

# 海岸地域の井戸の非定常取水に関する解

## UNSTEADY PHENOMENA OF AN INTAKE WELL IN COASTAL ZONE

荻原 国 宏\*  
By Kunihiro Ogihara

### 1. はじめに

われわれの研究室では 1972, 1973 年と東京都新島本村地区の地下水調査をする機会があった<sup>1),2)</sup>。このとき現地の透水係数および空げき率を求めるべく揚水実験をしたところ、2 時間以上の揚水でも井戸の水面低下が 10 cm 以下であることが判明し、通常の井戸の扱いではまずいのではないかという疑問が生じてきた。そこで海岸地帯の井戸の非定常問題を 2 層流の扱いのもとで解かなければならないことが判明した。その点につき埼玉大学の嶋教授より有益な教示、ヒントをいただいた。

この結果を使うことによって、海岸地帯の井戸での非定常井戸の観測より淡水層の厚さ、海水層の厚さ、透水係数、有効空げき率などの諸ファクターを求めることができる。

### 2. 理論解析

#### (1) 基礎方程式

図-1 のごとく座標系を決め、井戸より一定流量を抜いた場合を想定する。地下水の流れは準一様流であると仮定して扱うことにすると、流速は Darcy の法則によ

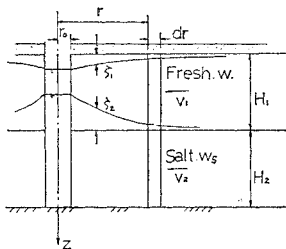


図-1

$$\left. \begin{aligned} v_1 &= -k \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{p_1}{w} \right) = -k \frac{\partial}{\partial r} (H_1 - \zeta_1) = k \frac{\partial \zeta_1}{\partial r} \\ v_2 &= -k \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{p_2}{w_s} \right) \\ &= -k \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{w(H_1 - \zeta_1 - \zeta_2) + w_s(z + \zeta_2 - H_1)}{w_s} \right] \\ &= -k \frac{\partial}{\partial r} [-\varepsilon \zeta_1 + (1 - \varepsilon) \zeta_2] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし  $\varepsilon = w/w_s$  である。

また、 $r=r$  と  $r=r+dr$  の間での連続の方程式を作ると、淡水、塩水のそれぞれについて次の式が得られる<sup>3)</sup>。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r} [v_1 \cdot (H_1 - \zeta_1 - \zeta_2) \cdot 2\pi r] \\ - \lambda' \frac{\partial}{\partial t} [\zeta_1 + \zeta_2] 2\pi r &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial r} [v_2 \cdot (H_2 + \zeta_2) \cdot 2\pi r] + \lambda' \frac{\partial}{\partial t} [\zeta_2] 2\pi r &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

これに式 (1) の関係を代入し、 $\bar{k} = k/\lambda'$  とおいて整理すると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\zeta_1 + \zeta_2] r - \bar{k} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \cdot (H_1 - \zeta_1 - \zeta_2) \cdot \frac{\partial \zeta_1}{\partial r} \right] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} [\zeta_2] \cdot r - \bar{k} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \cdot (H_2 + \zeta_2) \frac{\partial}{\partial r} [(1 - \varepsilon) \zeta_2 - \varepsilon \zeta_1] \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

となる。この方程式の境界条件、初期条件を満足するような解を求めればよいことになる。

#### (2) 第 1 近似解

式 (3) において  $H_1, H_2$  に比して  $\zeta_1, \zeta_2$  が比較的小さい場合には次のような近似式を解けばよい。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\zeta_1 + \zeta_2] \cdot r - \bar{k} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \cdot H_1 \frac{\partial \zeta_1}{\partial r} \right] &= 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} [\zeta_2] \cdot r - \bar{k} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r H_2 \left( \varepsilon' \frac{\partial \zeta_2}{\partial r} - \varepsilon \frac{\partial \zeta_1}{\partial r} \right) \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

\* 正会員 工博 東洋大学助教授 工学部土木工学科

ただし  $\epsilon' = 1 - \epsilon$

この式を解くに当り、Theis の方法<sup>3)</sup>にしたがって次の変数変換を行う。

$$u = \frac{\lambda' r^2}{4 k H_1 t} = \frac{r^2}{4 H_1 k t} \dots\dots\dots (5)$$

さらに  $\alpha = H_2/H_1$  と書くと、式 (4) は

$$\left. \begin{aligned} u \frac{d(\zeta_1 + \zeta_2)}{du} + \frac{d}{du} \left[ u \frac{d\zeta_1}{du} \right] &= 0 \\ u \frac{d\zeta_2}{du} + \alpha \epsilon' \frac{d}{du} \left[ u \frac{d\zeta_2}{du} \right] - \alpha \epsilon' \frac{d}{du} \left[ u \frac{d\zeta_1}{du} \right] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

となる。さらに  $u(d\zeta_1/du) = Y_1$ ,  $u(d\zeta_2/du) = Y_2$  とおくと、

$$\left. \begin{aligned} Y_1 + Y_2 + \frac{dY_1}{du} &= 0 \\ Y_2 + \alpha \epsilon' \frac{dY_2}{du} - \alpha \epsilon' \frac{dY_1}{du} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

を得る。これは  $u$  に関する線形の連立微分方程式である。第1式より  $Y_2$  を求めて第2式に代入すると、 $Y_1$  に関する2次の線形の微分方程式が得られる。

$$\alpha \epsilon' \frac{d^2 Y_1}{du^2} + (1 + \alpha) \frac{dY_1}{du} + Y_1 = 0 \dots\dots\dots (8)$$

この解は  $Y_1 = ce^{2u}$  の形を持つ。 $\lambda$  の値は式 (8) より得られる特性方程式 式 (9) の根として求めることができる。

$$\alpha \epsilon' \lambda^2 + (1 + \alpha) \lambda + 1 = 0 \dots\dots\dots (9)$$

$$\lambda = \frac{-(1 + \alpha) \pm \sqrt{(1 + \alpha)^2 - 4 \alpha \epsilon'}}{2 \alpha \epsilon'} \dots\dots\dots (10)$$

$\alpha > 0$ ,  $\epsilon' > 0$  を考えると  $\lambda$  は負の値を持っている。虚根の有無は根号の中の正負によって決まる。すなわち

$$\begin{aligned} (1 + \alpha)^2 - 4 \alpha \epsilon' &= \alpha^2 + 2 \alpha (1 - 2 \epsilon') + 1 \\ &= [\alpha + (1 - 2 \epsilon')]^2 + 1 - (1 - 2 \epsilon')^2 \\ &= [\alpha + (1 - 2 \epsilon')]^2 + 4 \epsilon' (1 - \epsilon') \end{aligned}$$

となり、 $\epsilon' = 1 - \epsilon$ 、ゆえに  $4 \epsilon' (1 - \epsilon') = 4 \epsilon \epsilon'$  であり、海水と淡水の場合には  $\epsilon = w/w_s > 0$ ,  $\epsilon' = 1 - \epsilon > 0$  であることを考えると、根号内は常に正であることがわかる。したがって、式 (10) は2実根(ともに負)を持っている。

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{(1 + \alpha) - \sqrt{(1 + \alpha)^2 - 4 \alpha \epsilon'}}{2 \alpha \epsilon'} \\ \lambda_2 &= \frac{(1 + \alpha) + \sqrt{(1 + \alpha)^2 - 4 \alpha \epsilon'}}{2 \alpha \epsilon'} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

とおくと式 (8) の解は

$$Y_1 = c_1 e^{-\lambda_1 u} + c_2 e^{-\lambda_2 u} \dots\dots\dots (12)$$

となる。これに  $Y_1 = u(d\zeta_1/du)$  を代入して解を求めると、

$$\zeta_1 = c_1 \int \frac{e^{-\lambda_1 u}}{u} du + c_2 \int \frac{e^{-\lambda_2 u}}{u} du + c_3 \dots\dots\dots (13)$$

また  $Y_2$  については式 (12) を式 (7) の第1式に代入することによって

$$\begin{aligned} Y_2 &= - \left[ Y_1 + \frac{dY_1}{du} \right] \\ &= -c_1 (1 - \lambda_1) e^{-\lambda_1 u} - c_2 (1 - \lambda_2) e^{-\lambda_2 u} \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

したがって、

$$\zeta_2 = -c_1 (1 - \lambda_1) \int \frac{e^{-\lambda_1 u}}{u} du - c_2 (1 - \lambda_2) \int \frac{e^{-\lambda_2 u}}{u} du + c_4 \dots\dots\dots (15)$$

の解を得る。式 (12)~(15) までの積分定数  $c_1 \sim c_4$  を初期条件および境界条件を満たすように決めればよい。

a) 淡水のみを取水する場合

淡水層が大きくて、淡水のみが取水できる場合には次のような境界条件となる。

$$\left. \begin{aligned} t=0, \zeta_1=0, \zeta_2=0, Q_1=0, Q_2=0 \\ t>0, r \rightarrow \infty, \zeta_1=0, \zeta_2=0, Q_1=0, Q_2=0 \\ r=r_0, Q_1=Q_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

これを  $u$  に関する式になおすと

$$\left. \begin{aligned} u = \frac{r^2}{4 H_1 k t} \rightarrow \infty \text{ で } \zeta_1=0, \zeta_2=0, Q_1=0, Q_2=0 \\ u = \frac{r_0^2}{4 H_1 k t} \rightarrow 0 \quad Q_1=Q_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

である。流量  $Q_1, Q_2$  は式 (1), (5) の関係を使うと

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= 4 \pi k H_1 \cdot Y_1 \\ Q_2 &= -4 \pi k H_2 (\epsilon' Y_2 - \epsilon Y_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

式 (17) の第1式の条件の  $u \rightarrow \infty, Q_1 = Q_2 = 0$  は式 (12), (14) ですでに成立っているので、 $\zeta_1, \zeta_2$  の条件を合せればよい。そのためには、式 (13), (15) の積分を  $\int_u^\infty \frac{e^{-\lambda_i u}}{u} du$  の形にすればよく、そのようにすると、 $c_3 = c_4 = 0$  となる。また式 (17) の第2の条件は、式 (18) と式 (12) より

$$\frac{Q_0}{4 \pi k H_1} = Y_1 = c_1 + c_2 \dots\dots\dots (19)$$

を得る。この  $c_1, c_2$  を決めるのには式 (12)~(15) で第1項を重視するか、第2項を重視するかを考えて決めればよい。 $\lambda_2 > \lambda_1$  であり、通常の海岸地域では  $H_2 > H_1$  で  $\alpha > 1$  と考えられ、それもかなり大きい値と考えられる。また  $\epsilon'$  は 0.03 程度でかなり小さい値である。したがって、 $(1 + \alpha)^2$  は  $4 \alpha \epsilon'$  に比してかなり大きく、 $\lambda_1 \div 0$  程度の値であって式 (12) の第1項は  $u$  の変化によっても変らない項となっているので、ここでの問題には不適当である。そこで  $c_1 = 0$  とおき第2項のみについて考える。したがって、

$$\int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} du = W(u) \quad \text{Wensel (ウエンゼルの) 井戸関数<sup>3)</sup>} \dots\dots\dots (20)$$

であるので、

$$\int_u^\infty \frac{e^{-\lambda_2 u}}{u} du = \int_u^\infty \frac{e^{-\lambda_2 u}}{\lambda_2 u} d(\lambda_2 u) = W(\lambda_2 u) \dots\dots\dots (21)$$

とおける。したがって、式 (13), (15) は

$$\zeta_1 = \frac{Q_0}{4\pi kH_1} W(\lambda_2 u) \dots\dots\dots(22)$$

$$\zeta_2 = \frac{Q_0}{4\pi kH_1} (\lambda_2 - 1) W(\lambda_2 u) \dots\dots\dots(23)$$

となる。したがって淡水面の低下量  $\zeta_1$  と海水面上昇量の間には  $(\lambda_2 - 1)$  倍の違いがある。 $\lambda_2$  は式 (11) の第2式で与えられるが、これを書きなおして  $\alpha = H_2/H_1 \rightarrow \infty$  の場合を考えてみる。これは海水層が非常に厚くその上に淡水層がのっかっている場合である。

$$\lambda_2 = \frac{(1 + 1/\alpha) + \sqrt{(1 + 1/\alpha)^2 - 4\epsilon'/\alpha}}{2\epsilon'} \\ = \frac{2}{2\epsilon'} = \frac{1}{\epsilon'} \quad (\alpha \rightarrow \infty) \dots\dots\dots(24)$$

したがって

$$\lambda_2 - 1 = \frac{1}{\epsilon'} - 1 = \frac{1 - \epsilon'}{\epsilon'} = \frac{\epsilon}{1 - \epsilon} = \frac{w}{w_s - w} \dots\dots\dots(25)$$

となる。

すなわち、式 (22), (23) の関係はちょうどヘルツベルグ (Herzberg)<sup>4)</sup> の条件に一致していることがわかる。

**b)  $u$  が小さいときの近似解**

ヤコブ (Jacob) が導いたと同様に  $\lambda_2 u < 1/50$  の場合には  $W(\lambda_2 u)$  は展開式の第2項までとればよく、次のようになる。

$$\zeta_1 = \frac{Q_0}{4\pi kH_1} (-0.5772 - \log_e \lambda_2 u) \dots\dots\dots(26)$$

$$\zeta_2 = \frac{Q_0}{4\pi kH_1} (\lambda_2 - 1) (-0.5772 - \log_e \lambda_2 u) \dots\dots\dots(27)$$

**c) 海水のみを取水する場合**

現実には井戸を掘って海水のみを取水するという場合はあまりないと思われるが、淡水の場合に対して示しておく。境界条件は式 (17) の第2式が  $Q_2 = Q_0$  となる。先と同様  $c_1 = 0$  とおけば

$$\left. \begin{aligned} \zeta_2 &= \frac{Q_0}{4\pi kH_2} \cdot \frac{1}{\epsilon - (\lambda_2 - 1)\epsilon'} \\ \zeta_1 &= \frac{Q_0}{4\pi kH_2} \cdot \frac{1}{\epsilon - (\lambda_2 - 1)\epsilon'} W(\lambda_2 u) \\ \zeta_2 &= \frac{Q_0}{4\pi kH_2} \cdot \frac{1}{\epsilon - (\lambda_2 - 1)\epsilon'} W(\lambda_2 u) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(28)$$

**(3) 第2近似解**

第1近似解は式 (4) を解いたわけであるが、Herzberg の条件が示すごとく、 $\zeta_2$  の値は  $\zeta_1$  に比してかなり大きく、 $H_1, H_2$  に比して小さいとして省略したためにかなりの補正を必要とすると考えられる。そこで第1次近似解をもとにしてせつ動法によって第2近似解を求める。

式 (3) において、 $H_1$  に比して  $\zeta_1$  のみを省略することにして  $\zeta_1/H_1 = y_1, \zeta_2/H_1 = y_2$  とし、 $u(dy_1/du) = Y_1, u(dy_2/du) = Y_2$  とおくと式 (7) に相当する式として

$$\left. \begin{aligned} Y_1 + Y_2 + \frac{d}{du} [(1 - y_2) Y_1] &= 0 \\ Y_2 + \frac{d}{du} [(\alpha + y_2)(\epsilon' Y_2 - \epsilon Y_1)] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

が得られる。ここで  $y_2 = c_2(\lambda_2 - 1)W(\lambda_2 u) = \epsilon'' W(\lambda_2 u)$  とおき、 $Y_1 = \bar{Y}_1 + \epsilon' \tilde{Y}_1, Y_2 = \bar{Y}_2 + \epsilon'' \tilde{Y}_2$  とおき、 $\bar{Y}_1, \bar{Y}_2$  は式 (4) の解、式 (12), (14) を示し、 $\tilde{Y}_1, \tilde{Y}_2$  は補正項とし、これを式 (29) に代入して、 $\epsilon''$  の各オーダーごとにまとめると、第0次では

$$\left. \begin{aligned} \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2 + \frac{d}{du} \bar{Y}_1 &= 0 \\ \bar{Y}_2 + \frac{d}{du} [\alpha(\epsilon' \bar{Y}_2 - \epsilon \bar{Y}_1)] &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(29)$$

1次として

$$\left. \begin{aligned} \tilde{Y}_1 + \tilde{Y}_2 + \frac{d}{du} \tilde{Y}_1 &= \frac{d}{du} \bar{Y}_1 W(\lambda_1 u) \\ \tilde{Y}_2 + \frac{d}{du} [\alpha(\epsilon' \tilde{Y}_2 - \epsilon \tilde{Y}_1)] \\ &= -\frac{d}{du} [W(\lambda_1 u)(\epsilon' \bar{Y}_2 - \epsilon \bar{Y}_1)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(30)$$

を得る。式 (29) は式 (7) と一致する。また、式 (30) の右辺はすべて既知関数である。右辺を0とおいた齊次方程式の解は式 (29) のそれに一致するので、右辺を考えた非同次型方程式の解は定数変化法<sup>5)</sup> によって求める。式 (30) の齊次方程式の解は式 (12), (14) であるので、先に  $c_1 = 0$  とおいたので、ここでも  $c_2$  のみの項を考えて、 $\tilde{Y}_1 = \tilde{c}_2 e^{-\lambda_2 u}, \tilde{Y}_2 = \tilde{c}_2(\lambda_2 - 1)e^{-\lambda_2 u}$  を式 (30) に代入し、 $\tilde{c}_2$  を求める方程式として

$$\frac{d\tilde{c}_2}{du} = e^{\lambda_2 u} \frac{d}{du} [\bar{Y}_1 \cdot W(\lambda_2 u)] \\ = e^{\lambda_2 u} \frac{d}{du} [c_2 e^{-\lambda_2 u} \cdot W(\lambda_2 u)] \dots\dots\dots(31)$$

を得る。この解は

$$\tilde{c}_2 = c_2 \cdot [W(\lambda_2 u) \cdot (1 - \lambda_2 u) - e^{-\lambda_2 u}] \dots\dots\dots(32)$$

となる。したがって  $\tilde{Y}_1, \tilde{Y}_2$  は

$$\left. \begin{aligned} \tilde{Y}_2 &= \tilde{c}_2(\lambda_2 - 1)e^{-\lambda_2 u} \\ &= c_2 [W(\lambda_2 u)(1 - \lambda_2 u) - e^{-\lambda_2 u}] \cdot (\lambda_2 - 1)e^{-\lambda_2 u} \\ \tilde{Y}_1 &= \tilde{c}_2 e^{-\lambda_2 u} = c_2 [W(\lambda_2 u)(1 - \lambda_2 u) - e^{-\lambda_2 u}] e^{-\lambda_2 u} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(33)$$

となる。したがって  $\tilde{y}_2, \tilde{y}_1$  はそれぞれ次のごとくなる。

$$\tilde{y}_1 = c_2 \int [W(\lambda_2 u)(1 - \lambda_2 u) - e^{-\lambda_2 u}] \cdot \frac{e^{-\lambda_2 u}}{u} du + c_3 \\ = c_2 \left[ \frac{(W(\lambda_2 u))^2}{2} + W(\lambda_2 u)e^{-\lambda_2 u} - 2W(2\lambda_2 u) \right] + c_3 \dots\dots\dots(34)$$

$u \rightarrow \infty, \zeta_1/H_1 = y_1 \rightarrow 0$  ゆえに、 $c_3 = 0$  である。

$$\tilde{y}_2 = (\lambda_2 - 1) \cdot \tilde{y}_1 = c_2(\lambda_2 - 1) \cdot \left[ \frac{W(\lambda_2 u)^2}{2} + W(\lambda_2 u)e^{-\lambda_2 u} - 2W(2\lambda_2 u) \right] \dots\dots\dots(35)$$

したがって、第2次近似解は式 (22), (23) の解と式

(34), (35)に  $\epsilon''=c_2(\lambda_2-1)$  をかけた項を加えればよい。

(4)  $\zeta_1, \zeta_2$  または  $y_1, y_2$  の関係

式 (22), (23), (28), (34), (35) のいずれをみても  $y_2$  は  $y_1$  の  $(\lambda_2-1)$  倍であることがわかる。 $\lambda_2$  は  $\alpha=H_2/H_1$  と  $\epsilon'=1-\epsilon, \epsilon=w/w_s$  の値によって決まる。 $\lambda_2$  と  $\alpha$  の関係を  $\epsilon'$  をパラメーターにしてグラフにしたのが図-2である。これをみればわかるごとく  $\alpha$  が大きくなると  $\lambda_2$  は  $1/\epsilon'$  の値に近づいてゆく。また  $\epsilon'$  の値が小さいほど  $\lambda_2$  の値が大きくなるので、下層の上昇量  $y_2$  はそれに応じて大きくなるがわかる。

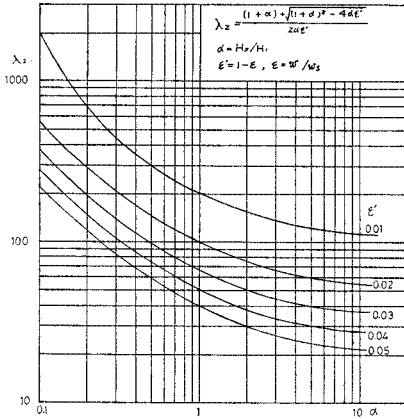


図-2

(5) 淡水のみを取水した場合に淡水面と海水面が一致するまでの時間

結局  $\zeta_1+\zeta_2=H_1$ , または  $y_1+y_2=1$  となったときが上記の条件に一致するので、式 (22), (23) で示される第1近似解の場合には

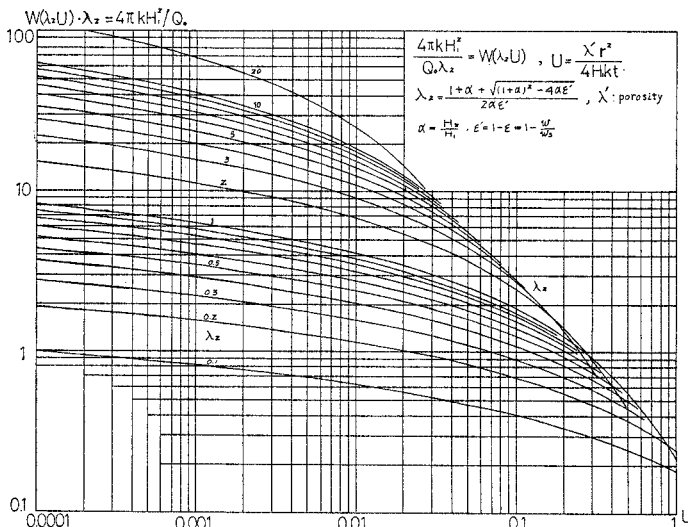


図-3

$$\frac{Q_0 \lambda_2}{4 \pi k H_1^2} = \frac{1}{W(\lambda_2 u)}, u = \frac{r_0^2}{4 H_1 k t} \dots\dots(36)$$

となる。第2近似解の場合には

$$W(\lambda_2 u) + \frac{Q_0 \lambda_2 \cdot (\lambda_2 - 1)}{4 \pi k H_1^2} \left[ \frac{W(\lambda_2 u)^2}{2} + W(\lambda_2 u) e^{-\lambda_2 u} - 2 W(2 \lambda_2 u) \right] = \frac{4 \pi k H_1^2}{Q_0 \lambda_2} \dots\dots(37)$$

となる。式 (37) はかなり複雑な形をしているので、ここでは第1近似解の結果、式 (36) を  $u$  と  $Q_0/4 \pi k H_1^2$  について  $\lambda_2$  をパラメーターとしてグラフに示したのが図-3である。この図と式 (36) の第2式を使うことによって淡水面と海水面が一致する時間、すなわち取水量に塩水の入る時間を求めることができる。

(6) 第1近似解, 第2近似解の結果

第1近似解と第2近似解の結果をいくつかの場合について計算し取水開始より24分後の井戸の水位がどのようになったかをまとめたのが表-1である。

表-1

$H_1$ (m)	$H_2$ (m)	$Y_1^*$	$Y_{12}^*$	$Y_2^*$	$Y_{22}^*$	$Q_0$ (m <sup>3</sup> /sec)	$t$ (Min)
20	100	0.001	0.001	0.0389	0.0402	0.001	24
20	100	0.0049	0.0057	0.1944	0.2266	0.005	24
20	40	0.0046	0.0056	0.2327	0.2785	0.005	24
20	10	0.0040	0.0053	0.4006	0.5342	0.005	24
20	5	0.0035	0.0051	0.5862	0.8676	0.005	24

$r_0=0.2 \text{ m}; k=0.001 \text{ m/sec}; \lambda'=0.3; w=1.0 \text{ ton/m}^3$   
 $w_s=1.03 \text{ ton/m}^3$

これは透水係数  $k=0.001 \text{ m/sec}$ , 空げき率  $\lambda'=0.3$ , 水, 海水の単位重量  $w=1.0 \text{ g/cm}^3, w_s=1.03 \text{ g/cm}^3$  とし, 井戸の半径  $R_0=0.2 \text{ m}$  の場合で淡水層  $H_1=20.0 \text{ m}$  とし, 海水層を  $H_2=5\sim 100 \text{ m}$  まで変えた場合である。 $Y_1^*, Y_2^*$  は地下水面および海水面の変化を  $H_1$  で割った無次元量で第1次近似解の値である。また  $Y_{12}^*, Y_{22}^*$  はその第2次近似解である。 $H_2$  が  $H_1$  に比して大きい場合には第1近似解と第2近似解ではあまり差がないが,  $H_2$  が  $H_1$  より小さくなるとその差はかなり大きなものになる。

この場合の井戸周辺の地下水面の低下状況および海水面上昇状況を図に表わしたのが図-4.1~4.3である。これは表-1の最後の2ケースほかについて示したものである。これをみても明らかのように地下水面の低下は非常に小さいにもかかわらず, 海水面上昇が非常に顕著であることがわかる。 $H_2$  が小さい場合には第1, 第2近似解にかなりの差が

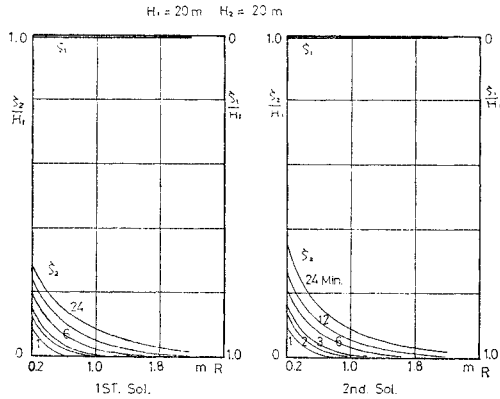


図-4.1

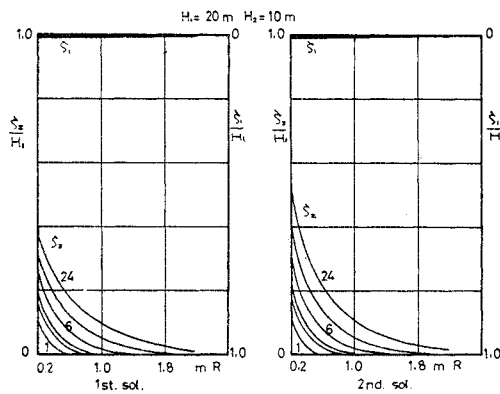


図-4.2

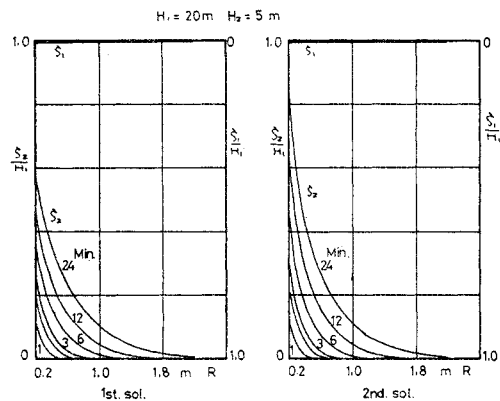


図-4.3

認められる。

### 3. 現地観測値への適用

われわれは先に述べたごとく 1972 年～3 年にかけて

東京都下新島において海岸地域の井戸のくみ上げによる非定常井戸の観測をした<sup>3)</sup>。これらの資料の中より 2 ケースについて本解析の結果を適用してみる。

#### (1) 井戸の水面低下曲線よりの解析

タイスの方法にしたがって式 (22) の  $\zeta_1 \sim W(\lambda_2 u)$  と式 (5) の  $u \sim r^2/t$  の関係を使って、 $W(\lambda_2 u) \sim u$ 、 $\zeta_1 \sim r^2/t$  の関係を両対数グラフ用紙にプロットすることにより、この両曲線が一致するように重ね合わせたときの  $W(\lambda_2 u)$ 、 $\lambda_2 u$ 、 $\zeta_1$ 、 $r^2/t$  の任意の 1 点の値を求め (図-5)、これらの値より  $kH_1$ 、現地観測の  $H_1$ 、 $\lambda'$  の値を使って透水係数を求めると表-2 のごとくなる。またこのときの  $\lambda_2$  を求め図-2 を使って  $\alpha = H_2/H_1$  の値を求めると農業用井戸 1 (図-5 中①の曲線) では  $\alpha \rightarrow \infty$  に相当して 2 層流でも海水の存在の影響が小さい場合に相当する。また簡易水道 1 号井 (図-5 中②の曲線) では  $\alpha = 0.15$  となり  $H_1 = 34$  m とすれば  $H_2 = 5.1$  m となり、海水層はかなり薄いことがわかる。

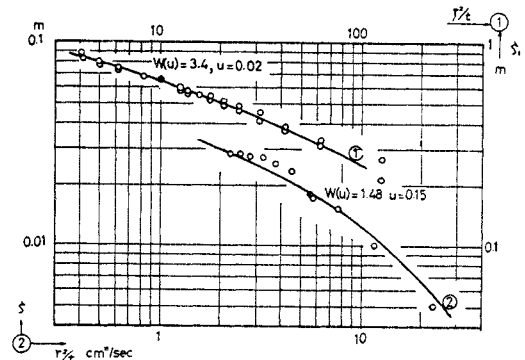


図-5

なおここで解析に使用した方法はタイスの方法であるが  $\lambda_2 u$  が小さい場合には式 (26) によるヤコブの方法も利用できる。

#### (2) 本解析の地層解析などへの利用

このように海岸地帯の井戸での揚水実験をするとタイスの方法およびヤコブの方法によって  $kH_1$ 、 $\lambda'$ 、 $\lambda_2$  の値が求まることになる。したがって揚水前の  $H_1$  の値がわかれば透水係数  $k$  が求められる。また空げき率  $\lambda'$  が判明すると  $\lambda_2$  より  $\alpha = H_2/H_1$  の値が図-2 を使用することによって求まる。これによって  $H_2$  が求まり岩盤までの深さが判明することになる。この場合は淡水のみを取水

表-2

井戸	$Q_0$ (cc/sec)	$\zeta_1$ (cm)	$W(\lambda_2 u)$	$r^2/t$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\lambda_2 u$	$kH_1$	$kH_1/\lambda_2$	$H_1$ (m)	$k$ (cm/sec)	$\lambda_2 \cdot \lambda$	$\lambda_2$	$\alpha$	$H_2$ (m)
1	5 208	64	3.4	10	0.02	22.02	125	43	0.00512	0.176	1.1	$\infty$	
2	5 845	1.8	1.48	5.8	0.15	382.4	9.66	34	0.11247	39.59	247.4	0.15	5.1

$\epsilon' = 0.03$

しつづけることができる場合であるが、揚水開始時は淡水のみであっても途中より海水が入ってくる場合には式(36)と図-3を使う。海水の混合までの揚水開始よりの時間を測定して、 $u = \lambda' r^2 / 4 H_1 k t$ ,  $4 \pi k H_1^2 / Q_0$ を計算し、図-3のグラフより $\lambda_2$ の値を求めることができる。この場合に $H_1$ ,  $k$ ,  $\lambda'$ の値は前もって調べておくことが必要になる。 $\lambda_2$ が判明すれば図-2より $\alpha$ が求まるので海水層の厚さが判明する。

また逆に地層の各ファクターが判明している場合には揚水中に塩水の混入しない限界揚水量を決定することが式(36)および図-3を使うことによってできる。

#### 4. ま と め

本論文では海岸地下水域での2層流井戸の非定常問題をタイスの方法にしたがって解いた。第1近似解は連続の式中の淡水、海水層の厚さの変化は微小であるとして扱った場合であり、第2次近似解はその変化を考慮したもので、第1近似解に修正項を加えて求めている。

この結果、取水井付近での海水面上昇量を求める式および揚水した水の中に塩水の混入が始まる限界取水時間または塩水の混入のない限界取水量を求める解を得た。またこの解を使うことによって海水層の厚さを求められ、その結果地層の状況を把握できることがわかった。

なお本論文の作成に当り埼玉大学理工学部の嶋祐之教授より有益なご教示をいただきました。ここに感謝致します。

#### 記 号

$H_1$ : 淡水層の厚さ [L]

$H_2$ : 海水層の厚さ [L]

$c_1$ : 地下水面の低下量 [L]

$c_2$ : 海水面上昇量 [L]

$r_0$ : 井戸半径 [L]

$r$ : 任意地点の半径 [L]

$k$ : 透水係数 [L/T]

$w$ : 淡水の単位重量 [F/L<sup>3</sup>]

$w_s$ : 海水の単位重量 [F/L<sup>3</sup>]

$\epsilon$ :  $w/w_s$  [1]

$\lambda'$ : 上げき率 [1]

$\bar{k}$ :  $k/\lambda'$  [L/T]

$\epsilon'$ :  $1-\epsilon$

$\alpha$ :  $H_2/H_1$  [1]

$\lambda_2$ : 特性方程式の根 [1]

$u$ :  $r^2/4 H_1 \bar{k} t$  [1]

$\epsilon''$ :  $c_2(\lambda_2-1)$  [L]

$c_2$ :  $Q_0/4 \pi k H_1$  [L]

#### 参 考 文 献

- 1) 本間ほか6名: 新島本村地下水調査報告書, 東洋大学工学部工業技術研究会, 昭和48年4月.
- 2) 本間・荻原・新藤: 新島本村地区の地下水調査と解析, 土木学会年次学術講演会(第28回)および土木学会論文報告集, 第222号, 昭和49年2月.
- 3) 土木学会水理公式集, 昭和46年版, p. 370
- 4) 同上, p. 593
- 5) 三木忠夫: 常微分方程式とその応用, 応用数学講座, コロナ社
- 6) 嶋 祐之: 地下密度流, 1966年度水工学に関する夏期研修会講義集, A, ダム, 河川コース
- 7) Theis, C.V.: The relation between the lowering of the piezometric surface and the rate and duration of discharge of a well using ground-water storage: Trans. A.G.U. Vol. 16, 1935.
- 8) Wenzel, L.K.: Methods for determining permeability of Water-bearing materials with special reference to discharging-well Methods: U.S. Geological Survey, Water Supply paper 887, 1942.
- 9) Cooper, H.H. and C.E. Jacob: A generalized graphical Method for evaluating formation constants and Summarizing Well-field history, Trans. A.G.U. 27, 1946.

(1973.8.24・受付)