\ &+ \frac{C_{ov}(m_c, \log p) - C_{ov}(m_c, \log p_0)}{\log p^V - \log p_0^V} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$m_c^V = (m_c)_m + \frac{C_{ov}(m_c, p) - C_{ov}(m_c, p_0)}{p^V - p_0^V} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここに $C_{ov}(x, y)$ は x と y との共分散を表わす。

ところが、 m_c^V , p_0^V , m_c , p_0 は V , v に個々の絶対定数であり、応力分布 p^V , p の大きさには依存しない量である。したがって、式(10)右辺、および式(11)右辺第2項は、 p^V , p に無関係な量とならねばならない。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} & (m_c)_m \frac{(\log p - \log p_0)_m}{\log p^V - \log p_0^V} \\ & + \frac{C_{ov}(m_c, \log p) - C_{ov}(m_c, \log p_0)}{\log p^V - \log p_0^V} \\ & \hspace{10em} : \text{絶対定数} \\ & \frac{C_{ov}(m_c, p) - C_{ov}(m_c, p_0)}{p^V - p_0^V} : \text{絶対定数} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (12)$$

この二つの条件だけから p の V 内でのばらつきの性質を見出すことは不可能である。たとえば、 p を未知母数が二つの分布(正規分布など)として与えても、絶対定数の大きさが確定していないので解けない。そこで、次のように考える。

$$\alpha(z) = (p)_m / (p_0)_m \quad \dots\dots\dots (13)$$

なる $\alpha(z)$ を選べば、同じ深さのすべての v について、

$$p = \alpha p_0 \dots\dots\dots(14)$$

を満足すると考えるのである。このとき、式 (12) の条件が満足されることは明白である。これは式 (10) では

$$m_c^V = (m_c)_m$$

を意味し、式 (11) では

$$m_c^V = (m_c)_m + \frac{C_{vo}(m_c, p_0)}{p_0^V}$$

を意味するが、同時に成立しているため、 $C_{vo}(m_c, p_0)/p_0^V$ が 0 でなければならない。調べたかぎりの地盤については、この量が $(m_c)_m$ に比べて無視しうるオーダーにあることは 2. で触れたとおりである。このような事実もあるため、 p の V 内でのばらつきについて式 (13)、(14) のように考えることはそれほど非常識ではないであろう。 p のばらつきに関するこの仮定は言葉で表わせばおよそ次の 2 点を意味するが、どれも常識的なことに一致する。

(i) 最初に m_c がばらついておらず、 p_0 だけがばらついている地盤を想定しよう。このとき式 (14) の関係から、 m_c/p_0 と p とは完全に逆比例する。すなわち、地盤の初期の体積圧縮係数 m_v と p とが逆比例している、これは地盤のかたいところほど鉛直応力が集中することを示している。実際の地盤では、 m_c は p_0 とは無相関にかなりばらついている。したがって、上記のことは、どの地盤をとってもかならずしもいえることではない。しかし、2. でも示したように m_c のばらつきが p_0 に比べてかなり小さい地盤が多いため、上記のことは定性的にはなりたつだろう。

(ii) 地盤が不均質のときには、 A の中でも一般に不等沈下を生じる。しかし、どの深さの A をとっても、各深さごとに p/p_0 が一定であるため、結局不等沈下をひきおこす要因は、 V 内での m_c のばらつきだけである。

地盤内での不均質性に基づく応力分布のばらつきについて、以上のような不明確な議論しかできないのは、もっぱら土の応力-ひずみ関係の非線形性に起因する。 V も v も線形弾性体の場合は、ひずみエネルギーの計算が同時に応力のばらつきの 2 次モーメントを計算することになり、問題を 3 次元的に拡張して、より明快な議論が可能となるが⁹⁾、これは本論文の目的から逸脱することである。

さて、以上の結果に基づけば、式 (3) の ρ^* はただちに次のように計算される。

$$\begin{aligned} \rho^* &= \int_0^{H_G} \left[\log \alpha(z) \left\{ \frac{1}{A} \int_A m_c(A) dA \right\} \right] dz \\ &= \int_0^{H_G} \log \alpha(z) \times (m_c)_m dz \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

これは、一次元全沈下量が、 m_c と p_0 の平均値のみに注目することによって計算できることを示している。

(3) 現行沈下計算法との関連

現行の一次元圧密の全沈下量の計算法には、大別して次の 3 つがある⁷⁾。

$$\rho = \sum \Delta H_i \cdot (e_0 - e) / (1 + e_0) \dots\dots\dots(16)$$

$$\rho = \sum \Delta H \cdot m_v \cdot q \dots\dots\dots(17)$$

$$\rho = \sum \Delta H \cdot m_c \cdot \log \frac{p_0 + q}{p_0} \dots\dots\dots(18)$$

ただし、上式中の q は上載荷重である。上記 3 つの計算法にはそれぞれ特徴があるが、式 (17) の方法については、 m_v のばらつきが荷重 q の大きさによって、たとえば平均値で数倍から 10 倍程度変化し、さらに m_v が、その測定時に必要となる p_0 と相関を有するため、式 (18) の方法に比べむしろ計算が複雑になる。

前節、式 (15) の ρ^* は地盤中の m_c, p_0 の母平均値がわかっていると計算されない。一方、式 (18) の ρ は、地盤を N_S 個の層にわけ、同一層から N_B 個のサンプルを取ってくるとき、

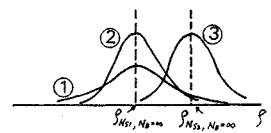
$$\rho = \sum_{i=1}^{N_S} \Delta H_i \cdot \overline{m_c} \cdot \log \frac{\overline{p_0} + q}{\overline{p_0}} \dots\dots\dots(19)$$

で計算されているが、これは $N_S \rightarrow \infty, N_B \rightarrow \infty$ のとき ρ^* と一致するため、 ρ^* の一統計的推定量といえることができる。ただし、 $\overline{\quad}$ は第 i 層での N_B 個のサンプル平均である。このことから、本論文では、現行沈下計算法のうちで、式 (18)、(19) について考察する。

4. 沈下計算の信頼性

(1) 沈下計算値 ρ の分布

不均質な地盤中の v に関する m_c, p_0 の地盤内での分布の状態を地盤の自然状態（地盤状態）と呼び、 θ で表わす。 θ は m_c, p_0 の分布の母数のある一組の値を指定する指標である。上載荷重 q が与えられているとき、 q による地盤沈下量の、3. で述べた意味での真値 ρ^* は、式 (15) からわかるように、地盤状態 θ によってきまる。しかし、一般に θ は設計者にとって未知である。一方、 ρ^* のひとつの推定値である式 (19) の ρ は、 m_c, p_0 に関する有限個のサンプルの平均値から計算されるため、確率変数である。 ρ の分布は、上載荷重 q 、地盤状態 θ 、およびサンプルの個数 (N_S, N_B) に依存する。いまこのうち q と θ を固定して、 N_S, N_B を種々かえたときの ρ の分布の変化を模式的に図



- ① $N_S = N_{S1}, N_B = N_{B1}$
- ② $N_S = N_{S1}, N_B = N_{B2} > N_{B1}$
- ③ $N_S = N_{S2} > N_{S1}, N_B = N_{B2}$

Fig. 5 Distribution of ρ

—5 に示す。 ρ は ρ^* の推定値ではあるが、 ρ の

平均値が ρ^* に必ずしも一致せず、不偏推定量でないことは明らかである。

ρ の分布関数を、 q, θ, N_S, N_B で解析的にあらわすことは式 (19) の形からもきわめて困難であるが、しかし、これを近似的に求めることは以下のように簡単に行える。

地盤の第 i 層の m_c, p_0 の分布が、それぞれ $N(\mu_{1i}, \sigma_{1i}^2), N(\mu_{2i}, \sigma_{2i}^2)$ なる正規分布で与えられることは 2. で述べた。このとき第 i 層からの N_B 個のサンプルの平均値 \bar{m}_c, \bar{p}_0 はそれぞれ $N(\mu_{1i}, \sigma_{1i}^2/N_B), N(\mu_{2i}, \sigma_{2i}^2/N_B)$ の正規分布をするが、これらの分散をあらためて、 $\sigma'_{1i}, \sigma'_{2i}$ と書く。さて、

$$r_i = \bar{m}_c \times \log\{(\bar{p}_0 + q)/\bar{p}_0\} \equiv f(X_1, X_2)$$

ただし、 $X_1 = \bar{m}_c, X_2 = \bar{p}_0$ とおくと、 r_i の分布の平均値 μ_i 、分散 σ_i^2 は次式で近似的に求められる。

$$\mu_i = f(\mu_{1i}, \mu_{2i}) + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \frac{\partial^2 f}{\partial x_k \partial x_l} \Big|_m C_{ov}(X_k, X_l) \dots\dots\dots (21)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{k=1}^2 \sum_{l=1}^2 \frac{\partial f}{\partial x_k} \Big|_m \frac{\partial f}{\partial x_l} \Big|_m C_{ov}(X_k, X_l) \dots\dots\dots (22)$$

m_c, p_0 が表-2 で示された程度のばらつきをするときは、 $N_B \geq 7$ であれば、 r_i は平均値 μ_i 、分散 σ_i^2 の正規分布として近似できることを χ^2 検定によって確かめている (N_B が大きくなる極限では当然厳密に一致する)。

ρ は r_i の一次結合であり、 r_i はすべて独立であるから ρ の分布形は平均値と分散がそれぞれ

$$\mu = \sum_{i=1}^{N_S} \Delta H_i \mu_i \dots\dots\dots (23)$$

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{N_S} \Delta H_i^2 \sigma_i^2 \dots\dots\dots (24)$$

の正規分布をする。この分布の密度関数を以後 $f(\rho|\theta, q, N_S, N_B)$ と表示する。

(2) 沈下計算の信頼性

ρ によって ρ^* を推定するときの沈下計算の信頼性を検討する。

図-6 に示すように軟弱層の厚さを H_G 、沈下前の軟弱層の地表面から測った埋立計画高さを H 、初期埋立高さを H_B (荷重に換算して q_B) とする。

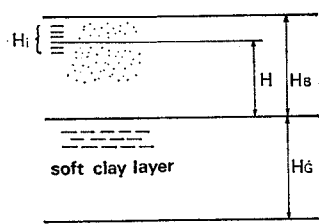


Fig. 6 Dimensions of Reclaimed Land

調査規模 N_S, N_B および埋立計画高さ H が与えられているならば、この調査結果に基づいて初期埋立高さ

H_B (すなわち、必要土量) は次式で計算される。

$$H_B - \rho(q_B) = H \dots\dots\dots (25)$$

しかし $\rho(q_B)$ は、必ずしも q_B によって起こる沈下の真値 $\rho^*(q_B)$ とは一致しないために種々の損失をもたらすことになる。

さらに ρ の分布が θ, q, N_S, N_B に依存することを述べたが、 q の値は H に依存するから、 ρ は θ, H, N_S, N_B に依存するといえる。このうち H, N_S, N_B は技術者が決定すべき事項である。このため本節では、地盤状態 θ を固定して、この θ に対して H, N_S, N_B が有する沈下計算の信頼性を検討する。

最初にもっとも単純な場合として以下の3つの事象、 y_1, y_2, y_3 を考える。

$$y_1: H_B - \rho^*(q_B) \leq H_1 \dots\dots\dots (26)$$

$$y_2: H_1 < H_B - \rho^*(q_B) < H_2 \dots\dots\dots (27)$$

$$y_3: H_2 \leq H_B - \rho^*(q_B) \dots\dots\dots (28)$$

ただし、 $H_1 < H < H_2$ とする。

たとえば H_1 を海水面とすれば、事象 y_1 は、埋立地が浸水してしまう場合に相当する。また事象 y_3 は、余分の土工を行った場合に相当する。そして、事象 y_2 が許容できる場合である。

地盤状態が θ のとき、 H_1, N_S, N_B の一組の値によって、事象 y_i の起こる確率を $P(y_i|\theta, H, N_S, N_B)$ とあらわすと、これらの確率は、沈下計算の信頼性をあらわす指標となりうる。たとえば、上の例で y_1, y_3 を一種の破壊とみなすならば、地盤状態 θ に対して H, N_S, N_B が有する沈下計算の信頼性は $P(y_2|\theta, H, N_S, N_B)$ であるといえる。

これらの確率の計算は以下のようにして行える。

θ が想定されているため式 (15) より

$$H_{B1} - \rho^*(q_{B1}) = H_1 \dots\dots\dots (29)$$

を満たす H_{B1}, q_{B1} を求めることができる。

一方、 θ, q_B, N_S, N_B が与えられていれば、 ρ の分布は確定するためこれを用いて、

$$\begin{aligned} P(y_1|\theta, H, N_S, N_B) &= P_r[H_{B1} - \rho(q_{B1}) > H] \\ &= \int_{-\infty}^{H_{B1} - H} f(\rho|\theta, q_{B1}, N_S, N_B) d\rho \dots\dots\dots (30) \end{aligned}$$

として $P(y_1|\theta, H, N_S, N_B)$ が得られる。なぜなら $H_{B1} - \rho(q_{B1}) > H$ なるような調査結果を得たならば、式 (25) から計算される埋立初期高さ H_B は必ずこの H_{B1} を下回る。 H_{B1} より小さい初期埋立高さに対しては地盤状態が θ のとき、式 (26) より必ず事象 y_1 が起こることになるからである。

同様にして、

$$\begin{aligned} P(y_3|\theta, H, N_S, N_B) &= P_r[H_{B2} - \rho(q_{B2}) < H_2] \end{aligned}$$

$$= \int_{H_{B_2}-H}^{\infty} f(\rho|\theta, q_{B_2}, N_S, N_B) d\rho \dots\dots(31)$$

ただし、 $H_{B_2}-\rho^*(q_{B_2})=H_2$ である。

さらに

$$P(y_2)=1-P(y_1)-P(y_3) \dots\dots\dots(32)$$

である。

沈下の事象をさらに細分化して考えねばならない場合でも、それぞれの事象の起こる確率は同様の方法で計算される。すなわち、

$$y_i: H_{i-1} \leq H_B - \rho(q_B) < H_i \dots\dots\dots(33)$$

なる事象の起こる確率 $P(y_i|\theta, H, N_S, N_B)$ は、 $H > H_i$ のときは、

$$\begin{aligned} P(y_i|\theta, H, N_S, N_B) \\ = \int_{-\infty}^{H_{B_i}-H} f(\rho|\theta, q_{B_i}, N_S, N_B) d\rho \\ - \int_{-\infty}^{H_{B_{i-1}}-H} f(\rho|\theta, q_{B_{i-1}}, N_S, N_B) d\rho \\ \dots\dots\dots(34) \end{aligned}$$

$H \leq H_{i-1}$ のときは

$$\begin{aligned} P(y_i|\theta, H, N_S, N_B) \\ = \int_{H_{B_{i-1}}-H}^{\infty} f(\rho|\theta, q_{B_{i-1}}, N_S, N_B) d\rho \\ - \int_{H_{B_i}-H}^{\infty} f(\rho|\theta, q_{B_i}, N_S, N_B) d\rho \dots\dots(35) \end{aligned}$$

となる。これらの式中の H_{B_i} は、 θ を想定しているため

$$H_{B_i}-\rho^*(q_{B_i})=H_i \dots\dots\dots(36)$$

として計算される。

H, N_S, N_B の決定は、沈下に関する事象 y_i の観測前、いいかえると計画、設計の段階で決定しなければならないことがらである。そして、事象 y_i のその集合 Y 上での確率分布 P_i は H_i, N_S, N_B および θ に依存することがわかる。なお、 $\sum_i P_i=1$ となることは式 (34), (35) より明白である。

5. 調査規模と埋立計画高さの統計的決定法

(1) 損失関数、危険関数と決定規準

4. で述べた沈下の各事象 y_i に対応してそれぞれの被害額 C_F が決定されると考えるのが一般的である。また建設費 C (初期埋立高さ H_B に比例する) や調査費 C_E (調査規模 N_S, N_B に依存する) も一種の損失と考えられる。式 (33), 式 (36) に示されるように初期埋立高さが y_i および地盤状態に依存しているので、建設費 C もこれらの関数となり、

$$C=\lambda(H_{B_i}+H_{B_{i-1}})/2 \dots\dots\dots(37)$$

として与えられる。ここに λ は単位埋立高さ当りの建設

費である。また調査費は、 N_S と N_B との関数であり、たとえば

$$C_E=C_{ES} \times (N_S \times N_B) + C_{EB} \times N_B \dots\dots\dots(38)$$

などは最も簡単な場合であろう。ここに C_{ES}, C_{EB} は圧密試験とボーリングの単価である。損失関数は、 C_F, C, C_E の3つの和で与えられるが、この和は上述のとおり y_i と H, N_S, N_B および θ の関数である。以後 H, N_S, N_B の3つの値の1組を指定する技術者の行動のパラメータを a で表わすと、結局損失関数は地盤状態が θ のとき、技術者が a なる行動をとり、そののち沈下に関する事象が y_i であったときの損失という意味から次式で表わせる。

$$L(y_i|\theta, a)=C_F+C+C_E \dots\dots\dots(39)$$

さて、技術者が a なる行動をとる確率を $\delta(a)$ で表わす。可能な a の集合を A で表わせば、 $\sum_A \delta(a)=1$ である。本章は決定法則 (decision rule) $\delta(a)$ の関数形を求めることが目的である。地盤状態が θ であるとき、技術者が $\delta(a)$ なる決定法則を用いるときの危険関数 (risk function) は次式のとおりである。

$$\begin{aligned} R(\theta, \delta) &= E[E(L(y_i|\theta, a))] \\ &= \sum_A \sum_Y L(y_i|\theta, a) P(y_i|\theta, a) \delta(a) \dots\dots(40) \end{aligned}$$

同様に、地盤状態が θ であり、技術者が $\delta(a)$ なる決定法則を用いたときの残念関数 (regret function) は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} R_{eg}(\theta, \delta) &= E[E(L(y_i|a, \theta) - \min_a R(\theta, \delta))] \\ &= R(\theta, \delta) - \min_a R(\theta, \delta) \dots\dots\dots(41) \end{aligned}$$

さて調査を行う以前では、技術者にとって地盤状態 θ の真値はまったく未知であるか、技術者の経験や土質工學上の知見ないしは過去の調査結果などから、たかだか θ のとりうる範囲とその上での確からしさの重みが見当のつく程度にすぎない (θ のこのような集合を θ で表わし、 θ 上での上記の重みを $b(\theta)$ で表わす。 $b(\theta) > 0$ であり、 $\sum_{\theta} b(\theta)=1$ である)。

地盤状態 θ の真値が技術者にわかってしまっている問題は、統計的な問題として考えられない。そのような問題の扱いやすいことは本章の場合でも明らかである。すなわち、仮想的に $N_S \rightarrow \infty, N_B \rightarrow \infty$ とし (このとき ρ は ρ^* に一致する) $C_E=0$ として、 $L(\theta, \delta)$ を最小にする $\delta(a)$ を定めればよい。しかし θ についてのこのような完全情報は一般に不可知であり、完全情報に近い情報を得るためには、 C_E が莫大な額になるのが普通である。したがって、 θ について少しでも完全な情報を得たということは、常に必ずしも有利であったとはいえない。 θ についての情報を得るためにどれほどの費用を払うのが全体の損失を最小にするのかに注目して、 H, N_S, N_B の統計的決定法の一つを述べる。

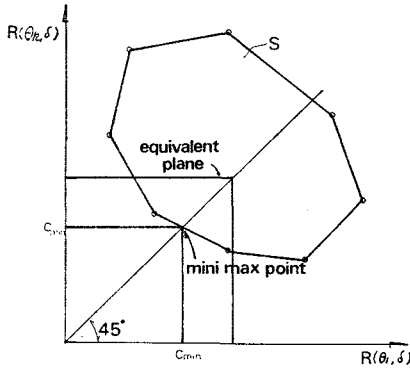


Fig. 7 Mini-Max Point

決定の規準としては以下の二つが考えられる。

a) ミニマックス規準

$$\max_{\theta} R(\theta, \delta) \text{ on } \theta \dots\dots\dots(42)$$

を最小にする δ を選ぶ規準である。

θ 中に有限個 (k 個) の θ しかないとき (本章の式の記述はすべてこの場合について書かれている), この決定法則を模式的に示したものが図-7である。この図で S は次のような危険関数の集合を表わしている。

$$S = \{x(x_1, x_2, \dots, x_k); \text{ for some } \delta \in D^*, x_j = R(\theta_j, \delta) \text{ for } j=1, 2, \dots, k\} \dots\dots\dots(43)$$

ここに D^* はすべての決定法則 δ の集合を表わす。

S 内で $\max_j x_j = \text{const.}$ なる点 x の集合 (平面) を等価平面と呼ぶと, 等価平面が下方から S を支える点がミニマックス決定法則に対応する点となる。 S が凸集合であり, A 内に有限個の a しかないとき S が純粋方略 (A 内のある \bar{a} に関してのみ $\delta(\bar{a})=1$ であり $a \neq \bar{a}$ なるすべての a に対しては $\delta(a)=0$) に対応する危険関数が折点になる, 多面体集合になることは, 式 (40) の期待値計算の線形性などから明らかであり, 統計的決定理論の参考書⁹⁾ に詳しい。したがって, 図-7 にみるように, 一般にミニマックス規準によって決定される δ は混合方略 (A 内のすべての a に対して $0 \leq \delta(a) < 1$) となる。

残念関数について考えれば式 (41) の右辺第 2 項が θ の関数であるため,

$$\max_{\theta} R_{eg}(\theta, \delta) \text{ on } \theta \dots\dots\dots(44)$$

を最小にする δ は式 (42) を最小にする δ と一般には一致しない。

b) ベイズ決定方略

$$\sum_{\theta} b(\theta) R(\theta, \delta) \dots\dots\dots(45)$$

を最小にする δ を選ぶ基準である。

この決定規準を図式化したものが図-8である (図-7とともに参考文献⁹⁾を参照した)。 $\sum_j b(\theta_j) x_j = \text{const.}$

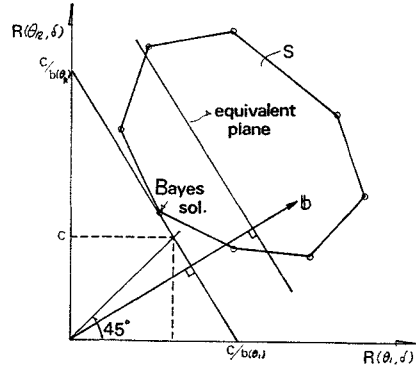


Fig. 8 Bayes Solution

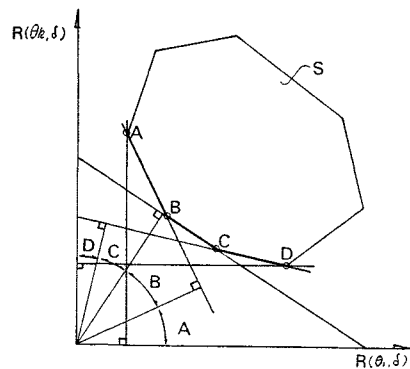


Fig. 9 Sensitivity of Decision

なる点 x からなる平面 (等価平面) は先験確率 (prior probability) ベクトル $b(b(\theta_1), \dots, b(\theta_k))$ と直交する。この図からも明らかのように, a と θ の個数がそれぞれ有限の場合, いかなる先験確率 b に対しても, ベイズ決定方略は必ず純粋方略を与えること, そうでない場合でも等価な純粋方略を有する決定法則を与えることは明らかである。また, $b(\theta_j) > 0 (j=1, 2, \dots, k)$ のときベイズ決定法則が必ず許容できることも明らかである。 $(x \in S$ で, x より下方 (ベクトルのすべての成分が x より小さい) に S 内の点がないとき, 点 x は許容できる (admissible) 決定法則に対応する点であるという。たとえば, 図-9 の太線はこのような点の集合である)。

本章の場合, 与えられた先験確率 b に対応するベイズ決定法則は次のようにして求められる。

$$\begin{aligned} & \sum_{\theta} b(\theta) R(\theta, \delta) \\ &= \sum_{\theta} b(\theta) \sum_{A} \sum_{Y} L(y_i|\theta, a) P(y_i|\theta, a) \delta(a) \\ &= \sum_{A} \delta(a) \left[\sum_{\theta} \sum_{Y} b(\theta) L(y_i|\theta, a) P(y_i|\theta, a) \right] \end{aligned}$$

において,

$$K(a) = \sum_{\theta} \sum_{Y} b(\theta) L(y_i|\theta, a) P(y_i|\theta, a) \dots\dots\dots(46)$$

とおくと, $K(a)$ を最小にする a を a_m とすれば,

$$\left. \begin{aligned} \delta(a_m) &= 1 \\ \delta(a) &= 0 \text{ for } a \neq a_m \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (47)$$

が求めるベイズ決定方略である。

残念関数についてのベイズ決定法則を求めると、

$$\sum_{\theta} b(\theta) R_{eg}(\theta, \delta) = \sum_{\theta} b(\theta) R(\theta, \delta) - \sum_{\theta} b(\theta) \min_{\delta} R(\theta, \delta) \dots (48)$$

の右辺第2項が δ に関係しないため、式(48)を最小にする δ は、式(45)を最小にする δ と一致する。これは $R_{eg}(\theta, \delta)$ の集合が式(43)の集合 S を平行移動して得られることから明白である。

図-9 は先験確率 b の変化によって決定法則の変化の様子を示したものである。したがって、 b の相違による決定の感応度の分析が必要である。この感応度が極端に大きければ、ベイズ決定方略は、工学的に考えて用いることがむずかしくなる場合がある。これは先験確率の与え方にも関連する問題である。

さて、構造物の設計に際してミニマックスかベイズかどちらの規準を使うべきかは、本論文の目的を逸脱する議論である。しかし、計画、設計にたずさわる技術者は自分がどのような損失関数を採用して、どの規準を用いて決定しているのかに無意識であってはならないだろう。次節でベイズ決定方略による計算例を示す。

(2) 数値計算例

数値計算に用いた条件は一括して表-4に示した。被害額については、高潮被害に関する過去のデータを参考にしている。ただし、埋立地はコンテナ埠頭を想定した¹⁰⁾。

Table 4 Loss Function and Action Space of Numerical Example

Loss Function $L=C+C_F+C_E$ (unit: 10 000 yen)				
Construction Cost per Unit Height (m)		1200 (10 000 m ²)	12 000 (100 000 m ²)	120 000 (1 000 000 m ²)
Cost of Damage by Flood Tide	$H_B - \rho^* \leq 20$	5 000	50 000	500 000
	$20 < H_B - \rho^* \leq 20.5$	3 214	32 143	321 430
	$20.5 < H_B - \rho^* \leq 20.6$	1 071	10 714	107 140
	$20.6 < H_B - \rho^* \leq 20.7$	357	3 570	35 700
	$20.7 < H_B - \rho^* \leq 20.8$	0	0	0
	$20.8 < H_B - \rho^* \leq 20.9$	0	0	0
	$20.9 < H_B - \rho^* \leq 21.0$	0	0	0
	$21.0 < H_B - \rho^* \leq 21.5$	0	0	0
$21.5 < H_B - \rho^*$	0	0	0	
If $(H_B - \rho^*) > H$, Construction Cost of $(H_B - \rho^* - H)$ is added to Cost of Damage.				
Unit Cost of Exploration	Unit Cost of Boring $C_{EB}=100$ Unit Cost of Consolidation Test $C_{ES}=10$			
Action Space				
$N_S=3, 6, 10, 15, 20$				
$N_B=10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50$				
$H=20, 20.5, 20.6, 20.7, 20.8, 20.9, 21.0, 21.5$ (m)				

先験確率は、想定した地盤状態(表-5 参照)に対して模擬的に電子計算機内で 30 個の先行サンプリングを行い以下の方法で定めた。ただし、圧密降伏荷重 p_0 については、 V の p_0 が $(r)mz$ (r は地盤の水中単位体積重量)であらわされるとし、 r をサンプリングした。

想定した地盤状態は、 m_c, r ともに正規分布するとしているため、先行サンプリングデータの平均値は t 分布に従う。この t 分布を 5 個のクラス(それぞれ 10%, 10%, 60%, 10%, 10%の確率を有する)に分割し、クラスの平均値にそれぞれの確率を付与して、 m_c, r の平

Table 5 Numerical Example

		State of Clay Layer θ								
		$m_c : N(0.35, 0.035^2)$ $\tau_w : N(0.6, 0.06^2)$			$m_c : N(0.35, 0.078^2)$ $\tau_w : N(0.6, 0.09^2)$			$m_c : N(0.35, 0.105^2)$ $\tau_w : N(0.6, 0.09^2)$		
Action for Decision		N_S	N_B	H (m)	N_S	N_B	H (m)	N_S	N_B	H (m)
Area for Exploration	10 000 m ²	3	10	21.0	3	10	21.5	3	10	21.5
		3	10	21.0	3	10	21.5	3	10	21.5
		3	10	21.0	3	10	21.5	3	10	21.5
		3	10	21.0	3	10	21.5	3	10	21.5
		3	10	21.0	3	10	21.5	3	10	21.5
		3	10	21.0	3	10	21.5	3	10	21.5
	100 000 m ²	10	10	20.8	20	10	20.8	20	10	20.8
		10	10	20.8	20	10	20.8	3	10	21.5
		10	10	20.8	20	10	20.8	3	10	21.5
		10	10	20.8	20	10	20.8	20	10	20.8
		10	10	20.8	20	10	20.8	20	10	20.8
		10	10	20.8	20	10	20.8	20	10	20.8
	1 000 000 m ²	10	25	20.8	15	30	20.8	20	30	20.8
		10	25	20.8	10	40	20.8	15	40	20.8
		10	25	20.8	15	35	20.8	20	35	20.8
		10	30	20.8	10	50	20.8	15	45	20.8
		10	25	20.8	10	40	20.8	10	50	20.8
		10	25	20.8	10	50	20.8	15	40	20.8

均値に関する離散的な先験確率分布を作った。このような先験確率は同一の地盤について6回の模擬調査を行い6種類作った。 m_c , r の分散については、1組ずつ30個のサンプリングデータから得られる一つの不偏分散だけに確率1を付与し、 χ^2 分布を使ってのクラス分けは行わなかった。理由は、分散のばらつきは平均値のそれと異なり、 N_S , N_B の決定に影響を及ぼすかも知れないが、埋立計画高さ H に影響を及ぼすことは少ないと判断したためである。実際広大な埋立地においては H の変動は土量すなわち建設費に大きな変動を与え、 N_S , N_B の変動に基づく調査費用の変動は前者に比べれば僅少である。

代表的な計算結果を表—5に示す。

計算結果について特徴的なことは次の諸点である。

(i) 埋立地建設面積が10万 m^2 程度までは、前述したような先験確率の作り方に従えば、先験確率に基づく決定の感応度はきわめて小さい。1万 m^2 程度の小さい埋立地建設の場合は、被害額や建設費が調査費と同程度のオーダーとなり、調査規模を拡大するよりは、少し埋立高さを高くするほうが賢明であることを示している。

(ii) 100万 m^2 程度の大規模な埋立地建設の場合は、少しの被害確率の相違でも被害額に大きくはね返るため先験確率の相違に基づく決定の感応度がかなり大きくなることがわかる。しかしながら、埋立計画高さだけはまったく感応度が低い(表—5ではまったく変化していない)。これはベイズ危険関数の最小値付近においては、 N_S , N_B の変化に基づく被害確率の変動が小さくこの変動量に被害額を乗じた値が、10 cm きざみの埋立計画高さの変動による建設費の変動よりはるかに小さいためである。したがって表—4に示した、 N_S , N_B , H の行動の集合 A を H に関してだけさらに小さくきざめば(数 mm の単位)、埋立計画高さ H の感応度は上昇するであろう。

行動の集合 A について、 N_S , N_B と H とのさらにバランスのとれた組合せについては、今後の課題とした。

また、既応の土質調査データをさらに多く分析することによって、土質力学的知見を十分に盛込んだ先験確率の与え方を工夫することは、今後の重要な課題である。 p_0 , r , m_c などの直接のパイロット調査結果だけで先験確率を与えるのではなく、他の土質諸係数のばらつきを参考にする方法、さらに複数の技術者からのアンケート調査を利用する方法などが考えられよう。

最後に、4., 5.の議論は、埋立地建設に例をとって進めてきたが、海岸堤防の防波堤先端高の決定、その他一次元圧密沈下が問題となるすべてについて、表—4の各種データ(特に建設費と被害額の単価)をいれかえるだ

けでそのまま流用できることを付記する。

6. ま と め

土構造物の設計・施工を数多く手がけてきた技術者の中には、設計どおりの諸元を有する土構造物がたち上るかどうかについて、一種のゲームのようにとらえている人があるかもしれない。多くの土構造物は公共のものであり、それを造る技術者がゲームをしているというのは不思議ないい方であるが、しかし、ゲームと考えることは問題を整理して本質を捉えることに役立ち、さらに賭博性を軽減するのに役立つ。

ゲームの競争者は、自然(この場合は地盤や盛土材料)と技術者であり、自然の出す手はその自然状態 θ (地盤状態)である。技術者の出す手は、各種の設計値でありその中には自然をスパイ(調査)することも含まれている。ゲームの勝敗に関する定義は多くの場合経済的評価によってなされる。土構造物の設計と施工をこのようなゲームとして捉えると、大別して三つの問題が解決されねばならないであろう。

① 自然状態と技術者の行動とに関する適確な定義がなされていること。そして自然状態が θ のとき、技術者が a なる行動をとれば、どのような事象 y がどのような確率 $P(y|\theta, a)$ で起こるかがすべてわかっていること。

② 起こりうるすべての事象 y と、とりうるすべての行動 a に対応して損失関数が定義されていること。そして決定基準が与えられていること。

③ とるべき決定法則 $\delta(a)$ が計算可能であること。

以上3つの問題のうち、土質工学者がもっとも多くの責任を負うべき問題は、当然①に関するものである。土質調査結果のばらつきに注目して、この統計的処理を、円弧すべりや、沈下計算に対して行っている論文は内外でいくつか出されてきている^{(11)・(12)}。しかしながら、これらの論文のうちで土質諸係数のばらつきを地盤の不均質性に伴うものとしてとらえ、したがって、均質地盤を対象とした現行計算法が、不均質地盤に対して有する力学的妥当性の検討(④でいう $P(y|\theta, a)$ の検討)を前提としたものは、今のところほとんどない。このことは、おもに以下の2点で仮定ないし誤りを有するものとなった。すなわち、これらの論文では、

(i) 地盤は全体としては「唯一の土質係数」をとるが、この値が何であるかについては、サンプリング結果のばらついているすべての値にその可能性がある。そしてこの可能性は無無限個サンプリングを行ったときの頻度分布の各値の頻度に等しいということを暗に前提としている(多くの場合、この分布は、正規分布^{(11)・(12)}、 r 分

布¹²⁾、 β 分布¹²⁾があてはめられているが、このとき最頻値は平均値に一致している。この頻度分布から各種の統計的手法で（損失関数で重みづけする方法¹²⁾も含めて）「唯一の値」を推定しているのであるが、不均質地盤の場合は、この値が何であるべきかについての力学的検討は必須のものである。

(ii) さらに、現行の計算式に、かりに「唯一の値」を代入したとしても、その計算値が真値であるかどうかは、たとえば、本論文の図-5のように、つねに検討が必要である。計算値の分布が真値に収束しない計算法を採用している場合、その片寄り (bias) に対してなんらかの知見を持っていなければ、計算値の分布の両端が問題となる信頼性の問題では、少なからぬ誤差を生みかねない¹²⁾。

本論文が上記の問題について解こうとしたことはわずかであるが、第3章で述べた議論の精密化は今後一層重要となろう。このほか筆者らは、この議論の不正確さを補う目的で、段階施工（試験施工）による動態観測を重視すべきであると考えている。本論文においては、サンプリング結果を得たのち事前分布 $b(\theta)$ をベイズの定理によって事後分布に変換し、これを新しい事前分布として用いることの有効性について、まったく議論していない。調査個数がごく少数のときの先験確率の重要性は指摘される場所であるが^{13), 13)}、上述の $P(y|\theta, a)$ についての議論が不正確な現在、動態観測の情報を付加することによって、統計理論が一層有効になると考えることによる。今後の課題としたい。

なお、最近の一連の論文¹¹⁾では、上位計画等からまず $P(y)$ を定め、しかるのちこの $P(y)$ を獲得するための損失最小の行動 a を定める方法論が提起されているが、本論文で述べた手法は特殊問題の一つとしてこの方法論をうちに含むものであることは明らかである。

上記の点から、本論文で得られた結論を整理するとおおよそ以下ようになる。

(1) 一次元全沈下の予測にとつては、地盤状態は、 m_c 、 p_0 の地盤内での分布によって定義できる。多くの海成粘土地盤中では、 m_c 、 p_0 がまったく無相関で、独立に正規分布している。

(2) 埋立地施工後、沈下に関する事象は、地盤状態と技術者の行動（調査規模と埋立計画高さの選択）に依存する確率事象となり、この確率は計算できる。

(3) 損失関数は、地盤状態と技術者の行動と、施工後の沈下の事象との関数となる。

(4) コンテナ埠頭を想定して、ベイズ決定方略によって許容解を求めると、この解は、これまでの常識からそれほど逸脱しない。

末筆ながら、特に第5章で種々の有益なご助言を頂きました。京都大学教授 長尾義三先生に深甚の謝意を表します。また第2章でのデータ整理では、元京都大学院生 伊吹憲彦氏にご協力を頂きましたことを述べて、お礼を申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 松尾稔・黒田勝彦：盛土建設のための土質調査と盛土の安定性に関する研究，土木学会論文報告集第196号，1971.
- 2) 松尾稔・黒田勝彦：不飽和土の土質諸係数と破壊確率に関する一考察，土木学会論文報告集第208号，1972.
- 3) Lumb, P. : The Variability of Natural Soils, Canadian Geotechnical Journal, Vol. III, No. 2, 1966.
- 4) Cozzolini, E.V.M. : Statistical Forecasting of Compression Index, Proceedings Fifth International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering, Paris 1961, Vol. 1
- 5) 岡行俊・平松良雄・斎藤敏明・菅原勝彦：岩石の静的破壊の機構，1970年度日本鉱業学会秋季大会分科研究会資料
- 6) Volkov, S.D. : Statistical Strength Theory, Gordon and Breach, 1962.
- 7) 土質工学会編：設計・施工基準集（設計編）土工
- 8) Ferguson, T. S. : Mathematical Statistics, A Decision Theoretic Approach, Academic Press, 1967.
- 9) L. ワイス：統計的決定理論，田中他訳，日本評論社，1964
- 10) 運輸省港湾局防災課編：海岸保全施設計画策定要項（試案），1963.
- 11) 長尾義三・松尾稔・黒田勝彦：盛土の設計安全率決定に関する研究，土木学会論文報告集第203号，1972.
- 12) Foloyan, J.I. : Decision Theory Applied to Settlement Prediction, Proc. of ASCE, SM. 4
- 13) ホーエル=ポート=ストーン：統計理論入門，柳川他訳，東京図書 1973.
- 14) Benjamin and Cornell : Probability, Statistics and Decision in Civil Engineering, McGraw-Hill, 1970.
- 15) 長尾義三：土木計画序論，共立出版，1972.

(1973.10.17・受付)