

ねじり定数比とねじり曲げ剛比から考察した 曲線桁橋設計計算法への一提言

A PROPOSITION FOR DESIGNING THE HORIZONTALLY CURVED
GIRDER BRIDGES IN CONNECTION WITH RATIO BETWEEN
TORSIONAL AND FLEXURAL RIGIDITIES

小松 定夫*・中井 博**・田井戸 米好***
By Sadao Komatsu, Hiroshi Nakai and Yoneyoshi Taido

1. まえがき

曲線桁橋は周知のとおり、曲げモーメントと同時にねじりモーメントを受ける構造物であるので、設計計算はそれらを考慮した応力解析をもとに行わなければならない^{1)~4)}。しかも、鋼橋のように薄肉断面で集成されている場合、ねじりモーメントの一部分は純ねじり、他はそりねじりによって分担され、その混合の度合は曲線桁橋の断面形状やスパンによって異なると考えられている^{5)~9)}。

昭和46年3月に改正された道路橋示方書⁵⁾によると、ねじり定数比 $\kappa = l\sqrt{GK/EI_\omega}$ をもとにしてねじりによる応力解析を区分し、それに応じた設計計算法が明確にされるにいたったのは、橋梁工学の進歩に寄与すること大であると思われる。

しかしながら、これらの規定は直線桁橋を対象としたものであり、そのままの形で曲線桁橋にも適用するのは問題があるように思われる。本文では、曲線桁橋の断面形状によって、(1) 並列I桁曲線橋、(2) 2箱桁曲線橋、(3) 1箱桁曲線橋に分類し、以下の種々な力学的特性について考察した。

すなわち、まず(1) 曲線桁橋についてもねじり定数比 κ を定義し、そりねじりによる応力解析が省略できる κ の範囲を検討する。一方、(2) たわみ性状が異状とならないための断面形状によるパラメーター r と平面形状(中心角 ϕ)との相関関係について考察する。そして、(3) そりねじりが特に卓越する並列I桁曲線橋の取扱い方(格子桁理論と曲げねじり理論との比較)を述べる。最後に、(4) 以上の特性を加味して、各種断面形状を有する曲線桁橋の応力状態を分類・整理する。

これらは数少ないデータをもとにして数値的な評価を試みたもので、今後も検討しなければならない点多々あることは事実であるが^{23)~30)}、曲線桁橋を設計する際に1つの有用な資料を提供するものとする。

2. 曲線桁橋の応力特性^{1), 2)}

まえがきで述べたように、ねじりモーメントは純ねじり T_s とそりねじり T_ω によって構成されているので、図-1に示すように次のようになる。

$$T = T_s + T_\omega \dots\dots\dots (1)$$

また、図-2は曲線桁橋横断面の変形状態を示すものであるが、ねじり角 θ は次のように定義される。

$$\theta = \beta + \frac{w}{R_s} \dots\dots\dots (2)$$

このねじり角 θ と各ねじりモーメントとの関係は、

$$T_s = GK \frac{d\theta}{ds}, \quad T_\omega = -EI_\omega \frac{d^3\theta}{ds^3}, \quad (ds = R_s d\phi) \dots\dots\dots (3)_{1,2}$$

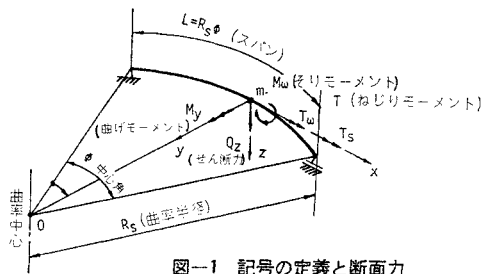


図-1 記号の定義と断面力

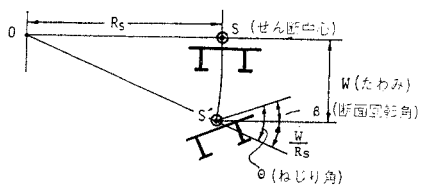


図-2 変形状態

* 正会員 工博 大阪大学 教授 工学部土木工学科
** 正会員 工博 大阪市立大学 教授 工学部土木工学科
*** 正会員 阪神高速道路公団 工務部 設計課長

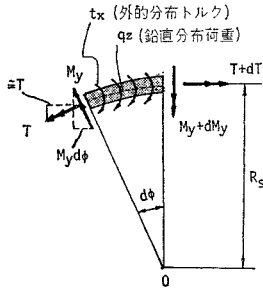


図-3 微小要素の力のつり合い

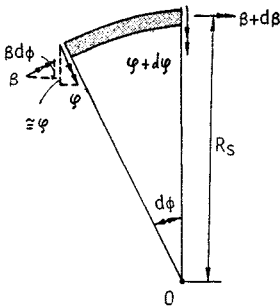


図-4 たわみ角

である。ただし、 GK ：純ねじり剛性、 EI_ω ：そりねじり剛性とする。

次に、図-3 に示すように微小要素 $ds=R_s d\phi$ についてのねじりモーメントのつり合いを考えると、

$$\frac{dT}{ds} = -t_x + \frac{M_y}{R_s}$$

であるから、式(1)~(3)を代入すると次式が得られる。

$$EI_\omega \frac{d^4\theta}{ds^4} - GK \frac{d^2\theta}{ds^2} = t_x - \frac{M_y}{R_s} \dots\dots\dots(4)$$

ここに、曲げモーメント M_y は、鉛直等分布荷重を q_z とすると、同様に図-3 から次式の解として与えられる。

$$\frac{d^2M_y}{ds^2} + \frac{M_y}{R_s^2} = -q_z \dots\dots\dots(5)$$

図-4 は、たわみ角 $\phi = dw/ds$ と断面回転角 β との関係を示すが、微小要素 $ds=R_s d\phi$ におけるたわみ角の変化は

$$d\phi - \beta d\phi = \left(\frac{d\phi}{ds} - \frac{\beta}{R_s} \right) ds = \left(\frac{d^2w}{ds^2} - \frac{\beta}{R_s} \right) ds$$

であるから、 EI_y を y 軸まわりの曲げ剛性とすれば、曲げモーメント M_y と変形量 w, β とは次式により関係づけられる。

$$M_y = -EI_y \frac{d\phi - \beta d\phi}{ds} = -EI_y \left(\frac{d^2w}{ds^2} - \frac{\beta}{R_s} \right) \dots\dots\dots(6)$$

(1) ねじり定数比 κ の取り方

そりモーメント M_ω は、

$$M_\omega = EI_\omega \frac{d^2\theta}{ds^2} \dots\dots\dots(7)$$

によって定義されるので、式(4)を書きかえると次式となる。

$$\frac{d^2M_\omega}{d\phi^2} - \alpha^2 M_\omega = R_s^2 \left(t_x - \frac{M_y}{R_s} \right) \dots\dots\dots(8)$$

ここで、 α 値は次のように置いたものであり、

$$\alpha = R_s \sqrt{\frac{GK}{EI_\omega}} \dots\dots\dots(9)$$

曲線桁橋のそりねじりによる応力特性は、この α 値によって特長づけられることになる。

しかしながら、現行の道路橋示方書の規定⁵⁾に準じて、曲線桁橋のねじり定数比 κ としては、次のように定めることにする。

$$\kappa = \alpha \phi = R_s \phi \sqrt{\frac{GK}{EI_\omega}} = L \sqrt{\frac{GK}{EI_\omega}} \dots\dots\dots(10)$$

そして、 κ 値による曲線桁橋の応力特性を調べる^{1)~4)}。

(2) 実橋についての κ 値

データはあまり多くはないが、図-5(a)~(c)に示す断面を有し、実際に設計された曲線桁橋についての κ 値を調べたものを表-1に示す^{6)~9)}。

これらの実例によると、断面形状による差異が明確であり、 κ 値は次のような範囲内にあることがわかる(図

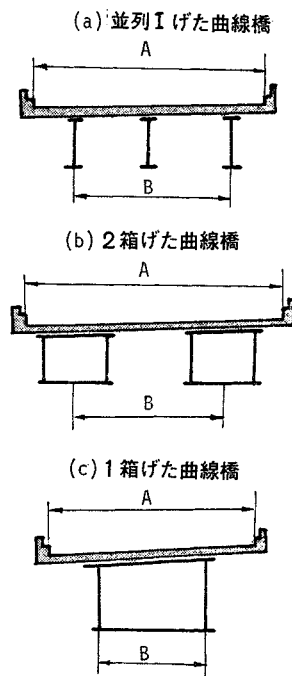


図-5 曲線桁橋の断面形状

表-1 曲線桁橋の断面定数

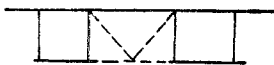
桁番号	断面形状	スパン L(m)	曲率半径 R _s (m)	中心角 φ(rad)	幅員 A(m)	断面2次 モーメント I _y (×10 ⁶ cm ⁴)	純ねじり定数 J(×10 ⁶ cm ⁴)	そりねじり 定数 I _w (×10 ⁶ cm ⁴)	κ 値	桁幅 B(m)	φ 値	L/B値	r 値
1	並列I桁 曲線橋 (図-5(a))	19.5	57.0	0.342	6.5	8.210	3.129	31.527	1.206	4.0	0.70	4.88	0.114
2		20.0	50.0	0.400	9.2	10.570	2.173	61.700	1.008	5.3	1.42	3.77	0.156
3		25.0	51.0	0.490	6.5	8.181	6.938	51.939	0.7371	5.4	1.01	4.63	0.104
4		27.0	31.0	0.871	7.5	14.219	1.512	92.500	1.794	6.5	1.08	4.15	0.088
5		30.0	60.0	0.500	7.0	20.436	1.240	98.415	0.661	5.4	1.01	5.56	0.055
6		33.4	90.0	0.371	8.2	22.830	1.662	93.749	0.873	6.0	1.46	5.57	0.059
7		40.0	74.0	0.528	8.5	20.443	1.252	151.888	0.713	7.5	1.26	5.33	0.059
8	2箱桁 曲線橋 (図-5(b))	22.0	61.0	0.361	9.7	6.416	56.221	37.962	5.258	6.8	2.10	3.24	0.470
9		25.0	40.7	0.614	7.8	8.435	69.197	63.184	5.138	4.9	1.21	5.10	0.377
10		25.0	40.9	0.611	8.5	7.442	41.132	32.713	5.054	5.8	1.64	4.31	0.304
11		30.0	40.0	0.750	7.8	13.830	99.898	82.144	6.367	4.9	1.70	6.12	0.344
12		40.0	64.2	0.623	8.0	33.586	193.056	211.914	7.498	4.96	2.04	8.06	0.262
13		45.0	80.0	0.563	12.7	39.124	263.979	592.663	5.898	8.0	1.96	5.63	0.271
14		45.0	80.5	0.559	12.7	41.815	273.470	653.342	5.718	8.5	1.89	5.23	0.328
15		45.0	85.5	0.528	13.1	46.595	284.607	677.368	5.729	8.0	1.92	5.63	0.304
16		50.0	88.7	0.564	12.6	44.305	284.743	675.076	6.377	8.0	1.93	6.25	0.341
17		50.0	84.9	0.589	13.1	50.162	301.901	776.817	6.122	8.0	1.82	6.29	0.322
18	1箱桁 曲線橋 (図-5(c))	22.0	60.0	0.340	7.9	7.067	190.784	0.3140	106.5	5.4	12.31	4.07	0.890
19		30.0	79.0	0.380	7.9	11.064	124.550	0.818	60.3	5.4	5.63	5.56	0.890
20		32.0	50.0	0.640	8.2	15.430	273.300	4.9420	46.74	4.5	1.89	7.11	0.686
21		37.4	54.2	0.690	8.2	17.355	230.320	1.327	96.77	5.4	22.43	6.93	0.785

—9 参照。

- a) 並列I桁曲線橋 (図-5(a))
κ=0.5~3
 - b) 2箱桁曲線橋 (図-5(b))
κ=3~10
 - c) 1箱桁曲線橋 (図-5(c))
κ ≥ 30
- }(11)

κ=10~30 の範囲には、おそらく図-6に示すような

- (a) 2箱げた間に横構・対傾構のある準multi-cell構造



- (b) multi-cell構造 (断面は偏平)

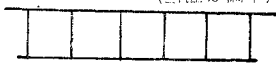


図-6

断面形状の曲線桁橋が対応するものと推定される。すなわち、図-6(a)は2箱桁が強固な対傾構・横構で結合された曲線桁橋であり、横構を準閉断面に換算すると、準 multi-cell 構造となる¹⁰⁾。また、図-6(b)は偏平な多

室の1箱桁断面を示すが、これらの multi-cell 構造では、純ねじり剛性が增大すると考えられるから、κ > 10 となるように思われる。しかしながら、この種の形式の曲線桁橋はあまり実例も多くはないので、以下では除外することにした。

一般に、1箱桁曲線桁ではねじりによる垂直応力 σ_w が曲げによる垂直応力 σ_b に比して小さいので、実例から検討すると、κ ≥ 30 であれば σ_w の計算を省略できるように思われる。しかし、σ_w/σ_b を求め、この比によって σ_w が無視できる κ の限界値を検討するのが合理的で

あると思われる。

(3) 垂直応力比 σ_w/σ_b と κ 値との関係

図-7に示す載荷状態(集中荷重 P のほうが分布荷重 q_s の場合より M_w に大きい影響をおよぼす¹²⁾) に対する曲げモーメント M_y を式(5)より求め、そりモーメント M_w を式(8)より決定する。そして、M_w については α 値が比較的大きいと仮定すると、スパン中央において次の結果が得られる¹¹⁾。

a) 曲げモーメント

$$M_y = PR_s \frac{\sin^2 \frac{\phi}{2}}{\sin \phi} = \frac{P}{2} R_s \tan \frac{\phi}{2} \dots\dots\dots(12)$$

b) そりモーメント

$$M_w = \frac{PR_s}{\alpha} R_s \tan \frac{\phi}{2} \dots\dots\dots(13)$$

そこで、式(11)~(13)より応力比 σ_w/σ_b を求めれば、以下のようになる。

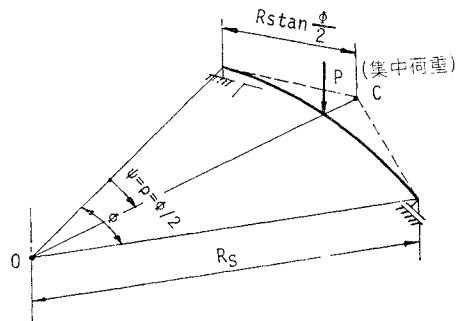


図-7

$$\frac{\sigma_{\omega}}{\sigma_b} = \frac{\frac{M_{\omega}}{I_{\omega}} \cdot \omega}{\frac{M_y}{I_y} \cdot z} = \frac{PR_s \cdot \omega}{\frac{P}{2} \cdot z} \cdot \frac{I_y \cdot R_s \tan \frac{\phi}{2}}{I_{\omega} \cdot R_s \tan \frac{\phi}{2}}$$

$$= 2 \cdot \frac{I_y \omega}{I_{\omega} z} \cdot \frac{R_s}{\alpha^2} = 2 \cdot \frac{I_y \omega}{I_{\omega} z} \cdot \frac{L}{\alpha^2 \phi} \dots\dots\dots(14)$$

次に、 $I_y \omega / I_{\omega} z$ 値について考える。この値は繁雑であるので、簡単化のために図-8に示す非合成の2本主桁で、しかも2重対称軸を有するI桁橋についてのそりねじり定数 I_{ω} 、

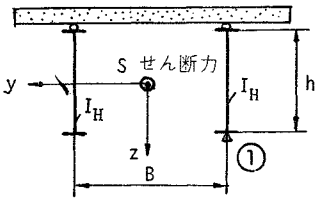


図-8

および、そり座標 ω を求め、これを使用して検討してみる。ただし、このような並列I桁曲線橋ではフランジの曲がりによる付加応力が生ずるが、横構・対傾構の組み方によって変化する異質の応力であるので、ここでは省略する。全橋断面のy軸まわりの断面2次モーメント I_y は、1つの主桁の水平軸まわりの断面2次モーメントを I_H とすれば、

$$I_y = 2 I_H \dots\dots\dots(15)$$

である。そこで、曲率中心に対して外側の桁の下フランジの着目点 ① におけるz座標は、次式で与えられる。

$$z_{\text{①}} = \frac{h}{2} \dots\dots\dots(16)$$

一方、そりねじり定数 I_{ω} は¹⁰⁾、

$$I_{\omega} = 2 I_H \left(\frac{B}{2}\right)^2 = \frac{I_H B^2}{2} = \frac{I_y B^2}{4} \dots\dots\dots(17)$$

となり、そり座標は次のように計算される¹⁰⁾。

$$\omega_{\text{①}} = - \int r du = - \left(-\frac{B}{2}\right) \cdot \frac{h}{2} = \frac{Bh}{4} \dots\dots\dots(18)$$

したがって、

$$\frac{I_y \omega_{\text{①}}}{I_{\omega} z_{\text{①}}} = \frac{I_y \cdot \frac{Bh}{4}}{\frac{I_y B^2}{4} \cdot \frac{h}{2}} = \frac{2}{B} \dots\dots\dots(19)$$

と書くことができる。そこで、新しい無次元パラメータ

$$\phi = \frac{I_y \omega}{I_{\omega} z} \cdot \frac{B}{2} \dots\dots\dots(20)$$

を導入して、これが一般の曲線桁橋にも適用できるものとすれば、結局 $\sigma_{\omega} / \sigma_b$ は次のように表わされる。

$$\frac{\sigma_{\omega}}{\sigma_b} = 4 \phi \cdot \frac{1}{\alpha^2 \phi} \cdot \frac{L}{B} \dots\dots\dots(21)$$

表-1 中には、垂直応力 σ_b 、 σ_{ω} がともに大きく現われる曲率中心外側の腹板と下フランジ結合点における ϕ 値、および、スパン L と桁幅 B (取り方は図-5 参照) との比 L/B を示した。

これらの結果より、 ϕ 値は次のような値をとる。

- a) 並列I桁曲線橋 (図-5(a))
 $\phi = 0.5 \sim 1.5$
- b) 2箱桁曲線橋 (図-5(b))
 $\phi = 1.5 \sim 2.5$
- c) 1箱桁曲線橋 (図-5(c))
 $\phi > 1.5$

一方、スパン L と桁幅 B との比は、その最大値を

$$\frac{L}{B} = 10 \dots\dots\dots(23)$$

程度に考えておけばよい (表-1 参照)。ちなみに、 $L/E > 10$ の曲線桁橋では、負反力が著しく大きくなり設計が困難となるように思われる¹³⁾。

また、表-1 の曲線桁橋について $\sigma_{\omega} / \sigma_b = \epsilon (\%)$ を計算すると、1箱桁曲線桁橋に対しては $\epsilon < 5\%$ 、2箱桁曲線桁橋に対しては $\epsilon = 30 \sim 70\%$ 、並列I桁曲線橋に対しては $\epsilon > 100\%$ を示すことがわかった。

(4) そりねじりによる応力解析が省略できる κ の限界値

上の例で示したように、そりねじりによる垂直応力 σ_{ω} の計算を省略できる κ の限界値は、1箱桁と2箱桁曲線橋との間に存在するように思われる。

そこで、 $\sigma_{\omega} / \sigma_b$ の比 $\epsilon (\%)$ をできるだけ大きく評価するために、 ϕ 値としては2箱桁曲線橋の上限値 $\phi = 2.5$ を採用する。そして、 L/B の最大値は式 (23) を適用すると、次式が得られる。

$$\epsilon = \frac{10000}{\alpha^2 \phi} \dots\dots\dots(24)$$

ここで、 $\alpha \sqrt{\phi}$ 値に次のような値を考えると、 ϵ は
 $\alpha \sqrt{\phi} = 50$ のとき； $\epsilon = 4.0\%$
 $\alpha \sqrt{\phi} = 40$ のとき； $\epsilon = 6.7\%$
 $\alpha \sqrt{\phi} = 30$ のとき； $\epsilon = 11.1\%$

となる。

いま、 σ_{ω} が σ_b の数パーセント以下であれば、そりねじりの計算が省略できるものとする。すると、この条件は $\alpha \sqrt{\phi} \geq 40$ を満足すればよいことになる。それで、この式を式 (10) を用いて κ で表現すると、その限界値 κ_{cr} は次式で与えられる。

$$\kappa_{cr} \geq 40 \sqrt{\phi} \dots\dots\dots(25)$$

図-9 には、表-1 の曲線桁の κ 値と中心角 ϕ との関係プロットしてみた。この図の中には式 (25) も示してあるが、中心角を $\phi = 0$ (直線桁橋) と置くと $\kappa = 0$ になってしまうので、このようなときには偏載荷重の影響を考慮した現行示方書の規定に準じて、その下限値を $\kappa_{cr} = 10$ と置くことにした。すると、中心角 ϕ の増大に伴って κ_{cr} も増大するが、ほぼ $\phi = 0.5$ を境としてその

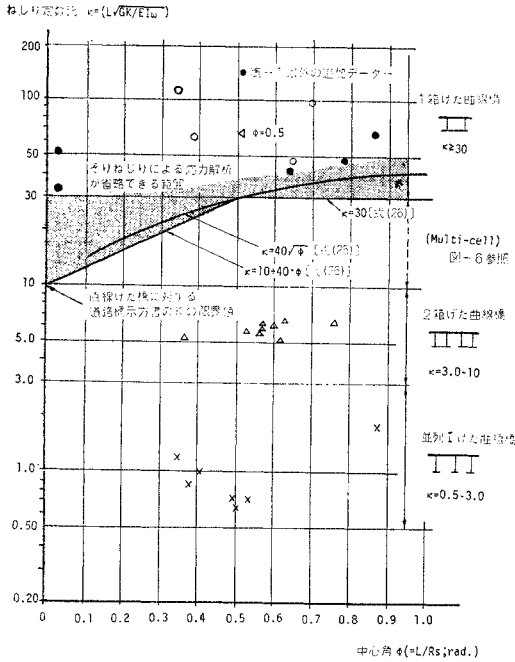


図-9 ねじり定数比 κ と ϕ との関係

増加は留まってしまう。したがって、式 (25) の近似式としては、次式が実用的な値を与えることになる。

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{cr} &= 10 + 40 \cdot \phi \quad (0 \leq \phi < 0.5) \\ &= 30 \quad (\phi \geq 0.5) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

この直線式も 図-9 に示したが、式 (26) のほうが式 (25) よりも簡明で、直線桁橋の κ_{cr} も含んでいることになる。いずれにしても、1箱桁曲線橋では $\kappa > 30$ であるので、そりねじりの影響を無視することができるが、2箱桁曲線橋や並列I桁曲線橋では $\kappa < 30$ であるので、そりねじりの影響を考慮しなければならない。

3. 曲線桁橋のたわみ性状¹⁴⁾

曲線桁橋が応力的に安全であっても、たわみが大きいと振動特性¹⁵⁾などの点からも好ましくないので、所要の剛性を確保する必要がある。そこで、曲線桁橋のたわみ性状をエネルギー法によって近似的に取扱い、断面形状

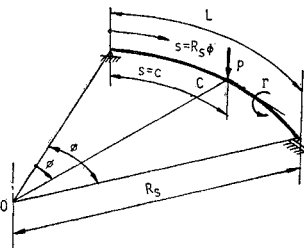


図-10

や平面形状との相関関係を調べる。

(1) 変形量の近似的取扱い

図-10 に示すように、単純曲線桁橋の任意点 $s=c$ に集中荷重 P 、および、集中トルク T が作用する場合の変形量を求める。

鉛直たわみ w 、および、断面回転角 β は、フーリエ級数を使用して次のように展開しておく。

$$\left. \begin{aligned} w &= \sum_{i=1,2,3,\dots} \omega_i \sin \frac{i \pi s}{L} \\ \beta &= \sum_{i=1,2,3,\dots} b_i \sin \frac{i \pi s}{L} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

すると曲線桁橋のポテンシャル・エネルギー Π は、
 $\Pi = U - Pw - T\beta \dots\dots\dots (28)$

と表わされる。ここで、 U は曲線桁橋内部に貯えられるひずみエネルギーであり、式 (3), (6), (7) と上式より、次のように書くことができる。

$$\begin{aligned} U &= \int_0^L \left(\frac{M_y^2}{2EI_y} + \frac{M_\omega^2}{2EI_\omega} + \frac{T_s^2}{2GK} \right) ds \\ &= \frac{1}{2} \left[\int_0^L \left\{ EI_y \left(\frac{d^2w}{ds^2} - \frac{\beta}{R_s} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + EI_\omega \left(\frac{d^2\beta}{ds^2} + \frac{1}{R_s} \cdot \frac{d^2w}{ds^2} \right)^2 \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + GK \left(\frac{d\beta}{ds} + \frac{1}{R_s} \cdot \frac{dw}{ds} \right)^2 \right\} ds \right] \\ &= \frac{L}{4} \left[EI_y \left\{ \left(\frac{i \pi}{L} \right)^2 \omega_i + \frac{b_i}{R_s} \right\}^2 \right. \\ &\quad \left. + EI_\omega \left(\frac{i \pi}{L} \right)^4 \left(b_i + \frac{\omega_i}{R_s} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + GK \left(\frac{i \pi}{L} \right)^2 \left(b_i + \frac{\omega_i}{R_s} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (29) \end{aligned}$$

そこで、ポテンシャル・エネルギー最小の原理を用いると、

$$\frac{\partial \Pi}{\partial \omega_i} = 0, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial b_i} = 0 \dots\dots\dots (30)$$

より、未定係数 ω_i, b_i を定めることができ、次の連立方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} K_{ww,i} \omega_i + K_{w\beta,i} b_i &= P \sin \frac{i \pi c}{L} \\ K_{\beta w,i} \omega_i + K_{\beta\beta,i} b_i &= T \sin \frac{i \pi c}{L} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} K_{ww,i} &= \frac{EI_y}{2L^3} (i \pi)^2 \{ (i \pi)^2 + r \phi^2 \} \\ K_{w\beta,i} &= K_{\beta w,i} = \frac{EI_y}{2L^2} (i \pi)^2 \phi (1+r) \\ K_{\beta\beta,i} &= \frac{EI_y}{2L} \{ \phi^2 + r (i \pi)^2 \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

とする。また、パラメーター r は、次式で求められる換算ねじり剛性

$$\overline{GK} = GK + EI_w \left(\frac{i\pi}{L} \right)^2 \dots\dots\dots(33)$$

と曲げ剛性 EI_y との比として与えられるものである。

$$r = \frac{\overline{GK}}{EI_y} = \frac{GK + EI_w \cdot (i\pi/L)^2}{EI_y} \dots\dots\dots(34)$$

これをねじり曲げ剛比と定義することにする。

さて、式(31)を ω_i, b_i について解き、式(27)に代入すると、変形量は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} w &= \sum_{i=1,2,3,\dots} \frac{1}{K_{w\omega,i}} \\ &\cdot \frac{P - \Gamma \cdot k_{\beta,i}}{1 - k_{w,i} k_{\beta,i}} \sin \frac{i\pi c}{L} \sin \frac{i\pi s}{L} \\ \beta &= \sum_{i=1,2,3,\dots} \frac{1}{K_{\beta\beta,i}} \\ &\cdot \frac{\Gamma - P \cdot k_{w,i}}{1 - k_{w,i} k_{\beta,i}} \sin \frac{i\pi c}{L} \sin \frac{i\pi s}{L} \end{aligned} \right\} \dots\dots(35)$$

ただし、新しいパラメーター $k_{w,i}, k_{\beta,i}$ は簡単化のために、次のように置いたものである。

$$\left. \begin{aligned} k_{w,i} &= L \cdot \frac{(1+r)\phi}{\{(i\pi)^2 + r\phi^2\}} \\ k_{\beta,i} &= \frac{1}{L} \cdot \frac{(1+r)(i\pi)^2\phi}{\{\phi^2 + r(i\pi)^2\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(36)$$

そこで、集中荷重 P のみがスパン中央に載荷したとき、その点 ($s=c=L/2$) におけるたわみ w を求めると、次のようになる。

$$w = \frac{2PL^3}{EI_y} \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{1}{(i\pi)^2 \{ (i\pi)^2 + r\phi^2 \} (1 - k_{w,i} k_{\beta,i})} \dots\dots(37)$$

また、特に直線桁橋の場合には、 $\phi=0$ であるから、式(36)より $k_{w,i}=k_{\beta,i}=0$ となり、このときのたわみを $w_{\phi=0}$ と表わせば、次式が得られる。

$$w_{\phi=0} = \frac{2PL^3}{EI_y \pi^4} \sum_{i=1,3,5,\dots} \frac{1}{i^4} \dots\dots\dots(38)$$

この級数は項数 i を多く取る必要はなく、第1項のみを考えても十分実用的であるから、曲線桁橋と同一スパン・断面を持つ直線桁橋とのたわみ比 $\mu = w/w_{\phi=0}$ を求めると次のように表わすことができる。

$$\mu = \frac{\pi^2}{(\pi^2 + r\phi^2) \left[1 - \frac{\{(1+r)\pi\phi\}^2}{(\pi^2 + r\phi^2)(\phi^2 + r\pi^2)} \right]} \dots\dots(39)$$

(2) 換算ねじり剛性と曲げ剛性との比(ねじり曲げ剛比) r

曲線桁橋のたわみ性状は、式(39)に示すように2つのパラメーター r と ϕ のみによって左右されることがわかったので、これらの関係を調べる。表-1の最後の列には実橋の r 値を示すが、 r と ϕ との関係をプロットしたものを図-11に示す。

これらの図より、断面形状による r 値が次のような範

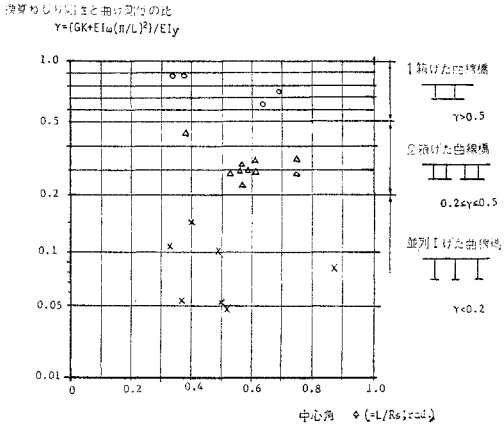


図-11 断面形状による r 値

囲内にあることが明確であると思われる。

- a) 1箱桁曲線橋 (図-5(c)) $r > 0.5$
 - b) 2箱桁曲線橋 (図-5(b)) $0.2 < r \leq 0.5$
 - c) 並列I桁曲線橋 (図-5(a)) $r \leq 0.2$
- } \dots\dots\dots(40)

(3) ねじり曲げ剛比 r と中心角 ϕ によるたわみ性状の変化

パラメーター r と ϕ の種々な値に対する μ 値を式(39)より計算し、たわみ w の $w_{\phi=0}$ に対する増加率 $\epsilon(\%)$ を

$$\epsilon = 100(\mu - 1)$$

と置き、 $\epsilon=5\% \sim 25\%$ となるような r と ϕ の関係をプロットすれば、図-12が得られる。

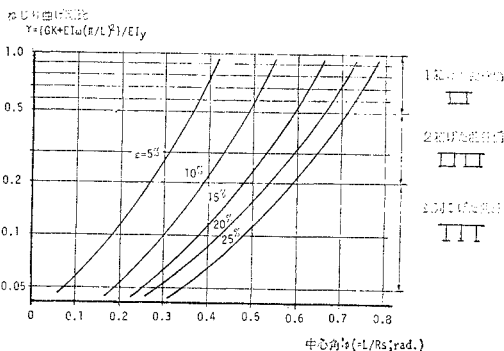


図-12 r と ϕ によるたわみの増加率 $\epsilon(\%)$

この図より、ねじり曲げ剛比 r が小さく、中心角 ϕ が大きくなるほどたわみの増大が著しくなることがわかる。それで、いま曲線桁橋のたわみ w が、スパン・断面同一の直線桁橋のたわみ $w_{\phi=0}$ より、5%以上大きくならないための中心角 ϕ と r 値との関係を調べてみる

と、次の近似公式で表わされる。

- a) 並列 I 桁曲線橋
 $\phi \leq 0.09 + 1.0(r - 0.05), (0.05 \leq r < 0.2)$
 - b) 2 箱桁曲線橋
 $\phi \leq 0.24 + 0.4(r - 0.2), (0.2 \leq r < 0.5)$
 - c) 1 箱桁曲線橋
 $\phi \leq 0.36 + 0.12(r - 0.5), (0.5 \leq r \leq 1.0)$
-(41)

この関係式は、また曲線桁橋の剛性がそれと等価な直線桁橋と比較して、5% 以上低下しないための条件を意味する。したがって、曲線桁橋としての特長を生かした厳密な設計を行わないとき、その断面形状や平面形状（スパン、曲率半径）を選定するための一つの限界値を式 (41) は与えるものと思われる。

一方、中心角 ϕ が式 (41) より大きくなると、たわみが増大し、曲線桁橋の剛性が低下することになる。すると、振動性状¹⁵⁾のほかにも安定性（座屈）などに関連した問題^{22), 24), 25), 26)} も生じるので、中心角 ϕ はある程度限定することが必要であるように思われる。ちなみに、 $\epsilon = 25\%$ 、すなわち、スパン・断面寸法が同一の直線桁橋と比較したとき、剛性が 25% 低下してもよいという条件を与えると、並列 I 桁曲線橋 ($r = 0.1$) で $\phi \leq 0.46$ 、2 箱桁曲線橋 ($r = 0.3$) で $\phi \leq 0.65$ となり、これ以上の中心角 ϕ に対しては 1 箱桁曲線橋として設計するのが好ましいという結果が得られる。

4. 曲線格子桁橋の静的特性

2 箱桁曲線桁橋や並列 I 桁曲線橋では、2. で述べたようにねじり定数比がその限界値より小さいので、そりねじりの影響を無視して解析することはできない。しかしながら、この種の曲線桁橋は、① 曲げねじり理論のほかにも ② 格子桁理論に基づいて設計することができる^{16)~22)}。ここでは、2つの理論の差異を明確にし、構造形式に応じた合理的な解析方法を検討する。

まず、図-13 に示す 2 箱桁を有する曲線格子桁橋では、各主桁が箱桁であるので、2. で述べたように、各主桁に対して $\kappa > \kappa_{cr}$ となる。したがって、そりねじり剛性は無視し、各主桁の曲げ剛性 EI_H と純ねじり剛性 GK のみを考えた格子桁橋

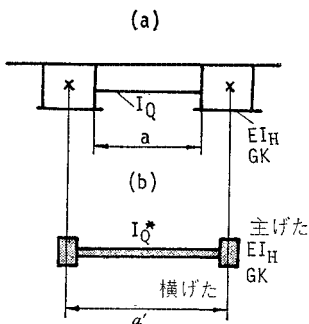


図-13 2 箱桁曲線橋

に置換して、合理的に解析することができると思われる。

る。ただし、図-13(b) に示すような骨組に置換する際、横桁のスパン a が a' に拡大されているので置換系の横桁の断面 2 次モーメント I_Q^* はもとの値 I_Q を用いて、次のように補正すべきであると思われる。

$$I_Q^* = \left(\frac{a'}{a}\right)^3 I_Q \dots\dots\dots(42)$$

次に、図-14 に示す並列 I 桁曲線橋の場合には、全橋断面を一体と考へても $\kappa \ll \kappa_{cr}$ であるので、そりねじりによる応力が卓越することになる。これを ② の格子桁理論¹⁸⁾、特に主桁の曲げ剛性 EI_H のみを考慮した折線格子桁に置換して設計した場合、そりモーメントによる垂直応力 σ_w がどのような形で取られているのか、また ① の曲げねじり理論とどのような差異があるのか、明らかにしておく必要があると思われる。

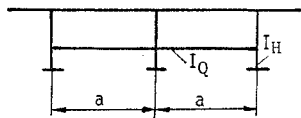


図-14 並列 I 桁曲線橋

(1) 曲げねじり理論による並列 I 桁橋の解析

問題を単純化するためにスパン l の単純直線桁橋（断面は図-8 と同じ）のスパン中央に、集中荷重 P が断面中心線より距離 e だけ偏心して載荷した場合の応力解析を行う。もちろん、断面変形は、図中の点線 σ で示す強固な対傾構によって防止されているので、2 本の主桁は一体となって外力に抵抗するものとする。

まず、図-15(b) に示すように、与えられた断面力としては全橋断面のせん断中心 S に集中力 P とねじりモーメント

$$T = Pe \dots\dots\dots(43)$$

が作用するものとみなせる。ここで、図-15(b) 中 Δ 印を付けた右側の主桁下フランジの点 ① における垂直応力に着目する。

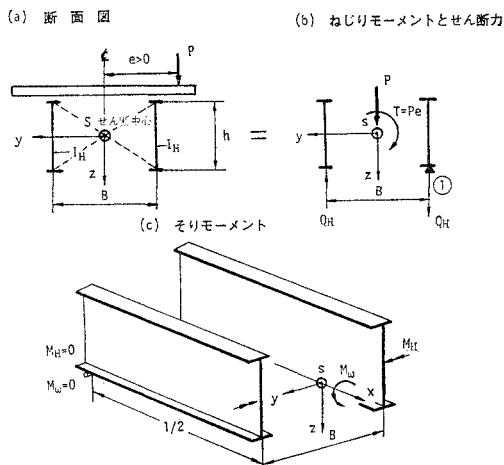


図-15 2 本主桁の並列桁橋

a) 曲げによる垂直応力 σ_b

曲げモーメント M_y は、スパン中央において

$$M_y = \frac{Pl}{4} \dots\dots\dots(44)$$

であり、全橋断面の断面2次モーメント I_y や座標 z は式(15)~(16)で与えたから、 σ_b は次のようになる。

$$\sigma_b = \frac{M_y}{I_y} \cdot \frac{h}{2} = \frac{M_y}{I_H} \cdot \frac{h}{4} \dots\dots\dots(45)$$

b) そりモーメントによる垂直応力 σ_w

桁に作用するねじりモーメント $T=Pe$ は、I桁の純ねじり剛性が小さいので、純ねじりモーメント T_s で抵抗させることはできない。それで、図-15(b)に示すように各主桁の曲げ剛性を期待し、せん断力 Q_H で抵抗させる。

すると、ねじりモーメント T とせん断力 Q_H との関係は、

$$Q_H = \frac{T}{B} = \frac{Pe}{B} \dots\dots\dots(46)$$

となる。このせん断力 Q_H は、各主桁に図-15(c)に示す曲げモーメント M_H を発生させる。すなわち、

$$M_H = \frac{Q_H l}{4} = \frac{Ple}{4B} \dots\dots\dots(47)$$

一方、全橋断面に作用するそりモーメント M_w は、図-15(c)の M_H に腕の長さ B を乗じた双モーメントと定義できる性質のものであるから、式(44)を利用すれば、

$$M_w = M_H \cdot B = \frac{Ple}{4} = M_y e \dots\dots\dots(48)$$

と表わされる。

また、そりねじり定数 I_w 、そり座標 ω は式(17)~(18)に示したから、 σ_w は次式で与えられる。

$$\sigma_w = \frac{M_w}{I_w} \omega = \frac{M_y e}{I_H B^2 / 2} \cdot \frac{Bh}{4} = \frac{M_y}{I_H} \cdot \frac{h}{2} \times \frac{e}{B} \dots\dots\dots(49)$$

c) 合垂直応力 σ

式(45)と(49)より垂直応力の合計は、次のようになる。

$$\sigma = \sigma_b + \sigma_w = \frac{M_y}{I_H} \cdot \frac{h}{2} \times \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2e}{B} \right) \dots\dots\dots(50)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} e = \frac{B}{2} \text{ のとき;} & \quad \sigma = \frac{M_y}{I_H} \cdot \frac{h}{2} \times \frac{1.0}{2} \\ e = 0 \text{ のとき;} & \quad \sigma = \frac{M_y}{I_H} \cdot \frac{h}{2} \times \frac{0.5}{2} \\ e = -\frac{B}{2} \text{ のとき;} & \quad \sigma = \frac{M_y}{I_H} \cdot \frac{h}{2} \times \frac{0}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots(51)$$

となる。この垂直応力分布より荷重分配係数(式(51)で—を引いた係数)を図示すると、図-16のようにになる。この結果は慣用計算法で用いられているものと全く

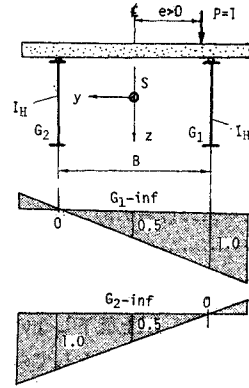


図-16 荷重分配係数

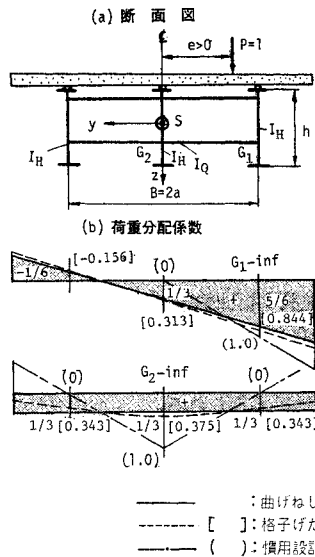


図-17 3本主桁の格子桁橋

一致し、曲げねじり理論によってもごく常識的な結果が得られることがわかる。

(2) 曲げねじり理論と格子理論との比較

以上の結果を活用して、次に図-17(a)に示すスパン $B=2a$ 、曲げ剛性 EI_Q の横桁を持つスパン l の単純格子桁橋を考える。

まず、曲げによる垂直応力 σ_b は、 $I_y=3I_H$ であるから明らかに次のようになる。

$$\sigma_b = \frac{M_y}{I_H} \cdot \frac{h}{2} \times \frac{1}{3} \dots\dots\dots(52)$$

ところが、桁断面の対称性より、せん断中心 S は中桁 G_2 上にあるので、中桁 G_2 はそりねじりに関してなんら寄与しない。それで、ねじりによる垂直応力 σ_w は(1)と全く同じである。

したがって、図-17(a)の外桁 G_1 の下フランジ着目点①に対する合応力 σ は式(52)、(49)の合計として与

えられるので、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} e = \frac{B}{2} \text{ のとき ; } \sigma &= \frac{M_y}{I_H} \frac{h}{2} \times \frac{5}{6} \\ e = 0 \text{ のとき ; } \sigma &= \frac{M_y}{I_H} \frac{h}{2} \times \frac{1}{3} \\ e = -\frac{B}{2} \text{ のとき ; } \sigma &= \frac{M_y}{I_H} \frac{h}{2} \times \left(-\frac{1}{6}\right) \end{aligned} \right\} \dots (53)$$

これに対する荷重分配係数 (式 (53) で σ を引いた数値) をプロットすれば、図-17(b) 中の実線が得られる。

ところで、Leonhardt の格子桁理論によると、格子剛度 z を

$$z = \left(\frac{L}{2a}\right)^3 \frac{I_Q}{I_H} \dots (54)$$

とすれば、荷重分配係数 X_{ij} は次式によって与えられている¹⁰⁾。

① 外桁 G_1 に対して :

$$\left. \begin{aligned} X_{11} &= \frac{4+5z}{4+6z}, [z=10 \text{ のとき } 0.844] \\ X_{21} &= \frac{z}{2+3z}, [z=10 \text{ のとき } 0.313] \\ X_{31} &= \frac{-z}{4+6z}, [z=10 \text{ のとき } -0.156] \end{aligned} \right\} \dots (55)$$

② 中桁 G_2 に対して :

$$\left. \begin{aligned} X_{12} = X_{21} = X_{32} &= \frac{z}{2+3z}, \\ & [z=10 \text{ のとき } 0.313] \\ X_{22} &= \frac{2+z}{2+3z}, \\ & [z=10 \text{ のとき } 0.375] \end{aligned} \right\} \dots (56)$$

ちなみに、 $z=10$ と置けば式 (55)~(56) 中 [] 内に示す値が得られる。これらの荷重分配係数も図-17(b) に示した。

格子剛度 z が 10 より大きいと、荷重分配がさらによりくなり、式 (55)~(56) の極限

$$\lim_{z \rightarrow \infty} X_{ij}$$

を考えると、その結果は式 (53) で σ を引いた係数と一致することになる。このことから、格子剛度が大きいと、① 曲げねじり理論によっても、② 格子桁理論によってもほぼ同じような結果が得られることを示唆している。

(3) 曲線桁橋の格子剛度

そもそも、式 (54) に示したように格子剛度 z とは、理論上の定義によれば、

$$z = \frac{\text{主桁のたわみ}}{\text{横桁のたわみ}} \dots (57)$$

と表わされるものである。しかしながら、曲線桁橋の場合、主桁のたわみには曲げ剛性 EI_y のほかに、純ねじ

り剛性 GK やそりねじり剛性 EI_ω などの断面諸量、あるいは、曲率半径 R_s や中心角 ϕ などの平面形状を加味すべきである。

集中荷重 $P=1$ が曲線桁橋のスパン中央に載荷した場合のたわみ w_H は、式 (39) によると近似的に次式で与えられる。

$$w_H = \frac{2L^3}{EI_H} \cdot \frac{1}{\pi^2(\pi^2+r\phi^2) \left[1 - \frac{\{(1+r)\pi\phi\}^2}{(\pi^2+r\phi^2)(\phi^2+r\pi^2)} \right]} \dots (58)$$

一方、 $P=1$ による横桁のスパン中央におけるたわみ w_Q を

$$w_Q = \frac{2(2a)^3}{EI_Q} \cdot \frac{1}{\pi^4} \dots (59)$$

で近似すると、曲線桁橋の格子剛度 z^* は、次のように書ける。

$$z^* = \left(\frac{L}{2a}\right)^3 \cdot \frac{I_H}{I_Q} \cdot \mu \dots (60)$$

ただし、倍率を表わすパラメーターは $\mu = w/w_{\phi=0}$ と同じであり、式 (39) を使用すればよい。しかし、 r 値の非常に小さい図-18 に示す I 桁 1 本を対象としているので、式 (39) をこのような場合について求めてみる。

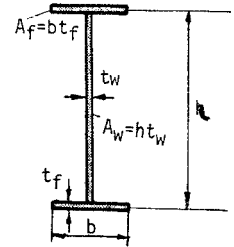


図-18

図-18 より断面定数は、次のようになる¹⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} \text{① 断面 2 次モーメント} \\ I_y &= \frac{A_f h^2}{2} \left(1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{A_w}{A_f} \right) \\ \text{② そりねじり定数} \\ I_\omega &= \frac{A_f h^2}{24} \cdot b^2 \\ \text{③ 純ねじり定数} \\ K &= \frac{A_f t_f^2}{3} \left\{ 2 + \frac{A_w}{A_f} \left(\frac{t_w}{t_f} \right)^2 \right\} \end{aligned} \right\} \dots (61)$$

したがって、パラメーター r は次のようになる。

$$r = \frac{GK}{EI_y} + \frac{I_\omega}{I_y} \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 = \frac{\left(\frac{t_f}{h}\right)^2}{3(1+\nu)} \cdot \frac{\left\{ 2 + \frac{A_w}{A_f} \left(\frac{t_w}{t_f} \right)^2 \right\}}{1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{A_w}{A_f}} + \frac{\pi^2}{12} \cdot \frac{\left(\frac{b}{L}\right)^2}{1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{A_w}{A_f}} \dots (62)$$

($\nu=0.3$; ポアソン比)

ここで、慣用の値として⁵⁾,

$$\left. \begin{aligned} h=L/20, \quad b=h/3 \\ t_w=h/150, \quad t_f=b/25 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(63)$$

を仮定すると、 $r \approx 0.0003$ となる。このような r の小さい値に対する μ 値を式 (39) より計算して、プロットしたものを 図-19 に示す。

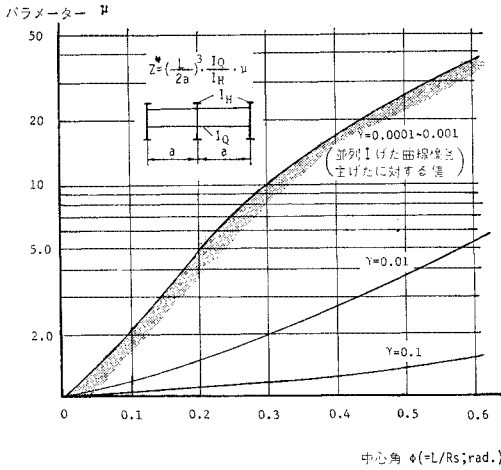


図-19 パラメータ μ

この図より中心角 ϕ が大きく、 r が小さいほど μ 値は大きくなるが、 $r=0.0001 \sim 0.001$ ではほとんど変化がなかったので1本の曲線で表わしてある。すると、前述のように $r=0.0003$ 付近では $\phi=0.2$ のとき $\mu=5$ 、また $\phi=0.4$ のとき $\mu=17$ となる。いま、直線桁橋の場合に準じて $z^*=(L/2a)^3 \cdot (I_H/I_Q)=10$ を目標として設計するならば、並列I桁曲線橋の格子剛度は、 $\phi=0.2$ のとき $z^*=50$ 、 $\phi=0.4$ のとき $z^*=170$ となり、かなり大きい格子剛度が期待できることになる。

さらに、図-20 に示すように、横桁本数が1本以上ある場合には、式 (60) の z^* に割増し係数を乗ずることができるから、一層 z^* 値は増大することになる。このような大きい z^* 値に対しては、(2) でも明らかにし

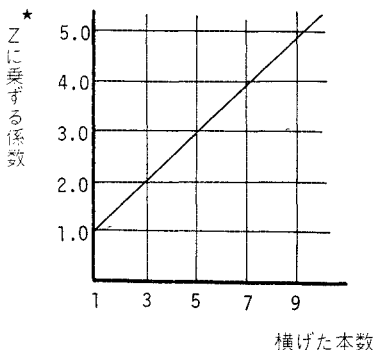
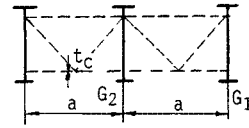


図-20 横桁本数による Z の補正係数

たように、全橋断面を一体と考えた曲げねじり理論によって実用的な解を得ることができるものと思われる。

(a) 断面図



(b) 平面図

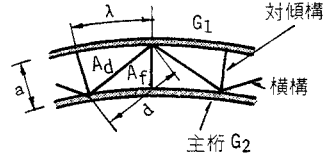


図-21 準閉断面

しかも、この方法によると 図-21 に示すように荷重分配横桁のほかに、上・下横構を取り付けたいわゆる準閉断面を有する曲線桁橋に対しては、換算板厚 t_c を 図-21(b) を参照にして

$$t_c = \frac{E}{G} \cdot \frac{a \lambda}{\frac{d^3}{A_a} + \frac{2 \lambda^2}{3 A_f}} \dots\dots\dots(64)$$

より決定すると¹⁰⁾、1種の箱桁断面として取扱うことができる。そして、曲げねじり理論によって全橋断面に作用するねじりモーメントを求めることができるから、ねじりによって横構に生ずる部材力を算定することができる。曲線桁橋では、これは1次応力と考えられる重要なものであるが、格子桁理論では求められないという欠点指摘できる。

5. 曲線桁橋の設計方針

曲線桁橋の構造解析上の問題点が 1.~4. で明確になったので、応力算定方法とそれより求められた各種の応力の組合せ方を現行の道路橋示方書に準じて分類・整理してみる。この際、曲線桁橋の応力算定公式は直線桁橋と若干相違することに注意する必要がある。

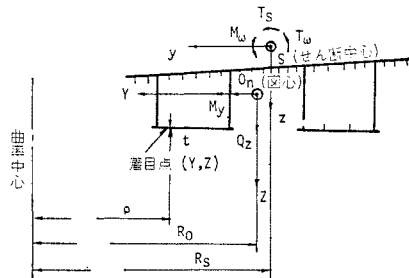


図-22 座標 (Y, Z) 、 ρ の取り方

なお、記号は図-22 に示したとおりであるが、図心 O_n とせん断中心 S が示されている。応力算定はどちらを座標原点に選んでもよいが、以下では設計計算上の便宜を考えて、図心 O_n 上で直交座標 (Y, Z) を取り、これによって応力算定を行う。

(1) 応力算定公式¹⁾

a) 垂直応力

① 曲げによる垂直応力 σ_b

曲線桁橋では、一般に非対称断面を用いるので、断面の主軸の傾斜を考慮すると、直線桁橋より複雑となり、次のように表わされる。

$$\sigma_b = \frac{R_0}{\rho} \cdot \frac{I_Y Z - I_{YZ} Y}{I_Y I_Z - I_{YZ}^2} M_y \dots\dots\dots (65)$$

ここに、

I_Y, I_Z : Y 軸あるいは Z 軸まわりの断面 2 次モーメント

I_{YZ} : Y 軸および Z 軸に関する断面相乗モーメント

である。また、右辺に乗じてある係数 R_0/ρ は、図-22 に示すように曲がりばり特有の曲率による補正係数である。

② そりモーメントによる垂直応力 σ_w

直線桁橋と同形であり、次のように表わされる。

$$\sigma_w = \frac{M_w}{I_w} \cdot \omega \dots\dots\dots (66)$$

b) せん断応力

① 曲げに伴うせん断応力 τ_b

着目点の板厚を t とすれば、次式のように書ける。

$$\tau_b = \frac{q_b}{t} Q_z \dots\dots\dots (67)$$

ここに、 q_b は曲げに伴うせん断力関数 (cm^{-1}) とする。

並列 I 桁曲線橋で、着目する主桁に作用するせん断力 Q_z' が格子桁理論より既知のとき、腹板断面積を A_w とすれば、直線桁橋と同様に次式で τ_b を求めることができる。

$$\tau_b = \frac{Q_z'}{A_w} \dots\dots\dots (68)$$

② 純ねじりによるせん断応力 τ_s

直線桁橋の場合と類似しているが、曲率による補正を行い、次式によって求める。

$$\tau_s = \left(\frac{R_0}{\rho}\right)^2 \cdot \frac{q_s}{t} \cdot \frac{T_s}{K} \dots\dots\dots (69)$$

ただし、 q_s は純ねじり関数 (cm^2) とする。

③ そりねじりによるせん断応力 τ_w

同様に、そりねじり関数 q_w (cm^4) を使って表わすと、次のように書ける。

$$\tau_w = \frac{q_w}{t} \cdot \frac{T_w}{I_w} \dots\dots\dots (70)$$

(2) ねじり定数比 κ による応力組合せ

式 (26) に示した κ の限界値 ($\kappa_{cr}=30$, ($\phi \geq 0.5$); $\kappa_{cr}=10+40 \cdot \phi$, ($0 \leq \phi < 0.5$)) を考慮して応力の組合せを行うと、以下のように分類・整理することができると思われる。

a) $\kappa \geq \kappa_{cr}$ のとき (1 箱桁曲線橋, 図-5(c) 参照)

この場合は、 σ_w, τ_w が省略できるから、次の組合せを考えればよい。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_b \\ \tau &= \tau_b + \tau_s \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (71)$$

b) $\kappa < \kappa_{cr}$ のとき (2 箱桁曲線橋, 図-5(b) 参照)

① 曲げねじり理論による場合

2 箱桁曲線橋全橋断面を一体と考え、曲げねじり理論で解析する場合には、次のようにすべての応力を組合すべきである。

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_b + \sigma_w \\ \tau &= \tau_b + \tau_s + \tau_w \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (72)$$

ただし、図-21 に示したように並列 I 桁曲線橋を準閉断面して取扱うときも上式によるが、後述するフランジの曲がりの影響による付加応力 σ_{wb} を考慮しなければならない。

② 格子桁理論による場合

2 箱桁を 4. で述べたように格子桁として解析すれば、各主桁別に計算された曲げモーメント M_y 、せん断力 Q_z 、および、純ねじりモーメント T_s に対して、式(71)の照査を行うことができると思われる。

また、並列 I 桁曲線橋では、 $\kappa \ll \kappa_{cr}$ であるが、格子構造として取扱うとき、次の組合せを考えればよいように思われる。

c) $\kappa \ll \kappa_{cr}$ のとき (並列 I 桁曲線橋, 図-5(c) 参照)

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \sigma_b + \sigma_{wb} \\ \tau &= \tau_b, \text{ (式 (68))} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (73)$$

ここで、 σ_b は図-23 に示すように格子桁として求められた垂直応力 (全橋断面一体とした曲げねじり理論による場合は $\sigma_b + \sigma_w$ にとる) であり、 σ_{wb} はフランジの曲がりによる付加応力である。この値は、図-23 に示すように主桁の曲率半径を R 、フランジとウェブの断面積をそれぞれ A_f, A_w 、またフランジの鉛直軸ま

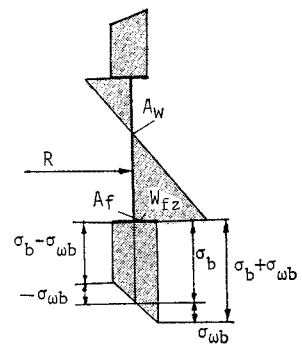


図-23 I 桁の垂直応力分布

わりの断面係数を W_{fz} とし、図-21(b) に示したフランジの固定点間距離を λ とすると、ほぼ上下対称断面のとき次の公式によって求められる。

$$\sigma_{wb} = \pm k \frac{\sigma_b}{RW_{fz}} \left(A_f + \frac{A_w}{6} \right) \lambda^2 \dots\dots\dots (74)$$

ただし、 k 値としては、

$$k = 0.106 \dots\dots\dots (75)$$

に取れば安全側の値を与えることになる。

6. あとがき

本文は、曲線桁橋のそりねじりによる応力解析の省略できるねじり定数比 κ の限界値を検討し、それを曲線桁橋の断面形状や中心角 ϕ などのパラメーターから種々考察し、その限界値を $\kappa_{cr} = 30$, ($\phi \geq 0.5$); $\kappa_{cr} = 10 + 40 \cdot \phi$, ($0 \leq \phi < 0.5$) とするのが合理的であることを提案したものである。

一方、曲線桁橋のたわみ性状は、断面形状によるパラメーター r と中心角 ϕ とに左右されることを明らかにしたが、並列 I 桁曲線橋で $\phi \leq 0.09 + 1.0 (r - 0.05)$, 2 箱桁曲線橋で $\phi \leq 0.24 + 0.4 (r - 0.2)$, 1 箱桁曲線橋で $\phi \leq 0.36 + 0.12 (r - 0.5)$ であれば、たわみに関してはほとんど問題を生じないように思われる。

また、特にねじり定数比が $\kappa \ll \kappa_{cr}$ で、そりねじりによる応力が卓越する並列 I 桁曲線橋についての力学的特性を、曲げねじり理論と格子桁理論とによって比較・検討したが、この種の曲線桁橋では格子剛度が著しく大きいので、いずれの解析方法によっても解析結果には大差がないことを明らかにできたように思われる。

最後に、曲線桁橋の応力算定公式を示し、その組合せをねじり定数比 κ (断面形状) によって分類・整理してみた。以上によって曲線桁橋を設計するとき基本事項となる有用な資料が提供できたように思われる。

参考文献

- 1) 小西一郎・小松定夫：薄肉曲線桁の基礎理論，土木学会論文集，第 87 号，(昭 37.11)
- 2) Komatsu, S., and Nakai, H.: Study on Free Vibration of Curved Girder Bridges, Trans. of JSCE, No. 136, (1962. 12)
- 3) Dabrowski, R.: Gekrümmte dünnwandige Träger, Springer-Verlag, (1968)
- 4) Kollbrunner-Hajdin: Dünnwandige Stäbe, Springer-Verlag (1972)
- 5) 日本道路協会：道路橋示方書解説，丸善 (昭 48.2)
- 6) 小松定夫：曲線桁橋の理論と計算 (付録の資料)，土木学

- 会関西支部，(昭 38.9)
- 7) 小西一郎・小松定夫：単純曲線桁橋の立体的解析，土木学会論文集，第 90 号，(昭 38.2)
- 8) 小松定夫：曲線並列桁橋の実用公式，土木学会論文集，第 93 号，(昭 38.5)
- 9) 大地羊三：電子計算機による構造解析，橋梁編纂会，(昭 38)
- 10) 小松定夫：薄肉構造物の理論と計算 I，山海堂，(昭 44)
- 11) 小松定夫・林 正：曲線桁橋の実用計算式，土木学会論文集，第 152 号，(昭 43.4)
- 12) Kollbrunner-Basler: Torsion, Springer-Verlag, (1968)
- 13) 小松定夫・中井 博・中西正昭：斜支持曲線桁橋の静的特性の解析，土木学会論文報告集，第 193 号，(昭 46.9)
- 14) 小松定夫・中井 博：曲線桁橋の動的応答に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第 174 号，(昭 45.2)
- 15) 小松定夫・中井 博・事口寿男：曲線桁橋の自動車による動的応答と衝撃係数に関する研究，土木学会論文報告集，第 192 号，(昭 46.8)
- 16) 渡辺 界：曲線桁の理論と計算，技報堂，(1967)
- 17) 島田静雄・倉西 茂：曲線ばりの計算式，技報堂，(1966)
- 18) 鷹羽信勝・成岡昌夫：変形法による任意形状の薄肉断面格子桁の解析，土木学会論文報告集，第 178 号，(昭 45.6)
- 19) 稼農知徳・大島 久・新山 惇：曲線桁橋の構造特性について，土木学会論文報告集，第 194 号，(昭 46.10)
- 20) Becker, G.: Ein Beitrag zur statischen Berechnung beliebig gelagerter ebener gekrümmter Stäbe mit einfach symmetrischen dünnwandigen offenen Profilen von in Stabachse veränderlichen Querschnitt unter Berücksichtigung der Wölbkrafttorsion, Der Stahlbau **24**, (1965), s. 334 u. 369
- 21) 深沢泰晴：せん断中心の不連続性を考慮した変断面曲線桁の解析，第 14 回橋梁構造研究発表会，(昭 42.12)
- 22) 遠田良喜：伝達マトリックス法による薄肉開断面曲線ばりの有限変位理論の解析，土木学会論文報告集，第 199 号，(昭 47.3)
- 23) Mc-Manus, P.F., Nasir, G.A. and Culver C.G.: Horizontally Curved Girder-State of the Art, Proc. of ASCE, ST 5, (1965)
- 24) Ojalvo, M., Demats, E. and Tokarz, F.: Out-of-plane Buckling of Curved Members, Proc. of ASCE, ST 10, (1969)
- 25) 事口寿男・中井 博：曲線 I 桁の横倒れ座屈強度について，昭和 48 年度土木学会関西支部年次大会，(I-17)
- 26) 能町純雄・吉田紘一：断面変形を考慮した曲線箱桁の応力解析，土木学会論文報告集，第 187 号，(昭 46.3)
- 27) 小松定夫・中井 博・北田俊行：曲線げた橋の Shear lag と有効幅に関する研究，土木学会論文報告集，第 191 号，(昭 46.7)
- 28) 落合重俊・山口幹夫・内藤 泰：横構を有する梁のねじり特性，住友重機械技報，Vol. 20, No. 59, (1972).
- 29) 玉野治光・西山啓伸・三浦 尚：換算箱ゲタ曲線橋の実験，土木技術，22 卷 10 号，(昭 42.10)
- 30) 前田幸雄・石岡英男・井坂 久：曲線合げたのズレ止めの挙動に関する実験的研究，昭和 47 年度土木学会関西支部年次大会，(I-55)

(1973.9.13・受付)