

# 高速道路における流出制御の効果を 考慮した最適検知器数の決定

## DETERMINATION OF THE OPTIMUM NUMBER OF VEHICLE DETECTOR CONSIDERING THE EFFECT OF DISCHARGE CONTROL ON AN EXPRESSWAY

奥谷 巖\*・中浜 昭人\*\*  
By Iwao Okutani and Akihito Nakahama

### 1. ま え が き

高速道路において交通事故が発生すると、出入口が限られているという高速道路の性格から、多くの車が停滞を余儀なくされることになるが、事故の発見と処理が比較的短時間の間に完了するならば、そのことはさほど問題ではない。しかしながら、現実には事故の種類によっては処理時間だけでも2時間以上を要することがあり、かかる場合の高速道路利用者の被害は甚大なるものがある。高速道路には緊急性の高い車が多いことを考えると、その被害の程度はさらに高まるといえよう。

したがって、事故発生が発見されたならば、その発生地点より上流側の流入ランプにおいてなんらかの制御措置を講ずることにより、事故が原因する停滞による被害を可能な限り少なくすることが必要となってくるのである。このような要請に対し、著者のうちの奥谷と井上は、上流の流出ランプからある規準のもとに車を流出させるという流出制御方式を提案している<sup>1)</sup>。すなわち、一般道路を経由した場合の下流側インターチェンジまでの所要時間と停滞をこうむりつつ高速道路を経由して下流側インターチェンジまで行った場合の所要時間とを比較し、前者が後者より小さくなるという保証が得られた時点で、上流側インターチェンジから車を流出させるという制御方式であり、従来の考え方に比べ1つの合理性を有しているといえる。

ところで、このような制御を行うためには事故の発見がなされなければならないが、そのための1つの方法として検知器による自動的発見という方法がある。その場合、円滑な制御実施という観点からは、検知器はできるだけ密に配置されていることが望ましいわけであるが、現実問題としては電子計算機が交通情報の収集ばかりで

なく、他の重要な管理・業務と併用されており、交通情報の収集にのみ電子計算機の容量の多くを割くことはできないこと、および制御のための財源には限度があることなどから、検知器の配置は可能な限り効率的にしたという要請がでてくる。

以上のような観点から、本研究では前述の流出制御との関連において最適な検知器数の決定方法について基礎的な考察を行うものとするが、その場合検知器配置の効率性、換言すれば検知器の最適性としていかなる規準を採用するかが問題となる。ここではそのための規準として、制御による次のインターチェンジまでの遅れ時間の減少量を取り、総遅れ時間減少量最大ならびに検知器1台あたりの遅れ時間減少量最大の2つの規準から、最適な検知器数の決定を行うことにする。

### 2. 事故時におけるインターチェンジ間走行所要時間

#### (1) 事故発生後の交通現象の基本特性

事故発生後の交通現象については、交通流を流体力学的に扱ったいわゆる波動理論により解析を行うことができるが<sup>2)</sup>、ここではその概略を述べることにする。

図-1に示したようなインターチェンジAB間の交通流を考える。Aは上流側インターチェンジ、Bは下流側インターチェンジであり、相互間の距離を $L$ とする。事故はAから $x_0$ の地点Pで発生したとして以下の議論を進める。

さて、いま事故発生前の交通状態をAB間で一様と考えて、交通量 $q_0$ 、交通密度 $k_0$ 、車両速度 $v_0$ とし、事故後の交通状態は事故地点より上流側でそれらの値が $q_1$ 、 $k_1$ 、 $v_1$ 、下流側で $q_2$ 、 $k_2$ 、 $v_2$ であるとして、それら3つの変数の間には次のようなグリーンシールドのモデルに従う関係があると仮定する。

\* 正会員 工博 信州大学助教授 工学部土木工学科  
\*\* 学生会員 工修 阪神外貿埠頭公団工務部

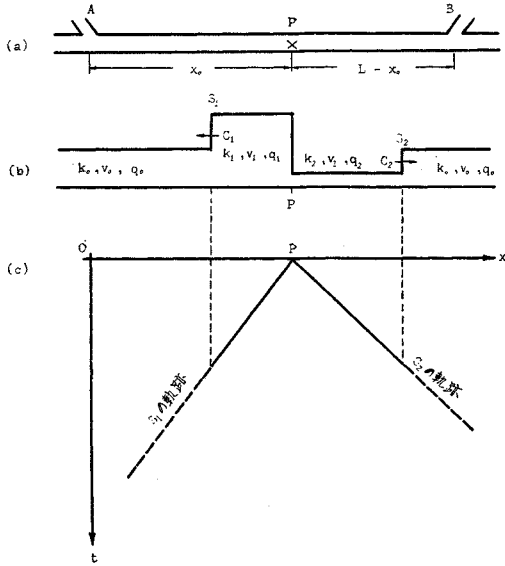


図-1 事故発生後の交通流

$$v = v_f \left(1 - \frac{k}{k_j}\right) \dots\dots\dots (1)$$

$$q = k \cdot v = k \cdot v_f \left(1 - \frac{k}{k_j}\right) \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $v_f$  は自由走行速度であり、 $k_j$  は飽和密度である。

本線上で事故が発生すると、その地点から上下流に衝撃波（密度の不連続面） $S_1, S_2$  が伝播するが、その伝播速度  $C_1, C_2$  はそれぞれ

$$C_1 = \frac{q_1 - q_0}{k_1 - k_0} \dots\dots\dots (3)$$

$$C_2 = \frac{q_0 - q_2}{k_0 - k_2} \dots\dots\dots (4)$$

のように表わされる（以上、図-1(b) 参照）。

いま、インターチェンジAの位置を原点にしたインターチェンジBに向かう距離軸（ $x$  軸）と、事故発生時刻を原点とする時間軸（ $t$  軸）を考えると、衝撃波の伝播状況は 図-1(c) のようになる。

次に、事故車が除去され、渋滞が解消してゆく過程について考える。事故発生から  $\tau$  時間後に事故車が除去されたとすると、渋滞中の車は先頭車から順次速度を上げて発進するという発進波が交通流中を伝わる。この発進波を  $S_3$  とすると、その速度  $C_3$  は後に説明するように

$$C_3 = v_f \left(1 - \frac{2k_1}{k_j}\right) \dots\dots\dots (5)$$

となる。発進波  $S_3$  の速さ  $|C_3|$  は、衝撃波  $S_1$  の速さ  $|C_1|$  より大であるから  $S_3$  は  $S_1$  に追いつく。発進波が衝撃波に追いつき、渋滞中の車が徐々に速度を上げるような状況になっても、渋滞最後付近では最初のうちは交通処理量より到着量が多いため、なおしばらくは衝撃波は後方に伸びる。しかしながら、処理量はしだいに大

きくなるため、衝撃波の速度は小さくなり、ある時刻には瞬間的に静止し、その後は前方に進み出し渋滞は解消の方向に向かう。このような状況を波動理論では以下のように説明できる。

まず、簡単のために、事故発生地点、事故車除去時刻を新たな原点とする座標軸を考える。この場合の距離軸を  $\xi$ 、時間軸を  $\theta$  とすると、 $\xi = x - x_0$ 、 $\theta = t - \tau$  なる関係があることについては言をまたない。

さて、事故車が除去され発進波が通過すると交通密度は場所的、時間的に刻々と変化する。いま、交通密度  $k$  なる点の軌跡を  $\xi = \xi(\theta)$  として、これを求めることを考える。そのためには、 $d\xi/d\theta$  が密度の微小な攪乱が交通流中を伝わる速さ  $dq/dk$  に等しいという性質を使う。すなわち、

$$\frac{d\xi}{d\theta} = \frac{dq}{dk} \dots\dots\dots (6)$$

である。式 (2) を考慮し、初期条件  $\theta=0$  で  $\xi=0$  のもとに式 (6) を解くと、

$$\xi = v_f \left(1 - \frac{2k}{k_j}\right) \cdot \theta \dots\dots\dots (7)$$

が得られる。式 (7) を  $\theta$  について微分したものは、密度  $k$  なる点の移動する速度であり次のようになる。

$$\frac{d\xi}{d\theta} = v_f \left(1 - \frac{2k}{k_j}\right) \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) において、特に  $k=k_1$  としたものは発進波の速度であって、これより式 (5) が得られるのである。

また、式 (1) と式 (7) より

$$v = \frac{1}{2} \cdot \left(v_f + \frac{\xi}{\theta}\right) \dots\dots\dots (9)$$

が導かれるが、これは地点  $\xi$  を時刻  $\theta$  に通りかかった車の速度を表わしている。

次に、渋滞最後尾の衝撃波面  $S_1$  の軌跡を考える。発進波  $S_3$  に追いつかれる時刻をいま  $\theta_u$  とすると、その時刻までは簡単に

$$\xi = C_1(\theta + \tau) \dots\dots\dots (10)$$

と表わされる。発進波が衝撃波に追いつく時刻  $\theta_u$  とその地点  $\xi_u$  は、式 (7) で  $k=k_1$  とおいた式と式 (10) を連立させることにより、

$$\theta_u = \frac{\sqrt{\alpha} - 1 + 2 p_0}{\sqrt{\alpha} + 1 - 2 p_0} \cdot \tau \dots\dots\dots (11)$$

$$\xi_u = -v_f \sqrt{\alpha} \theta_u \dots\dots\dots (12)$$

のように求められる。ここに、 $\alpha$  は交通容量を  $q_c$  としたとき

$$\alpha = \frac{q_c - q_1}{q_c} = \left(\frac{k_j - 2k_1}{k_j}\right)^2$$

のように表わされるもので、事故による道路の閉塞度を表わす。また、 $p_0$  は  $k_0$  と  $k_j$  の比である。

$\theta_u$  以後の衝撃波面の軌跡は、いまそれを  $\xi(\theta)$  とした

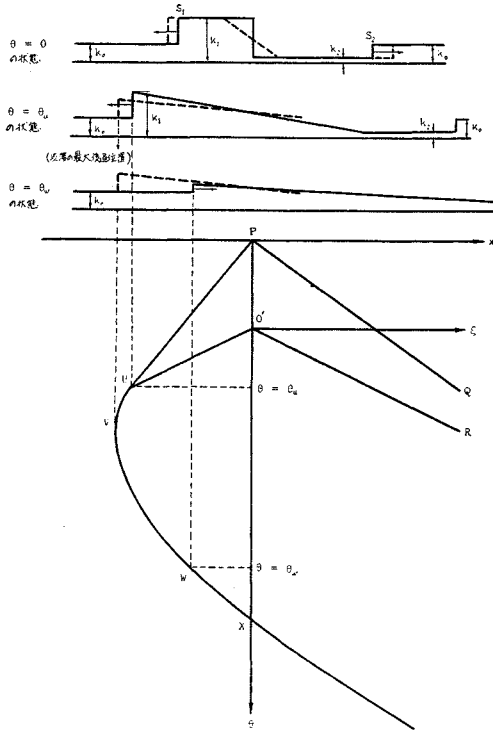


図-2 衝撃波の軌跡

とき、衝撃波面の速度が  $d\xi/d\theta$  と表わされるので、これが式(4)と同じ関係から得られる速度  $(q_0 - q)/(k_0 - k)$  に等しいとおいた微分方程式を設定し、その式において、まず  $q$  を式(2)により  $k$  に変換し、 $k$  については式(7)の利用により  $\xi$  と  $\theta$  で表わしたものを代入して、 $\theta = \theta_u$  で  $\xi = \xi_u$  という初期条件を考慮することにより

$$\xi = v_f(1 - 2p_0)\theta - v_f(\sqrt{\alpha} + 1 - 2p_0)\sqrt{\theta_u}\sqrt{\theta} \dots\dots\dots (13)$$

として求められる(以上、図-2 参照)。

(2) 車の走行軌跡とインターチェンジ間走行所要時間

(1) に述べた性質を利用して、次に事故が発生してから事故車が除去されるまでに  $\tau$  時間を要するような場合における、事故の影響を受ける後続車の当該インターチェンジ間の走行軌跡と走行所要時間について考える。

図-2 に示されたように、衝撃波  $S_1$  の軌跡は、その最大後退位置を  $V$  としたとき  $P-U-V-W-X-Y$  となり、また  $S_2$  の軌跡は  $P-Q$  となるが、これらの曲線に囲まれた範囲を通過する車はなんらかの形で事故の影響を受ける車であるから、それらの車について走行軌跡を求め走行所要時間を計算すればよい。このためには、事故車を除去したときに上下流に向かって発進する発進波(上流に向かうものを  $S_3$ 、下流に向かうものを  $S_4$  とす

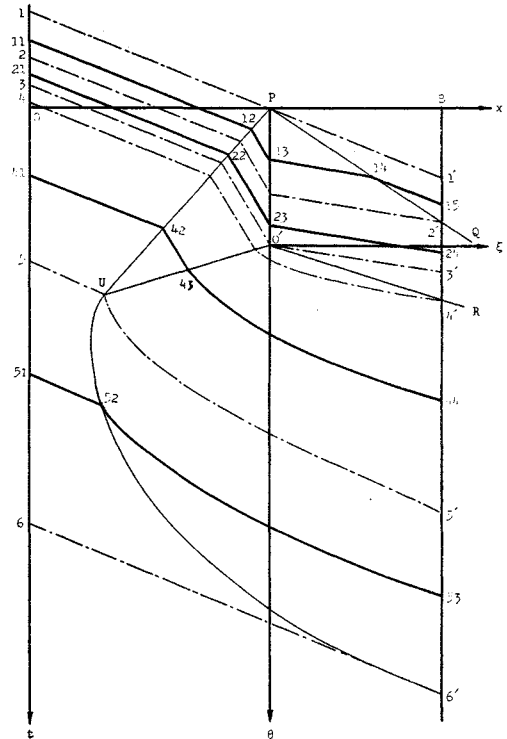


図-3 車の走行軌跡

る)の軌跡  $O'-U$ 、 $O'-R$  をも考慮し、インターチェンジAを車が通過する時刻をいくつかの領域に分けて検討しなければならない。図-3 にその領域が示されているが、この場合結果的に5つの領域に分かれることがわかった。図中、各領域の境界点はそれぞれ1, 2, 3, 4, 5, 6の番号で示されており、その時点でインターチェンジAを通過した車の軌跡が一点鎖線で示されていて、それらの車がインターチェンジBに到着する時刻に対応する点が  $1' \sim 6'$  の番号で示されている。それら5つの領域ごとに車の走行軌跡は異なるわけであるが、その軌跡を表わす式を求め、それを利用して走行所要時間を求めることがここでの目的である。いま、点1と点2の間の領域を領域Iとし、以下順次領域Vまで名前をつけて、各領域ごとに走行軌跡と走行所要時間について検討してゆく。

a) 領域Iの場合

この領域内の任意時点  $\theta_{11}$  にインターチェンジAを通過した車は、衝撃波  $S_1$  に出合った点から渋滞にまきこまれ、密度  $k_1$  に対応する速度  $v_1$  で走行することを余儀なくされる。しかしながら、徐行しながら事故地点を通過すれば密度の低い  $k_2$  部分に出るので、もとの速度  $v_0$  より大きい速度  $v_2$  で走行でき、渋滞領域徐行中の遅れ時間をしだいに取りもどす。そして、衝撃波  $S_2$  に出会う点で遅れを完全に回復する。以後は密度  $k_0$  の定常

交通流中をもとの速度  $v_0$  で走行する。

図-3に実線で示されているように、走行軌跡は11—12—13—14—15となるが、まず、衝撃波  $S_1$  に出会うまでの11—12の部分については、車は一定速度  $v_0$  で走行するので、その軌跡は簡単に

$$\xi = v_0(\theta - \theta_{11}) - x_0 \dots\dots\dots (14)$$

となる。点12の座標を  $(\theta_{12}, \xi_{12})$  とすると、それは  $S_1$  の軌跡  $P-U$  と式(14)との交点として求められ

$$\theta_{12} = (x_0 + v_0\theta_{11} + C_1\tau) / (v_0 - C_1) \dots\dots\dots (15)$$

$$\xi_{12} = C_1(\theta_{12} + \tau) \dots\dots\dots (16)$$

となる。ここに、 $C_1$  は式(3)で与えられるものである。

事故地点通過までの12—13の部分では車は一定速度  $v_1$  で走行することから、走行軌跡は

$$\xi = v_1(\theta - \theta_{12}) + \xi_{12} \dots\dots\dots (17)$$

となる。点13の  $\theta$  座標を  $\theta_{13}$  とすると、式(17)で  $\xi=0$  とおくことにより

$$\theta_{13} = \theta_{12} - (\xi_{12}/v_1) \dots\dots\dots (18)$$

となる。

衝撃波  $S_3$  に出会うまでの13—14の部分においては車は  $v_2$  なる速度で走行し、その軌跡は

$$\xi = v_2(\theta - \theta_{13}) \dots\dots\dots (19)$$

となる。 $S_2$  の軌跡  $P-Q$  の傾きが式(4)で与えられる  $C_2$  であることを考えると、その軌跡と式(19)の交点14の座標  $(\theta_{14}, \xi_{14})$  は

$$\theta_{14} = (C_2\tau + v_2\theta_{13}) / (v_2 - C_2) \dots\dots\dots (20)$$

$$\xi_{14} = C_2(\theta_{14} + \tau) \dots\dots\dots (21)$$

のように与えられる。

$S_2$  に出会って以後は一定速度  $v_0$  で走行するので、14—15の部分の軌跡は

$$\xi = v_0(\theta - \theta_{14}) + \xi_{14} \dots\dots\dots (22)$$

となる。したがって、点15の  $\theta$  座標  $\theta_{15}$  は式(22)で  $\xi=L-x_0$  とおいて

$$\theta_{15} = \theta_{14} + (L - x_0 - \xi_{14}) / v_0 \dots\dots\dots (23)$$

となる。

以上より、いま  $\theta_{11}$  時点にインターチェンジAを通過した車のインターチェンジAB間の走行所要時間を  $T_1(\theta_{11})$  とすると

$$T_1(\theta_{11}) = \theta_{15} - \theta_{11}$$

として与えられるが、上式の  $\theta_{15}$  に式(23)を代入し、それに式(21)、(20)、(18)、(16)、(15)をその順序に従ってつぎつぎに代入してゆくと、結局

$$T_1(\theta_{11}) = L/v_0$$

となって、この場合には先にも述べたように走行所要時間の遅れはまったくないことがわかる。

**b) 領域IIの場合**

領域Iの場合とほとんど同じであるが、この場合には

インターチェンジBまでの間に衝撃波  $S_2$  に追いつくことができない。すなわち、徐行区間が長くなりPB間の高速運転分だけでは徐行による遅れ時間を取りもどすことができず、点Bではもとの走行軌跡に比べ遅れを示すことになる。

いま、任意時刻  $\theta_{21}$  に点Aを通過した車の軌跡を図-3に示したように21—22—23—24とし、それらの座標を領域Iの場合と同様に名前をつけるものとすると、まず  $\theta_{22}, \xi_{22}$  は式(15)および式(16)との対応より

$$\theta_{22} = (x_0 + v_0\theta_{21} + C_1\tau) / (v_0 - C_1) \dots\dots\dots (24)$$

$$\xi_{22} = C_1(\theta_{22} + \tau) \dots\dots\dots (25)$$

となる。また、 $\theta_{23}$  は式(18)と同様にして

$$\theta_{23} = \theta_{22} - (\xi_{22}/v_1) \dots\dots\dots (26)$$

となり、 $\theta_{24}$  は式(19)に対応する直線式に  $\xi=L-x_0$  を代入することにより、

$$\theta_{24} = \theta_{23} + \{(L - x_0)/v_2\} \dots\dots\dots (27)$$

となる。

当該車のAB間の走行所要時間を  $T_2(\theta_{21})$  とすると、式(24)～式(27)の関係を利用して

$$T_2(\theta_{21}) = \theta_{24} - \theta_{21} = \{(x_0 + v_0\theta_{21} + C_1\tau) / (v_0 - C_1)\} \cdot (1 - C_1/v_1) - C_1\tau/v_1 + (L - x_0)/v_2 - \theta_{21} \dots\dots\dots (28)$$

として求められる。

**c) 領域IIIの場合**

渋滞にまきこまれるまでは領域Iの場合と同様であるが、渋滞域を徐行中に事故車の除去がなされ、事故地点から新たに発進波が上下流に伝わる。先にも述べたように、上流に伝播するものが  $S_3$  であり、下流に伝播するものが  $S_4$  であるが、まず車がこの  $S_3$  に出会うと、それ以後は密度の刻々と変化する地域を通過するので、車の速度も徐々に上昇する。しかしながら、 $S_4$  に出会うとそれ以後は密度  $k_2$  の定常交通流となり、車は一定の速度  $v_2$  で走行する。

いま、任意時刻  $\theta_{31}$  に点Aを通過した車の軌跡を31—32—33—34—35—36とする(図-4参照)。ただし、

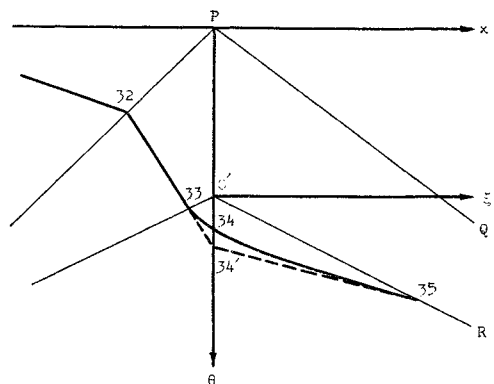


図-4 領域IIIの場合の走行軌跡

点 31 は点 A の通過時刻に対応する点であり、点 36 は点 B への到着時刻に対応する点であるが、図では省略されている。

まず、点 32 の座標は式 (15) および式 (16) と同様の関係から

$$\theta_{32} = (x_0 + v_0 \theta_{31} + C_1 \tau) / (v_0 - C_1) \dots\dots\dots(29)$$

$$\xi_{32} = C_1 (\theta_{32} + \tau) \dots\dots\dots(30)$$

となる。

点 33 の座標は、式 (17) に対応する走行軌跡

$$\xi = v_1 (\theta - \theta_{32}) + \xi_{32}$$

と  $S_3$  の軌跡

$$\xi = C_3 \theta$$

との交点として求められ

$$\theta_{33} = (v_1 \theta_{32} - \xi_{32}) / (v_1 - C_3) \dots\dots\dots(31)$$

$$\xi_{33} = C_3 \theta_{33} \dots\dots\dots(32)$$

となる。点 33 から  $S_4$  に出会う点 35 までの軌跡については、その軌跡を表わす曲線の微係数  $d\xi/d\theta$  が、式 (9) で与えられる  $v$  に等しいとおくことにより

$$\frac{d\xi}{d\theta} - \frac{1}{2\theta} \cdot \xi = \frac{v_f}{2}$$

なる線形微分方程式が成立することから、これを  $\theta = \theta_{33}$  で  $\xi = \xi_{33}$  という初期条件のもとに解くことによって得られ次のようになる。

$$\xi = v_f \theta - \{ \sqrt{\theta} (v_f \theta_{33} - \xi_{33}) / \sqrt{\theta_{33}} \} \dots\dots\dots(33)$$

式 (33) と  $S_4$  の軌跡

$$\xi = C_4 \theta$$

の交点として、点 35 の座標が求められる。すなわち、

$$\theta_{35} = \theta_{33} (v_f - C_3)^2 / (v_f - C_4)^2$$

$$\xi_{35} = C_4 \theta_{35}$$

である。ただし、 $C_4$  は式 (8) で  $k = k_2$  としたものである。

ここで点 35 について考えると、図—4 に点線で示したように、領域 II の走行パターンをとるとして計算した軌跡上 (図—4 の 33—34'—35) にのっていることが確かめられる。これは、領域 III に入る車は領域 II の車に比べ事故地点の手前より速度を上げることができるが、事故地点を過ぎると領域 II ほどの高速はだせず、結局点 35 で同一軌跡上に戻ってしまうと説明できる。このこ

$$T_4(\theta_{41}) = \theta_{44} - \theta_{41} = (L - x_0) / v_f + (v_f - C_3)^2 \{ (v_1 - C_1) (x_0 + v_0 \theta_{41} + C_1 \tau) / (v_0 - C_1) - C_1 \tau \} / 2 v_f^2 (v_1 - C_3) + \sqrt{[(L - x_0) + (v_f - C_3)^2 \{ (v_1 - C_1) (x_0 + v_0 \theta_{41} + C_1 \tau) / (v_0 - C_1) - C_1 \tau \} / 2 v_f (v_1 - C_3)]^2 - (L - x_0)^2} / v_f - \theta_{41} \dots\dots\dots(43)$$

となる。

e) 領域 V の場合

任意時刻  $\theta_{51}$  に点 A を通過した車は、最初のうちは一定速度  $v_0$  で走行するが、 $S_1$  に出会った時点でその地点の密度に対応する速度まで減速する。それ以後は徐々に速度を上げながら走行する。

走行軌跡は図—3 に示したように 51—52—53 となるが、このうち点 52 の座標は、式 (14) に対応する 51—52 の軌跡

とを利用すると、当該車が点 B に到着する時刻  $\theta_{36}$  は式 (27) と同様な関係から

$$\theta_{36} = \theta_{34'} + \{ (L - x_0) / v_2 \} \dots\dots\dots(34)$$

となる。ただし、 $\theta_{34'}$  は式 (26) との対応関係から

$$\theta_{34'} = \theta_{32} - (\xi_{32} / v_1) \dots\dots\dots(35)$$

のように与えられる。

求める当該車の AB 間の走行所要時間を  $T_3(\theta_{31})$  とすると、式 (29), (30), (34), (35) を利用して

$$T_3(\theta_{31}) = \theta_{36} - \theta_{31} = \{ (x_0 + v_0 \theta_{31} + C_1 \tau) / (v_0 - C_1) \} \cdot \{ 1 - (C_1 / v_1) \} - C_1 \tau / v_1 + (L - x_0) / v_2 - \theta_{31} \dots\dots\dots(36)$$

となる。

d) 領域 IV の場合

領域 III の場合とほぼ同じ走行挙動を示すが、点 B までの間には  $S_4$  には出会わない。すなわち、発進波  $S_3$  に出会った後、徐々に速度を上昇させる過程で下流側インターチェンジに達する。

任意時刻  $\theta_{41}$  に点 A を通過した車の軌跡は、図—4 に示したように 41—42—43—44 となるが、このうち点 42 と点 43 の座標の求め方は領域 III の場合とまったく同様であり次のようになる。すなわち、点 42 の座標は式 (29) および式 (30) との対応から

$$\theta_{42} = (x_0 + v_0 \theta_{41} + C_1 \tau) / (v_0 - C_1) \dots\dots\dots(37)$$

$$\xi_{42} = C_1 (\theta_{42} + \tau) \dots\dots\dots(38)$$

となり、点 43 の座標は式 (31) および式 (32) との対応から

$$\theta_{43} = (v_1 \theta_{42} - \xi_{42}) / (v_1 - C_3) \dots\dots\dots(39)$$

$$\xi_{43} = C_3 \theta_{43} \dots\dots\dots(40)$$

となる。

点 44 の  $\theta$  座標すなわち当該車が点 B に到着する時刻は、式 (33) と同様の式で表わされる 43—44 の軌跡の式において、 $\xi = L - x_0$  とおくことにより

$$\theta_{44} = \{ E_1 + \sqrt{E_1^2 - 4 v_f^2 (L - x_0)^2} \} / 2 v_f^2 \dots\dots(41)$$

のように与えられる。ただし

$$E_1 = 2(L - x_0) v_f + \{ (v_f \theta_{43} - \xi_{43})^2 / \theta_{43} \} \dots\dots(42)$$

である。

当該車の AB 間の走行所要時間を  $T_4(\theta_{41})$  とすると、式 (37)~式 (41) の関係を利用して

$$\xi = v_0(\theta - \theta_{s1}) - x_0$$

と、式 (13) で与えられる点  $U$  以降の  $S_1$  の軌跡との交点として

$$\theta_{s2} = \{E_2 + \sqrt{E_2^2 - 4 p_0^2 v_f^2 (x_0 + v_0 \theta_{s1})^2}\} / 2 p_0^2 v_f^2 \dots\dots\dots (44)$$

$$\xi_{s2} = v_0(\theta_{s2} - \theta_{s1}) - x_0 \dots\dots\dots (45)$$

のように求められる。ここに

$$E_2 = 2 p_0 v_f (x_0 + v_0 \theta_{s1}) + v_f^2 (\sqrt{\alpha} + 1 - 2 p_0) (\sqrt{\alpha} - 1 + 2 p_0) \tau$$

である。

点 53 の  $\theta$  座標は式 (41) および式 (42) との対応関係から

$$\theta_{s3} = \{E_3 + \sqrt{E_3^2 - 4 v_f^2 (L - x_0)^2}\} / 2 v_f^2 \dots\dots\dots (46)$$

となる。ここに

$$E_3 = 2(L - x_0)v_f + \{(v_f \theta_{s2} - \xi_{s2})^2 / \theta_{s2}\}$$

である。

当該車のAB間の走行所要時間  $T_s(\theta_{s1})$  は、式 (44)~式 (46) を利用することにより次式のようになる。

$$\begin{aligned} T_s(\theta_{s1}) = \theta_{s3} - \theta_{s1} = & (L - x_0) / v_f + p_0^2 [(v_f - v_0) \{E_2 + \sqrt{E_2^2 - 4 p_0^2 v_f^2 (x_0 + v_0 \theta_{s1})^2}\} / \\ & \cdot 2 p_0^2 v_f^2 + v_0 \theta_{s1} + x_0]^2 / \{E_2 + \sqrt{E_2^2 - 4 p_0^2 v_f^2 (x_0 + \theta_{s1})^2}\} \\ & + \sqrt{[(L - x_0) + v_f p_0^2 (v_f - v_0) \{E_2 + \sqrt{E_2^2 - 4 p_0^2 v_f^2 (x_0 + v_0 \theta_{s1})^2}\} / \\ & \cdot 2 p_0^2 v_f^2 + v_0 \theta_{s1} + x_0]^2 / \{E_2 + \sqrt{E_2^2 - 4 p_0^2 v_f^2 (x_0 + v_0 \theta_{s1})^2}\}^2 - (L - x_0)^2} / v_f - \theta_{s1} \dots\dots\dots (47) \end{aligned}$$

以上、5つの領域に分けて走行軌跡を求め走行所要時間を計算したが、それらを後の計算に資するためには、各領域の境界点である点1から点6までの時刻  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_6$  を定めておかなければならない。

まず、点1の  $\theta$  座標  $\theta_1$  は点  $P$  の座標を利用することにより

$$\theta_1 = -\tau - \{x_0 / v_f (1 - p_0)\} \dots\dots\dots (48)$$

となる。

$\theta_2$  は点  $2'$  の座標と式 (24)~式 (27) を用いることにより

$$\theta_2 = -\tau + \{(L - x_0) / C_2\} - (L / v_0) \dots\dots\dots (49)$$

となる。

同様に、 $\theta_3$  は点  $0'$  の座標 (原点) を、 $\theta_4$  は点  $4'$  の座標を、 $\theta_5$  は点  $U$  の座標を利用することにより求められる。以下のようになる。

$$\theta_3 = \frac{C_1 \tau}{v_1 - C_1} \cdot \left(1 - \frac{v_1}{v_0}\right) - \frac{x_0}{v_0} \dots\dots\dots (50)$$

$$\theta_4 = \left\{ (L - x_0) \left( \frac{1}{C_4} - \frac{1}{v_2} \right) v_1 + C_1 \tau \right\} / (v_1 - C_1) \dots\dots\dots (51)$$

$$\theta_5 = \frac{C_1 \tau}{C_3 - C_1} - \left\{ \left( \frac{C_1 C_3 \tau}{C_3 - C_1} + x_0 \right) / v_0 \right\} \dots\dots\dots (52)$$

$\theta_{s1}$  についても、点  $6'$  の座標から定めるが、点  $6'$  の  $\theta$  座標は式 (13) で  $\xi = L - x_0$  とおいて求められるものである。計算された  $\theta_6$  の値は結局次のようになる。

$$\theta_6 = \{E_4 + \sqrt{E_4^2 - 4 v_f^2 (1 - 2 p_0)^2 (L - x_0)^2}\} / \{2 v_f^2 (1 - 2 p_0)^2\} - L / v_0 \dots\dots\dots (53)$$

ただし、

$$\begin{aligned} E_4 = & 2(L - x_0)v_f(1 - 2p_0) + v_f^2 \\ & \cdot (\sqrt{\alpha} + 1 - 2p_0)(\sqrt{\alpha} - 1 + 2p_0)\tau \end{aligned}$$

である。このようにして各領域の境界が明らかとなり、それぞれの領域における車の走行所要時間の計算が可能となった。

### 3. 最適検知器数の決定方法

#### (1) 所要時間比較法による流出制御方式<sup>1)</sup>

本研究における最適検知器数の決定規準は所要時間比較法による流出制御の効果であるから、まずその制御方法について若干の説明を加えておく。

まえがきにも述べたように、この制御方法はインターチェンジAからそのまま高速道路を走行してインターチェンジBに至るまでの時間  $T$  と、Aから一般道路へ流出して迂回路を走行し、Bに達するまでの時間  $T_*$  とを比較し、 $T > T_*$  となった時点において流出指示を開始するという制御方法である。また、この制御においては  $T > T_*$  が満たされなくても、渋滞の後尾がインターチェンジAにおよんだ場合には流出を指示するという方法をとっている。

いま、 $t$  軸で考えた検知器による事故地点推定可能時刻を  $t_a$ 、所要時間比較法による流出指示開始時刻を  $t_b$ 、渋滞長がインターチェンジAにおよぶ時刻を  $t_c$  とすると、実際に流出指示制御が開始される時刻  $t_d$  は

$$t_d = \begin{cases} t_a & (t_b < t_a < t_c) \dots\dots\dots (54) \\ t_b & (t_a \leq t_b < t_c) \dots\dots\dots (55) \\ t_c & (t_c \leq t_a \text{ または } t_c \leq t_b) \dots\dots\dots (56) \end{cases}$$

となる。ここに、 $t_a$  は検知器を AB 間に  $n$  個等間隔に

置いたとした場合には以下のようにして与えられるものである。なお、 $n$  の値にかかわらず AB なる道路区間の上下流端には必ず検知器が配置されていることを前提とし（したがって、検知器の総数は  $(n+2)$  となる）、AB 間の検知器数である  $n$  の値のみを考察の対象として取り扱うものとする。

いま、インターチェンジ A から B に向かって、各検知器に 1, 2, ...,  $n$  の番号を付けるものとしたとき、事故発生地点  $P$  が第  $(i-1)$  番目の検知器と第  $i$  番目の検知器の間に位置しているものとする。そうすると、第  $(i-1)$  番目の検知器に衝撃波  $S_1$  が到着する時刻  $t_1$  および第  $i$  番目の検知器に衝撃波  $S_2$  が到着する時刻  $t_2$  はそれぞれ

$$t_1 = \left\{ x_0 - (i-1) \cdot \frac{L}{n+1} \right\} / C_1$$

$$t_2 = \left\{ (L - x_0) - (n-i+1) \cdot \frac{L}{n+1} \right\} / C_2$$

となる。

ところが、各検知器の交通量情報から検知器にはさまれた各区間の交通密度を計測しておけば、 $S_1, S_2$  がともに検知器を通過した時点で、時間オキュパンシーなどの情報を利用することにより、当該区間内の事故地点の上下流側の交通密度が推測されることから、これら 3 つの交通密度情報を用いることによって、事故発生地点の推定が原理的には可能であることがわかっている<sup>3), 4)</sup>。したがって、 $t_a$  としては  $t_1$  と  $t_2$  のうち大きいほうをとればよいことになる。すなわち、

$$t_a = \max(t_1, t_2)$$

である。

$t_b$  の求め方については参考文献 1) に詳述してあるのでここでは省略する。 $t_c$  は事故発生地点が  $x_0$  であることから、簡単に  $x_0/C_1$  として求められる。

事故車が取り除かれ、渋滞が解消に向ったときの流出制御の解除時刻は、渋滞最後尾の車が事故地点を通過するときに、流出制御解除後の最初の車がこれに追いつくようにするという観点から決定される。すなわち、いま事故車が除去されてから  $\theta_1$  時間後に渋滞最後尾車が事故地点を通過するものとする、事故処理がそれほど短時間には完了しないとすれば

$$k_1 \cdot l = q_c \cdot \theta_1 \dots \dots \dots (57)$$

なる関係が成立すると考えられる。ここに、 $l$  は  $\theta=0$  のときの渋滞長であり、右辺で  $\theta_1$  に交通容量  $q_c$  を乗じているのは、波動理論によれば  $S_1$  が事故地点を通過するまでは、事故地点における交通量は常に  $q_c$  であることがわかっているからである。

式 (57) より

$$\theta_1 = k_1 \cdot l / q_c = 2l(1 + \sqrt{\alpha}) / v_f$$

となる。したがって、制御解除時刻  $\theta_r$  は

$$\theta_r = \theta_1 - (x_0 / v_f) = \{ 2l(1 + \sqrt{\alpha}) - x_0 \} / v_f \dots \dots \dots (58)$$

となる。

(2) 制御効果最大の規準による検知器数の決定

前述の流出制御規準に従うならば、上流インターチェンジから  $x_0$  の地点で発生し、その処理に  $\tau$  時間を要するような事故については、流出制御を  $t=t_a$  すなわち、 $\theta=t_a-\tau$  から  $\theta=\theta_r$  まで実施することになる。そして、このときの事故によって高速道路上を渋滞をこうむりながらインターチェンジ B まで走行した車と、流出制御によって一般道路の走行を余儀なくされた車の総遅れ時間を、事故処理時間と事故発生地点の関数として  $D(\tau, x_0)$  で表わすものとする、それは次式のように表わされる。

$$D(\tau, x_0) = \int_{\theta_2}^{t_a-\tau} \{ T(\theta) - T_0 \} q_0 d\theta + q_0 \{ \theta_r - (t_a - \tau) \} \cdot (T_* - T_0) \dots \dots \dots (59)$$

ここに、 $T(\theta)$  は  $\theta_2$  から  $(t_a - \tau)$  の間の任意時刻  $\theta$  に点 A を通過した車が高速道路を走行して点 B に到達するまでの走行所要時間であり、 $T_0$  は事故が起らなかった場合の AB 間の走行所要時間で  $T_0 = L/v_0$  である。

式 (59) の第 1 項は流出制御が開始されるまでに点 A を通過した車がこうむる総遅れ時間であるが、事故の影響がではじめる時刻  $\theta_1$  からの積分がなされていないのは、2. で検討したように  $\theta_1$  から  $\theta_2$  までの間に点 A を通過した車は走行途中で遅れを取りもどすからである。 $T(\theta)$  については、 $\theta$  の属する時刻の領域にしたがって式 (28), (36), (43), (47) で与えられるものを適宜用いればよく、たとえば、 $(t_a - \tau)$  が式 (52) で与えられる  $\theta_6$  と式 (53) で与えられる  $\theta_6$  の間にある場合には、第 1 項の積分は具体的には次のようになる。

$$\int_{\theta_2}^{t_a-\tau} \{ T(\theta) - T_0 \} q_0 d\theta = \int_{\theta_2}^{\theta_1} \{ T_2(\theta_{21}) - T_0 \} q_0 d\theta_{21} + \int_{\theta_1}^{\theta_3} \{ T_3(\theta_{31}) - T_0 \} q_0 d\theta_{31} + \int_{\theta_3}^{\theta_4} \{ T_4(\theta_{41}) - T_0 \} q_0 d\theta_{41} + \int_{\theta_4}^{t_a-\tau} \{ T_5(\theta_{51}) - T_0 \} q_0 d\theta_{51}$$

上式における  $\theta_2, \theta_3, \theta_4$  は、式 (49), (50), (51) によってそれぞれ与えられる。

式 (59) の第 2 項は流出制御によって一般道路経由で点 B まで行った車の総遅れ時間であり、式中の  $t_a$  は式 (54), (55), (56) によって、 $\theta_r$  は式 (58) によってそれぞれ与えられる。

式 (59) の遅れ時間の中には、制御が解除されてから新たに高速道路上を走行しはじめる車の遅れ時間が入っ

ていないが、これは、それらの車は事実上渋滞という交通状態を経ずして下流側インターチェンジに到達できることから、事故による影響車の対象からはずして考えてもよいであろうという判断に基づいている。

式 (59) において、式 (54) のように  $t_d=t_a$  となっているときには、理論的には流出制御をしたほうがよいという時刻を過ぎてから事故が発見されることになり、それだけ遅れ時間は多くなるわけであるから、それを避けるためには  $t_a$  をできるだけ小さくすること、いいかえれば、検知器数を多くして事故の早期発見を図ることが必要である。すなわち、 $D(\tau, x_0)$  の大きさは検知器数によって変化するということである。

さて、これまでは事故処理時間  $\tau$  および事故発生地点  $x_0$  を定数として議論してきたが、現実には  $\tau$  はある確率分布に従うであろうし、 $x_0$  には事故の発生確率に対応するであろう。したがって、いま、事故発生直後に事故地点が推定されたとした場合における  $\tau$  の確率密度関数を  $f(\tau)$  (ただし、 $\tau_{\min} \leq \tau \leq \tau_{\max}$  とする)、 $x_0$  の地点における事故発生の確率密度関数を  $g(x_0)$  (ただし、 $0 \leq x_0 \leq L$  である)、検知器を等間隔に  $n$  台配置した場合の平均総遅れ時間を  $\bar{D}(n)$  で表わすと

$$\bar{D}(n) = \int_0^L \int_{\tau_{\min}+t_a}^{\tau_{\max}+t_a} D(\tau, x_0) f(\tau-t_a) g(x_0) d\tau dx_0 \quad (60)$$

となる。上式で  $f(\tau)$  が  $t_a$  だけ平行移動した形となっているのは、事故地点の推定に実際には  $t_a$  の時間を要するからである。

式 (60) において  $n=0$  とした場合、すなわち  $\bar{D}(0)$  は、検知器を 1 台も配置しないときの総遅れ時間であるから、 $\{\bar{D}(0) - \bar{D}(n)\}$  は検知器を  $n$  台配置して流出制御をした場合の遅れ時間の減少量となる。したがって、総遅れ時間減少量最大の規準から  $n$  を決定するのであれば、 $\{\bar{D}(0) - \bar{D}(n)\}$  を最大にする  $n$  の値を見い出せばよいことになる。 $\bar{D}(0)$  が定数であることを考えれば、これはとりも直さず  $\bar{D}(n)$  を最小にすることに等しいことは言うまでもない。 $\bar{D}(n)$  を最小にするには、 $n$  を限りなく大きくすればよいように思われるが、実際には高速道路を走行したときの所要時間  $T$  が一般道路を走行したときの所要時間  $T_*$  より大となるためには、ある程度の時間経過が必要であることを考えると、 $n$  をふやしていってもある値以上には  $\bar{D}(n)$  は小さくならないのである。

また、できるだけ検知器数を節約するという観点からは、検知器 1 台あたりの制御効果最大の規準によって  $n$  の値を決定するという考え方も成立する。この場合には  $\{\bar{D}(0) - \bar{D}(n)\}/n$  を最大にする  $n$  を見つけ出せばよい。

### (3) 計算例

計算例としては、 $L=24(\text{km})$ ,  $q_0=600$  (台/時間),  $T_*=35$  (分),  $\alpha=0.8$  の場合と、 $L=24(\text{km})$ ,  $q_0=900$  (台/時間),  $T_*=40$  (分),  $\alpha=0.8$  の場合との 2 ケース (前者をケース 1, 後者をケース 2 とする) について行った。なお、 $f(\tau)$  および  $g(x_0)$  についてはデータが少なく明確な形を決めにくいのが、乏しいデータを参考に、まず  $\tau$  の累積分布を図-5 のように与え、 $g(x_0)$  については一様分布を仮定した。

計算結果は図-6 に示したとおりであり、これより総遅れ時間減少量最大 (すなわち、総遅れ時間最小) の規準による  $n$  の最適値は 7~8 となり、検知器 1 台あたりの遅れ時間減少量最大の規準による  $n$  の値は 1 となるこ

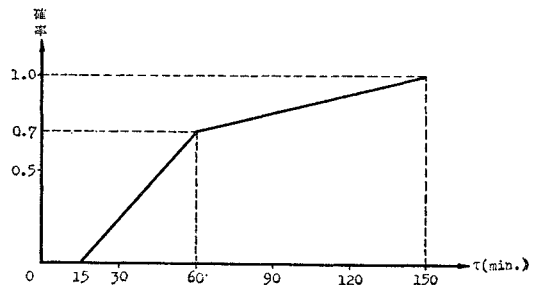


図-5 事故処理時間の確率分布

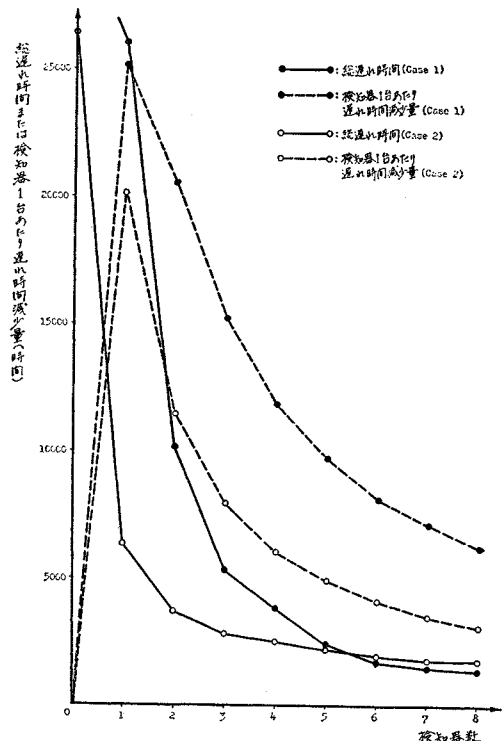


図-6 検知器数と制御効果



とがわかる。すなわち、前者の規準では約 3 km ごとに検知器を設置すればよく、後者の場合には 12 km ごとに検知器を設置すればよいということである。

#### 4. む す び

従来の検知器数の決定規準は交通情報の収集に重きがおかれていたと思われるが、本研究では高速道路における所要時間比較法による流出制御そのものに直接結びつけて考え、その制御効果を最大にするという観点から最適検知器数を決定する方法を示した。

具体的な決定規準としては 2 つの規準を提案したが、その 1 つは制御による総遅れ時間の減少量を最大にするものであり、他の 1 つは検知器 1 台あたりの遅れ時間の減少量を最大にするものである。計算例では、インターチェンジ間距離が 24 km という比較的長い区間を対象としたが、前者の規準による検知器個数は 7~8 となり、後者の規準による個数は 1 となった。これらの値は実現不可能なものではないと考えられるので、所要時間

比較法による流出制御を行う場合の検知器数の決定に際して、本モデルは 1 つの目安を与えうるものと思われる。

今後の課題として、多くのデータの収集・分析による  $f(\tau)$ ,  $g(x_0)$  の現実的な形の決定、および  $g(x_0)$  が一様でないとしたとき、設置間隔そのものを変数として検知器数を決定する方法の開発などが挙げられる。

最後に、本研究を行うにあたり終始ご協力をいただいた京都大学工学部 井上矩之の助手に対し、心より感謝の意を表する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) Okutani, I. and Inoue, N. : Estimation of Traveling Time between Ramps and Discharge Control on Expressway, Proc. of JSCE, No. 211, 1973-3.
- 2) Richards, P.I. : Shock Waves on the Highway, J. Oprns. Res. Soc. Am. 4, pp. 42~51, 1959.
- 3) 井上矩之 : 高速道路における交通制御に関する基礎的研究, 昭和 44 年 3 月, 京都大学修士論文.
- 4) 高速道路調査会 : 高速道路の交通流監視制御装置に関する研究報告書, 昭和 44 年 3 月.

(1973.6.29・受付)