

## 飽和粘土の応力-ひずみ-時間関係

## A STRESS-STRAIN-TIME RELATION OF SATURATED CLAYS

赤井浩一\*・足立紀尚\*\*・安藤信夫\*\*\*

By Koichi Akai, Toshihisa Adachi and Nobuo Ando

## 1. まえがき

弾-粘塑性体とした土質材料の構成方程式の研究を継続しているが<sup>1),2)</sup>、本研究は時間依存性を有する土質材料の構成方程式を確立する過程で、飽和粘土の時間効果を実験的に把握しようと試みたものである<sup>3)</sup>。ここにいう時間効果とは粘性土に一般的にみられる、ひずみ速度効果、クリープ現象ならびに応力緩和現象などの時間依存性をさしている。従来、粘性土の応力-ひずみ-時間関係については Rheological model を用いる研究が多いが、本研究は特定の model を用いず、単に実験結果に基づく現象論的考察を行ったものである。

行った実験は飽和粘土の非排水条件における、定ひずみ速度せん断と応力緩和試験であり、有効応力の立場をとるため間げき水圧の測定も行った。

その結果、まず間げき水圧はひずみ速度には関係せず、 $Lo^4$ の主張するようにひずみと一義的相関のあることを明らかにした。ついで、応力-ひずみ-時間関係については、定ひずみ速度せん断試験に対して Yong and Japp<sup>4)</sup>が与えた実験式と、応力緩和試験の実験式として村山<sup>5)</sup>が求めたものが等価であることを示し、それらが Singh and Mitchell<sup>6)</sup>のクリープに対する実験式をもその一面として含むことを明らかにし、単一の応力-ひずみ-時間関係の存在することを示した。

## 2. 実験装置と試料

実験は定ひずみ速度せん断と応力緩和試験を行ったが、変位制御、測定に改良を加えている。用いた試験装置は図-1に概略図を示す、パルスモーター駆動三軸試

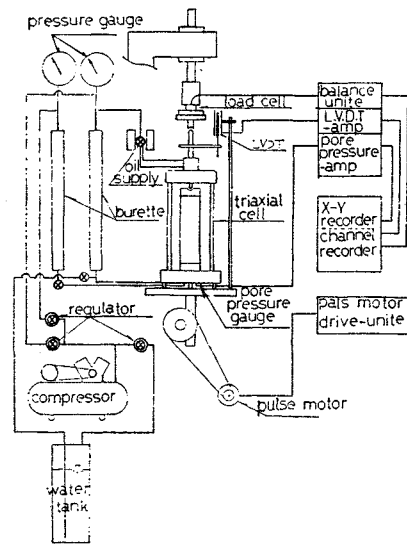


図-1 三軸装置

験装置である。変位の制御は図に示すパルスモーターにより行った。その変位速度は 70 mm/min~0.1 mm/min の範囲で連続的に可変でき、時間遅れなしに作動から停止に移り得、変位速度の安定性もすぐれている。一方、側圧の制御は高精度の air regulator を用いた。

軸荷重の測定は三軸室の外に取り付けた荷重変換器により行ったので、軸受部の摩擦の影響を軽減させるため、強制注油方式をとっている。間げき水圧は図-2に示すように供試体底面中央部で、半導体小型圧力変換器により測定した。その変換器は受圧面の径が 5 mm で、容積変化も  $1.8 \times 10^{-6} \text{cm}^3/(\text{kg}/\text{cm}^2)$  と微小であり、水の圧縮性を考慮すれば、計測に与える影響はきわめて少ない。

排水は paper drain による側方排水によったが、図-1に示すように burette に所定の initial back pressure を適用できる構造になっている。軸方向変位は載荷軸の変位として差動トランスにより測定した。

\* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木工学科

\*\* 正会員 Ph. D 京都大学助教授 工学部交通土木工学科

\*\*\* 正会員 工修 建設省中国地建河川部河川計画課

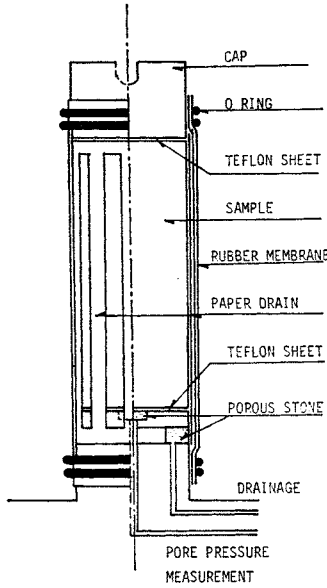


図-2 供試体のセット方法

用いた試料は乾燥深草粘土の400 $\mu$ ふるい通過分を高含水比で練り返し、大型圧密容器で圧密したものである。先行圧密荷重は0.5 kg/cm<sup>2</sup>であり、その物理諸量は表-1に示してある。

表-1 物理諸量

土粒子の比重	2.68%
液性限界	53.8%
塑性限界	27.1%
塑性指数	26.7%
粘土分	6%
シルト分	86%
砂分	8%
自然含水比	33~34%

供試体の寸法は直径5 cm、高さ12.5 cmであり、端面の摩擦を極力除去するため、silicon oilを塗ったteflon sheetを敷いた。実験に際しては、間げき水圧の測定をより正確に行うため、供試体をセットする前に、間げき水圧測定系の脱気を十分に行った。

供試体は所定の実験に先だち、1 kg/cm<sup>2</sup>のinitial back pressureを適用して等方圧密を行っている。なお、実験はすべて20°Cの恒温室内で行った。

### 3. 実験結果

#### (1) 定ひずみ速度せん断試験

2 kg/cm<sup>2</sup>の有効側圧で約1日等方圧密した後、非排水定ひずみ速度せん断試験を行った。用いたひずみ速度は50, 15, 4, 1, 0.4, 0.1, 0.01と0.002%/minの8段階である。

図-3(a)は各ひずみ速度に対する軸差応力-軸ひずみ曲線を、図-3(b)には間げき水圧-軸ひずみ関係を示している。ひずみ速度の軸差応力と間げき水圧におよぼす影響を調べるため、ひずみ速度を対数軸に軸差応力と間げき水圧を縦軸に軸ひずみをparameterとして求めた

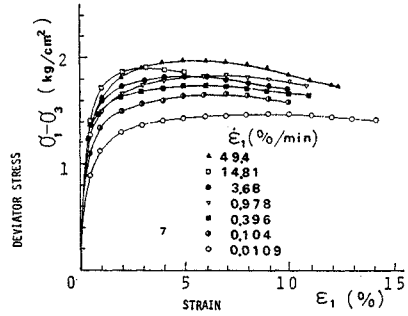


図-3(a) 各種ひずみ速度に対する応力-ひずみ曲線 (圧密圧力 2 kg/cm<sup>2</sup>)

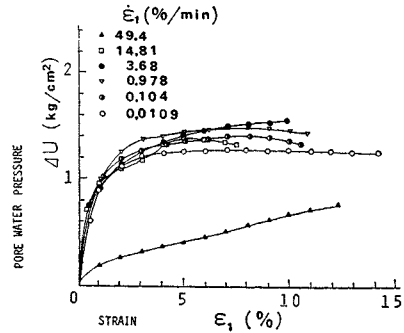


図-3(b) 各種ひずみ速度に対する間げき水圧-ひずみ曲線 (圧密圧力 2 kg/cm<sup>2</sup>)

図が、図-4(a)と(b)である。図-4(a)から同一ひずみに対する軸差応力はひずみ速度の対数に比例して増大することが明らかであり、その直線の勾配 $\alpha$ はひずみの関数として図-5のように求まるが、あるひずみ以上では一定となる傾向がある。Yong and Jappは飽和粘性土を用いてひずみ速度が $1.2 \times 10^6$  %/minにもおよぶ衝撃三軸せん断試験を行い、軸差応力がその時のひずみ速度とある基準ひずみ速度との比の対数に比例して増大することを明らかにしている。一方、図-4(b)から明らかに間げき水圧はひずみ速度の影響が認められず、したがってひずみに一義的に関係するものと考えられる。図-6(a), (b)は赤井ら<sup>9)</sup>の実験結果を用いて、図-4(a), (b)と同様に整理したものである。これからも同

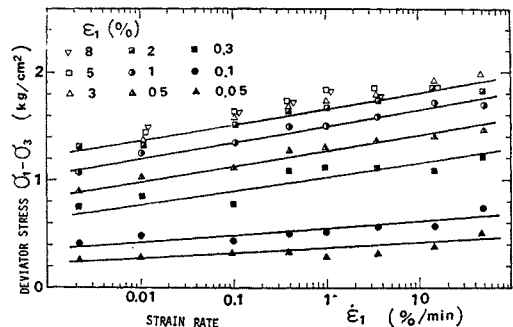


図-4(a) ひずみをパラメーターとした応力-ひずみ速度関係 (圧密圧力 2 kg/cm<sup>2</sup>)

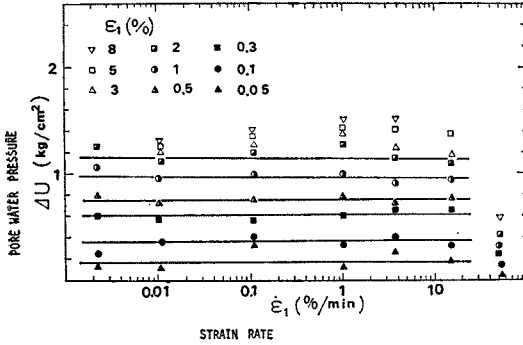


図-4(b) ひずみをパラメーターとした間げき水圧-ひずみ速度関係 (圧密圧力 2 kg/cm²)

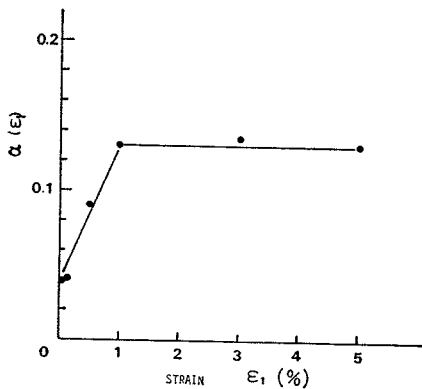


図-5 係数 α(ε) とひずみ関係

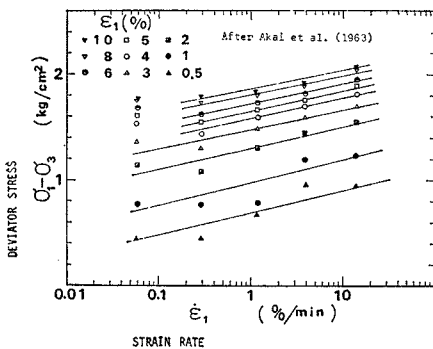


図-6(a) ひずみをパラメーターとした応力-ひずみ速度関係

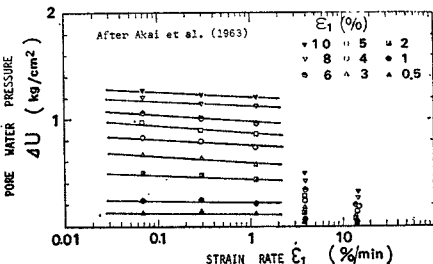


図-6(b) ひずみをパラメーターとした間げき水圧-ひずみ速度関係

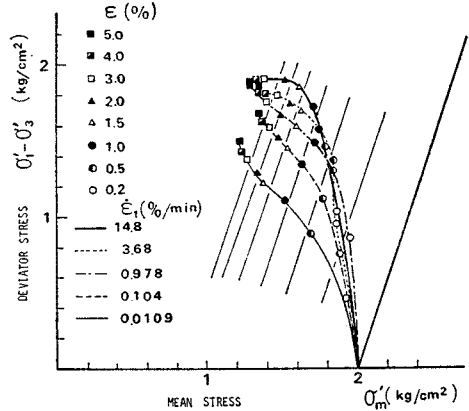


図-7 各種定ひずみ速度せん断時の有効応力経路

様の傾向が認められる。なお、いずれの実験結果においてもあるひずみ速度以上で、発生間げき水圧にひずみ速度の影響が一見現われているが、これは本質的なものではなく、測定系の動的応答の制約によるものと考えられる。

図-7 は種々の定ひずみ速度に対するせん断時の有効応力経路を求めたものである。図中に示される等ひずみ線はほぼ最大主応力軸に平行で、このことは間げき水圧がひずみ速度に依存せず、ひずみに一義的に関係するという事実と一致する。

Richardson and Whitman<sup>9)</sup> はひずみ速度が飽和粘性土の強度にいかに関与するかを調べるため 1%/min と  $2 \times 10^{-3}$  %/min のひずみ速度を用いて実験を行った。それを再整理すると図-8 に示すような有効応力経路と等ひずみ線が求まる。また供試体中央高で測定した間げき水圧は 1% ひずみまではひずみ速度に関係しないと報告している。彼らの結果も大局的に先の結論と一致している。

## (2) 応力緩和試験

有効側圧 2 kg/cm² で等方圧密した後、非排水条件のもとで 0.1~15.6%/min のひずみ速度を用いて所定のひずみまでせん断して、ただちに応力緩和試験を行っ

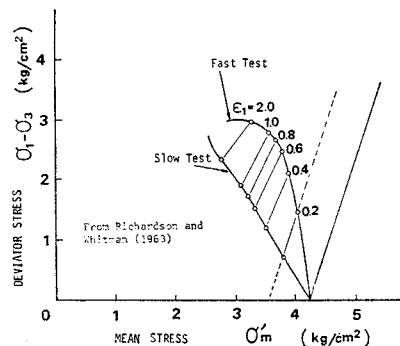


図-8 2つの異なるひずみ速度による有効応力経路

表-2 応力緩和試験の初期条件

No.	$\epsilon$ (%)	$\dot{\epsilon}$ (%/min)	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{t=0}$ (kg/cm <sup>2</sup> )
1	2.00	0.10	1.51
2	0.995	9.95	1.61
3	0.422	12.20	0.75
4	0.831	15.60	1.50

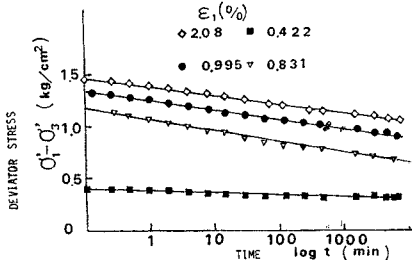


図-9(a) 応力緩和時の応力-時間関係

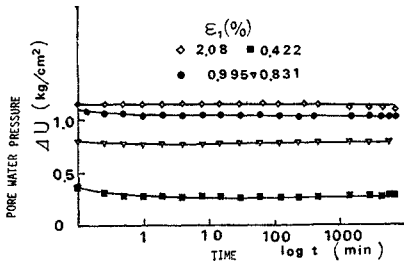


図-9(b) 応力緩和時の間げき水圧-時間関係

た。表-2 は緩和試験開始時の条件をまとめたものであり、 $\dot{\epsilon}$ (%/min) は所定のひずみに達するまで行ったせん断時のひずみ速度を示している。

図-9(a) は応力緩和過程の軸差応力の時間変化を示すものである。この図から応力緩和が時間の対数に比例して生ずることが明らかであり、この結果は村山らが与えた実験式の成立することを示している。図-9(b) は応力緩和過程における間げき水圧の時間変化を表わすものであり、せん断時のひずみ速度が大なる場合の供試体内の間げき水圧の非一様性に基づく変化を考慮すれば、間げき水圧がほぼ一定値を保つことが認められる。この事実も定ひずみ速度試験の結果得られた間げき水圧とひずみの一義的相関を示すものである。図-10 は 図-9

(a) に示される直線の勾配で定義づけられる応力緩和速度  $\beta(\epsilon)$  とひずみの関係を与えるもので、 $\beta(\epsilon)$  は村山らの指摘どおり、あるひずみ以上で一定となることがこの場合も明らかに認められる。図-11 は応力緩和時の有効応力経路を示し

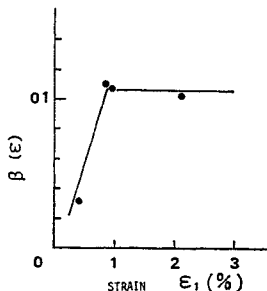


図-10  $\beta(\epsilon)$  とひずみ関係

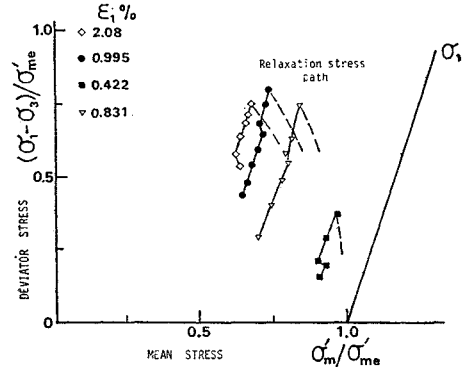


図-11 応力緩和時の有効応力経路

ている。なお、図中の  $\sigma_{me}'$  は等価圧力であり、非排水条件で行っている本実験の場合には圧密圧力に相当する。この図の語るところは、応力緩和過程の有効応力経路は最大主応力軸にほぼ平行に変化することであり、このことはまた間げき水圧の変動のないことの帰結である。さらに、主応力軸と主ひずみ軸が一致すれば応力緩和経路は、この場合最大主ひずみ軸に平行な経路になるべきであることから、この事実は通常行う主応力軸と主ひずみ軸の一致の仮定が成立することの実証であると考えられる。図-12 は村山らが行った応力緩和試験の有効応力経路であり、上述の事実がそこにも明らかに認められる。

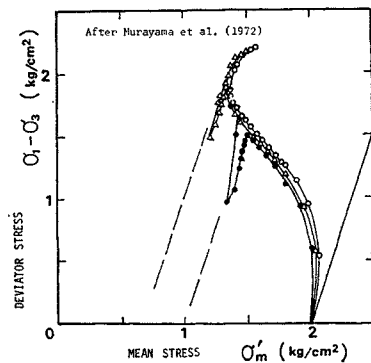


図-12 応力緩和時の有効応力経路

#### 4. 考 察

##### (1) 有効応力と間げき水圧

有効応力の本来的な定義は土質材料の力学的挙動を統一的に支配する応力であるとするものであろう。Terzaghi<sup>10)</sup>の有効応力は一般に

$$\sigma_{ij}' = \sigma_{ij} - u \delta_{ij} \dots \dots \dots (1)$$

で表わされる。ここに  $\sigma_{ij}'$  と  $\sigma_{ij}$  は有効応力と全応力テンソル、 $u$  は間げき水圧、 $\delta_{ij}$  は Kronecker のデル

タである。以来、Skempton<sup>11)</sup> や Lambe<sup>12)</sup> が有効応力の表示式を提案しているが実際的でないことから、本研究においても有効応力は式 (1) を用いて求めている。したがって、間げき水圧は有効応力と表裏一体をなすものであり、直接測定しうる値であるということから重要である。Skempton<sup>13)</sup> は間げき水圧の増分は応力の増分の一次関数であるとして、周知の次式を提案した。

$$\Delta u = B[\Delta \sigma_3 + A(\Delta \sigma_1 - \Delta \sigma_3)] \dots \dots \dots (2)$$

ここに  $A$  と  $B$  は間げき圧係数である。

Lo はこのような応力による間げき水圧の表示では、飽和正規圧密粘土の除荷時の残留間げき水圧やクリープ時の間げき水圧の時間的変化が説明できないという事実に基づいて、間げき水圧の増分はひずみの不変量の関数であると仮定し次式を提案した。

$$\Delta u = \Delta u_a + \Delta u_s = f(I_1, I_2, I_3) \dots \dots \dots (3)$$

ここに  $\Delta u_a$  と  $\Delta u_s$  はそれぞれ側圧とせん断応力に伴う間げき水圧の増分であり、 $I_1, I_2, I_3$  はひずみ  $\epsilon_{ij}$  の不変量である。非排水 ( $I_1=0$ ) でさらに軸対称 ( $\epsilon_2=\epsilon_3$ ) の場合には式 (3) の  $\Delta u_s$  は最大主ひずみ  $\epsilon_1$  のみの関数として与えられる。

$$\Delta u_s = f^*(\epsilon_1) \dots \dots \dots (4)$$

Lo はさらに間げき水圧の発生機構を土粒子骨格の弾性変形によるものと非弾性変形によるものとの2つを考え、当初土粒子骨格が支持した応力は非弾性変形によって間げき水圧に変換されていくと説明した。すなわち、せん断による間げき水圧はその弾性成分  $\Delta u_s^E$  と非弾性成分  $\Delta u_s^P$  の和として次式で与えられる。

$$\Delta u_s = \Delta u_s^E + \Delta u_s^P \dots \dots \dots (5)$$

Lo の考え方を先に行った定ひずみ速度試験と応力緩和試験の結果を用いて考察してみよう。定ひずみ速度試験の結果である図-3(b) ならびに図-4(b) をみると、間げき水圧はひずみ速度による影響を受けず、その影響の顕著な応力と間げき水圧の関係を与えた Skempton の式は動態時には一般性を失うから、間げき水圧は図-4(b) に示されるように軸ひずみ  $\epsilon_1$  の関数と考えたほうが妥当である。このことは図-7 に示される有効応力経路上に求めた等ひずみ線がこの試験における全応力経路上にほぼ平行にあるという事実に基づいて帰結する。

応力緩和過程 ( $\epsilon_1(t) = \text{const.}, t \geq t_0$ ) においても、図-9(b) に示すように間げき水圧は変化せず、このことは図-11 の有効応力経路が主応力軸に平行である事実として現われる。

微小ひずみの場合にはひずみ  $\epsilon_1(t)$  はその弾性成分  $\epsilon_1^E(t)$  と非弾性成分  $\epsilon_1^P(t)$  の和で与えられる。

$$\epsilon_1(t) = \epsilon_1^E(t) + \epsilon_1^P(t) \dots \dots \dots (6)$$

応力緩和過程においては  $\epsilon_1(t) = \text{const.} (t \geq t_0)$  であるから、式 (6) より  $\epsilon_1^E(t)$  と  $\epsilon_1^P(t)$  の時間に関する変

化率は互いに等しいことになる。実験事実として応力緩和過程においては間げき水圧は変化しないことを認めると、式 (5) からその弾性成分  $\Delta u_s^E(t)$  と非弾性成分  $\Delta u_s^P(t)$  の時間変化率も等しく、このことから弾性変形と非弾性変形の間げき水圧に与える影響の度合は等しいと結論づけられる。

以上から定ひずみ速度試験や応力緩和試験においては発生間げき水圧が応力の関数と考えるより、Lo の主張するひずみの関数と考えるほうが妥当であると考えてよい。

## (2) 時間効果について

ここにいう時間効果とは粘性土に一般的にみられる、ひずみ速度効果、クリープならびに応力緩和現象など時間依存性を総称したものである。粘性土の応力-ひずみ-時間関係については従来 Rheological model を用いることが多い。しかし、本研究においては特定の model を用いず、単に現象論的考察を行って、ひずみ速度効果と応力緩和現象の実験式が等価であることを示し、これより単一の応力-ひずみ-時間関係の存在することを明らかにする。

まず、3. で述べた Yong and Japp の定ひずみ速度試験の実験式と村山らの応力緩和実験式について考えてみる。ここで用いる式は都合上その表示を若干変えて用いている。

### a) 定ひずみ速度試験の実験式

Yong and Japp は数種の粘性土を用いた衝撃載荷試験による結果から、粘性土の dynamic flow law として、ある特定のひずみとその時のひずみ速度に対する動的応力は同一のひずみを有す、ある基底ひずみ速度に対する基底応力 (reference base stress) と瞬時の過剰応力 (instantaneous excess stress) の和で与えられるとした。すなわち、瞬時の動的応力は次式で与えられる。

$$\sigma_c(\epsilon, \dot{\epsilon}) = \sigma_c(\epsilon, \dot{\epsilon}_0) + \alpha(\epsilon) \log(\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon}_0) \dots \dots \dots (7)$$

ここに  $\sigma_c(\epsilon, \dot{\epsilon})$  は動的応力、 $\epsilon$  は最大主ひずみ、 $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$  はひずみ速度、 $\sigma_c(\epsilon, \dot{\epsilon}_0)$  は基底動的応力、 $\dot{\epsilon}_0$  は基底ひずみ速度、 $\alpha(\epsilon)$  は先に定義した動的応力勾配である。

図-4(a) からは Yong and Japp の用いた速度に比べて非常に低いひずみ速度である本研究においても式 (7) が成立することが認められる。さらに図-5 における  $\alpha(\epsilon)$  はあるひずみ (ここでは 1%) 以上で一定値をとる傾向がある。

### b) 応力緩和実験式

村山らは種々の圧密履歴を有する粘土を用いて応力緩和試験を行い、図-9(a) に示される  $\sigma_R \sim \log t$  の直線関係から、応力緩和実験式を次のように与えた。

$$\sigma_R(\epsilon, t) = \sigma_R(\epsilon, t_1) - \beta(\epsilon) \log(t/t_1) \quad t \geq t_0 \dots (8)$$

ここに、 $\sigma_R(\epsilon, t)$  はひずみに  $\epsilon$  に保つ応力緩和時の時間  $t$  における軸差応力、 $\sigma_R(\epsilon, t_1)$  は基準時間  $t_1$  における軸差応力、 $\beta(\epsilon)$  は応力緩和速度 ( $\beta(\epsilon) = d\sigma_R(\epsilon, t)/d \log t$ )、 $t_1$  は基準時間 ( $t_1 \geq t_0$ )、 $t_0$  は応力緩和開始時間をそれぞれ表わしている。応力緩和速度  $\beta(\epsilon)$  は先に述べたとおり、図-9(a) に示される直線の勾配として与えられ、図-10 のようにあるひずみ (ここでは 1%) 以上では一定値となる傾向にある。式 (8) は本研究で行った実験結果を説明できることは明らかである。

一見して式 (7) と式 (8) の類似性が認められるが、以下両式が同一の関係式であることを示す。まず一定ひずみ速度  $\dot{\epsilon}$  であるひずみ  $\epsilon$  に達するために時間  $T$  を要したとすれば、その定ひずみ速度  $\dot{\epsilon}$  は次式で与えられる。

$$\dot{\epsilon} = \epsilon/T \dots (9)$$

式 (9) を式 (7) に代入すると

$$\sigma_c(\epsilon, \epsilon/T) = \sigma_c(\epsilon, \epsilon/T_0) + \alpha(\epsilon) \log(T_0/T) \dots (10)$$

あるいは次のように表わされる。

$$\bar{\sigma}_c(\epsilon, T) = \bar{\sigma}_c(\epsilon, T_0) - \alpha(\epsilon) \log(T/T_0) \dots (11)$$

ここに  $\bar{\sigma}_c(\epsilon, T)$  は動的応力、 $\bar{\sigma}_c(\epsilon, T_0)$  は基底動的応力、 $T_0$  は一定ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_0$  でひずみ  $\epsilon$  に達するに要する時間である。式 (11) と式 (8) を比較すると、定ひずみ速度せん断と応力緩和の差はあるが、式の意味するところはある瞬時の応力はその基底値と時間効果の差による値の和として与えられる点で一致しており、さらにその時間効果による値は基底時間とそのときの時間の比の対数に比例する点で等しいことである。さて両式に含まれる係数  $\alpha(\epsilon)$  と  $\beta(\epsilon)$  を考えてみよう。応力-ひずみ面上で時刻  $t=0$  のとき原点にあり、時刻  $t=T_0$  のときひずみ  $\epsilon_c$  に達する、図-13 に示されるような 3 つの応力-ひずみ経路を考える。経路 I は  $T_0$  時間の定ひずみ速度せん断で  $\epsilon_c$  に到達するもの、経路 II は  $T_1$  時間の定ひずみ速度せん断で  $\epsilon_c$  に達した後 ( $T_0 - T_1$ ) 時間の応力緩和を行ったもの、また経路 III は  $T_2$  時間の定ひずみ速度せん断で  $\epsilon_c$  に到達した後 ( $T_0 - T_2$ ) 時間の応力

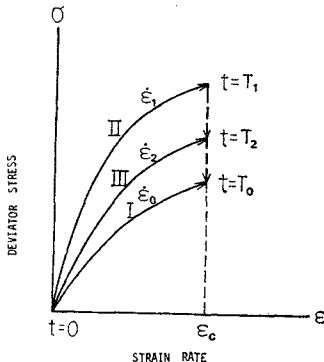


図-13 応力-ひずみ経路図

緩和を行ったものであり、各時間には  $T_0 > T_2 > T_1$  の関係があるものとする。式 (11) より  $T_0, T_1, T_2$  の各時間で  $\epsilon_c$  まで定ひずみ速度せん断を行ったときの各応力  $\bar{\sigma}_c$  は  $\bar{\sigma}_{cI}(\epsilon_c, T_0)$ 、 $\bar{\sigma}_{cII}(\epsilon_c, T_1)$  および  $\bar{\sigma}_{cIII}(\epsilon_c, T_2)$  となる。一方、経路 II における  $T_1 \leq t \leq T_0$  間の応力緩和は式 (8) より

$$\sigma_{RII}(\epsilon_c, t - T_1) = \sigma_{RII}(\epsilon_c, T_0 - T_1) - \beta(\epsilon_c) \log[(t - T_1)/(T_0 - T_1)] \dots (12)$$

経路 III に対して、 $T_2 < t \leq T_0$  間における応力緩和は同様に

$$\sigma_{RIII}(\epsilon_c, t - T_2) = \sigma_{RIII}(\epsilon_c, T_0 - T_2) - \beta(\epsilon_c) \log[(t - T_2)/(T_0 - T_2)] \dots (13)$$

でそれぞれ与えられる。

さて、“時刻  $t=0$  のとき応力-ひずみ空間上の原点を出発し、同一時間経過後同一ひずみに達する 2 つの経路において、その時刻の応力の値は同一である”。という仮定を行う。

この仮定を用いると時刻  $t=T_2$  で

$$\sigma_{RII}(\epsilon_c, T_2 - T_1) = \bar{\sigma}_c(\epsilon_c, T_2) \dots (14)$$

また時刻  $t=T_0$  においては

$$\sigma_{RII}(\epsilon_c, T_0 - T_1) = \sigma_{RIII}(\epsilon_c, T_0 - T_2) = \bar{\sigma}_c(\epsilon_c, T_0) \dots (15)$$

の関係式が成立することになる。式 (14) に式 (11) と式 (12) を代入し式 (15) を用いると結局次式が求まる。

$$\beta(\epsilon_c) \log[(T_2 - T_1)/(T_0 - T_1)] = \alpha(\epsilon_c) \log(T_2/T_1) \dots (16)$$

ここで、各経路のとり方は任意であるから、 $T_1 \leq T_0, T_2$ 、すなわち経路 II を高速ひずみせん断に対応する場合と考えると式 (16) からただちに次の関係が与えられる。

$$\beta(\epsilon_c) \approx \alpha(\epsilon_c) \dots (17)$$

さて実験結果から求まる  $\alpha(\epsilon)$  と  $\beta(\epsilon)$  を検討すると、図-5 と 図-10 に示すとおりひずみの関数であるが、ともに 1% 以上のひずみに対しては一定値をとる傾向がある。圧密圧力  $2 \text{ kg/cm}^2$  に対してはその一定値はそれぞれ  $\alpha(\epsilon) \approx 0.130 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\beta(\epsilon) \approx 0.105 \text{ kg/cm}^2$  となる。一方、赤井らの結果は  $2 \text{ kg/cm}^2$  の圧密試料に対して  $\alpha(\epsilon) = 0.2 \text{ kg/cm}^2$  であり、村山らの  $2 \text{ kg/cm}^2$  の圧密試料においては  $\beta(\epsilon) = 0.14 \sim 0.17 \text{ kg/cm}^2$  が求まっている。これらの係数は粘土の種類、圧密圧力によっても異なるが、本研究の結果から  $\alpha(\epsilon) \approx \beta(\epsilon)$  は近似的に成立すると考えてよさそうである。

以上の事実から結局一般的に次式の関係が成立することが認められる。

$$\sigma = \bar{\sigma}(\epsilon, t) = \sigma(\epsilon, \dot{\epsilon}) \dots (18)$$

さらに、式 (7) と式 (9) を用いれば、式 (18) の右辺

は次式で表わしうる。

$$\bar{\sigma}(\epsilon, t) = \sigma_c(\epsilon, \dot{\epsilon}_0) + \alpha(\epsilon) \log(\epsilon/t \dot{\epsilon}_0) \dots \dots \dots (19)$$

この式の意味するところはある基底ひずみ速度による応力  $\sigma_c(\epsilon, \dot{\epsilon}_0)$  と  $\alpha(\epsilon)$  が与えられるとき、任意の経路による時刻  $t$  とその時刻のひずみ  $\epsilon$  に対応する応力が求まるといふことである。

さて、式 (19) を用いてクリープ現象を説明してみよう。クリープは通常の三軸の場合、次式の条件のもとで行われる。

$$\sigma(\epsilon + \Delta\epsilon, t_1 + \Delta t) = \sigma(\epsilon_1, t_1) = \sigma_1 = \text{const.} \dots (20)$$

ここに  $t_1, \epsilon_1$  は  $\sigma=0$  から  $\sigma=\sigma_1(\text{const.})$  までの载荷に要した時間とその間に生じたひずみであり、 $\Delta t$  と  $\Delta\epsilon$  はクリープ開始後の経過時間と増加ひずみである。式 (20) を式 (19) に代入すれば、次の関係式が求まる。

$$\begin{aligned} \sigma_c(\epsilon_1 + \Delta\epsilon, \dot{\epsilon}_0) + \alpha(\epsilon_1 + \Delta\epsilon) \log\{(\epsilon_1 + \Delta\epsilon)/(t_1 + \Delta t) \dot{\epsilon}_0\} \\ = \sigma_c(\epsilon_1, \dot{\epsilon}_0) + \alpha(\epsilon_1) \log(\epsilon_1/t_1 \dot{\epsilon}_0) \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

いま  $\alpha(\epsilon_1 + \Delta\epsilon) = \alpha(\epsilon_1)$  が成立すると仮定すれば、式 (21) はただちに次式となる。

$$\begin{aligned} \epsilon_1 + \Delta\epsilon = \epsilon_1 (1 + \Delta t/t_1) \exp \\ \cdot \left\{ -2.303 \frac{\sigma_c(\epsilon_1 + \Delta\epsilon, \dot{\epsilon}_0) - \sigma_c(\epsilon_1, \dot{\epsilon}_0)}{\alpha(\epsilon_1)} \right\} \dots (22) \end{aligned}$$

この式は  $t_1, \epsilon_1, \Delta t$  を与えると  $\Delta\epsilon$  が求まることを示している。

さらに  $\sigma_c(\epsilon, \dot{\epsilon}_0)$  が  $\sigma - \log \epsilon$  図上で勾配  $\theta$  の直線で近似されるものと仮定する、すなわちその関係は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_c(\epsilon_1 + \Delta\epsilon, \dot{\epsilon}_0) - \sigma_c(\epsilon_1, \dot{\epsilon}_0) = \theta \log[(\epsilon_1 + \Delta\epsilon)/\epsilon_1] \\ \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

式 (23) を式 (24) に代入すると、結局

$$\epsilon_1 + \Delta\epsilon = \epsilon_1 \left( 1 + \frac{\Delta t}{t_1} \right)^{\alpha/(\alpha+\theta)} \dots \dots \dots (24)$$

なお、式 (23) の仮定であるが、図-14 に示す定ひずみ速度試験 ( $\dot{\epsilon}_0 = 1.14 \times 10^{-4}/\text{min}$ ) の結果から、それほど無理な近似ではなく、通常 1% のひずみで変化する 2本の直線で表わすとよりよい近似が得られる。村山ら<sup>14)</sup> は各種のクリープ試験を行ったが、その実験結果を用いて式 (24) を検討してみた。用いた係数の値は村山らの

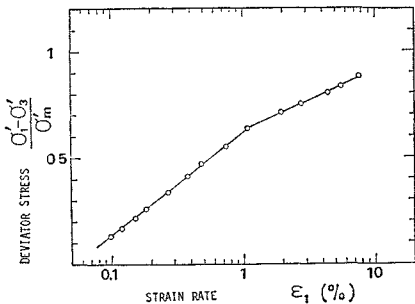


図-14 定ひずみせん断による応力-ひずみ関係

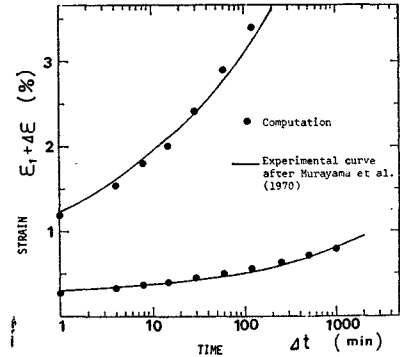


図-15 クリープひずみ-時間関係

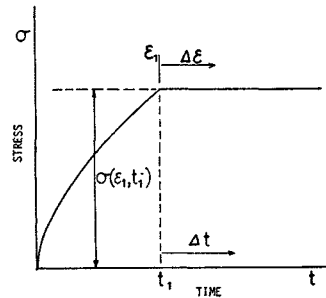


図-16 せん断载荷を伴うクリープの条件

用いた粘土の他の力学特性から推定したもの  $\alpha = 0.20 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\epsilon_1 + \Delta\epsilon < 1\%$  で  $\theta = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\epsilon_1 + \Delta\epsilon \geq 1\%$  で  $\theta = 0.55 \text{ kg/cm}^2$  とし、 $t_1 = 1$  分と仮定して式 (24) を用いて  $\epsilon_1 = 0.25\%$  と  $\epsilon_1 = 1.0\%$  について計算したものが図-15 に示してある。図には村山らのクリープ曲線を実線で与えているが、計算値がそれをよく表わしていることが明らかである。

このクリープ現象をさらに詳しく考察してみよう。まず、図-16 に示すように  $t=t_1$  まで定ひずみ速度せん断試験を行い、ひずみ  $\epsilon_1$  が発生した後、 $t \geq t_1$  で  $\sigma(\epsilon_1, t_1) = \text{const.}$  のクリープ試験を行うものとする。ここで  $\Delta\epsilon = \epsilon - \epsilon_1$ ,  $\Delta t = t - t_1$  とおくと式 (24) は

$$\epsilon = \epsilon_1 (t/t_1)^{\alpha/(\alpha+\theta)} \dots \dots \dots (25)$$

で与えられ、この時間微分、すなわちクリープ過程のひずみ速度を求めると次式が求まる。

$$\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt = \frac{\epsilon_1}{t_1} (t_1/t)^{\theta/(\alpha+\theta)} \dots \dots \dots (26)$$

一方、クリープ応力  $\bar{\sigma}(\epsilon_1, t_1) = \text{const.}$  は式 (19) で与えられ、簡単な演算で次の関係式が求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\epsilon_1}{t_1} = \dot{\epsilon}_0 \exp \left\{ 2.303 \frac{\bar{\sigma}_c(\epsilon_1, t_1) - \sigma_c(\epsilon_1, \dot{\epsilon}_0)}{\alpha(\epsilon_1)} \right\} \\ \dots \dots \dots (27) \end{aligned}$$

したがって式 (26) と (27) からクリープひずみ速度は次式で与えられることになる。

$$\dot{\epsilon} = \frac{d\epsilon}{dt} = \dot{\epsilon}_0 \exp$$

$$\cdot \left\{ 2.303 \frac{\bar{\sigma}_c(\epsilon_1, t_1) - \sigma_c(\epsilon_1, \epsilon_0)}{\alpha(\epsilon_1)} \right\} \left( \frac{t_1}{t} \right)^{\theta/(\alpha+\theta)} \dots\dots\dots (28)$$

この式の重要な点はクリープ開始前の履歴の影響を含んでいることである。

Singh and Mitchell は広くクリープ試験の結果を検討し、図-17(a) に示す事実に基づいて、まず次式のような実験式を与えた。

$$\ln \{ \dot{\epsilon}(t, D) / \dot{\epsilon}(t_{unit}, D) \} = -m \ln(t/t_{unit}) \dots (29)$$

ここに  $\dot{\epsilon}$  はクリープ開始後任意時刻  $t$  におけるひずみ速度、 $\dot{\epsilon}(t_{unit}, D)$  はクリープ開始後単位時間後におけるひずみ速度、 $D$  は軸差応力、 $m$  は図-17(a) に与えられる直線の勾配である。

さて、 $t=t_1$  まで定ひずみ速度せん断を行い、その後  $\sigma_c(\epsilon_1, t_1)$  の軸差応力でクリープを行ったとしよう。クリープ開始後時間  $t=t_{unit}$  におけるひずみ速度を考慮すると、式 (26) あるいは (28) からただちに次の関係が求まる。

$$(\dot{\epsilon})_{t=t} / (\dot{\epsilon})_{t=t_{unit}} = (t_{unit}/t)^{\theta/(\alpha+\theta)} \dots\dots\dots (30)$$

式 (29) と (30) を比較すると係数  $m$  は  $\alpha$  と  $\theta$  で次

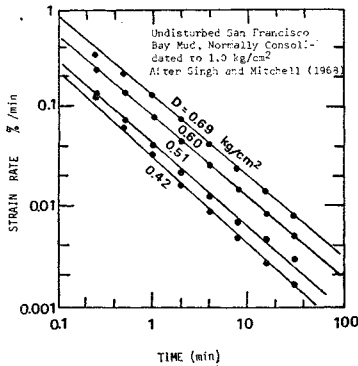


図-17(a) クリープ過程のひずみ速度-時間関係

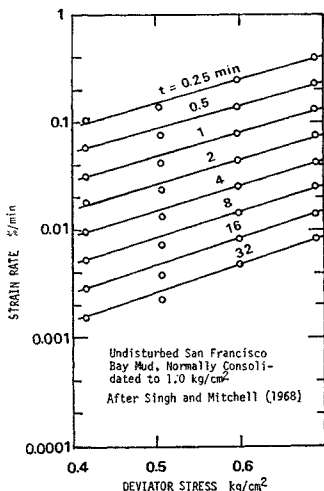


図-17(b) クリープ過程のひずみ速度-応力関係

のように表わされることがわかる。

$$m = \frac{\theta}{\alpha + \theta} \dots\dots\dots (31)$$

Singh and Mitchell は  $m$  が 0.75~1.0 の範囲にあると報告しているが、先に用いた例では  $\epsilon_1=1\%$  を境にして  $m$  の値は 0.83 から 0.73 に変化することになる。Singh and Mitchell の指摘するように  $m$  のもつ意味は明らかでない。

さらに彼らは図-17(b) に示すような同一結果の異なるプロットから次の式を与えた。

$$\ln \dot{\epsilon} = \ln \dot{\epsilon}(t, D_0) + \alpha * D \dots\dots\dots (32)$$

ここに  $\dot{\epsilon}(t, D_0)$  は  $D=0$  における仮定のひずみ速度であってクリープ時間の関数であり、 $\alpha*$  は図-17(b) に示される直線の勾配である。最終的に彼らは、式 (29) と (32) を用いて、クリープのひずみ速度に対する実験式を次式のように与えた。

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}(t_{unit}, D_0) \exp(\alpha * D) \cdot \left( \frac{t_{unit}}{t} \right)^m \dots\dots\dots (33)$$

式 (31) を用いて、式 (33) を式 (28) と比較するとその類似性は明らかであって、クリープ開始までの履歴を含み、実験により求まる範囲の値を用いている点からも式 (28) のほうが現実的であると考えられる。

以上時間効果に関する飽和粘性土の種々の実験によって与えられた実験式、すなわち Yong and Japp の定ひずみ速度に対する式、応力緩和に関する村山らの式、またクリープ現象を説明する Singh and Mitchell の式は“時刻  $t=0$  のとき応力-ひずみ空間上の原点を出発して、同一時間経過後同一ひずみに達する2つの経路において、その時刻の応力の値は同一である”。との仮定のもとではすべてが等価であり、それぞれの挙動を表わすための式であることが明らかになった。このことは一種類の試験、たとえば定ひずみ速度せん断試験から他の現象が推定できることを示すものである。また先の仮定に基づく式 (18) は応力-ひずみ-時間空間内に単一の状態曲面が存在することを表わしており、各種試験からこの曲面が決定できれば応力-ひずみ、時間のうち2つを知っ

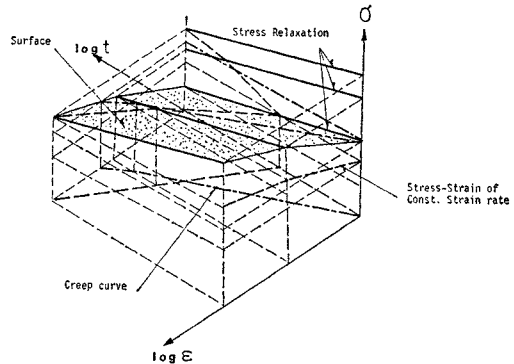


図-18 状態曲面各種試験経路



て他の一つが一義的に求まることを示している。図-18はこの状態曲面と各種試験の経路の概念図を示したものである。

## 5. 結 論

弾-粘塑性体として土質材料構成方程式の誘導の際の基礎とするために、有効応力の立場から粘性土の時間依存性について現象論的立場から統一的に実験事実を検討し、以下の結論を得た。

(1) 非排水、軸対称条件下の発生間げき水圧は最大主ひずみ  $\epsilon_1$  の関数として表わしうとする  $L_0$  の主張が、定ひずみ速度せん断と応力緩和試験の結果からも成立することが明らかであり、さらに間げき水圧はひずみ速度の影響を一次的には受けないものである。

(2) (1)の事実は一般的な三次元応力状態に対しても、間げき水圧がひずみの関数で表わしうることを示唆している。

(3) 定ひずみ速度せん断試験の有効応力経路上に求めた等ひずみ線は最大主応力軸に平行であり、また応力緩和時の有効応力経路も最大主応力軸に平行である事実は(1)の結論との裏裏をなすものである。

(4) “時刻  $t=0$  のとき応力-ひずみ空間上の原点を出発し、同一時間経過後同一ひずみに達する2つの経路において、その時刻の応力の値は同一である”。という仮定は実験的にも成立する。

(5) (4)の仮定のもとで、定ひずみ速度せん断に対する Yong and Japp の式(7)と応力緩和に対する村山らの式(8)は等価であり、さらに Singh and Mitchell のクリープに対する実験式(33)も誘導できることを明らかにした。

(6) 以上から、応力-ひずみ-時間空間内にその材料特有の状態曲面が存在し、粘性土の動的挙動はその曲面上を外的条件により移動する現象であって、その曲面から一義的に決定できるものである。

(7) したがって一種の試験結果により他の条件下の挙動を推定しうることを明らかにした。

## 6. あとがき

本研究は土質材料構成方程式を確立する研究の一環を

成すものであって、研究ならびに実験の進展には、元本学大学院ならびに学部学生であった岡野真久(建設省)、高野裕(兵庫県)の両君や現大学院生の田中利雄君の援助があった。なお、研究には赤井に対する昭和47年度文部省科学研究費一般研究(B)68640ならびに足立に対する、昭和46年度松永記念科学振興財団研究助成金の援助を受けた。以上を付記して謝意を表す。

### 参 考 文 献

- 1) 赤井浩一・足立紀尚・岡野真久(1972):粘塑性体力学に基づく土質材料の構成方程式,土木学会第27回年次学術講演会講演集,第3部,pp.149~152.
- 2) 足立紀尚・安藤信夫(1973):土質材料の動的降伏曲面について,第8回土質工学研究発表会講演集,pp.335~338.
- 3) 赤井浩一・足立紀尚・安藤信夫(1973):飽和粘土の応力-ひずみ-時間関係について,第8回土質工学研究発表会講演集,pp.331~334.
- 4) Lo, K.Y. (1969): The Pore Pressure-Strain Relationship of Normally Consolidated Undrained Clays, Canadian Geotechnical Journal, Vol. 6, pp. 383~412.
- 5) Yong, R.N. and Japp, R.D. (1969): Stress-strain Behavior of Clays in Dynamic Compression, Vibration Effects on Earthquakes on Soils and Foundations, A.S.T.M., S.T.P. 450, pp. 233~262.
- 6) 村山朔郎・関口秀雄・上田貴夫(1972):粘土の応力緩和特性について,土木学会関西支部年次学術講演集.
- 7) Singh, A. and Mitchell, J.K. (1968): General Stress-Strain-Time Function for Soils, Proc. A.S.C.E., Vol. 94, SM 1, pp. 21~46.
- 8) 赤井浩一・山本順一・小沢良夫(1963):飽和粘土のせん断における間げき水圧の挙動について,土木学会論文集,第85号,pp.1~7.
- 9) Richardson, A.M. and Whitman, R.V. (1963): Effect of Strain Rate upon Undrained Shear Strength of a Saturated Remoulded Fat Clay, Geotechnique, 13, 4, pp. 310~324.
- 10) Terzaghi, K. (1943): Theoretical Soil Mechanics, John Wiley & Sons.
- 11) Kempton, A.W. (1961): Effective Stress in Soils, Concrete and Rocks, Pore Pressure and Suction in Soils, 38, Butterworths.
- 12) Lambe, T.W. (1960): A Mechanical Picture of Shear Strength in Clays., A.S.C.E. Res. Conf. on Shear Strength of Cohesive Soils, Boulder, Colorado, pp. 555~580.
- 13) Skempton, A.W. (1954): The Pore Pressure Coefficients A and B, Geotechnique, 4, 4, pp. 143~147.
- 14) 村山朔郎・栗原則夫・関口秀雄(1970):粘土のクリープ破壊について,京大防災研究所年報第13号 B, pp. 525~541.

(1973.8.13・受付)