

薄肉断面構造の三次元挙動の解析†

3-DIMENSIONAL BEHAVIOR ANALYSIS OF THIN-WALLED STRUCTURES

結城 皓 曠*・前田 幸 雄**

By Teruhiro Yuki and Yukio Maeda

1. 緒 言

骨組構造の解析法としての変形法は、三次的に構成された複雑な構造や任意の方向の荷重・支持条件を比較的簡単に取扱うことができるという特長があるので、解析の対象となる構造物の形式を特に制限しない汎用プログラムに適した方法であると思われる。変形法による骨組構造の線型解析プログラムは“STRESS”¹⁾をはじめとして、すでに数多く開発され、電子計算機による解析が一般的に行われている。近年、非線型問題に関して、数えきれないほど多くの研究が発表され²⁾、平面構造に限れば、すでに実用的な段階に入っている³⁾。しかしながら、従来の変形法では骨組を構成する部材の重心とせん断中心位置の差異やねじりに伴う断面のそりなどを考慮していないため、薄肉断面部材を含む構造については精度よく解析することができなかつた。

薄肉断面材の基礎的な理論は Vlasov の著書⁴⁾等に表示されているが、これを変形法解析に導入する研究がある。鷹羽・成岡⁵⁾は断面の重心とせん断中心が一致する直線ばりの微分方程式の解から剛性マトリックスを導き、曲線ばりの解析にも適用している。Reilley⁶⁾もこれと同様の剛性マトリックスを示している。Krajcinovic⁷⁾は重心とせん断中心が一致しないはりにおける微分方程式の解から剛性マトリックスを導き、さらに座屈マトリックスおよび質量マトリックスを示している。これらは微分方程式の解の性質から、双曲線関数を含んだ形で与えられている。これに対して、部材の変形形状を仮定する有限要素法に基づいて、剛性マトリックス、座屈マトリックスを導いたものとして、川井・村木⁸⁾および Barsoum・Gallagher⁹⁾の研究があるが、座屈マトリックスについては前者は非対称で後者は対称となり異なった結

果を与えている。

薄肉断面材の有限変形解析に関しては Reuschling¹⁰⁾が直線ばりについて一階連立常微分方程式を数値積分とトランスフォーマトリックス法によって解析し、また、遠田¹¹⁾は面外荷重の作用する円弧ばりについて同様の展開を行っているが、これらは数値積分を要するなど、任意形状の構造物の解析には必ずしも適当な方法とはいえない。

このような観点から、著者らは薄肉断面部材からなる骨組構造の変形法による解析法に関して、次の三点について述べる。

(1) 有限要素法によって、薄肉断面ばり要素の荷重と変形に関する非線型式を導く。

(2) これを用いて、微小変形、幾何学的非線型、および固有値問題としての座屈、線型自由振動問題を解析できることを示し、各問題に対する数値計算法として、特に大型構造物解析の一計算法および数値計算上の特性について述べる。

(3) この理論と計算法に基づいてプログラムを作成し、比較的単純な構造をとりあげて数値計算を行い、他の方法で得られている計算結果と比較する。

ここに展開する理論は、有限の長さの薄肉断面要素について、その変形形状を 1 次および 3 次の放物線で仮定し、有限要素法によって要素のつり合い式を導いている。その結果、つり合い式に現われる剛性マトリックスは比較的簡単な形で定式化されるので数値計算上の利点を持つと考えられる。また曲げねじりの影響を除いた場合には、剛性マトリックスは、従来の変形法に採用されているソリッド断面の棒のマトリックス²⁴⁾と一致するので、これらをも含めて取扱うことができる。

注) 変形法と有限要素法について、明確な定義をしないで、両者を混同して用いられることがあるが、ここでは前者は変位を未知量として連立方程式で解析する方法とし、後者は、要素に関してならぬかのエネルギー原理を用いて平衡方程式を導く方法と定義する。

† 本論文の一部は日本鋼構造協会第7回大会研究会、マトリックス構造解析研究発表会において発表済¹²⁾。

* 正会員 石川島播磨重工業(株)技術研究所

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

2. 薄肉断面要素の非線型つり合い式

(1) 解析における定義と仮定

図-1 に示すように、長さ l で断面が一樣な薄肉断面の直線要素 i, j を考え、要素に関する二つの座標系を定義する。一つは変形前の要素に沿って定義される $x-y-z$ 座標系で、一端 i の重心を原点として重心線に沿って他端 j の方向に x 軸をとり、これと直交して断面の主軸と一致させて y, z 軸をとる。他の一つは、変形後の任意の断面で定義される $\eta-\zeta$ 座標系で、重心を原点とし、主軸と一致して η, ζ 軸をとる。断面のせん断中心の位置は $\eta-\zeta$ 座標系で (η_0, ζ_0) とする。

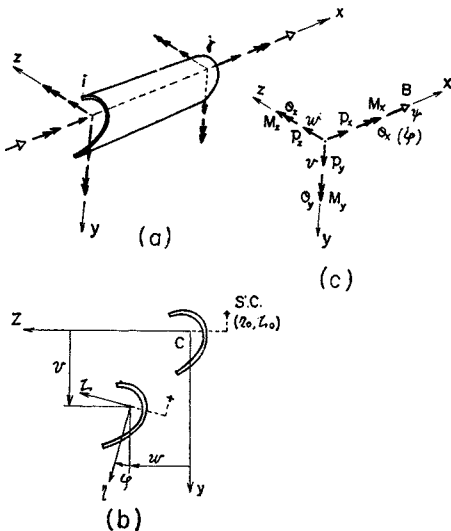


Fig. 1 Force deflection and coordinate systems

力と変位は 図-1 (c) に示すように定義する。ここで、 B および ψ は、それぞれバイモーメント、ねじり率で、他は従来の変形法に用いられるものと同じである。

薄肉断面に関して次の仮定を行う。

- (1) 材料は弾性である。
- (2) 断面の形状は変化しない。
- (3) 板厚は断面寸法に比べて十分小さく、ねじりに伴う断面のそりは板厚中心のそりで表わされる。
- (4) 曲げおよび曲げねじりに伴うせん断応力によるせん断変形は無視する。

(2) ポテンシャルエネルギー

先の仮定のもとでは、要素が変形したときに、内部に貯えられるひずみエネルギーは軸方向のせん維の伸縮およびサンプナンのねじりによるものを考慮すればよい。

せん維の軸方向のひずみを ϵ_x 、ねじり率を ψ とすると、

$$U_1 = \frac{E}{2} \int_I \int_A \epsilon_x^2 dA dx \dots\dots\dots(1)$$

$$U_2 = \frac{GJ}{2} \int_I \psi^2 dx \dots\dots\dots(2)$$

となる。ここで、 E, G はそれぞれ縦およびせん断弾性係数、 J はサンプナンのねじり定数である。この他に、要素の重心線に沿って線型ばねが配置されていると、ばねに貯えられるひずみエネルギーは、

$$U_3 = \frac{1}{2} \int_I \mathbf{v}^T \mathbf{C} \mathbf{v} dx \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 \mathbf{v} は要素の変位ベクトル、 \mathbf{C} はばね定数で対角マトリックスである。

要素の重心に沿って分布荷重 \mathbf{p} 、要素の両端には重心に関する力 $\mathbf{P}_i, \mathbf{P}_j$ が作用するものとする、これらの力のなす仕事は次のようになる。

$$V_1 = - \int_I \mathbf{v}^T \mathbf{p} dx \dots\dots\dots(4)$$

$$V_2 = - [\mathbf{v}_i^T, \mathbf{v}_j^T] \begin{Bmatrix} \mathbf{P}_i \\ \mathbf{P}_j \end{Bmatrix} \equiv - \mathbf{V}^T \mathbf{P} \dots\dots\dots(5)$$

この系全体のポテンシャルエネルギーは、

$$\pi = U_1 + U_2 + U_3 + V_1 + V_2 \dots\dots\dots(6)$$

重心の x, y, z 方向の変位を u, v, w, x 軸まわりの回転(右ねじの方向を正とする)を φ とすると断面上の任意の点 (η, ζ) の変位は

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= u - (\eta \cos \varphi - \zeta \sin \varphi) v' \\ &\quad - (\zeta \cos \varphi + \eta \sin \varphi) w' - \omega \varphi' \\ \bar{v} &= v - \zeta \sin \varphi - \eta (1 - \cos \varphi) \\ \bar{w} &= w + \eta \sin \varphi - \zeta (1 - \cos \varphi) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

となり、 $\varphi \ll 1$ のときには、

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= u - (\eta - \zeta \varphi) v' - (\zeta + \eta \varphi) w' - \omega \varphi' \\ \bar{v} &= v - \zeta \varphi - \frac{1}{2} \eta \varphi^2 \\ \bar{w} &= w + \eta \varphi - \frac{1}{2} \zeta \varphi^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)'$$

ここで、 ω は重心に関するそり関数であり、 $(\quad)'$ は (d/dx) を表わしている。

$\bar{u}', \bar{v}', \bar{w}' \ll 1$ の時は、軸方向のひずみ ϵ_x は、変位の二次の項まで考慮すると次のようにおくことができる。

$$\epsilon_x = \bar{u}' + \frac{1}{2} (\bar{u}')^2 + \frac{1}{2} (\bar{v}')^2 + \frac{1}{2} (\bar{w}')^2 \dots\dots\dots(8)$$

式 (8) で右辺第2項は他の項に比べて小さいと考えられるので省略し、これに式 (7)' を代入して高次の項を無視すると、

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= u' - (\eta - \zeta \varphi) v'' - (\zeta + \eta \varphi) w'' - \omega \varphi'' \\ &\quad + \frac{1}{2} \{ (v')^2 + (w')^2 \} + \frac{1}{2} (\eta^2 + \zeta^2) (\varphi')^2 \end{aligned} \dots\dots\dots(9)$$

となる。

ここで、断面に関する諸定数を定義しておく。

$$\left. \begin{aligned}
 A &= \int dA \\
 \int \eta dA &= \int \zeta dA = \int \omega dA = \int \eta \zeta dA = 0 \\
 I_{yy} &= \int \eta^2 dA, \quad I_{zz} = \int \zeta^2 dA, \quad I_{\omega\omega} = \int \omega^2 dA \\
 I_{rr} &= \int (\eta^2 + \zeta^2) dA = I_{yy} + I_{zz} \\
 I_{y\omega} &= \int \eta \omega dA, \quad I_{z\omega} = \int \zeta \omega dA \\
 I_{yrr} &= \int \eta (\eta^2 + \zeta^2) dA, \quad I_{zrr} = \int \zeta (\eta^2 + \zeta^2) dA \\
 I_{\omega rr} &= \int \omega (\eta^2 + \zeta^2) dA \\
 I_{rrrr} &= \int (\eta^2 + \zeta^2)^2 dA
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

なお、 ω の関係する諸定数はせん断中心に関するものが一般的に使用されるので、せん断中心に関するそり関数 ω_0 との関係式

$$\omega = \omega_0 + \eta_0 \zeta - \zeta_0 \eta \dots\dots\dots(11)$$

を式 (10) に代入すると、

$$\left. \begin{aligned}
 I_{\omega\omega} &= I_{\omega\omega 0} + \eta_0^2 I_{zz} + \zeta_0^2 I_{yy} \\
 I_{y\omega} &= -\zeta_0 I_{yy}, \quad I_{z\omega} = \eta_0 I_{zz} \\
 I_{\omega rr} &= I_{\omega rr 0} + \eta_0 I_{zrr} - \zeta_0 I_{yrr}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned}
 I_{\omega\omega 0} &= \int \omega_0^2 dA \\
 I_{\omega rr 0} &= \int \omega_0 (\eta^2 + \zeta^2) dA
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

である。

式 (9) を式 (1) に代入して断面について積分し、式 (10), (12) を用いて整理すると U_1 は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 U_1 = \frac{E}{2} \int_1 \left[& Au'^2 + I_{yy} v''^2 + I_{zz} w''^2 + I_{\omega\omega} \varphi''^2 \right. \\
 & + 2 I_{y\omega} v'' \varphi'' + 2 I_{z\omega} w'' \varphi'' + Au' v'^2 \\
 & + Au' w'^2 + I_{rr} u' \varphi'^2 + 2 (I_{yy} - I_{zz}) v'' w'' \varphi \\
 & - I_{yrr} v'' \varphi'^2 - I_{zrr} w'' \varphi'^2 - 2 I_{z\omega} v'' \varphi'' \varphi \\
 & + 2 I_{y\omega} w'' \varphi'' \varphi - I_{\omega rr} \varphi'' \varphi'^2 + I_{zz} v''^2 \varphi^2 \\
 & + I_{yy} w''^2 \varphi^2 + I_{zrr} v'' \varphi'^2 \varphi - I_{yrr} w'' \varphi'^2 \varphi \\
 & + \frac{A}{4} (v'^2 + w'^2)^2 + \frac{I_{rr}}{2} (v'^2 + w'^2) \varphi'^2 \\
 & \left. + \frac{I_{rrrr}}{4} \varphi'^4 \right] dx \dots\dots\dots(14)
 \end{aligned}$$

(3) 有限要素法

重心線の変位を次のように仮定する。

$$\left. \begin{aligned}
 u &= l F_x \alpha \\
 v &= l F_y \alpha \\
 w &= l F_z \alpha \\
 \varphi &= F_\varphi \alpha
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned}
 F_x &= [1 \ \xi \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \alpha \\
 F_y &= [0 \ 0 \ 1 \ \xi \ \xi^2 \ \xi^3 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \alpha \\
 F_z &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ \xi \ \xi^2 \ \xi^3 \ 0 \ 0 \ 0] \alpha \\
 F_\varphi &= [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ \xi \ \xi^2 \ \xi^3] \alpha \\
 \alpha^T &= [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \alpha_3 \ \dots \dots \dots \alpha_{14}] \\
 \xi &= \frac{x}{l}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

である。

重心線の変位ベクトルを

$$v^T = [u \ v \ \omega \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z \ \psi] \dots\dots\dots(17)$$

とする。ただし、回転に関する量は右ねじの方向を正とし、 $\theta_x = \varphi$, $\theta_y = -\omega'$, $\theta_z = v'$ とする。また、 ψ はねじり率で $\psi = \varphi'$ である。式 (15), (17) より

$$v = \begin{bmatrix} l F_x \\ l F_y \\ l F_z \\ F_\varphi \\ -\dot{F}_z \\ \dot{F}_y \\ \frac{1}{l} \dot{F}_\varphi \end{bmatrix} \alpha \equiv G \alpha \dots\dots\dots(18)$$

ここで、 (\cdot) は $(d/d\xi)$ である。

要素の両端 i, j の変位をまとめて、

$$V = [u_i \ v_i \ \omega_i \ \theta_{xi} \ \theta_{yi} \ \theta_{zi} \ \psi_i \ u_j \ v_j \ \omega_j \ \theta_{xj} \ \theta_{yj} \ \theta_{zj} \ \psi_j] \dots\dots\dots(19)$$

とすると、式 (18) より V と α の関係が得られる。

$$V = \begin{bmatrix} G(\xi=0) \\ G(\xi=1) \end{bmatrix} \alpha \equiv T \alpha \dots\dots\dots(20)$$

したがって、

$$\alpha = T^{-1} V \dots\dots\dots(21)$$

となる。

式 (15), (18), (21) を式 (2)~(5) および式 (14) に代入し、式 (6) に対して、ポテンシャルエネルギー停留の条件として $\partial \pi / \partial V = 0$ とおくと、力と変位の非線型式が次のように求められる。

$$-P - Lp + K_1 V + \frac{1}{2} K_2 V + \frac{1}{3} K_3 V = 0 \dots\dots(22)$$

式 (22) から力と変位の増分どうしの関係式が得られ、次のようになる。

$$\begin{aligned}
 -\Delta P - L \Delta p + K_1 \Delta V + K_2 (V_0) \Delta V \\
 + K_3 (V_0) \Delta V = 0 \dots\dots\dots(23)
 \end{aligned}$$

ここで、 L は分布荷重を等価な節点力 (この場合、要素の両端に働く力) に変換するマトリックスを意味し、大

きさは 14×7 である。 K_1, K_2, K_3 は剛性マトリックスで K_1 は定数, K_2, K_3 はそれぞれ変位の一次および二次の成分を含んだマトリックスで, 三者とも 14×14 の大きさの対称マトリックスである。式 (23) において,

$K = K_1 + K_2(V_0) + K_3(V_0)$ は, 変位 V_0 における接線剛性マトリックスを意味している。これらの詳細を示すと次のようになる。

$$K_1 = K_{11} + K_{12} + K_{13} \dots \dots \dots (24)$$

$$K_{11} = El^3 [T^{-1}]^T \int_0^1 \left[\frac{A}{l^2} \dot{F}_x^T \dot{F}_x + \frac{I_{yy}}{l^4} \dot{F}_y^T \dot{F}_y + \frac{I_{zz}}{l^4} \dot{F}_z^T \dot{F}_z + \frac{I_{\omega\omega}}{l^6} \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi + \frac{I_{y\omega}}{l^6} (\dot{F}_y^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_y) + \frac{I_{z\omega}}{l^6} (\dot{F}_z^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_z) \right] d\xi [T^{-1}] \dots \dots \dots (25)$$

$$K_{12} = \frac{GJ}{l} [T^{-1}]^T \int_0^1 \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi d\xi [T^{-1}] \dots \dots \dots (26)$$

$$K_{13} = l [T^{-1}]^T \int_0^1 F^T C F d\xi [T^{-1}] = l [T^{-1}]^T \int_0^1 \left[C_u F_x^T F_x + C_v F_y^T F_y + C_w F_z^T F_z - C_{\theta x} F_\varphi^T F_\varphi + C_{\theta y} \dot{F}_z^T \dot{F}_z + C_{\theta z} \dot{F}_y^T \dot{F}_y + C_\psi \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi \right] d\xi [T^{-1}] \dots \dots \dots (27)^*$$

$$K_2 = El^3 [T^{-1}]^T \int_0^1 \left[\frac{A}{l^2} \{ \dot{F}_y \alpha (\dot{F}_x^T \dot{F}_y + \dot{F}_y^T \dot{F}_x) + \dot{F}_z \alpha (\dot{F}_x^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T \dot{F}_x) + \dot{F}_z \alpha (\dot{F}_y^T \dot{F}_y + \dot{F}_z^T \dot{F}_z) \} + \frac{I_{yy}}{l^4} \{ \dot{F}_\varphi \alpha (\dot{F}_x^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_x) + \dot{F}_z \alpha \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi \} + \frac{I_{yy} - I_{zz}}{l^4} \{ F_\varphi \alpha (\dot{F}_y^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T \dot{F}_y) + \dot{F}_y \alpha (F_\varphi^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T F_\varphi) + \dot{F}_z \alpha (F_\varphi^T \dot{F}_y + \dot{F}_y^T F_\varphi) \} - \frac{I_{yrr}}{l^6} \{ \dot{F}_\varphi \alpha (\dot{F}_y^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_y) + \dot{F}_y \alpha \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi \} - \frac{I_{zrr}}{l^6} \{ \dot{F}_\varphi \alpha (\dot{F}_z^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_z) + \dot{F}_z \alpha \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi \} - \frac{I_{z\omega}}{l^6} \{ F_\varphi \alpha (\dot{F}_\varphi^T \dot{F}_y + \dot{F}_y^T \dot{F}_\varphi) + \dot{F}_y \alpha (F_\varphi^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T F_\varphi) + \dot{F}_z \alpha (\dot{F}_\varphi^T F_\varphi + F_\varphi^T \dot{F}_\varphi) \} + \frac{I_{y\omega}}{l^6} \{ F_\varphi \alpha (\dot{F}_\varphi^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T \dot{F}_\varphi) + \dot{F}_z \alpha (F_\varphi^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T F_\varphi) + \dot{F}_z \alpha (\dot{F}_\varphi^T F_\varphi + F_\varphi^T \dot{F}_\varphi) \} - \frac{I_{\omega rr}}{l^6} \{ \dot{F}_\varphi \alpha (\dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi) + \dot{F}_\varphi \alpha \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi \} \right] d\xi [T^{-1}] \dots \dots \dots (28)$$

$$K_3 = El^3 [T^{-1}]^T \int_0^1 \left[\frac{I_{zz}}{l^4} \{ (\dot{F}_y \alpha)^2 F_\varphi^T F_\varphi + (F_\varphi \alpha)^2 \dot{F}_y^T \dot{F}_y + 2(\dot{F}_y \alpha F_\varphi \alpha) (F_\varphi^T \dot{F}_y + \dot{F}_y^T F_\varphi) \} + \frac{I_{yy}}{l^4} \{ (\dot{F}_z \alpha)^2 F_\varphi^T F_\varphi + (F_\varphi \alpha)^2 \dot{F}_z^T \dot{F}_z + 2(\dot{F}_z \alpha F_\varphi \alpha) (F_\varphi^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T F_\varphi) \} + \frac{A}{l^2} \left\{ (\dot{F}_y \alpha)^2 \left(\frac{3}{2} \dot{F}_y^T \dot{F}_y + \frac{1}{2} \dot{F}_z^T \dot{F}_z \right) + (\dot{F}_z \alpha)^2 \left(\frac{3}{2} \dot{F}_z^T \dot{F}_z + \frac{1}{2} \dot{F}_y^T \dot{F}_y \right) + \dot{F}_y \alpha \dot{F}_z \alpha (\dot{F}_y^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T \dot{F}_y) \right\} + \frac{I_{yrr}}{l^4} \left\{ (\dot{F}_\varphi \alpha)^2 (\dot{F}_y^T \dot{F}_y + \dot{F}_z^T \dot{F}_z) + \dot{F}_y \alpha \dot{F}_\varphi \alpha (\dot{F}_y^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_y) + \dot{F}_z \alpha \dot{F}_\varphi \alpha (\dot{F}_z^T \dot{F}_\varphi + \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_z) + \frac{1}{2} (\dot{F}_y \alpha)^2 \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi + \frac{1}{2} (\dot{F}_z \alpha)^2 \dot{F}_\varphi \dot{F}_\varphi \right\} + \frac{I_{zrr}}{l^6} \left\{ \frac{1}{2} (\dot{F}_\varphi \alpha)^2 (F_\varphi^T \dot{F}_y + \dot{F}_y^T F_\varphi) + (F_\varphi \alpha \dot{F}_\varphi \alpha) (\dot{F}_\varphi^T \dot{F}_y + \dot{F}_y^T \dot{F}_\varphi) + (F_\varphi \alpha \dot{F}_y \alpha) \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi + (\dot{F}_\varphi \alpha \dot{F}_y \alpha) (\dot{F}_\varphi^T F_\varphi + F_\varphi^T \dot{F}_\varphi) \right\} - \frac{I_{yrr}}{l^6} \left\{ \frac{1}{2} (\dot{F}_\varphi \alpha)^2 (F_\varphi^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T F_\varphi) + (F_\varphi \alpha \dot{F}_\varphi \alpha) (\dot{F}_\varphi^T \dot{F}_z + \dot{F}_z^T \dot{F}_\varphi) + (F_\varphi \alpha \dot{F}_z \alpha) (\dot{F}_\varphi^T F_\varphi + F_\varphi^T \dot{F}_\varphi) \right\} + \frac{3}{2} \frac{I_{rrrr}}{l^6} (\dot{F}_\varphi \alpha)^2 \dot{F}_\varphi^T \dot{F}_\varphi \right] d\xi [T^{-1}] \dots \dots \dots (29)$$

$$L = l [T^{-1}]^T \int_0^1 G d\xi \dots \dots \dots (30)$$

式 (25)~(30) のうち K_{11}, K_{12} を具体的に示すと付録のようになる。他のマトリックスについても, 表現

は複雑になるが, 積分は $\int_0^1 \xi^n d\xi = \frac{1}{n+1}$ のみであるから比較的簡単にプログラム化でき, 数値計算の必要がない。

式 (28), (29) ではマトリックスの中に α を含んだ形で表現しているが, 式 (20) または (21) より α の代

*) $C_u, C_{\theta x}$ などは, それぞれの添字で示された変位成分を拘束する機能を持ったばねのばね定数である。

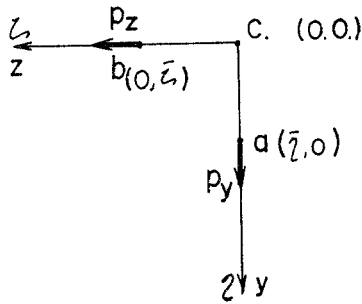


Fig. 2

りに変位 V で表示することもできる。

なお、ここで荷重ベクトル p, P は変位ベクトル式 (17), (19) に対応して、次の形をとる。

$$p^T = [p_x \ p_y \ p_z \ m_x \ m_y \ m_z \ b] \dots\dots\dots(30)$$

$$P^T = [P_{xi} \ P_{yi} \ P_{zi} \ M_{xi} \ M_{yi} \ M_{zi} \ B_i \ P_{xj} \ P_{yj} \ P_{zj} \ M_{xj} \ M_{yj} \ M_{zj} \ B_j] \dots\dots(31)$$

以上は、外力として、重心線上に作用するものを考慮してきたが、断面上の任意の点に作用する荷重は、一般に重心に関する荷重に変換することができる。しかしながら、有限変位を扱う場合、たとえば η 軸上の点 $a(\bar{\eta}, 0)$ に p_y が作用すると、ねじり角 φ によって $p_y \bar{\eta} \varphi$ なるねじりモーメントが生ずることになり、このことを考慮する必要がある。図-2 の点 a の y 方向、点 b の z 方向の変位は式 (7)' よりそれぞれ、

$$v_a = v - \frac{1}{2} \bar{\eta} \varphi^2$$

$$w_b = w - \frac{1}{2} \bar{z} \varphi^2$$

したがって、式 (5) には次式が追加される。

$$\bar{V}_z = \frac{1}{2} \int_1 (p_y \bar{\eta} + p_z \bar{z}) \varphi^2 dx \dots\dots\dots(32)$$

その結果、式 (22), (23) にはそれぞれ次式が追加される。

$$-lqNV \dots\dots\dots(33)$$

$$-l \Delta qNV_0 - lqN \Delta V \dots\dots\dots(34)$$

ここで、

$$q = p_y \bar{\eta} + p_z \bar{z} \dots\dots\dots(35)$$

$$N = [T^{-1}]^T \int_0^1 F_\varphi^T F_\varphi d\xi [T^{-1}] \dots\dots\dots(36)$$

曲げねじりを考慮しない場合には、ねじりに関して両端でヒンジ (バイモーメントが 0, すなわち $\varphi''=0$) と考えて式 (16) の F_φ において $(1, \xi, \xi^2, \xi^3)$ の代りに $(1, \xi)$ とおくと、付録に示すように $K_{11} + K_{12}$ は従来の変形法におけるソリッドな断面の棒の剛性マトリックス²⁴⁾と一致する。

3. 解法

上に導いた非線型式を用いて、薄肉構造の微小変形、

幾何学的非線型、座屈、自由振動問題を解析することができる。それぞれの問題に対する数値計算法は、近年、有限要素法の発達とともに多くの成果が発表されているが、最適な方法はプログラムの機能や計算機的能力などによって異なり必ずしも共通なものが存在するわけではない。ここに掲げる数値計算法はすでに発表されているものであるが、これらの方法によって薄肉構造を解析する場合の数値計算上の特性を示す。

(1) 微小変形解析

初期応力のない状態を考えると、式 (23) において、 $V_0=0$ とし増分の記号をとると要素のつり合い式が得られる。

$$P + Lp = K_1 V \dots\dots\dots(37)$$

式 (37) は要素に固定した座標系で与えられているので任意形状の構造を解析する場合は空間固定の座標系に変換を行う。

$$P_G + R^T Lp = R^T K_1 R V_G \equiv K_G V_G \dots\dots\dots(38)$$

ここで、ねじり率およびバイモーメントは常に要素に固定した x 座標で定義し、変換マトリックス R は次のようになる。

$$R = \begin{bmatrix} r & & & \\ & r & & 0 \\ & & 1 & \\ & & & r \\ 0 & & & & r \\ & & & & & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(39)$$

なお、 r は通常の三次元の変換マトリックス²⁴⁾ (3×3) である。節点で要素の変形 (断面のそりを含めて) が連続である場合には式 (38) を構造全体について積ね合わせると、全節点の外力と分布荷重により等価節点力の和 \bar{P} と変位 \bar{V} の関係として連立一次方程式が得られる。

$$\bar{P} = \bar{K} \bar{V} \dots\dots\dots(40)$$

式 (40) に支持条件を施し、 \bar{P} を既知として \bar{V} を求めるわけであるが、連立方程式の解法として、ここでは、剛性マトリックスの特徴を利用できる三角化法¹³⁾を採用する。この方法はすでによく知られた方法であるが、後の記述で参照するために、ここにその要点を示しておく。

剛性マトリックス \bar{K} は次のように分解される。

$$\bar{K} = S^T D S \dots\dots\dots(41)$$

ここで、 S は対角線要素より左下が 0 の三角マトリックスで、 D は対角要素以外は 0 の対角マトリックスでその要素は S の対角要素の逆数に等しい。そして、変位 \bar{V} は次の順序で求める。

$$\left. \begin{aligned} \bar{P} &= S^T X \\ X &= D^{-1} Y \\ Y &= S \bar{V} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

なお、初期応力のある要素については、応力に対応する

要素の変位 V_0 に変換し、式 (37) の K_1 の代りに $K_1 + K_2(V_0)$ として計算することができる。

(2) 幾何学的非線型解析

式 (22) を空間固定座標系に変換し、構造全体について加え合わせたものとして、次式を定義する。

$$f = \sum_e \{R^T K_e V\} - \sum_j \{P_G\} - \sum_e \{R^T L p\} \dots (43)$$

ここで、

$$K_e = K_1 + \frac{1}{2} K_2(V) + \frac{1}{3} K_3(V) \dots (44)$$

\sum_e, \sum_j はそれぞれ構造全体の要素および節点に関する和を示す。

式 (43) は各要素の変位 V と分布荷重 p (これらは要素に固定した座標系で与えられる) および節点の外力が与えられたときの構造全体の節点における不釣り合い力を空間固定座標系で示している。したがって、与えられた外力に対して $f=0$ を満足する変位が求める解を与えることになる。

式 (43) より

$$f' = \frac{\partial f}{\partial V_G} = \sum_e [R^T K_t R] \equiv \tilde{K}_t \dots (45)$$

ここで、

$$K_t = K_1 + K_2(V) + K_3(V) \dots (46)$$

\tilde{K}_t は構造全体の接線剛性マトリックスを意味している。式 (43), (45) を用いてニュートン・ラフソン法¹⁴⁾ を適用すると、

$$f(V) + f'(V) \Delta \tilde{V} = 0 \dots (47)$$

$$V \leftarrow V + R \Delta V_G \text{ (各要素の変位)} \dots (48)$$

$$\tilde{V} \leftarrow \tilde{V} + \Delta \tilde{V} \text{ (全節点の変位)} \dots (49)$$

与えられた荷重 \tilde{P}, p に対して、ある仮定した変位 \tilde{V}, V から出発して式 (47)~(49) を繰返すことによって釣り合い状態の変位を求めることができる。ここで、式 (47) は $\Delta \tilde{V}$ を未知とする連立一次方程式であり、微小変形の場合と同じ三角化法を適用することができる。

非線型釣り合い式 (22) を解析するとき、前述したような各要素の変位に関する仮定、 $\bar{u}', \bar{v}', \bar{w}', \varphi \ll 1$ を考

慮する必要がある、特に剛体的な回転の大きな場合には精度が悪くなると考えられる。要素の変形は、その剛体的な回転成分を除けば、上の仮定を満たすものと思われるので、式 (47), (48) の V, R を図-3 に示すような変形後の座標系で与える。すなわち、変形後の要素の両端 $i'j'$ を通るように \bar{x} 軸をとり、また、ねじり角が $\varphi_i = -\varphi_j$ となるように \bar{x} 軸まわりにある角 β だけ回転して \bar{y}, \bar{z} 軸を決める。なお、図中の $\bar{x}-y'$ 面は $x-z$ 面に垂直な面である。

(3) 座屈解析

力と変位の増分どうしの関係式 (23) を空間固定座標系に変換し、構造全体について積重ね合わせると、

$$\Delta \tilde{P} = (\tilde{K}_1 + \tilde{K}_2 + \tilde{K}_3) \Delta \tilde{V} \dots (50)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \Delta \tilde{P} &= \sum_j \{\Delta P_G\} + \sum_e \{R^T L \Delta p\} \\ \tilde{K}_1 &= \sum_e [R^T K_1 R] \\ \tilde{K}_2 &= \sum_e [R^T K_2(V_0) R] \\ \tilde{K}_3 &= \sum_e [R^T K_3(V_0) R] \end{aligned} \right\} \dots (51)$$

荷重が座屈荷重に達するまでは荷重の増加に伴って変位は比例的に増加するものと仮定する。ある基準荷重状態 (P_{G0}, p_0) における要素の変位を V_0 とし、 $\lambda_{cr} P_{G0}, \lambda_{cr} p_0$ で座屈するものとする、座屈直前の変位は $\lambda_{cr} V_0$ であるから、これを式 (50) に代入し、座屈時において、 $\Delta \tilde{P} = 0, \Delta \tilde{V} \neq 0$ とおくと次の固有方程式が得られる。

$$0 = [\tilde{K}_1 + \lambda_{cr} \tilde{K}_2(V_0) + \lambda_{cr}^2 \tilde{K}_3(V_0)] \Delta \tilde{V} \dots (52)$$

座屈前の変形は微小で右辺第3項は他の2項に比べて小さいとして無視する。

なお、式 (35) を考慮するときには式 (52) の \tilde{K}_2 に $-\sum_e l q_0 [R^T N R]$ $\dots (53)$

を付加すればよい。

式 (52) を

$$\tilde{K}_2 x = -\lambda \tilde{K}_2 x \dots (54)$$

と書きかえると式 (54) の最小固有値 λ_{min} が基準荷重状態に対する座屈係数であり、そのときの x が座屈モードを示すことになる。式 (54) は反復法¹⁴⁾ (べき乗法) によって次のように計算する。

$$\left. \begin{aligned} u_i &\leftarrow \tilde{K}_2 x_i \\ x_{i+1} &\leftarrow \tilde{K}_1^{-1} u_i \end{aligned} \right\} \dots (55)$$

ある仮定した変位 x_i から出発して、式 (55) の計算を繰返すことによって

$$\frac{x_{i+1}}{x_i} = \frac{1}{\lambda_{i+1}} \rightarrow \frac{1}{\lambda_{min}} \dots (56)$$

のように収束する。これが反復法の概要である。なお、式 (55) の第2式は連立一次方程式の計算であるから、3.(1) で示した三角化法によって計算することがで

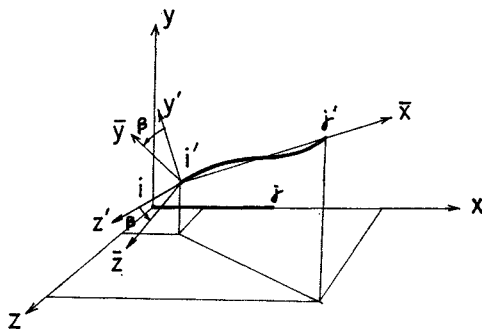


Fig. 3 Coordinate system defined at deflected position

$$\tilde{K}_1 = \sum [R^T K_1 R]$$

変位を $V = e^{i\nu t} x$ とおくと、式 (65) から次の固有方程式が得られる。

$$(\tilde{K}_1 - \nu^2 \tilde{M})x = 0 \dots\dots\dots(66)$$

式 (66) が構造全体の自由振動を表わす方程式で、 ν は角速度、 x は振動モードである。

式 (67) は前節の座屈解析と同じ方法で最小固有値を求めることができ、2 次以上の固有値については原点移動の方法あるいは、固有ベクトルの直交性を利用した方法¹⁰⁾によって計算することができる。この方法は、従来の変形法解析ですでに採用され実用化されているので、ここでは詳細には述べない。

(4) 考 察

要素の変形後のつり合い式として非線型式を導いたが、この中にあらわれる線型および非線型なマトリックス K_1, K_2, K_3 について考察を加える。 K_1 は微小変形の場合の剛性マトリックス、 K_2 は座屈解析における座屈マトリックスを意味するので、他の方法で得られているマトリックスと比較してみる。Barsoum・Gallagher⁹⁾ は著者らと同様の変位関数を用いて剛性マトリックスと座屈マトリックスを導いている。これらは著者らの方法と異なってせん断中心に関して示されているが、剛性マトリックスと $K_{11} + K_{12}$ の力学的な機能は一致している。しかしながら、 K_2 と座屈マトリックスとを比較する次の相違点がある。たとえば、二軸対称な断面の要素で、 z 軸まわりに一様な曲げモーメントが作用する場合の横倒れ座屈を考えると K_2 は次のようになる。

$$[T^{-1}]^T E \left(\frac{I_{yy} - I_{zz}}{l} \right) \ddot{F} \alpha_0 \cdot \int_0^1 (F_\phi^T \ddot{F}_z + \ddot{F}_z^T F_\phi) d\xi [T^{-1}]$$

Barsoum・Gallagher の座屈マトリックスではこれに対応して

$$[T^{-1}]^T M_0 \int_0^1 (F_\phi^T \ddot{F}_z + \ddot{F}_z^T F_\phi) d\xi [T^{-1}] \equiv [T^{-1}]^T \cdot \frac{EI_{yy}}{l} \ddot{F} \alpha_0 \cdot \int_0^1 (F_\phi^T \ddot{F}_z + \ddot{F}_z^T F_\phi) d\xi [T^{-1}]$$

となり、前者では座屈に対して断面定数 $I_{yy} - I_{zz}$ が影響し、後者では曲げモーメントすなわち断面定数 I_{yy} の

みが影響していることがわかる。このことは、 $I_{yy} = I_{zz}$ となる点対称な断面や弱軸まわりの曲げモーメントに対しても、後者では座屈荷重が存在することになり、前者では存在しないことを示している。さらに $I_{yy} < I_{zz}$ では、前者のマトリックスの符号は後者と異なり、むしろ安定化することになる。この原因は、前者では、変形後のつり合い式から導いた増分式によっているので、その結果、座屈後の $x-y$ 面内の変形は座屈直前の変形を保持することとなり、これに対して後者では座屈前後の $x-y$ 面内の変形を無視しているためである。しかしながら、一般に横倒れ座屈を問題とするような $I_{yy} \gg I_{zz}$ の断面では数値上の差異は小さいと思われる。このような現象について波田¹¹⁾は別の方法で論じている。

K_3 に変位の二次の項を含む非線型なマトリックスで、他の二つのマトリックスに比べてその影響は小さいと思われるが、計算の対象とする構造形式や非線型性の程度によってどの程度の効果を持っているかについては、今後、数値計算によって確かめる必要がある。

4. 計 算 例

(1) 微小変形解析

剛性マトリックス K_1 は要素のねじりに関する項を除けば従来のソリッドな棒のマトリックスと一致するので、ここでは、薄肉材のねじりについて計算を行い、微分方程式による解と比較する。図-4 (a), (b) は一端固定、他端自由のはりの自由端にねじりモーメント T が作用したときの自由端の回転角および固定端のバイモーメントを示している。両者ともに $GJ^2/EI_{\omega\omega} > 10$ になると、著者らの有限要素法による解は精度が悪くなるが、これはサンプナンのねじり剛性に比して曲げねじり剛性が小さくなると変形形状は固定端付近で急にねじり角が増大し、自由端に向ってほぼ直線的に増加するが、仮定した変位関数ではこのような形状を十分に表現できないためである。この場合には、中間に節点を設けて 2 ~ 3 分割すれば実際に近い形状を表現できるので、精度がよくなることがわかる。

直線要素によって任意形状の構造を解析する例として、面外荷重の作用する連続円弧ばりの計算結果を図-5 (a), (b) に示す。計算は図に示すように合計 16 分割

Table 1 Deflection of

Load	Joint No.	1	2	3	4	5	6	7
Vertical Load	F.E.M.	0	155.94	287.37	373.62	401.20	366.42	276.89
	Ref. 18	0	152.32	280.69	364.94	391.91	358.08	270.70
Torsional Load	F.E.M.	0	-1.1843	-2.1964	-2.8772	-3.1024	-2.8254	-2.1211
	Ref. 18	0	-1.1708	-2.1702	-2.8410	-3.0618	-2.7911	-2.0977

し、要素数：16、節点数：17で行い、三つの支点で面外方向の変位およびねじり角を拘束している。なお、図中の破線は曲げねじり定数 $I_{\omega\omega}=0$ としたときの結果を示している。表-1 は文献 18) の微分方程式の解 ($I_{\omega\omega} =$

$3 \times 10^8 \text{ cm}^6$ の場合) と比較したもので両者はよく一致している。

(2) 幾何学的非線型解析

図-6 のような [型断面の片持ばりに自由端の上および下フランジ位置に集中荷重が作用する二つのケースについて計算を行い、図-7 に荷重と自由端の変位の関係を示している。Reuschling¹⁹⁾ は連立常微分方程式の数値積分によってケース1の計算を行い $P=400 \text{ kg}$ に対する変位を示しているが、有限要素法による結果とよく一致している。なお、計算は 10 分割の要素で行っている。

図-8 は長方形断面の両端固定放物線アーチに等分布荷重が作用した場合の荷重-変形の結果を示している。ただし、アーチの面外方向に初期変位 w_0 を与え、分布荷重は集中荷重におきかえて計算している。分割はアーチが対称に変形するものとし、片側で 10 分割とし、アーチの頂点对称の条件を設けている。この構造は断面の曲げねじり定数 $I_{\omega\omega}=0$ であるから薄肉材の特徴は持っていないが、Tokarz¹⁹⁾ が実験によって座屈荷重付近の変形を与えているので、三次元的な非線型挙動を示す例として引用した。実験における初期変位は不明であるが、計算と実験の傾向はほぼ一致している。

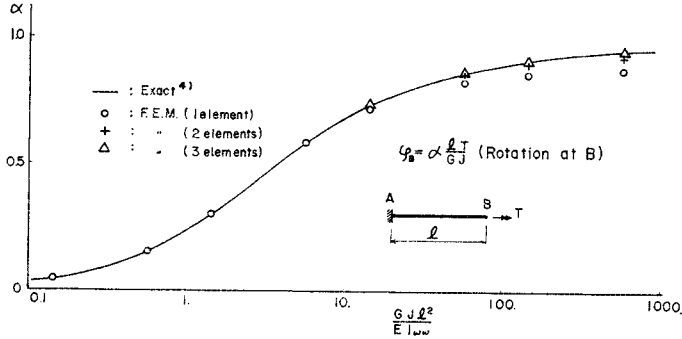


Fig. 4 (a) Deflection of thin walled beam subjected to twisting moment

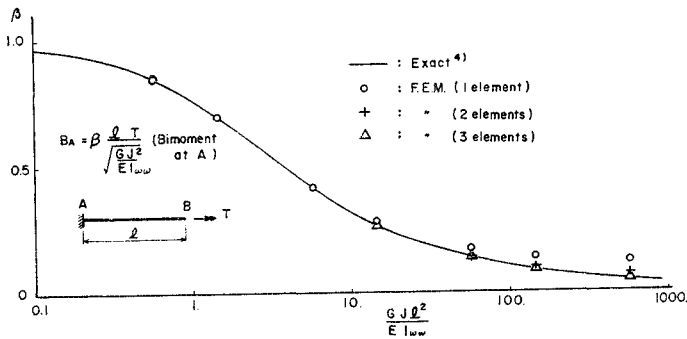


Fig. 4 (b) Bimoment of thin walled beam subjected to twisting moment

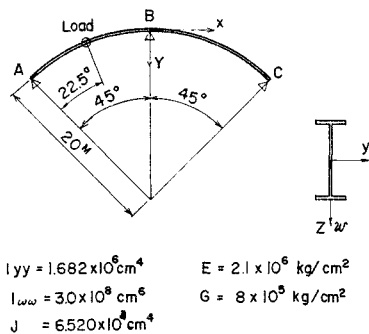


Fig. 5 (a) Dimension of circular beam

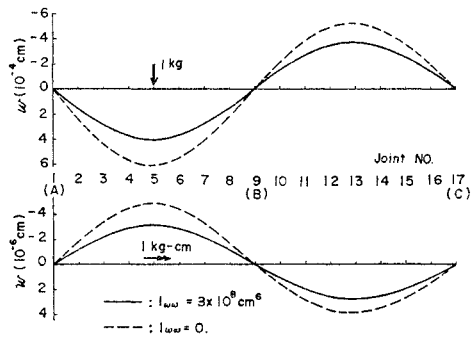


Fig. 5 (b) Deflection of circular beam

Circular Beam

(10^{-6} cm)

8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1.4812	0	-145.52	-266.18	-343.91	-368.11	-336.70	-255.70	-137.70	0
1.4483	0	-142.11	-259.95	-335.94	-359.69	-329.08	-249.96	-134.62	0
-1.1282	0	1.1067	2.0258	2.6193	2.8054	2.5674	1.9505	1.0506	0
-1.1172	0	1.0927	2.0014	2.5884	2.7732	2.5384	1.9289	1.0391	0

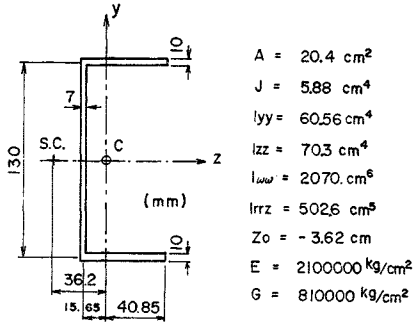


Fig. 6 Figure of C section

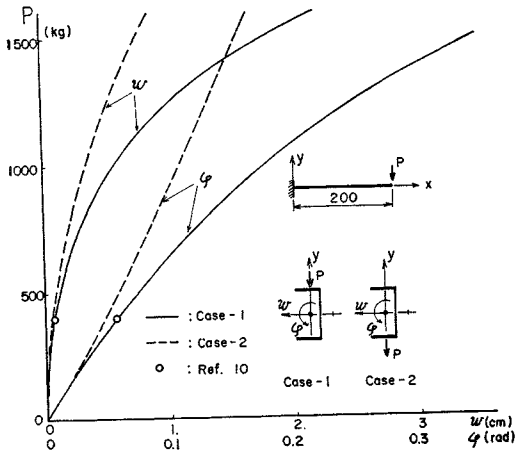


Fig. 7 Geometrically Nonlinear Behavior of thin walled Cantilever Beam

図中の座屈荷重は 3.(3) に述べた方法で計算して $q_{cr} = 1.896 \text{ lb/in}$ となり, Tokarz・Sandhu²⁰⁾ は差分法および Runge-Kutta によって座屈荷重を求め $q_{cr} = 1.914 \text{ lb/in}$ となっている。

(3) 座屈解析

柱の圧縮力による二次元的座屈はすでに平面骨組の解析で精度よく計算できることが示されている²¹⁾。ここでははりの横倒れと柱のねじれ座屈について計算を行い,すでに得られている他の方法による結果と比較する。2.(4)で述べたように,本方法では座屈前の変形を考慮して横倒れ座屈を解析できるが,ここではその影響にはふれないで,二つの主軸に関する断面二次モーメントの比が大きく ($I_{yy}/I_{zz} = 100$),二軸対称な断面とし,両端単純支持の最も一般的な例について計算している。図-9は柱またははりの長さ l の部分を 5 等分割して計算したも

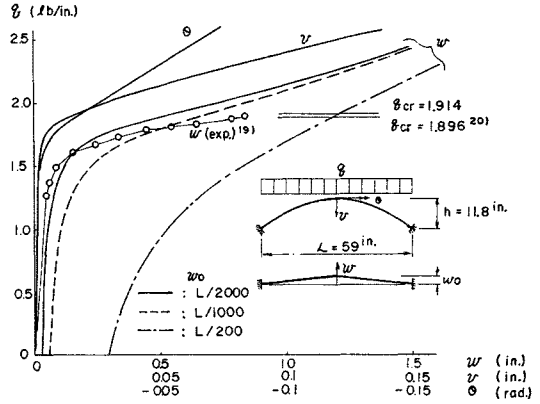


Fig. 8 Geometrically nonlinear behavior of fixed supported parabolic arch

ので,文献 22) の結果と比較してよく一致している。

(4) 自由振動解析

図-6 に示した C 型断面で長さ $l = 400 \text{ cm}$, 両端で単純支持されはりの自由振動解析の結果を 図-10 に示している。なお,ねじりに関しても単純支持 ($\varphi = 0, B = 0$) である。この場合,断面の重心とせん断中心が一致しないため,曲げとねじりの連成振動が現われるが,これについてチモシェンコの解²³⁾がある。これと有限要素法による結果と比較すると 表-2 のようになり非常

Table 2 Free vibration of simply supported C section beam

$(\nu : \text{rad/sec}, m : \text{kg/sec}^2/\text{cm})$

Mode	1st		2nd		3rd		4th		5th		6th		7th	
	w	v, φ	w	v, φ	w	v, φ	w	v, φ	w	v, φ	w	v, φ	w	v, φ
$\nu\sqrt{m}$														
F.E.M.	0.7495	1.9040	3.5312	2.9977	5.1929	6.7409	8.9421							
Ref. 23	0.7495	1.904	3.531	2.998	5.194	6.745	8.953							

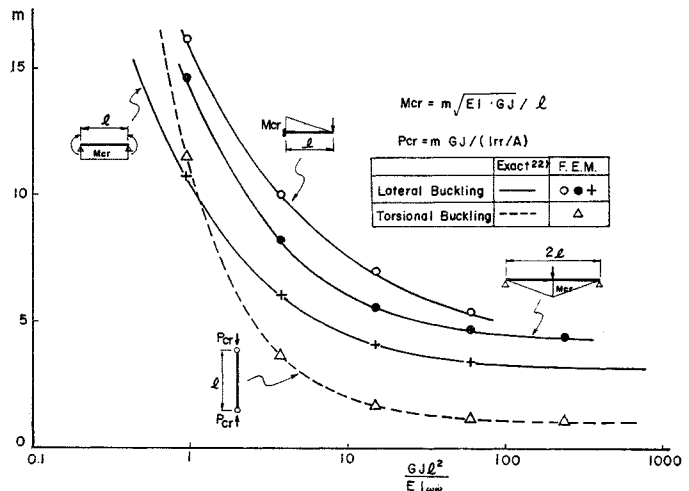


Fig. 9 Lateral and torsional buckling of beam and column

- Warping, Proc. ASCE, Vol. 98, No. ST 7, 1972.
- 7) Krajcinovic, D : A Consistent Discrete Elements Technique for Thin Walled Assemblages, International Journal of Solids and Structures, Vol. 5, 1969.
 - 8) 川井忠彦・村木豊彦：マトリックス法による船体構造解析に関する研究 (IV)一骨組構造の振動および座屈問題の解析一, 日本造船学会論文集, No. 126, 1969.
 - 9) Barsoum, R.S., Gallagher, R.H. : Finite Element Analysis of Torsional and Torsional-Flexural Stability Problems, International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 2, 1970.
 - 10) Reuschling, D. : Beitrag zur Berechnung Mehrfeldriger, beliebig gelagerter dünnwandiger Stäbe mit einfach-order unsymmetrischem offenem Querschnitt unter Normalkraft-und Querbelastung als Verzweigungsproblem order Spannungsproblem II. Ordnung nach dem Übertragungsmatrizen Verfahren, Dissertation, Darmstadt, 1969.
 - 11) 遠田良喜：伝達マトリックス法による薄肉開断面曲線ばりの有限変位理論の解析, 土木学会論文報告集, No. 199, 1972.
 - 12) 結城皓曠：薄肉断面梁の幾何学的非線型解析, JSSC 第7回マトリックス構造解析法研究発表論文集, 1973.
 - 13) Melosh, R.J., Bamford, R.M. : Efficient Solution of Load-Deflection equations, Proc. ASCE, Vol. 95, ST 4, April, 1969.
 - 14) 赤坂 隆：数値計算, コロナ社編, 昭和42年.
 - 15) 大坂憲司：大型行列の固有値問題の一次値解法, 大次元行列の計算に関する研究会報文集, 東京大学大型計算機センター, 1970.
 - 16) MacNeal, R.H. : The NASTRAN Theoretical Manual, NASA, 1969.
 - 17) 波田凱夫：はりの曲げ変形が横倒れ座屈に及ぼす影響について (第1報), 土木学会関西支部年次学術講演会, 1971.
 - 18) 渡辺 昇：曲線げたの理論と計算, 技報堂, 昭和42年.
 - 19) Tokarz, F.J. : Experimental Study of Lateral Buckling of Arches, Proc. ASCE, Vol. 97, No. ST 2, 1971.
 - 20) Tokarz, F.J., Sandhu, R.S. : Lateral-Torsional Buckling of Parabolic Arches, Proc. ASCE, Vol. 98, No. ST 5, 1972.
 - 21) 結城皓曠・安藤紘三：有限要素構造解析法に関する研究第4報, 骨組の振動・座屈および大撓み解析, 石川島播磨技報, Vol. 10, No. 4, 1970.
 - 22) 倉西正嗣：応用弾性学, コロナ社, 昭和36年.
 - 23) Timoshenko, S. (谷下・市松ほか訳)：工業振動学, 東京図書, 1963.
 - 24) Weaver, W. (山本善之訳)：構造物解析のプログラム, 共立出版, 1968.

(1973.9.14・受付)